Digitized by Google

LIBRARY
OF THE
UNIVERSITY OF CALIFORNIA.
RECEIVED BY EXCHANGE
Class

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XII.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО, Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО
і Дра СТЕФАНА РУДНИЦЬКОГО

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XII.

REDIGIRT VON

JOHANN WERCHRATSKYJ, Dr. VLADIMIR LEWYCKYJ
u. Dr. STEFAN RUDNYCKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1908.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарнї Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарського.

Digitized by Google

Книгарня Наукового Товариства імени Шевченка

у Львові, Ринок ч. 10.

має на складі між иньшими отсї книжки і брошури:

	корон
Бобяк Григорий. Про наші губи	0·30
— Причинки до лїхенольоґії східної Галичини	0·45
Верхратский Іван. Зоольоґія (на висші кляси)	3·—
— Ботаніка (на висші кляси)	3·20
— Мінеральоґія (вичерпане)	—·—
— Соматольоґія	1·80
— Начерк соматольоґії	3·—
— Нічна лївка мотилїв (вичерпане)	—·—
Верхратский-Ростафіньский. Ботаніка для висших кляс	2·40
Візнер Ю. Житє ростин у морі	0·15
Гірняк Ю. Роля сталої, плинної і ґазової фази в хемічній рівновазї	0·45
Ґінтер С. Історія ґеоґрафічних відкрить у XV—XVI в.	2·20
Глїбовицкий Клим. Микола Г. Абель і єго значінє в математицї	2·—
Др. Горбачевский Іван. Уваги о термінольоґії хемічній	0·10
— Загальний метод добуваня нуклеїнного квасу з орґанів	0·10
Др. Дакура Осип. Зі шпитальної казуїстики за рік 1899	0·20
— Інтересний случай новотвору середгрудного	0·20
Збірник секциї математично-природописно-лїкарскої Наукового Товариства імени Шевченка. Том I.	3·—
— Том II.	3·—
— Том III. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том III. випуск II. Часть математично природописна	2·—
— Том IV. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том IV. випуск II. Часть математична	1·—
— Том V. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том V. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VI. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VI. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VII. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том VIII. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том VIII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том IX.	5·—
— Том X.	5·—
— Том XI.	5·—
Левицкий Володимир. Еліптичні модулові функциї	0·60
— Про переступ чисел e і π	1·20
— Електромаґнетна теория сьвітла і причинок до подїлу рівнань 2-го степеня	1·60
— Клясифікация наук математичних	0·35
— Короткий начерк теориї функций автоморфних	0·75
— Теория перстеня Сатурна	1·—
— Додаток до теориї дробів тяглих та ґрупи модулової	0·20
— Найновійші працї з теориї функций аналїтичних	0·25
— Математика теоретична а практична	0·30
— Ґеометрия метова в оптицї ґеометричній після теориї Ф. Кляйна	0·40
— Иньший сьвіт	0·30
— Машини електростатичні	0·25
— Відношенє ґеометриї метричної до метової	0·25
Левицкий Огоновский. Альґебра для висших кляс шкіл середних Частина I.	2·—
— „ „ „ „ „ „ „ II.	3·—

Digitized by Google

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XII.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО, Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО і Дра СТЕФАНА РУДНИЦЬКОГО

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XII.

REDIGIRT VON

JOHANN WERCHRATSKYJ, Dr. VLADIMIR LEWYCKYJ u. Dr. STEFAN RUDNYCKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1908.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарнї Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарського.

Digitized by Google

Q60
L4
v.12-14

UNIV. OF
CALIFORNIA

Digitized by Google

Зміст.

Сторона

1. *Іван Верхратский.* Нові знадоби до номенклятури і термінольоґії природописної, народної . . . 1--84
2. *Др. Юлїян Гірняк.* Про вплив синхронїчної зміни концентрациї на хід мономолекулярної реакциї . 1—14
3. *Др. Юлїян Гірняк.* Про періодичні хемічні реакциї . 1—8
4. *Др. Стефан Рудницький.* Начерк ґеоґрафічної термінольоґії . . . . . 1—151
5. *Др. Володимир Левицький.* Клим Глїбовицький (згадка посмертна) . . . . . 1—6
6. Бібліоґрафія і хроніка математично-фізична . . 1—41

INHALT.

Seite

1. *Johann Werchratskij.* Neue Materialien zur volkstümlichen naturwissenschaftlichen Nomenklatur und Terminologie 1—84
2. *Dr. Julian Hirniak.* Über den Einfluss des synchronischen Koncentrationswechsels auf den Verlauf monomolekularen Reaction . , ... , . 1—14
3. *Dr. Julian Hirniak.* Über periodische chemischen Reactionen . . . . . 1 - 8
4. *Dr. Stefan Rudnyćkyj.* Abriss einer geographischen Terminologie . . . . . 1 - 151
5. *Dr. Wladimir Lewyćkyj.* Kl. Hlibowyćkyj (Nekrolog) . 1—6
6. Mathematisch-physikalische Bibliographie und Chronik . 1—41

232157

Digitized by Google

Digitized by Google

НОВІ ЗНАДОБИ

НОМЕНКЛЯТУРИ І ТЕРМІНОЛЬОҐІЇ

ПРИРОДОПИСНОЇ, НАРОДНОЇ

збирані між людом.

ПОДАВ

ІВАН ВЕРХРАТСКИЙ.

Digitized by Google

Digitized by Google

UNIV. OF CALIFORNIA

Перші знадоби номенклятури і термінольоґії природописної, народньої видав я під наголовком: „Початки до уложеня номенклятури і термінольоґії природописної, народньої“ в шести випусках, іменно I. в 1864. р., II. 1869., III. 1869., IV. 1872., V. 1872. і VI. 1879.

Перших пять випусків вишло окремими виданями, шестий випуск єсть властиво перепечатком з „Правди“ 1878. р. В тім випуску напечатано знадоби номенклятури виключно лише до ботанїчної части.

Від того часу т. є. від р. 1879. мав я нагоду бувати в многих місцевинах нашого краю, де призбирав численні нові терміни між людом. Тії нові знадоби тут оголошую. Мали они вийти в Збірнику природописної секциї ще р. 1906., однакож тяжка хороба зупинила мене тогдї в працї. Доперва р. 1908. я можу той Збірник видати.

Поміщені тут не лишень невипечатані ще знадоби ботанїчні і термінольоґічні р. 1878., але також і всякі другі ново списані. При поодиноких виразах поміщено в скобках місцевини, в яких подані назви уживають ся. Приміти місцевого говора заховані точно пр. Заяць, Заяц, Кожан, Кожен, Котета, Веверица, Киртиця, Вівчерик, Волосенка, Рибец, Гугурец, Ґотица, Воловоє вочко, Волове воко, Бичей око, Чейка, Ящерка водена, єщур, підлїтают і пр. Місто є, в котре в вимові у многих галицких говорах переходить и (пр. Круглянке, Скакульке), писано для одностайности скрізь и, ото-ж Круглянки, Скакульки.

Digitized by Google

UNIV. OF CALIFORNIA

Назви повторювані лиш декуда, іменно рідші. Слова дву- або більше складні без знаку наголосного поміщені звичайно на послідку. Акцентують ся завсїгди на передпослїднім складі. Походять они з околиць Замішанців (Близеньки, Опарівки, Ріпника, Чорнорік і пр.), Лемків і Угорщини західнопівнічної (Лемацкої). Иноді оказують терміни галицких Лемків і угорских Лемаків вплив словацкий.

Декуди зазначено у сущників рід, а також рідник числа поєдинчого і іменяк числа многого. В зборнику фільольоґічнім було би се зовсїм одвітним, але в зборнику природописнім оно таки трохи разить. Коли однакож з'уважимо, що у тих місцевих виразів рід буває инколи инший, ніж в граматиці у тих же або подібних слів загально уживаних, а також і ускісні падежи тих виразів утворені в спосіб властивий, то, думаю, тоє відступленє від звичайно приня того способу може простити ся.

Наша людова номенклятура і термінольоґія природописна єсть дуже богата. А — як то згадано вже в VI. випуску на стор. 6. — хоть і не всї назви подані пригодні для наукової іменовні і виразні — то близший розсмотр наших термінів єсть дуже важний і указує нам спосіб, як наш люд формує назви і як належить нам в науці нові творити вирази. До того людові назви великої ваги і для фільольоґії.

То-ж складаємо наш збірник з надією, що він принесе правдивий пожиток для рідного язика а іменно для рускої номенклятури і термінольоґії природописної.

Ві Львові 5. мая 1908.

Іван Верхратский.

Digitized by Google

Скороченя місцевин.

Б. = Бібрка
Баб. = Бабин
Бар. = Барич
Бат. = Батичі
Б. в. = Березовиця велика
Б. м. = Березовиця мала
Белз. = Белзець
Бер. = Бережанщина
Берес. = Берест (Лемківщина)
Бистр. = Бистрвця коло Кут
Бли. = Близенька
Боб. = Бобятин
Бог. = Богородчани
Бол. = Болехів
Бон. = Бонарівка
Бор. = Боретин
Боя. = Боянець
Брк. = Борки
Брн. = Бориня
Брод. = Бродщина
Бру. = Бруховичі
Брщ. = Борщевичі
Бс. = Борислав
Бу. = Бутин
Буд. = Будилів
Бус. = Буськ
Буч. = Бучан
В. = Вуйковичі
Ва. = Ваньовичі
Ван. = Ванївка
Вер. = Вербіж
Верб. = Вербиця
Верхоб. = Верхобуж
Верхр. = Верхрата
Виб. = Вибудів
Виш. = Вишенька мала коло Малатина.
Від. = Відинів
Вільг. = Вільгівок
В. м. = Вільки мазовецкі
Во. = Ворохта
Вовч. = Вовчинец
Вой. = Войнилів
Вол. = Волосянка
Вор. = Ворона коло Отинії
Вз. = Вузна в Радомисчині
Вч. = Вовче
Г. = Голе
Г. н. = Гаї нижні
Гарб. = Гарбузів коло Залозець
Гі. = Гійче
Гл. = Глїбока
Глин. = Глиняни
Глинов. = Глиновичі
Глиньс. = Глиньско
Гн. = Гнатковичі
Город. = Городище коло Радомисля в Киевскій губернії

Digitized by Google

Гра. = Грабова
Гру. = Грушатичі
Гр. = Гряда коло Львова
Гу. = Гумниска
Д. = Доброгостів
Дал. = Далява
Дев. = Девятер
Ден. = Денисів
Дер. = Деревляни
Дерев. = Деревня
Дїд. = Дїдилів
Дм. = Дмитре коло Львова
До. = Добромиль
Добрус. = Добрусин
Дов. = Довге
Дом. = Домаморичи
Др. = Дора
Дрог. = Дрогобич
Дуб. = Дубковичі
Дун. = Дунковички
Ж. = Жабе
Жад. = Жадова
Желд. = Желдець коло Жовкви
Жид. = Жидачів
Жовк. = Жовква
Жур. = Журавно
Заб. = Заболотів
Зак. = Закомар
Зам. = Заміхів
Замч. = Замочок
Зар. = Заріче коло Делятина
К. = Кізлів
Кам. вол. = Камінка волоска
Кам. л. = Камінка лїсна
К. н. = Камінка нова
Кам. стр. = Камінка струмілова
Кар. = Карів коло Угнова
Кв. = Кавско
Керн. = Керниця коло Городка
Кіц. = Кіцмань
Клї. = Клїводин
Км. = Кимполунка
Кол. = Колодїївка коло Станиславова
Колом. = Коломийщина
Ком. = Комарно
Кор. = Коростенька
Кос. = Косів в Гуцульщинї
Кос. на Оп. = Косів на Опілю
Кп. = Купичволя
Кре. = Крехів
Кроп. або Кроп. ст. = Кропивник старий
Крп. = Кропивище коло Іспаса, повіт Коломийский
Крс. = Красне коло Калуша
Кру. = Крушільница
Ку. = Курники
Кун. = Кунин
Кус. = Кусениці
Л. = Лавочне
Ласк. = Ласківцї коло Теребовлї
Лбл. = Любеля
Льв. = Львів, Львівщина
Лем. = Лемківщина
Либ. = Либогора
Лї. = Лївцї
Л.-Кул. = Любича Кулинцї
Л. К. = Любича Князї
Лоб. = Лобізва
Л. я. = Лужок ярний
Лук. н. = Лукавиця нижна
Лях. = Ляхівцї коло Богородчан
Ляхв. = Ляхова коло Радомисля в Киевщинї
М. = Мацьковичі
Мал. = Малковичі
Мач. = Мачишин
Мах. = Махнівцї
Мац. = Маційова (Лемківщина)
М. в. = Мости великі

Digitized by Google

Мед. = Мединя
Меж. = Межигірці коло Галича
Мерв. = Мервичі
Мик. = Микитинці коло Станиславова
Микол. = Миколаїв в Золочівщині
Мил. = Милятин старий
Мк. = Микуличин
Н. = Надвірна
Не. = Негребка
Ніж. = Ніжнів долішний
Нань. = Наньковичі
Обор. = Оборошин
Ож. = Ожидів
О. = Олесько
Ол. = Олеша
Оп. = Опарівка
Опр. = Опорец
Орв. = Орів
Оріх. = Оріхівці
Острв. або Ост. = Островец
Острвк. = Острівчик
Остр. = Острів
Пдга. = Підгайці
Пдл. = Підлисе
Пдлт. = Підлюте
Перв. = Первитичі
Пер. = Перегиньско
Перем. = Перемишчина
Перемш. = Перемишляни
Печ. = Печеніжин
Пик. = Пикуловичі
Під. = Підволочиска
Підг. = Підгорідці
Підл. = Підлуже
П. = Піски коло Судової Вишні
Пл. = Плаве
Плв. в. = Плавча велика
Плч. = Полянчик
Пін. д. = Пінів долішний
Піс. = Пісочна
Піт. = Пітелич
Пн. = Пніве коло Надвірної
Пол. = Полянчик
При. = Пристань
Рад. = Радимно
Радом. = Радомисль в Кієвскій ґубернії
Радр. = Радруж на захід від Рави
Рак. = Раків коло Долини
РБ. = Рус Бовл
Рек. = Реклинец
Рж. = Ражнів
Рзг. = Розгадів
Рздл. = Розділ
Риб. = Рибник
Рі. = Ріпник
Ріп. = Ріпнів
РМ. = Руска Молдавица
Роз. = Розваж
Р. = Розгірче
Роздж. = Розджалів
Розтк. = Розтока
Руд. = Рудники
С. б. = Сїлец белзский
С. Бенк. = Сїлец Беньків
С. в. = Синевідско вижне
Св. = Суха Воля коло Бродів
Св. = Святое
Себ. = Себечів
Сел. = Селиска
Сем. = Семеґенів
Семак. = Семаківці
Семер. = Семерівка коло Яворова
Скв. н. = Скварова нова
Семк. = Семковичі
Скл. = Сколе
Ско. = Скоморохи
Скол. = Сколошів

Digitized by Google

См. = Смільна
С. = Соколя
Сл. = Славско
Слав. = Славутин
Сн. = Снятин
С. н. = Синевідско нижне
Сок. = Сокальщина
Соп. = Сопіт
Сор. = Соровиця коло Сянока
Сос. = Сосниця
Спас. = Спасів
Ср. = Сороцко
Ст. м. = Старе Місто
С. С. або Ст. с. = Стара Сіль
Став. = Ставчани
Стан. = Станиславівщина, коло Станиславова
Стац. = Стацева
Стар. = Старява
Стеб. = Стебник
Стіб. = Стібно
Ст. н. = Стинава нижна
Стор. = Сторонибаба
Стр. = Стрий, Стрийщина
Стра. = Страшевичі
Стрв. = Старівня (Старуня)
Стрі. = Стрілиска
Стру. = Струтин
Струс. = Струсів
Стрч. = Страч
Т. = Туре
Тарт. = Тартаків
Терн. = Тернопільщина
Тил. = Тилич (Лемк.)
Тпр. = Топорівці
Тись. = Тисьмениця
Тисьм. = Тисьменичани
Туж. = Тужилів
Тор. = Торки
Трг. = Торговиця
Торч. = Торчмановичі
Тур. = Туринка
Тх. = Тухля
Тухк. = Тухолька
У. = Угнів
Угр. (гор.) = Угринів (горішний)
Укр. = Українське
Ул. = Улично
УР. = Угорскоруске (Східно-північна Угорщина, Лишаки)
УР*. = Західнопівнічна Угорщина (Лемаччина)
Ус. = Усте попрутске
Уст. = Устянова
Ф. = Ферштин (Фульштин)
Фіть. = Фітьків коло Надвірної
Х. = Хащованя
Хильч. = Хильчичі
Хит. = Хитар
Хот. = Хотинец
Хреп. = Хрепів
Хт. = Хотїнь коло Калуша
Ч. = Черниxів
Чор. = Чорноріки
Чх. = Чехи
Шол. = Шоломия
Ціш. = Цїшки
Я. = Яструбичі коло Сокаля
Яб. = Яблониця
Яв. = Яворів
Яз. = Язїв
Ям. = Ямниця
Ямл. = Ямелниця коло Стрия
Ярич. = Яричів
Яс. = Ясень коло Перегиньска
Єв. = Єворів
Євір. = Євірник
Єр. В. = Єрмановска Воля

Digitized by Google

а) до номенклятури теріольоґічної.

Arvicola. Wühlmaus. Feldmaus. **Точка** (Лем.) — **Повх** (Бор. Лем. УР*.) — **Пільх** (Дун.).

Canis familiaris L. Haushund. ♀ **Суля** (Лем.) — **Сулька** (Лем.).

Canis lupus L. Wolf. **Дрібна́к** (Во. що бере́ вівці або дріб) — **Флуд** (Во. УР. я убив одного флу́да або дрібнака́). — **Зиблик** (коло Пер. а зиблики би тя вбили!).

Canis vulpes L. Fuchs. **Лисиця** (УР.) — **Лишка** (УР.) — **Змийка** (Жур. лис с чо́рним кінце́м ки́ти, тро́хи ме́ньший від звича́йного, та гла́дшу і кра́сшу серсть ма́є).

Cavia cobaya Schreb. gemeines Meerschweinchen. **Свиня́ мо́рска** (Дун.) — **Морска свинка** (Кор.) — **Морске паця** (Кор.) — **Морске пацятко** (Кор.) — **Морске паця** (Лем.) — **Морща** (Лем.) — **Морщак** (Лем.) — **Нирске паця** (Лем.) — **Нирский кріль** (Лем.) — **Мурчок** (УР*.).

Cervus capreolus L. Reh. **Серна́**. ♂ **Се́рнул** (УР.) — молоді: **Серча́та** (УР.) — ♂ **Шу́рень** (УР*.).

Cricetus frumentarius Pall. Hamster. **Хавли́к** (Стац.) — **Хомле́к** (ВМ.) — **Го́рчек** (УР.) — **Ги́рчик** (УР.).

Equus caballus L. Pferd. ♂ **Жеребе́ць** (Оп. Ван. Ріп.) — **Воря́к** (УР.) — **Вайчак** (УР*. словацке vajciak). — ♀ **Жеребиця** (Оп.) — молоде: **Жеребя** (Оп.) — **Лошу́к** (УР.).

Erinaceus europaeus L. gemeiner Igel. **Яри́ч** (Сл. ярича́ тре́ба різати в воді; скіру здойме ся і все сто́пит; сма́лец беру́т на ки́лу (Bruch) і ди́хавицю). — **Яри́ч пе́сїй** (у Німців: Hundsigel) — і **Яри́ч сви́ньский** (у Німців: Schweinsigel, Sauigel). — **Жиже́к** (Пн. нака́чує се на я́блика). — **Їж сви́нний** або **сви́ньский** (УР.) — **Їж пе́сїй** (УР.) Hundsigel. — **Їжо́ маржни́й** їжо́ ги маржи́на ма́є пи́сок тай такі ла́би; дру́гий їжо́ ма́є пи́сок і ніс та ги пес (УР.).

Digitized by Google

Felis domestica Briss. Hauskatze. ♂ **Мацу́р** (Л. УР.) — ♀ **Ма́чка** (Л. УР.) — молоді: **Мача́та** (УР.) ♂ **Ко́цур** (Г.) — ♀ **Ке́цька** (Г.) — малі: **Коте́та.** — ♂ **Коцуре́тка** (Г.).

Felix lynx L. gemeiner Luchs. **Рись.**

Рись бердова́ або **во́вча** (УР.) що стоїт в ка́мени на звірé (звірé = серна). — **Рись лїсова́** або **маржи́нська** (УР.) що їсть маржи́ну.

Lepus cuniculus L. Kaninchen. ♂ **Труса́к** (Св.) — ♀ **Труси́ця** (Св) — молоді: **Труся́та** (Св.) — **Трусь** (Яс. plur. трусї). — ♂ **Коро́ль.** ♀ **Коро́ли́ця** молоді: **Короле́та.** ♂ **Трусьо́к. Труся́к** (УР.) — ♀ **Тру́ська** (УР.) — **За́яць свійський** (УР.) — **За́яць хижни́й** (УР.) — **Заяц домовий** (УР*.) — **Домовий заяц** (УР*.) — **Кріль** (УР*.) — в Укр. **Кріль** гл. Писання И. П. Котляревського. 1862. Виргилієва Єнеида, стор. 229. Зевéсъ моргну́въ якъ кріль уса́ми.

Lepus timidus L. gemeiner Hase. **Заяéц** (Ласк. plur. за́яйцї). — **За́гинец** (Бар.) — **Крива́к** (М.) — **Скік** (Струс.) — **Чепа́к** (Орв.) — **Скаку́н** або **За́гац** (Орв.) — **Крива́к** (УР*.) — **Заць** (УР*.).

Mus agrarius Pall. Brandmaus. **Миш пілска́** (Ж.).

Mus decumanus Pall. Wanderratte. **Пацка́н** (УР.) — **Пацку́н** (УР.) — **Поткан** (УР*.) — **Паткань** (УР*.).

Mus musculus L. Hausmaus. **Свійска миш** (Роз.).

Mus silvaticus L. Waldmaus. **Миш витоко́ва** (Кру.) — **Вито́чниця** (Лоб.) — **Ско́чка** (УР*.) — **Лїсова миш** (УР*.) — **Скічка** (УР*.) — **Миш ви́точна** (УР*.).

Muscardinus avellanarius Wagn. Haselmaus. **Лускорі́х** (Т.) — **Лїскі́вчик** (УР.) — **Лїско́вріш** (УР.) — **Лїскова миш** (УР*.).

Mustela foina Briss. Steinmarder. Hausmarder. **Куна́ домова́** (Кос.) — **Куна́ сельска́** (Ул.) — **Куна́ мурова́** (Рзг.).

Mustela martes L. Baummarder. Edelmarder. **Куна́ лїсова́** (Рзг.).

Myoxus glis Schreb. Siebenschläfer. Bilch. **Лїскоглі́д** (Сл.) — **Кашéлок** (Пн.) — **Кашéлка вадь Кешелько́** (УР.) — **Лускорі́х** (УР.) — **Повх** (УР*.).

Putorius vulgaris Rieh. Wiesel. **Ла́ска** (Мал. Тор...) — **Ми́цька** (Х. Сл. Пл.) — **Домова́ ми́цька** (Л.).

Sciurus vulgaris L. gemeines Eichhörnchen. **Ви́вірка** або **Біли́чка** (Бу.) — **Вію́рка** (Вільг.) — **Го́равка** (Виш.) — **Чучу́тка** (Л. я.) — **Ви́вірка, Черепа́ня** або **Чучу́тка** (Т.) — **Вевю́рка** (Кру.) — **Ве́верица** (Жад.) — **Євірка** (Тур.) —

Digitized by Google

Білиця (Тх. Гл.) — Білиічка (Гл.) — Миицька лісова́ (Л.) — Миицька (Опр. Хит.) — Вéверица (К. Кіц.) — Вевюрка (Маціїова). — Лавиірька (УР.) — Ловиірька (УР.) — Мóвкушка (УР.) — Вовірка (УР*.) — Вивірка (УР.) — Вискічка (УР*.).

Sorex. Spitzmaus. Мідяниця (Д.) — Мідичка (С.) — Мідлиця (Рад.) — Мідка (К. От.) — Мéдичка (М. в.) — Мишýрко (Дун.) — Мідица (Жад.) — Піскор (Тил.) — Дзідик (Рек.) — Рец (Остр.) — Рéцок (В.) — Рицкáль (В.) — Ґрец (Лівці). — Писківка (Пн. plur. писківкий). — Пискýр (Пер. plur. пискорі). — Дзурдз (Оп.) — Дзюрдз (Ван.) — Дзюрдзик (Ван.) — Цьмічок (Бон.) — Пискір (Лем.) — Рджок (Лем.) — Рецок (Лем.) — Цїпкор (Лем.) — Зьджьок (Лем.) — Чунок (Лем.) — Щýрик (УР.) — Піскавка (УР.) — Піцкавка (УР.) — Піцькавка (УР.) — Цьіпавка (УР.) — Скотка (УР*.) — Ирджок (УР*.) — Ирчок (УР*.).

Spermophilus. Ziesel. Сýсель (Струс.) — Сýсол (С. б.).

Sus scrofa L. Wildschwein. ♂ Дикýн (УР.) — ♀ Дикýнка (УР.) — молоді: Дикунчáта (УР.) — ♂ Одинáк (С. п.).

Sus scrofa domesticus. Hausschwein. ♂ Кнор (В.) — Кондій (Вол.) — Кóрноз (Вол.) — Гук (Уст.) — Кóрноз (Ф.) — Керноз або Керниз (Лем.) — Ґондá (УР.) — ♀ Самура (Лем.) — Ґéрля (УР*.) — Ґéрла (УР*.) — Шута (Чабіни УР*.).

Talpa europaea L Gemeiner Maulwurf. Підтічка (Пдлт. Яс.) — Кріт (Вільг. gen. кротá). — Крут (Себ. gen. кротá). — Кертюк (Г.) — Крет (Лем.) — Киртиця (Лем.) — Кертина (УР.) — Кертиця (УР.).

Ursus arctos L. gemeiner Bär. Ведьмідь сиглóвий або Сигленик (С. в.) що сидит по сиглах. — Вівсяник (С. в.) з сірою на кінци серстаю. — Буряник (С. в.) жовтий, дасть ся пригнýти до слýжби. — Медвідь чóрний (Пл.) — ♀ Медвéдице (УР.) — молодий: Тулýк (УР.).

Vespertilio. Fledermaus. Кожáн (Ч.) — Кожéн (Боб.) — Коржéн (Ско.) — Куржéн (Тарт.) — Кучопир (С. б.) — Ливáк (Скл.) — Недопирок (Піт.) — Мишолýпок (Л. Кул.). — Чепиргáч (Уст.) — Пиргáль (Кроп. ст. як змеркáє ся, літáют пиргалі). — Ґац (Св. Пик.) — Пиргáч або Лелик (Не.) — Миш нічнá (Риб.) — Миш літýща (Вч.) — Миш літýча (Тх.) — Політýща миш (Бугрівка). — Лилик або Миш з крилами, Крилáта миш (Спас.) — Миш крилáта

Digitized by Google

(С.) — Дика миш (Кам. вол. Бу. Пр. М. в. Себ. К. Рек. Роз.) — Слїпа́ миш або Лели́к (Мил.) — Леля́к (Скв. н.) — Люле́к (Яр.) — Лїле́к (К.) — Леліяк (Км.) — Лели́к (РМ на посвіт летит лели́к). — Куржéн або Ли́лик (Вільг.) — Лелек (Мац.) — Пергач (Лем.) — Пиргач (Лем.) — Чепиргач (Лем.) — Миш-пиргач (Лем.) — Виш-пиргач або Миш-пиргач (Лем.) — Ґацик (Лем.) — Ґацок (Боч.) — Пирха́ч (См.) — Пергáч, Пиргáч (УР*) — Миш-пергач, Миш-пиргач (УР*.) — Потиргáч (УР.).

б) до номенклятури орнїтольоґічної.

Aceentor alpinus Bechst. Flüevogel. Alpenbraunelle. Бідко (УР*.).

Accentor modularis L. Braunelle. Буроха (УР*.).

Alauda arborea L. Heidelerche. Фірлюлюк (Пн.).

Alauda arvensis L. Feldlerche. Жéрвінок (Мил.) — Богостійник. Богастійник (Т. гнїздó має в борозді). — Набогастій (Кру.) — Набогастійко (См.) — Моли́бі (Опр.) — Трепещу́к (Л. гл. Tinnunculus). — Пікірь (Яс. plur. пікірі. пікірь летит су́ньголов). — Шкаворонок. Шкаворонка (Лем.) — Джаворонок (Лем.) — Молибó (УР.) — Кори́біг (УР.).

Ampelis garrula L. (Bombycilla garrula) Seidenschwanz. Мелюх (Бестр.) — Ямелюх (Лем.) — Чубак (Лем.) — Шандáрок (УР.).

Anas boschas domestica L. Hausente. ♂ Сéлех (Кам. н. сéлех домáшній). — Сéлезень (Під.) — ♀ Качурка (Бли.) — Качушка (Бли.).

Anas penelope L. Pfeifente. Свистáчка (Тор. Струс.).

Anthus. Pieper. Пійка (В.) — Пікавка (Стан.) — Цїньцїнькало (Мач.) — Цїньцїрáнка (Мач.) — Чірка (УР.).

Anthus spinoletta. Полони́нка (УР.).

Aquila. Adler. Гéла. Гéлла (УР.).

Aquila naevia Briss. Schreiadler. Пів'óрлик (Тарт.).

Ardea cinerea L. Fischreiher. Тебли́чка (Не.) — Бáба (Клї. бáба ґу́шу мáв). — Ґóва (УР.).

Astur palumbarius Bechst. Hühnerhabicht. Ястреб (Км.) — Шуля́ка (СВ.) — Скобéц (Ярич.) — Астряб (Лем.) — Ястряб вели́кий (УР.) — Ги́я (УР.) — Астряб курячий (УР*.).

Athene noctua Gray. Steinkauz. Кугик (Лем.) — Кувик (УР*.) — Кугік (УР*.).

Digitized by Google

Bonasia silvestris Brehm. Haselhuhn. Оробéць (Рыб. plur. оробці). — Ярубéць (В.).

Botaurus stellaris Steph. Rohrdommel. Бýкало (Лях. Гі. čech. bukač). — Гук або Гýкало (Виш.) — Водяний бíка (УР.).

Bubo maximus Sibb. Uhu. Пýга (Плч.) — Пýгало (Плв. в.) Кітча сова (Лем.) — Гукарня (Лем.) — Пýга (УР.) — Пýгур (УР.) — Пугуряза (УР.) — Гугýр (УР.) — Совá ухáта (УР.) — Бýга (УР.) — Сова кітча (УР*.).

Buteo vulgaris Bechst. Mäusebußhard. Мишвáк (Д.) — Мишоїда (Криниця).

Caprimulgus europaeus L. Nachtschwalbe, Ziegenmelker. Нічвúд (Л. я. а пиргач = vespertilio). — Нічновúд (Яб.) — Дремлюга (Тись.) — Дрімлюх (С. б.) — Лежух (Лем.) — Сліпýх (УР.).

Charadrius pluvialis L. Goldregenpfeifer. Послотюх (Мерв.) — Ґнóйка (Ва. на дощ свище). — Сївка (Виш. сїви и сїдают на мак). — Сúвка (Рі.).

Chelidon urbica Boie. Stadtschwalbe, Mehlschwalbe Лáстівка кýца (УР.). — Білогýрка (УР.).

Ciconia alba L. Weißer Storch. Бýзян (Мик.) — Бóцян (Вільг.).

Cinclus aquaticus Brehm Wasseramsel, Wasserschwätzer. Чепáк (Ям.) — Гайдýк. Гайдучóк (Заб) — Прóнурка. Прóнурок (С.) — Прóнурець (Яс. чéпкає по водї). — Нуркó (Лоб.) — Білóгруд (Кру.) — Водняк (Лем.) — Пнóрурок (УР. місто: Прóнурок). — Білогрýдець (УР.) — Рінка (УР*.) — Водній кіс (УР*.).

Coccothraustes vulgaris Briss. Kirschkernbeißer. Траскотїй (С. в. їсть кістки (властиво не кістки, тілько ядра) черешéнь, горóх і розсáду). — Горохоїд (См.) — Кострýба (Стру.) — Кістáр (Пол.) — Лущáк (Ол.) — Грубопúсок (Ку.) — Кляс (М.) — Клїщ (Кос. на Оп.) — Черемхоїд (лущит камінцї черемхи і черешень). — Вишняр (Гра.) — Грубодзюб (М. в.) — Розсáдник (Г. н.) — Кіналь (Оп.) — Чупкар (Лем.) — Арматка (Лем.) — Товстонíс (УР.) — Товстопúсок (УР.) — Черешняник (Лисиче, в Мармарошчинї). — Черешняр (УР*.) — Черешняк (УР*.) — Чупак (УР.).

Columba. Taube. ♂ Голубóк (УР.) — ♀ Голубкáня (УР.).

Columba oenas L. Hohltaube. Дуплáк (Радр.) — Деревнúк (М.) — Синяк (УР.).

Colymbus. Taucher. Пóнур (Сос. Бар.).

Digitized by Google

Coracias garrula L. Blauracke. Mandelkrähe. Красóта (Вільг.) — Мóрска ворóна (Бар.) — Крáса ворóна (М. в.) — Мáндельник (Керн. сідáє по манделях). — Красóха (Ско.) — Синюх (Верхр.) — Кáвка нирська (УР.) — Нирська ворóна (УР.).

Corvus corax L, Kohlrabe. Óрон (Єв.) — Крамко (Ван.) — Гавран (Лем.) — Кромкач (Лем.)

Corvus cornix L. Nebelkrähe. Сніговá ворóна (Тор.).

Corvus frugilegus L. Saatkrähe. Гáльворон (Гра.).

Coturnix communis Bonn. gemeine Wachtel. Пíдколоть (Пол.) — Підколóтько (Б.) — Перепювка (Розтк.) — Підколóсниця (Піт.) — Перпелиця (Кроп. ст.) — Перепíлка (Не. Мал.) — Пелепелиця (К. Ста.) — Підпаўок (Чор.) — Підпалок (Лем.) — Підпалак (Лем.) — Підпалайка (Лем.) — Підсколоцка (Лем.) — Трепілка (Лем.) — Трепюлка (Лем.) Кýцкурудз (УР.) — Пíдполотя (УР.) — Перепéриця (УР.) — Переперíця (УР. Переперíця лем ýхватит ся мáленько, та сяде упят дáле мáленько). — Перепівка або Підпалок (УР*.) — Пíдколос (УР.) — Препілка (УР*.).

Cotyle riparia Boie. Uferschwalbe. Пецýх (Брщ.) — Попецýх (М.) — Щур. Щýрик (С.) — Щýрик (Тур.) — Підберéжок (Ва.) — Підберéжник (Мал.) — Підберéжка (Рад.) — Берéжниця (Св.) — Поберéжник (Риб., Піс.) — Поберéжниця (Бор.) — Береговéнник (Жад.) — Дика лáстівка (УР.) — Берегівка (УР*.).

Crex pratensis Bechst. Wachtelkönig. Дерчáк (Хат. Жид. Сор.) — Дерьгáч (Бистр.) — Дерпáк (Ул.) — Петрó (Б. Лоб. Пол.) — Ґедз (Рі). — Ґедзок (Рі.) — Ґецко (Рі.) — Ґецак (Рі.) — Гибок або Хрущель (Бон.) — Скрипак (Бли.) — Тритко (Ван.) — Хрущель або Хрущ (Бон.) — Петро (Лем.) — Хрящ (Лем.) — Скрипак (Лем.) — Каспер (Лем.) — Рапак (Лем. рапак рапче). — Рапач або Рапчик (УР*.) — Хрящ (УР*.) — Грабок (УР*.) — Грабáк (УР*.) — Тирчак (УР*.) — Скрип або Косиць (УР.) — Косéць (УР.) — Косáк (УР.) — Фоґóля (УР. мад. fogoly Rebhuhn).

Cypselus apus Illig. Mauerschwalbe, Turmsegler. Чóрна лáстівка (Не.) — Юрик (Лем.) — Серпóкришка (УР.) — Серпóкрилець (УР.) — Юрик (УР*.) — Юричок (УР.*).

Cuculus canorus L. Gemeiner Kukuk. Зізýлька (Бор.) — Кукýлка (Лї.) — Зозуля (Лем.) — Кукавка (Лем.) — Кукучка

Digitized by Google

(Лем.) — **Кукучка** (УР*.) — **Кокучка** (УР*.) — **Кукавка** або **Зозуля** (УР*.).

Emberiza citrinella L. Goldammer. **Жовтóрубок** (Ряб.) — **Жовтóбрушка** (Гл.) — **Жовтýрка** або **Жовторýзка** (Хот.) — **Жовторýз** (Виш.) — **Жовтýлька** (Л. Кул.) — **Беривíз** (Угр.) — **Смаровíз** (Пдл.) — **Жовтóгрудок** (Опр.) — **Жовтюшка** або **Жовтóбрушка** (Скв. н.) — **Жовторудка** (Лем.) — **Жовтóгрудок** (УР.) — **Жовтяк** (УР) — **Жóвтое пóтя** (УР.).

Emberiza cirlus L. Zaunammer. **Пóцьвірок** (Гру.) — **Пóсвірж** (Лї.).

Emberiza miliaria L. Grauammer. **Карнáтка** (Вільг.) — **Скригнáтка** (Фіть.) — **Вівсянка** (Мил.).

Emberiza schoeniclus. L. Rohrammer. **Тростяник** (Стїб.) — **Пóтрост** (Не.).

Enneoctomus collurio Gray. (Lanius collurio L.) Dorndreher. **Сикіт** (Ва.) — **Тернíвка** (Ва.) — **Ячик** (Мерв.).

Erythacus rubecula. Rothehlchen. **Королéць** (Л. К.) — **Рудняк** (Раг.) — **Підпáленик** (Л.) — **Червене вольце** (Лем.) — **Черленогрýд** (УР.) — **Червеняк** (УР.) — **Червенячок** (УР*.) — **Червéне вóлько** (УР*.)

Falco aesalon L. Zwergfalk. **Кóбчик** (Дуб.).

Fringilla cannabina L. Hänfling, Bluthänfling. **Колопéнька** (Пл. Тх.) — **Маковéй** (С. в.) — **Маковíйчик** (Заб.) — **Макоїд** (Кру.) — **Макодзьóбик** (Кос. на Оп.) — **Маколýс. Маколýсик** (Л. К.) — **Маколýп** (Кроп.) — **Коноплячок** (Рі.) — **Коноплянник** (Лем.) — **Конопляpь** (УР.) — **Коноплярка** (УР*.).

Fringilla carduelis L. Stieglitz. Distelfink. Distelzeisig. **Щикель** (Дїд.) — **Арматка** (Лем.) — **Армелик** (Лем.) — **Армілок** (Лем.) — **Армілка** (Лем.) — **Осетáрь** (УР.) — **Катýньчик** або **Штиґлїнц** (УР.) — **Цинґель** (УР*.) — **Щéнґлїк** (УР.) — **Штиглик** (УР*.).

Fringilla montium L. Berghänfling. **Юрко** (Стан.).

Fringilla coelebs L. Buchfink. **Шпінька** (Верхр.) — **Шпінькало** (Верхр.) — **Потрíнькач** (Ул.) — **Пíнка** (Глиньс.) — **Пíнкас** (О. Мач.) — **Пíнькус** (Виш.) — **Армелик** (Лем.) — **Армілок** (Лем.) — **Армілка** (Лем.) — **Пінка** (Лем.) — **Дзябок** (Лем.) — **Чíнтаз** (УР.) — **Березíвка** (УР.) — **Буківник** (УР*.) — **Букодїрка** (УР*.) — **Букодїрча** (УР*.) — **Пінка** або **Пінька** (УР*.).

Digitized by Google

Fringilla spinus L. Zeisig. Цáйзлик (УР.).

Fulica atra L. schwarzes Wasserhuhn. Bläßhuhn. Лúсиця (Лбл. Замч.).

Galerita cristata Boie. Haubenlerche. Чукурúн (К. Стан.) — Чукурлíя (РМ.) — Чукурлáн (РМ.) — Жéворонок чубáтий (Дал.) — Чорпíта (Колом.) — Чоропíта (Ус.) — Смітюх (Стр.) — Посмітюшок (Стан.) — Посмітюха (Терн.) — Ґéлавец (Стр.) — Кéлавец (Стр.) — Шкаворонок зимовий (Лем.) — Барбачíя (Лем.) — Чубáнька (УР.) — Чукурдéй (УР.) — Ковпáнька (УР.) — Тутулїй (УР.) — Ховпáня (УР.) — Ховпáнька (УР.) — Ховпýн (УР.) — Барбачія (УР*.).

Gallinula chloropus Lath. gemeines Teichhuhn. Пекýлька (Кп. Рек.).

Gallinago gallinula L. Moorschnepfe. Барáньчик (УР.) — Баранок (УР*.).

Gallus domesticus Briss. Haushuhn. ♂ Пíтель (Стан. „по прóсту: „когут", а по старорускі: „пíтель"). — Співáк (Себ.) — Пíвень (Пдл.) — Пíвник (Пдл.) — ♀ Квочка = Квíчка (Вол.) — Клýчька (УР.) — Кóкош (УР.) — Кокóшка (УР.) — Кýриця (Яс. УР.) — молоді: Цюпата (Пдл. єднó цюпа). — Цїпа (Раг.) — Цюпка (Раг.) — Цїпя́ (С.) — Цїпка (С.) — Цюра (Ч. єднó цюра). — Пíтя (Яс. plur. пíтята). — молодий самчик: Когутя́ (Яс.).

Garrulus glandarius Vicill. Eichelheher. Markolf. Верещáйка (Лоб.) — Сíйка (Лем.) — Джеджóра (УР.).

Hirundo. Schwalbe. Ясківка (Блн. Оп. Остр.) — Гластівка (Лем.) — Лáстовиця (УР.).

Hirundo rustica L. Rauchschwalbe. Красýлька (Ф.).

Iynx torquilla L. gemeiner Wendehals. Крутоголóва (Боя.) — Крутиголóвка (Брщ.) — Скрутоголóвець (Піс.) — Закрутúголова (Лук. н.) — Крутиголóвок (Дал.) — Крутїй (Дев.) — Крута голова (Лем.) — Сич (Лем.) — Сичак (Лем.) — Ґівґор (Лем.) — Ґівґач (Лем.) — Крутúголовок (УР.) — Крутоголóвок (УР.) — Крутúголовка (УР.) — Кривовя́з (УР*.) — Крутиглав (УР*.) — Крутоглав (УР*.) — Крутоглавка (УР*.) — Сичак (УР*.).

Lanius excubitor L. großer Würger. Сорóкуш (Мерв.) — Сорокýш (Мил.) — Сорокогóн (Кун.) — Сорокáч (ВМ.) — Чякотїй (Гі.) — Шоропýд (Сем.) — Сорокопýда (Ва.) — трахопýд (Кос. на Оп., Зар.) — Соркáч (Оріх.) — Сорокáч

Digitized by Google

(Рад.) — Сикіт (Ва.) — Ґіб (Лем.) — Щикач (Лем.) — Чик (Лем.) — Чок (УР.) — Бараньчик (УР.) — Чик (УР*.) — Терняк (УР*.) — Стракош (УР*.).

Loxia curvirostra Gm. Fichtenkreuzschnabel. Крижодзюб (Ско.) — Шишкарь (УР.) — Шишкарик (УР.) — Кривонос (УР*.).

Lusciola philomela Bp. Nachtigall. Соловієць (Кроп.) — Комплїш (Від.) — Словак (Ул.) — Соловик (Кор.) — Лозиняк або Соловій (Лем.) — Щувак або Лозиняк (УР*.) — Лозинчак (УР*.) — Лозиняк (УР*.).

Machetes pugnax Cuv. Kampfhahn. Мокляк (Дерев.) — Болотюх (Мач.).

Meleagris gallopavo L. gemeines Truthuhn. ♂ Трухан (Гл. РМ.) — ♀ Трушка (Гл. РМ.) молоді: Трушета. Трушинета (Гл. РМ.) — ♂ Трух (Стац.) — ♀ Трушка (Стац.) молоді: Трушенета (Стац.) — ♂ Трухан (Ус.) — ♀ Труханка (Ус.) молоді: Труханета (Ус.) — ♂ Гиндик (Ож.) — ♀ Гинди́чка (Ож.) молоді: Гинди́нета (Ож.) — ♂ Індор (Ван.) ♀ Індурка (Ван.) — ♂ Пуляш (Лем.) — Индюр. Индор (Лем.) ♀ Инди́чка (Лем.) — ♂ Пулькач (УР.) — Пуляк (УР.) ♀ Пулька (УР.) молоді: Пульчата (УР.) — Пульчинята (УР.).

Merops apiaster L. gemeiner Bienenfresser. Шурок (Дун.).

Milvus. Milan. Канюк (Оріх.).

Monedula turrium Brehm. (Corvus monedula L.) Turmdohle. Кранка (Риб. кранки гнїздет се в шкалах, плодет се в дебрах). — Цявка (УР.).

Motacilla. Bachstelze. Бляставка (Ку.) — Фляска (Дов.) — Фляска (Риб. Яс.) — Поберегулька (Кес. на Оп.) — Ляскавка (Мач.) — Бляскавка (Мач.) — Пляскавка (Бог.) — Пастушка (Д. Оп.) — Трясидупа (Пол.) — Трясідупа. Трясидупа. Трясидупка (Лем.) — Пастирка (Лем.) — Кивайло-дупа (Лем.) — Кивай-дупа (Лем.) — Пляска (УР.) — Плястка (УР. РЕ.) — Бляска (УР*.) — Трепихвостка (УР*.) — Трусихвостка (УР*.) — Трясидупа (УР*.) — Трясихвостка (УР*.) — Трясихвоста (УР*.) — Трясихвост (УР*.) — Трясигузка (УР*.) — Трясигузишка (УР*.).

Motacilla alba L. weiße Bachstelze. Зазулина кухарка (Гі. Л. К. висиджує яйця зазулї). — Бляскалка (Ож.) — Польска ластівка (К. польский = полевий). — Клинец (Пдг. миркає хвостиком). — Маслянка (Не.) — Пастушка кіньска (Бат.)

Digitized by Google

— **Перебігу́лька** (Осгрв.) — **Макі́вка** (Ilic.) — **Коса́рь** (Км.) — **Пли́стка біла** (УР.).

Motacilla flava L. (boarula L.) Schafstelze. Viehstelze. gelbe Bachstelze. **Коро́вя пасту́шка** (Бар.) — **Пасту́шка коро́вска** (Бар.) — **Вівче́рик** (Ус.) — **Поболотя́нка** (Б. в.) — **Пастушо́к кіньский** (Ул.) — **Пасту́шка** (Ож. Лем.) — **Пли́стка жо́вта** (УР.).

Motacilla sulphurea Bechst. (boarula Penn). Gebirgsstelze. **Пли́сква** (УР.) — **Пліства** (УР.).

Nisus communis Cuv. (Falco nisus L.) gemeiner Sperber. **Шуля́к. Щулечо́к** (С. б. Бор. Вільг.) — **Розщиба́к** (Жад.) — **Крегуле́ць** (В.) — **Ястрібчу́к** (Ст. н.) — **Скіп** (Гі. gen. скопа́). — **Ястріб воро́бечий** (Ва.) — **Скригу́лька** (Лоб.) — **Астрябік** (Лем.) — **Крагулец** (Лем. Ваг.) — **Крягулец** (Рі.) — **Ястріб по́течий** (УР.) — **Крагулец** (УР*.) — **Пташачар** (УР*.) — **Астряб пташачий** (УР.) — **Астрябик** (УР*.).

Nucifraga caryocatactes Briss. Nussknacker. **Лускогорі́х** (РМ.) — **Луско́ріх** (Рвб.) — **Русколі́х** (Баб. місто: лускоріх). — **Скерищайка** (Пол.) — **Оріхарь** (Лем.) — **Оріхівка** (Лем.) — **Лускогорі́х** (УР.) — **Оріхар** (УР*.) — **Оріщанка** (УР*.) — **Оріщар** (Лем.) — **Оріщарка** (УР*.).

Numida meleagris L. gemeines Perlhuhn. **Турецка кура** (УР*. походить не з Турциї, тілько з полудневої Африки).

Oriolus galbula L. Goldamsel. Pirol. **Купителю́га** (Тор.) — **Купителю́жник** (Тор.) — **Телю́га** (Бар. Тор.) — **Потелі́жник** (Не.) — **Пітелю́га** або **Купителю́га** (Стар.) — **Ві́льга** (М. в.) — **Ви́льга** (Лі.) — **Во́льга** (Св. Стра. Лук. н.) — **Воловіга** або **Суровіга** (В.) — **Євила** (Лбл.) — **Сі́ва Ядвіга** (К. Рад.) — **Сірогі́ра** (Бор.) — **Ги́вила** (Вільг.) — **Ивовга** (Пл.) — **Івул** (Д.) — **Олі́йник** (Д.) — **Євка** (Ніж.) — **Єговда** (Руд.) — **Ги́вила** (С.) — **Филю́га** (Гра.) — **Олі́яр** (Зан.) — **Олі́ярник** (Хот.) — **Черешнеї́д** (Вой.) — **Черешо́нник** (Жад.) — **Соловій** (Від. Ва. Бу.). — **Іговна** (Бон.) — **Иголий** (Лем. — **Иголийка** (Лем.) — **Игола** (Лем.) — **Иговда** (Лем.) — **Жо́втий друзд** (УР.) — **Фюкадло** (УР*.) — **Златий птах** (УР*.).

Otis tarda L. grosse Trappe **Дро́фа** (Б. в.).

Otus vulgaris Flem. Waldohreule. **Бугуре́за** (УР) — **Бугуре́ць** (УР.) — **Гугуре́ць** (УР.).

Palumbus torquatus Kaup. (Columba palumbus L.) Ringeltaube. **Грива́к** (Д. С.) — **Горла́ч** (Ул.) — **Ви́тютень** (Руд.).

Digitized by Google

Parus coerulens L. Blaumeise. **Синик** (Уст.).

Parus major L. Kohlmeise. **Синитка** (Кроп. ст.) — **Синик** (Лем.) — **Сикор** (Лем.).

Passer domesticus L. Haussperling. **Воробель** (Піст.) — **Горобель** (Уст.) — **Воробель** (Лем.).

Passer montanus L. Feldsperling. **Дикий воробель** (УР.).

Pavo cristatus L. gemeiner Pfau. ♂ **Павій** (Дерев.) — **Павун** (Від.). — ♀ **Павунка** (Від.) — ♂ **Паук** (Стрв. також „паук" Arachna, Spinne). — ♂ **Паун** (Жад.) — ♀ **Пауниця** (Жад.) — ♂ **Павир** (Прп.) — ♂ **Павур** (Лем.) — ♀ **Павурка** (Лем.) — **Павурица** (Лем.).

Perdix cinerea Lath. gemeines Repphuhn. **Карапата** (Ож. Від.) — **Куропата** (Уст. Лбл.) — **Куропатица** (Сл.) — **Куріпатра** (Лем.) — **Куропатра** (Лем.) — **Куропатла** (Лем.)— **Кріпка** (УР.) — **Куропата** (УР*.) — **Куропатка** (УР*.) — **Куропатла** (УР*.) — **Куропатра** (УР*.) — **Куропка** (УР*.) — **Куріпка** (УР*.).

Phyllopneuste trochilus Bp. (fitis Bechst). **Ючик** (Стру.) — **Війчик** (Бон.) — **Війчичок** (Ван.) — **Фітчик** (Лем.) — **Вітик** (Лем.).

Phyllopneuste rufa Lath. Weidenlaubsänger, kleiner Weidenzeisig. **Вербинка** (Дун.) - **Лозиняк** (Лем. УР*.) — **Лозинячок** (Лем. УР*.).

Picus. Specht. **Дзюбдерево** (Бог.) — **Дзюбдерево** (Ст. н.) — **Кудерево** (С. в. Семак.) — **Дзьобавка або Малайка** (Виш.) — **Товкач** (Підл.) — **Деклик** (К. Кп.) — **Декол** (М. в.) — **Дьоґлик** (коло Бу.) — **Дзьоґан** (к. Стан.) — **Джоґанка** (к. Стан.) — **Довбало** (Мерв.) — **Детлик** (РМ. детлик гивкае на дожь). — **Ґетель** (С. б.) — **Дзьоґлик** (Гі. дзьоґае дерево). — **Ґлеґун** (Спас. бо ґлюе дерево). — **Ятіль** (Дев.). — **Дзьоґладок** (Бу.) — **Дзьомба** (Бат.) — **Добаш** (Стор.) — **Покобтач** (Від.) — **Довбуш** (Ярич.) — **Довбусь** (Мерв.) — **Яків** (Х.) — **Дядьок** (Скв. н. Верхр.) — **Дедлик** (Лбл.) — **Дзьоґлик** (Прп.) — **Дзеґлик** (В. м.) — **Торомба** (Дов.) — **Довбало** (Глиньс.) — **Добуш або Добало** (Піт) — **Жона** (Скв. н.) — **Добак або Добач** (Скв. н.) — **Ятла** (Тур.) — **Ґльоґач** (Вільг.) — **Дзекіл** (Роздж. по дереві д юбают дзеклї). — **Ґедлик** (Руд.) — **Ґетель** (Боб.) — **Дзендзьор** (С. б. cf. польск dzięcioł). — **Дедлюх** (Мил.) — **Ґеґель** (Ско.) — **Дуплак або Довбар** (Піс.) — **Подовбидерево** (Кіц.) — **Ковтаница** (Жад.) — **Ковтач** (Гл.) — **Гаракай** (УР.) — **Дятел або Дятер** (УР.) — **Жорва** (УР.) —

Digitized by Google

Журвá (УР.) — Дзьобáк (УР.) — Ґéтель (УР.) — Покóвтач (УР.).

Dryocopus. Schwarzspeeht. Жовна чорна (Лем.)

Picus (Gecinus). Grünspecht. Жовна зелена (Лем.)

Dendrocopus. Buntspecht. Жовна тарчаста (Лем.) — Жовна страката (УР*.).

Podiceps cristatus Lath. Haubentaucher. Haubensteißfuß. Козá (Стру.)

Pyrrhula rubricilla Pall. (vulgaris Cuv.) gemeiner Gimpel. Dompfaff. Снїгар (Брщ.) — Ґиль (Не.) — Снїгар (УР*).

Regulus. Goldhähnchen. Ксьóидзик (Дерев.) — Златоглава (УР*) — Золотоголовок (УР*).

Ruticilla phoenicura Bp. Gartenrotschwanz. Пшикач (Ван.) — Черкітка (Лем.) — Червенодýпець (УР.).

Ruticilla tithys Bechst. Hausrotschwanz. Коминяр (Pi.) — Чорногрудка (УР*).

Saxicola. Steinschmätzer. Камінáр (Виш.) — Каменюх (Верхр.) — Підкаменюх (Глиньс). — Землюнка (Крех.) — Поярýжник (Дев.) — Камінчак (Лем.) — Купей (Лем.) — Купник (Лем.) — Купняк (Лем.) — Камінка (Лем.) — Каменний птах (УР*) — Каменяк (УР*) — Каменяр (УР*) — Камінчак (УР*) — Камінчар (УР*) — Скальчак (УР*).

Saxicola oenanthe Bechst. Weißkehlchen. Біла гуза (Лем.) — Білогузка (Лем.).

Scolopax rusticola L. Waldschnepfe. Слонь (Гі.) — Слонька (Гі. Ул.) — Сломéц (Ву.) — Слук (УР*) — Шнепа (Лем.) — Щ'нап (УР.) — Шнеп (УР*).

Sitta europaea L. Blauspecht, Kleiber. Прилїпка (Обор.) — Чмóвжик (Кп.) — Піддятел (С.) — Довбáчка (Стрб. також менший picus) — Ковальчýк (Шіс.) — Під'ядлівчак (Лем.) — Чмовх (Лем.) Чмóвжик (УР.) — Чмовжій (УР.) — Чмовх (УР*).

Spatula clypeata Boie. Löffelente Плесконóса кáчка.

Sterna. weißbäuchige Seeschwalbe. Риболáп (Кп.) — Рибоїд (См.) — Риболóв (Виш.) — Водáй (К.) — Сéрпик (Кру.) — Рибáк (Рад.) — Рибéц (Вільг.) — Рибник (Стеб. Лем.) — Рибар (Оп.) — Рибелюх (Лем.) — Рибак (Лем.) — Риболяк (Лем.) — Водник (Лем.) — Водяник (Лем.) — Рибак (Лем.) — Рибель (Лем. — Рибеляк (Лем.) — Водний птах (Лем.) — Рибовій (Лем.) — Рибовійка (Лем.) — Рибар (Лем.) — Ри-

Digitized by Google

болóв (УР.) — **Риболíв** (УР.) — **Риболýв** (УС.) — **Риборю́х** (УР.) — **Галáс** (УР.) — **Рибак** (УР.*) — **Рибчáк** (УР.*) — **Рибарíвка** (УР.*) — **Рибеляк** (УР.*) — **Рибник** (УР.*) — **Рибовчак** (УР.*) — **Риболяк** (УР*) — **Рибарка** (УР.*) — **Рибарік** (УР*) — **Рибяр** (УР.*).

Sturnus vulgaris L. gemeiner Staar. **Шпаґ** (Сл.)

Surnia ulula Bp. Sperbereule. **Гýля** (Лем.) — **Лéліт** (Тх.) — **Лелет** (Лем.)

Sylvia. Grasmücke. **Покрúвник** (Брщ.) — **Підкропúвник** (Піс.) — **Підкропúвка** (Мал.) — **Кропúвник** (Пол.) — **Покрúвка** (Дун.) — **Покропúвник** (Не.) — **Пожелúвник** (Бистр.) — **Желúвник** (Ул.) — **Коприв'як** (Лем.) — **Коперняк** (Лем.) — **Травянка** (УР.) — **Жалúвник** (УР.) — **Коприв'як** (УР.*).

Sylvia cinerea Bechst. Dorngrasmücke. **Волосéнка або Зазýльча кýхарка** (Гі.)

Syrnium aluco Boie. Waldkauz. **Пигúч** (Виш.) — **Гугурéц** (РМ.) — **Лелет** (УР.*).

Tetrao tetrix L. Birkhuhn. **Чúчвір** (С.) — ♂ **Когýт дúкий**. ♀ **Когутúця** (Кроп.) — ♂ **Катервáк** (УР.) — **Мартівнúк** (УР.) — ♀ **Катервáчка** (УР.) — **Мартівнúчка або Тетéра** (УР.).

Tetrao urogallus L. Auerhuhn. ♂ **Ґóтур** (Auerhahn) — ♀ **Ґóтка** (Auerhenne) (У.Р.) — ♂ **Ґóтиц** (РМ.) — ♀ **Ґóтица** (РМ.).

Tinnunculus alaudarius Gray. (Falco tinnunculus L.) Turmfalk. Rüttelfalk. **Мишолóвець** (Пл) — **Вітролóм** (Сл.) — **Гонéц** (Ксс. на Оп.) — **Трепещýк** (Л. також жайворонок, alauda) — **Ковбéць** (УР.) — **Шкобéць** (УР.) — **Мишелівка** (Лем.) — **Мишолівка** (УР.*).

Totanus. Wasserläufer. **Коловодúця або Коловóдник** (УР.) — **Повіднік** (Мал.) — **Кулíґа** (Лем.) — **Болотéнник** (Л. н.).

Troglodytes parvulus Koch. Zaunschlüpfer. Zaunkönig. **Ломовúй корóлик** (Хиг.) — **Підліжок або Підліжка** (Ст. м.) — **Зводíй** (В.) — **Поплітник** (Добрус.) — **Стрілúпліт** (Зам.) — **Мишогрíб** (Скол.) — **Дурíйчик** (Рзг.) — **Дурéц** (Лоб. дурýв) **Дурúльце** (Слав.) — **Дýрич** (Ва.) — **Дурихлóпчик** (Вб.) — **Дурибáба** (Ул. Л. я.) — **Дурúбабка** (Стеб. Бл.) — **Дурóсвіт** (Мерв.) — **Дурúсвіт** (Стру. Рик.) — **Підбýрник** (К. Сн.) — **Облýда** (Мал.) — **Блýдик** (Острв. Гу.) — **Нúчка** (Себ.) — **Кадýк. Кадучóк або Волóве очко** (Пря.) — **Шпалюшóк**

Digitized by Google

(Гра.) — Тріщ (Яб.) — Трішюк (РБ.) — Ломівнйк (Скл. Сл.) — Лімчу́к (С.) — Трескопліт (Кру.) — Жи́рлик (Пл.) — Бо́бік (Не. Св.) — Око волове́ (Сл.) — Волово́е во́ко (Мал.) — Волово́'е во́чко (Хот.) — Оло́ве во́ко (Виш.) — Волове́ во́ко (РМ.) — Воло́ве ві́чко (Жад.) — Мишова́ пта́ха (Дев.) — Пецушо́к (Верб.) — Коро́ль (к. Н.) — Гульбіда́ К. Кіц. загули́т чоловіка = задурит,) — Ломови́к (Пдлт., коло Сигота) — Поплоток (Ван.) — Бібок (Бон.) — Бичей око (Ол.) — Мишокрілик (Лем.) — Крілик (Лем.) — Кролик (Лем.) — Мишовій (Лем.) — Мишовійка (Лем.) — Мишій кріль (Лем.) — Овад (Лем.) — Орішок (Лем.) — Ріжджак (Лем.) — Зводітель (Лем.) — Ломак (Лем.) — Ломачок (Лем.) — Ломик (Лем.) — Зводитель (Лем.) — Зводителик (Лем.) — Зводительчик (Лем.) — Зломча (Лем.) — Мишка (Лем.) — Королик (Лем.) — Ло́мик (УР.) — Ломо́вий або Ломови́й коро́ль (УР.) — Ломови́й коро́лик (УР.) — Волово́е во́ко (УР.) — Волово́е ві́чко (УР.) — Коро́ль (УР.) — Коро́лик (УР.) — Царик (УР.*) — Мишачок (УР.*) — Орішок (УР.*) Орішец (УР.*) — Кріль (УР.*) — Крілик (УР.*) — Кролик (УР.*) Пташачий краль (УР.*) — Рихтарик (УР.*) — Пецушок (УР.*) — Мишій краль (УР.*).

Turdus merula L. Amsel. Schwarzamsel. Окі́с. (Прн. plur. окóси) — Ко́са (УР.) — Кос (РМ.).

Turdus musicus L. Singdrossel. Zippe. Дро́здиця (УР.)

Turdus pilaris L. Wachholderdrossel. Krammetsvogel. Квич (Лем.) — Квичаль. Квічаль (Лем.) — Ядуївчак (Гра.) — Мелюх (Гра.)

Turdus torquatus L Ringdrossel. Ringamsel. Грива́к (УР.) — Гривна́к (УР.) — Кіс гривка́стий (УР.) — Кіс ласи́стий (УР.) — Ко́са пошийка́ста (УР.).

Turdus viscivorus L. Misteldrossel. Schnarre. Тарка́ч (Пол.) — Чирка'ч (Ван.) — Тріскучий дрозд (Лем.) — Тріщ (Лем.) — Черка́ч. Чиркач (Лем.) — Чирч (Лем.) — Тирч (Лем.) — Тирчак (Лем.) — Чирчак (УР.*).

Turtur auritus Bp. (Columba turtur L.) gemeine Turteltaube. Пру́кавка (ВМ.) — Пту́кавка (Лоб.) — Тру́чка (Лоб.) — Пру́тавка (Рик.) — Ту́ркалко (Б.) — Ту́тавка (Глиньс. Хот. Виш.) — Пруга́йка (М.) — Ту́торка (Мерв. турка́ют ту́торки) — Турка́ч (Вол. Кру.) — Торонда́ (Ст. н.) — Торомба́ (Риб.) — Ту́кавка (Оріх.) — Ту́ркочка (Мал.) — Ту́ркічка (Дун.) —

Digitized by Google

Тýртош (Мах.) — Тýркалка (Ож.) — Плýжак (Р.) — Гýркавка (Ва.) — Гóрличка (С.) — Гéрлице (Гра.) — Орлик (Т.) — Орлице (Рздл. — Турок (Ван.) — Тутáйка (Лем.) — Туркавка (Лем.) — Птукач (Лем.) — Птукавка (Лем.)

Upupa epops L. gemeiner Wiedehopf. Фýтко (Бор.) — Вýдкало (Гі.) — Вýдвуд (Ож. Во. Гн. Жад.) — Дýдок (С. б.) — Вýдвудок (Остр.) — Одгуд (Сл.) — Дýндало (Стру. бо дýндає або кричúт: вудвуд!) — Гýдок (Д. Гру.) — Одуд (Бистр.) — Дýдок (Тор.) — Гýдик (Нянь.) — Гýдик або Гúпко (М.) — Гýпко (Мал.) — Вýдко (Бор.) — Фýтко (Св.) — Вýдок (Сос.) — Гíпко (Не.) — Дýдок або Вýдкало (Лбл) — Дýдлик (Вільг.) — Сінокóс або Туркóтало (Виб.) — Дýдок. Пóльска зазýля або Смердю́х (При.) — Жидівска зазýля (Д.) — Вýток (Рек.) — Гудок (Бли.) — Гупко (Кор.) — Гипко (Ван.) — Дудко (Чор.) — Футок (Лем.) — Футик (Лем.) — Футко (Лем.) — Лубок (Лем.) — Слотняк (Лем.) — Воняк (Лем.) — Худко (Лем.) — Худок (Лем.) — Удуд (УР.) — Попікáч (УР.) — Попукáч або Угóрска зазýля (УР.) — Годко (УР.*) — Хутко (УР.*) — Хуток (УР.*) — Гудко (УР.*) — Лупко (УР.*) — Худик (УР.*).

Vanellus cristatus Meyer (Charadrius vanellus L.) gemeiner Kiebitz. Кéбавка (Мач.) — Кúбиска або Чáйка (Скв. н.) — Чéйка (Гі.) — Кúбиска (Піс.) — Кéбис (Брщ.) — Кúба (Куп.) — Кíба (Скол.) — Скéбиска (Ст. м. Стра.) — Кéльбаска (Кам. л. за тим називáє ся, що скигúкає) — Кігíчка, Кигúчка (Св. Гл.) — Кýвик або Слотовá птáха (Кру.) — Кéвба (Бл.) — Пигúкавка (Гра.) — Пíгриц (Пін. д.) — Пігрицóк (Пін. д. пігрицóк пíкає) — Пигúчка (к. Ком.) — Підскúбиця (Не.) — Цúганка (Верб. Дерев.) — Квикýн (УР.) — Лíбуц. Лíбус (УР. magy libucz).

Пр. Слúвяк (Ва.) птах, в будлаках се виводит.

в) до номенклятури герпетольоґічної.

Anguis fragilis L. Blindschleiche Падалю́х (Слав.) — Пáдаличник (Стру.) — Пáданец (Дун.) — Пáдавка (С. н.) — Пáдальниця або Падýлька (Д.) — Пáдалець (С. б.) — Падалю́к (Раг.) — Пáдалїшник (Ден.) — Слїпáк (Гл.) — Слїпáчка (Сл. Орв.) — Слїпáне (Яс.) — Жóвтий Гладýн (Во.) — — Веретíльница (Км.) — Слїпак (Лем.) — Веретільніця

Digitized by Google

(Лем.) — Веретурниця (Лем). — Веретюрниця (Лем.) — Слїпáчка (УР.) — Слїпýшка (УР.) — Слїпáк (УР.) — Гладяк (УР.) — Гладюк (УР.).

Bombinator igneus Rösel. Feuerkröte. Unke. Кýмкавка (Ф.) — Сорокáта гадь (Стеб.) — Нічник (Риб. в кабýшках квичит) — Кýмик (Гл.)

Bufo. Kröte. Пóха (Хот.) — Пóрхалка (Т. Белз.). — Рáпанка (Ож.) — Рáпавка (РМ. Гл.) — Рапáта жáба (К). — Ропáвка (В.). — Рóпа (Виш. Семер.) — Землячка (Виб.) — Землянка або Шкрáба (Спас.) — Скрега (Замч.) — Скóга (Кре. Кун.) — Земляка (Кам. л.) — Порохнáвка (Лоб. Гру. — Порохнáлка (Д.) — Пóрхавка (Т. Лї.) — Пýрхавка (Бол.) — Жаба ропухáта (Орв.) — Рéпуха (В. М. — Чарапиха (При.) — Підтрáмниця (Уст.) — Рапýля або Бечýчка (Бс.) — Коропáтва (Сл. Тил.) — Коробáня (Підг.) — Чапарáха (Себ.) — Ропухáня (Д. забобон: до неї би се косá не чепила) — Підлїжниця (Торч.) — Підлїжниці (Ст. м.) — Коропáне (Яс.) — Порхавка (Ван.) — Коропатва (Лем.) — Рапуха (Лем.) — Порплиця (УР.) — Карапáня (УР.) — Коропаня (УР.) — Кóропава жáба (УР.) — Корóставка (УР.) — Клегиня або Сикавка (УР.) — Кýртавка або Карапáня (УР.) — Босорка (УР.*) — Босорканя (УР.*) — Коропатніца (УР.*) — Коропка (УР.*).

Emys lutaria Marsili. Gemeine europäische Sumpfschildkröte. Фітькало (Кос. на Ол.) — Корйтниця (УР.) — Коритянка (УР.) — Коритна жаба (Лем.) — Коритниця (Лем. — Коритна жаба (УР.*) — Коритнячка (УР.*).

Hyla arborea L. gemeiner Laubfrosch. Дощівка (Стан. крекотит на дощ) — Жáба зелена (Дун.) — Бóжа жáбка (Жад.) — Зеленюха (Мел.) — Крїкавка (Від.) — Рéхкавка (Рик.) — Каракóха (Горл.) — Крекотýшка або Панї (Рік.) — Скрекотýшка (Укр. гл. Рудченка. Казки II.) — Раканя (УР.*).

Lacerta. Eidechse. Веретїльниця (Пол.) — Веретїльник (Б. Уст.) — Веретельниця (Тил.) — Веретїльниці (Евір. веретїльниці мáє штири нóги і дóвгий хвіст, бігат по пóли) — Ящурка (Гл.) — Ящуриця (Лем.) — Ящурка (Лем.) — Веретельниця (Лем.) — Веретїльниця (Лем.) — Веретїльник (Лем.) — Веретерниця (Лем.) — Веретурниця (Лем.) — Веретюрниця (Лем.) — Гашурка (Лем.) — Ящур полевий (УР.) — Ящюрка (УР.) — Ящýрка (УР.) — Шупéрка (УР.) — Чафирка (УР.) — Чуфéрка (УР.).

Digitized by Google

Pelas berus Merr. Kreuzotter. **Змия́** (Орв.) — **Гадю́та** (Во.) — **Куська́** (Тухк. споганила худо́бу куська́). — **Паску́дниця** (Л. я. Дал.) — **Пога́нка** (Гл.) — **Гад** (Лем.) — **Ґузелец** (Лем.) — **Змия баршанова** (Лем.) — **Фи́скавка** (УР.) — **Гид** (УР.) — **Паску́дниця** (УР.) — **Пога́ний черва́к** (УР.) — **Шпринц** (УР.*).

Pelias var. chersea L. Kupfernatter. **Руда́ха** (УР.) — **Лю́тиця** (Сл. забобон: куди́ іде́ трав о́в, трава́ випалена; змия́ найлютійша).

Pelias var. praester L. Höllennatter. **Коза́чка** (Сл.) — **Фу́жела** (Во. чорна, а також „фу́желов" називають рудоху P. chersea).

Rana. Frosch. **Ско́ка** (Л. К.) — **Крека** (К. л) — **Ска́кавка** (Стац.) — **Скакі́вка** (Б.) — **Скаку́нка** (Хильч.) — **Скаку́ха** (Виб.) — **Перня́тка** або **Скаку́ля** (Мач.) — **Весело́ха** (Гу.) — **Веселу́ха** (См.) — **По́льский бу́зьок** (Замч.).

Froschlaich. **Жа́бяча и́кра** (Сос.) — **Жа́бяче пе́рло** (Хт. смаруют ноги, щоб не сіда́ли ся) — **Жабури́на** (Зак.) — **Жабура́тина** (к. Льв. зовуть ся так і confervae) — **Жа́бяна и́кра** (Сос.) — **Жа́берина** (Св.) — **Жа́бії кора́лї** (Не.) — **Жа́бії лижки́** (Зам.) — **Жа́бя робо́та** (УР.) — **Пацїрки жабячі** (Лем.) — **Жабі подушки** (Кор.) — **Жаберовина** (УР.*) — **Жабі пацюрки** (УР.*). — **Пацюрки жабі** (УР.*) — **Мараст** (УР.*) — **Не́рес** (Стан. з не́ресу прихо́дят пу́головиці).

Kaulquappe. **Пу́голок** або **Пу́головок** (Морв.) — **На́голова́ч** (Кам. н.) — **Скобли́хвіст** (Слав.) — — **Голо́венька** (Дерев.) — **Трач** (С. б. — **Пу́галка** (Ож.) — **Фоста́чка** (Ва) **Плюга́вка** (Ва.) — **Праничо́к** (Себ.) — **Гору́лька** або **Голови́нька** (Боя) — **Черева́ч** (Вільг.) — **Голова́чка** (Д.) — **Голова́й** (Ско.) — **Ґурґули́ца** (РБ.) — **Голова́к** (Оп.) — **Киянка** (Лем.) — **Головачка** (Лем.) — **Головенька** (Лем.) — **Пу́головок** (УР.) — **Пу́головка** (УР.) — **Циганьский ґвич** (УР.*) — **Циганьска риба** (УР.*) — **Головач** (УР.*) — **Головачик** (УР.*) - **Головенька** (УР.*).

Kleiner, junger, schon ausgebildeter Frosch. **Жабе́** (Дун) — **Жабя́к** (Бр.) — **Жа́бя** (УР.) — **Жабеня** (УР.*).

Salamandra maculosa Laur. gefleckter Erdmolch. gefleckter Landsalamander. **Мо́лос** або **Молоси́с** (Сл. мо́лос у́лїзе на сло́ту). **Молокоси́с.** — **Краси́стий сиса́к** (Т.) — **Ящур** (Гл.) — **Єшир** (РБ.) — **Єшюр** (РМ.) — **Ящерка** (Б. Уст.) — **Ящірка** (Пол. Лоб.) — **Ящур** (Лем.) — **Ящурка** (Лем.) — **Слїпа**

Digitized by Google

ящурка (Лем.) — **Ящур** (УР.) — **Ящюр** (УР.) — **Ящір** (УР.) — **Ящірка** (УР.) — **Дожджа́нка** (УР.) — **Сліпий ящур** (УР.*).

Triton. Wassermolch. **Ро́ня** (УР. **за тото́ кли́чеме, што в воді́ хо́дит** cf. **ринути**) — **Студе́ньчик** (УР.) — **Лабанцош** (УР.) — **Водова́ я́щурка** (УР.) — **Ящерка водена́** (Не.) — **Водяна́ я́щерка** (Дун.)

Tropidonotus natrix Boie. Ringelnatter. **Водянка** (Пл.).

г) до номенклятури іхтиольоґічної.

Abramis ballerus L. Zope. Pleinze. **Лопатка** (УР.*).

Acerina cernua L. (vulgaris C. V.) Kaulbarsch. Schroll. **Язґір** (Вільг.) — **Остри́ш** (УР.) — **Цирта** (Лем.)

Acipenser ruthenus E. Sterlet. **Чучуга́. Чучу́ґа** (Кіц.) — **Ке́чик** (УР.)

Alburnus lucidus Heck. Uckelei, Laube. **Вотлія** (Стру.) — **Оклійка** (Вільг.) — **Клїик** (Ру.) — **Верхоло́да** (М. в.)

Anguilla vulgaris Flem. Aal. **Ву́гор** (Вільг.)

Aspius rapax Ag. Rapfen. Schied. **Білюга** (Бу.) — **Білюза** (Л. я.) — **Бо́лень** (УР.).

Barbus vulgaris Flem. (fluviatilis Cuv.) gemeine Barbe. **Бранка** (Лем.) — **Буйна** (Ван.) — **Лежайка або Мере́на** (УР.*).

Chondrostoma nasus Ag. gemeine Nase. **Ду́нька** (Б.) — **Свиньки** (К. Стр.)

Clupea harengus L. Häring. **Селе́дец** (Не. Лбл. — **Оселе́дец** (К.) — **Гери́нґ** (УР.*) — **Гаренґ** (УР.) — **Гаріні** (УР.*) —

Milchner. ♂ **Молоче́ник** (Ж.) — **Моло́чник** (Ж.) — **Млїчак** (**Молочняк**). **Крупняк. Крупник** (Лем.) — **Кашаник** (УР.*) — **Моло́чаник** (УР.) — **Млїчак** (УР.*).

Rogener. **Єкра́чка** (Гал.) — **Икре́нка** (РМ.).

Clupea pontica Eichw. **Ру́слик** (УР.).

Cobitis taenia L. Steinbeißer. Dorngrundel. **Коза́** (Острв.) — **Си́кля** (Вільг.) — **Сїкач** (Стан.) — **Си́кота** (Ва.) — **Си́калка** (Б. М.) — **Сїковице** (Ул.) — **Си́кса або Сику́нда** (Стру.) — **Му́лявице або Сїкавице** (С. в.) — **Сїк** (Гра.) — **Рідкозу́б** (Гі.) — **Ни́ча. Ничова́ґа** (Тх.) — **Ку́славка вадь Сїкавка** (УР.) — **Цїппавка** (УР.) — **Сїкавиця** (УР.) — **Підкозобель** (УР.*).

Digitized by Google

Cottus gobio L. Kaulkopf. Koppen. **Головач** (Лем.) — **Слинавець** (УР.) — **Бабéць смолóвий** (УР.) — **Ґвич** (УР.*) — **Ґлюч** (УР.*).

Cyprinus carpio L. Karpfen. **Кáспер** (Дун.) — **Шерéн** (Виш.) — **Пóтька** (УР.)

Esox lucius L. gemeiner Hecht. **Щупéль** (Верхр. щупелї швидко плáвают) — **Щюка** (УР.) — мала: **Щючка** (УР.)

Gastrosteus aculeatus L. gemeiner Stichling. **Острик** (Сос.) — **Остряк** (Сос. Бар.) — **Косїка** (Кв.)

Leucaspius delineatus v. Sieb. Moderlieschen. Mottke. **Вівсик** (Гра.) — **Овéс** (Гл.) — **Качорина** (Стан.)

Misgurnus fossilis Lacép. (Cobitis fossilis) Schlammpeitzger. Schlammbeißer. **Піскор. Пискір** (Бор.) — **Югáн** (Кіц. юган бувáє в болóтї) -- **Чік** (УР.*).

Nemachilus barbatula (Cobitis barbatula L.) Schmerle. Bartgrundel. **Слижáй** (Ст. С.) — **Вертюх** (Тур. бо завéрчує ся в нáмул) — **Вéрцюх** (Дер.) — **Пішкáр** (РМ.) — **Слиґáн** (УР.) — **Педáн** (УР.) — **Слиж** (УР.*).

Leuciscus rutilus L. Rotauge. **Плóтка** (Бор.) — **Черленобчиця** (УР.).

Lota vulgaris Cuv. (Gadus lota L.) Quappe. **Мéнтуз** (С. С. — **Мéнькус** (Ско.) — **Меньóк** (При.) — **Миньóк** (Лоб.) — **Миньку́с** (Мач.) — **Ментус** (УР.*).

Lucioperca sandra Cuv. Zander. Schill. **Саидáк** (Вільг. С. б.)

Perca fluviatilis L Flußbarsch. **Вóкунь або Швець** (Ґу.) — **Окун або Кóстриж** (Кіц. plur. óкуни або Костриж) — **Кóстриш** (УР.) — **Шинґір. Шінґар** (УР.) — **Чіраз** (УР.).

Petromyzon Planeri Bl. Bachneunauge. **Маскозóб** (Тур.) — **Мускозóб** (Кун.).

Phoxinus laevis Ag. (Leuciscus phoxinus L.) Ellritze. Pfrille. **Маресниця** (Ус.) — **Нéрест** (С. н. — **Нересниця** (РМ.) — **Вербівка** (Ван.) — **Мерест** (Лем.) — **Меренька** (Лем.) — **Вербівка** (Лем.) — **Пицька** (УР.) — **Мерéнка** (УР.) — **Мересник** (УР.) — **Бліщавка** (УР.*) — **Меренька** (УР.*).

Rhodeus amarus Ag. Bitterling. **Ґорýля** (Замч.) — **Гирчáвка** (Вільг.) — **Смаркýля** (Тор.) — **Сокирка** (Лї.) — **Праничóк** (Ул.) — **Пляскáчка** (Ст. м.) — **Цéпа** (Дер.) — **Цéпуха** (С.) — **Мýлка** (Брщ.) — **Мýлька** (Гра. загалом також всяка дрібна риба). — **Попáдька** (колю Стан. немá пýщої рыби; лéдви встигнеш єї зловити, а вже вогнила) — **Плостівка** (РМ.) — **Чере-**

Digitized by Google

ванька (Лем.) — **Черевуга** (Лем.) — **Черевушка** (Лем.) — **Пляскaнка** (Кор.) — **Гіркова́ня** (УР.) — **Попадиця** (УР.) — **Попадя́** (УР.) — **Попа́чька** (УР.) — **Пічова́ґа** (УР.) — **Плеско́нька** (УР.) — **Пляска́ня** (УР.) — **Пляска́нка** (УР.) — **Черевуха** (УР.*) — **Черевушка** (УР.*).

Salmo hucho L. Huchen. Donaulachs. **Голове́ць** (УР.).

Salmo salar L. Lachs. Salm. **Лакс або Стро́мик** (Вільг.) — **Лосос. Лосось** (УР.*).

Scardinus erythrophtalmus L. Rotfeder. **Черлено́чиця** (УР.)

Silurus glanis L. Wels. Waller. Schaid. **Сім** (Піс. К.).

Thymallus vulgaris Nilss. gemeine Aesche. **Пір** (РМ.).

д) до номенклятури ентомольоґічної.

Acanthia lectularia L. Bettwanze. **Пло́ска** (Пн)

Anisoplia agricola Fabr. Feld-Laubkäfer. **Татарчух** (Рін. Оп.) — **Ґе́дзик збожеви́й** (Кос. на Оп.) — **Червце́ва му́ха. Поло́нка** (Виш.) — **Красу́лька** (При.) — **Краса́ва му́ха** (При.)

Anobium. Nagekäfer. Pochbohrkäfer. Werkholzkäfer. **Шпиль** Лбл. Бу.) — **Шпинь** (К. н.) — **Ши́льник** (Виш.) — **Шпиль або Шильник** (Замч. Тур.) — **Червоті́к** (УР.).

Aphis brassicae L. Kohlblattlaus. **Попі́ль. Попі́ль капустя́на** (Дев.) — **Попельни́ця** (Підг.) — **Попелю́ха** (С. б. Ско.) — **Попелю́х** (В. м.) — **Попе́ль** (Уст.) — **Порпе́ль або По́рпля** (Бол.) — **Порплю́ха** (Вільг. — **Муше́ра** (Розтк.) — **Попелюх** (Лем.) — **Попелиця** (Лем.) — **Мушара** (Лем.) — **Мушера** (Лем.) — **Попелни́ця** (УР.) — **Попеляна́ мушка** (УР.) — **Попеля́нка** (УР.) — **Попіля́нка** (УР.) — **Мо́шка** (УР.) — **Попелиця** (УР.*) — **Попеляк** (УР.*) — **Попельніца** (УР.*) — **Попелюх** (УР.*) — **Попелюха** (УР.*) — **Мушера** (УР.*).

Apis mellifica L. gemeine Honigbiene. ♂ Drohne: **Трут** (Св.) — **Тринд** (Оп.) — **Бренч** (Ван.) — **Бренчик** (Ван.) — **Дармоїд або Трут** — **Бинч** (Лем.) — **Труп** (УР.) — **Трупа́к** (УР.) — **Труц** (УР.) — ♀ Bienenkönigin. **Ма́тиця** (Х.) — Arbeiterbiene. **Роботна пчола** (Лем. УР.*) — Raubbienen: **Пчо́ли-виїдачі** (М.) — **Пчоли-з'їдниці** (Лем.) — Bienenzellen: **Горня́тка пщільні** (Розтк. тут говорять: „**пщола́**", а не так, як в инших околицях: „**пчола́**" а на Гуцульщині: „**бжола́**", „**бджола́**").

Arctia (eruca) Bärenraupe. **Петру́к** (В. м. наступи́в петрука́ і вчини́в се боле́к) — **Во́лох** (Город.) — **Підбі́г** (Б. м.) — **Під-**

Digitized by Google

біль (Ож.) — Прйтрут (Дубк.) — Прйміть (Хот.) — Бабин пес (Лем.) — Бабин вовк (Лем.) — Бабій пес (Лем.) — Жидівска шапка (Лем.) — Бáбин пес (УР.) — Бáбин псик (УР.) — Бáбин вовк (УР.) — Ушивáля (УР.) — Жидівска шáпка (УР.) — Язїбаба (УР.*) — Бабин пес (УР.*).

Bombus. Hummel. Жміль (Ож.) — Брянчик (УР.).

Bostrychus. Borkenkäfer. Деревянка (Пл.).

Calandra granaria L. Schwarzer Kornwurm. Вовчóк в житї (Не.) — Вовчок (Ван.) — Шáшка (УР).

Camponotus herculaneus L. Roßameise. Riesenameise. Парамýд (Б.) — Медвéджнй мурашóк або Ковáль (Пс.) — Вовча мурянка (Лем. УР.*).

Cerambyx. Bockkäfer. Козáка (Гра.) — Гудáк (УР.*) — Гудачóк (УР.*).

Cheimatobia brumata L. (eruca) Frostspanner. Пядак (Лем.)

Chrysops caecutiens L. Blindbremse. Склепéц (Тур.) — Слїпа мýха (УР.*).

Coccinella (septempunctata). Marienkäfer. Sonnenkäfer. Blattlauskäfer. Віщýнка (Став.) — Єлéнка або Зазýлька (Від.) — Олéнка (РМ.) — Зазулéйка (Дун.) — Бéдрик (Боб. приговорюють: „щéдрику-бéдрику, скажи́ менї́ прáвдоньку!) — Бéдричка (С. б.) — Бéздрик Ско. приг. „корóвицьо! корóвицьо! дай менї́ мáсла, бо я тебé пáсла). — Бобрýна (Пл.) — Бобрýся (Ністрик дубовий) — Бабрýнка (Ст. м.) — Бабрýн (Л. я.) — Бóжа зазýлька (Б.) — Ворожи́лька (Лоб.) — Ворожка (Кор.) — Паворожка (Лем.) — Ворожка (Лем) — Ворожиля (Лем.) — Бобрунка (Лем.) — Бóжа корóвка. Бóжа корóвочка (УР.) — Бóжа Олéнка (УР.) — Бýнка (УР.) — Ґонґори́чка (УР. пригов. ґонґори́чко! спусти́ кри́льця на обі́ би́льця, полéть до бóжого дóму!) — Папарýза (УР.) — Папарýжка (УР. приг. мýшка папарýжка! лети́ до Бóга, звýдси понеси́ стýдїнь, а вýдти принеси́ теплó.) — Ворóжка (УР.) — Ворожи́ля (УР.) — Ворожи́лька (ТР.) — Бабарунка (УР.*) = Божая коровичка (УР.*).

Coleopteron. Käfer. Бóґар (УР magy. bogár).

Copris lunaris L. Mondhornkäfer (також: Geotrupes). Мазéр (Ву.) — Бриндáк балéжаний (УР.).

Culex pipiens L. gemeine Stechmücke. Gelse. Мухари́ця (Яб. дрібні мухари́ції кусáют) — Кумарка (Ван.) — Кумарка (Лем.) — Соньóґа (Лем.) — Сонюґа (Лем.) — Мухáр (УР.) — Цюнюк (УР.) — Сонюк (УР.).

Digitized by Google

Deilephila euphorbiae L. (eruca) Wolfsmilch Schwärmer (Raupe) **Назалник** (Вільг.) — **Пес дикий** (Дун.) — **Приміть** (Ву.) — **Захит** (Остр.) — **Дікий пес** (Лї.) — **Псімлїчак** (Ван.) — **Отрудник** (Рі.) — **Ушивáнка** (УР.) — **Бабин пес** (УР.*) — **Дикий пес** УР.*).

Dorcadion holosericeum Küst. Musikkäfer. **Кобáлька або Музика** (Вовч.).

Dorcadion cruciferum **Хрестник** (Др. Ол.).

Ephemera. Eintagsfliege. **Спадь** (Острв.) — **Серенька** (Лем.) **Мухарица** (УР.) — **Шашка** (УР.*).

Eristalis tenax L. Schlammfliege. **Дїка музика** (Ву.) — **Гноївка** (Лем.) — **Млачниця** (УР.) — **Витрут** (УР.*).

Eruca. Raupe. **Ґершениця** (Кус.). — **Гусениця. Гусельниця** (Ож.)

Forficula auricularia L. Gemeiner Ohrwurm. **Щипáк** (Дов. Пулт.) — **Щипалка** (Уст.) — **Щипавиця або Корец** (Зам.) — **Щипáвице** (Стрв.) — **Щипиця** (Рі.) — **Хохолаз** (Лем.) — **Хохолáк** (Лем.) — **Хохоланя** (Лем.) — **Щипак** (Лем.) — **Щипачок** (Лем.) — **Щипчик** (Лем.) — **Щипапіча** (Лем.) — **Щипіпіча** (Лем.) — **Хохолик** (Лем.) — **Хоколичок** (Лом.) — **Щипавка** (УР.) — **Хохол** (УР.*) — **Хохолік** (УР.*) — **Хохолик** (УР.*) — **Хохолаз** (УР.*) — **Хохолоз** (УР.*) — **Щипиця** (УР.*) — **Щипак** (УР.*) — **Щіплячок** (УР.*)

Formica. Ameise. **Мурандéль** (Т. Дов.) — **Морáха** (Себ.) — **Мурáх** (РМ.) — **Муращóк** (Яс.) — **Морáль** (Км.) — **Мурáль** (Т. муралї вéмрают) — **Мурáнка** (Пс.) — **Мурагéль** (Тур. Боя.) — **Морáшка** (Ев.) — **Мурáшка** (Жад.) — **Мрóчка** (Зам. Рад.) — **Мухарице** (Ус.) — **Пікýн** (Ож. як „вкусит", то пече) — **Комáха** (Боб.) — **Мурайка** (Кор. Оп.) — **Муравка** (Лем.) — **Мурайка** (Лем.) — **Мураль** (Лем.) — **Мурянка** (Лем.) — **Муряка** (УР.) — **Мурвань** (УР.*) — **Мурявка** (УР.*) — **Мурманька** (УР.*) — **Мурянка** (УР.*).

Муравлина (Зак.) Ameisenhaufen. — **Мурянкóві мішки** (УР) — **Перинки або Заголовки мурянчі** (УР.*) — **Мурянчачі заголовчки** (УР.*) Ameisenpuppen, sogenannte Ameiseneier.

Galleria melonella L. Bienenmotte. Bienenzünsler (eruca, Raupe). **Дротяник** (УР).

Gastrophilus equi Fabr. Pferdemagen-Bremsfliege. **Гнидавка** (Ско.) — **Гнидник** (Кос. на Оп.) — **Ріпéк** (Вільг. — **черваки**: **Пипнáкі** (Вільг. nom. sing. пипнáк) — **Дрот** (С.) — **Ґзівка** (Лем.) — **Клéпавка** (УР.) — **Клéпалка або Дубóвка** (УР.) — **Кіньска муха або Ґзівка** (УР.*).

Digitized by Google

Geotrupes stercorarius L. Roßkäfer. **Бзюк** (Хот. Св. — **Бжук** або **Жук** (Бу.) — **Бздюх** (Б. м.) — **Гнюх** (Гу.) — **Жух** (М. в.) — **Дюґ** (Пл. Хіт.) — **Гноївка** (Т.) — **Бриндас** (Виж.) — **Буняк** (Д.) — **Жубела** (Яб.) — **Мазер** (Сос.) — **Мазник** (Бол.) — **Жид** (Дов.) — **Козуля** (Крилос.) — **Гімняр** (Ож.) — **Гімнорий** (Стру. місто: гівнорий) — **Лайнюґ** (Ст. н.) — **Жидівский хрущ** (Руд.) — **Хрущ кіньский** (Ніж.) — **Кузька** (Бистр.) — **Ґужуль** (РМ.) — **Ґужулька** (РМ.) — **Ґужулїя** (РМ.) — **Гіжелиця чорна** (Яс.) — **Кобалька** або **Кобайка** deminut. **Кобаєчка** (к. Стан. так також і инші хрущі як: Dorcadion, Cerambyx, Cetonia) — **Гівняк** (Лем.) — **Гівняр** (Лем. гівняр брунчит або бзнчит; пщола тїж брунчит) — **Лайняк** (Лем.) — **Балежаник** (УР.) — **Балежанка** (УР.) — **Чорний хрущ** (УР.) — **Жубела** (УР.) — **Кіньский бомбак** (УР.) — **Бомбак гнійний** (УР.) — **Бриндак кіньский** (УР.) — **Ґужелиця** (УР.) — **Ґуджулей** (УР.) — **Ґуджулай** або **Ґуджулайка** (УР.) — **Коваляк** (УР.*) — **Лайняр** (УР.*).

Gryllotalpa vulgaris Latr. Maulwurfsgrille. Werre. Riedwurm. Erdkrebs. **Медведюх** (Ден.) — **Кручок** (Бол.) — **Ведмедик** (Прп.) — **Медведюґ** (Бистр.) — **Дїдух** (Мерв. Гр. вирив се дїдух) — **Дїдик** (Мил.) — **Медведик** (Лем.) — **Медведок** (Лем.) — **Медведик** або **Медведюк** (УР.).

Gryllus. Grille. **Свердун** або **Сверда́н** (Т. Тх.) — **Сверда́н** (Л.) — **Чвіріньок** (Від. Жад. Гл.) — **Цвіріньок** (Гл.) — **Чвірінець** (Стац.) — **Сьвігур** (Ріп.) — **Шверщок** (Лук. н. — **Сьвірк** (Рад.) — **Свірчок** (Бар.) — **Свірщок** (Не.) — **Цьвіргун** (Дер. С. б.) — **Цьвіргун** або **Сверщок** (Підл.) — **Свірк** або **Скверщок** (Пол.) — **Свірк** (Д.) — **Цьвірк** (Бол.) — **Свіршок** (Ласк.) — **Чвіркайло** (Стрв.) — **Свірко. Свірк** (Чор) — **Свірок** (Кор.) — **Сквірчак** або **Сквірк** (Лем.) — **Скверщок** (Лем.) — **Сквірок** або **Сверщок** (Лем.) — **Чверщок** (Лем.) — **Свердун** (УР.) — **Сверда́н** (УР.) — **Сверчок** (УР.) — **Свирньок** або **Свирінька** (УР.) — **Цьірчок** (УР.*) — **Цьвірчок** або **Чверчок** (УР.*) — **Скверщок** (УР.*).

Gyrinus. Taumelkäfer. Drehkäfer. **Бігалка** (УР.).

Haematopinus macrocepahlus Burm. Pferdelaus. **Вуша́ль** (Пл) — **Ушіль** (Т. plur. **ушелї**).

Haematopota pluvialis L. Regenbremse. **Склепець** (Дер.).

Hippobosca equina L. Pferdelausfliege. **Желізна муха** (Пл.) — **Песя муха** (Стрв.) — **Песечка** (Стрв.) — **Дротик** (Підл.)

Digitized by Google

— Склéпець (Замч.) — Крива муха (Лем.) — Суха муха (Лем.) — Ґзівка (Лем) — Песяча муха (Бон.) — Пéся мýха (УР.) — Пóвчик (УР.) — Твердá мýха (УР.) — Ґзівка (УР.*).

Hypoderma bovis De Geer. Hautdassellfliege. Rinderbiesfliege. Rinderbremse. Бзік (Дун.) — Ґéдзавка (УР.) — Бúдзень (УР.) — Бúзканка (УР.) — Червак: Пестрáк (В.) — Пирнадель (Кор.) — Пернаділь (Лем.) — Пирнадель (Лем.) — Огар (УР.) — Пернадель. Пирнадель (УР.*).

Lampyris noctiluca L. Leuchtkäfer. Johanniswürmchen. Хробачóк сірчúстий (Гра.) — Мúшечий огéнь або Мúшечий óгник (Лук. н.) — Блúскавка (Лач.) — Мýха блищáча (Уст.) — Мúшеча вáтра (Яс.) — Мúшачий огéнь (Кру.) — Мýха світлáча. Мýшка світлáча (Не. Бар.) — Кýпавка (Т.) — Купавка або Кітьчий огень (Оп.) — Святий огень (Оп.) — Купавочка (Кор.) — Попенька (Ван.) — Святоянчик (Лем.) — Яновий хробачок (Лем.) — Янчик (Лем.) — Купала (Лем.) — Купавка (Лем.) — Огняниця (Лем.) — Блискавец (Лем.) — Світла мýшка (УР.) — Світлий червáк (УР.) — Бомбачóк світлий (ВР.) — Мúшачий огéнь (УР.*) — Мишачий огник (УР.*) — Яновий хробачóк (УС.*) — Купалка (УР.*) — Сьвітлячий хробачьок. Сьвітяний хробачьок (УР.*) — Святоянка (УР.*) — Святояньский хробачок (УР.*) — Святий хроб (УР.*).

Lecanium vitis L. Вінцлїрка (УР.).

Lepidopteron. Schmetterling. Пириця (Лем. декуди же „пириця“ Nachtfalter, а „мотиль“ Tagfalter) — Лїтавка (Лем. декуди „лїтавка“ Tagfalter, „пірица“ Nachtfalter).

Lethrus cephalotes Fabr. Rebenschneider. Кравéц (к. Стан. кравец шкодит в коноплях і гречцї; бадилину зотне і до ямки тягне назадгузь).

Libellula. Wasserjungfer. Шáшка (Пл.) — Гáдинїй слугá (УР.) — Гáдиняча слугá (УР.) — Шашка (УР.*).

Locusta. Laubheuschrecke. Grashüpfer. Дúкий кінь (Ван.) — Кобилúця (РМ.) — Шáшка (УР.).

Lucanus cervus L. Hirschkäfer. Schröter. Бугáй (Ус) — Хрущ ріжкáтий (Гра.) — Рóґаль (Б. м.) — Желїзнúк (Кол. — Мóрский рак (Гра.) — Жук (Ста.) — Рогáй (Рик.) — Єльнічóк (Ву.) — Бóжий бичóк (Острв. забобон: як кúне ся до стáйнї, бýдут ся корóви доїли) — Тур (Ско.) — ♂ Тур.

Digitized by Google

♀ Турйця (Вільг.) — Тýрок (Мил. Угринів коло Сокаля) -- Коваль (Боб. Тарт.) — ♂ Рогли́к. ♀ Рогли́ця (Вовч.) — Рогач)Лем.) — Царяни́к (УР.) — ♂ Бóжий вóлик. ♀ Бóжа коровка (Гл. (УР.) — ♂ Рогáчь. ♀ Рогáчька (УР.) — ♀ Козáчка (УР.) — ♂ Жук. ♀ Жуколи́ця (Імстичево на Угорщині).

Melolontha vulgaris Fabr. Gemeiner Maikäfer. Хрустáль (Вовч. psl. хрѫстъ locusta; хряскати, хрястати, хрущ) — Бри́ндас (Х.) — Бомбáр (Км. бомбáр брунчи́т) — Бомбáк. Бумбáк (УР.) — Хруст (УР. cf. psl. хрѫстъ) — Бомбар (Лем.) — — Larve. Engerling. Зáборозняк (Бул.) — Заборозéник (Боб.) — Шпандрáк (С. С.) — Повх (Кру.) — Дюк (Ву.) — Бороздю́к (Ден.) — Бороздя́ник (Стіб.) — Робáк (М. в.) — Мандибýрений червáк (Вовч.) — Сáленик (Пн.) — Мартинюк (Оп.) — Білий хробак (Лем.) — Бедрак (Лем.) — Пендрак (Лем.) — Салак (УР*.).

Melophagus ovinus L. Schaflaus. Schafzecke. Капýша (Яб.) — Кепýша (Яс.) — Клїщ вівчий (Лем.) — Клїщ овчий (УР*.).

Myrmica flava. gelbe Knotenameise. Цвіндик (Боя.) — Пікунéц (М. в.) — Парамýд або Рáдзік (С. б.) — Рáдзик (При.) — Рéдзик (ВМ.) — Рáзик або Рáдзик (Бу. дýже допекли́вий; походить від „рáзити") — Вóпар (Ку. опар.).

Palingenia horaria. Eintagsfliege. Ри́бяча спадь (Стру.).

Papilio. Schmetterling. Мотавíльник (Дун.) — Мутали́ця (Сос.) — Мотилéць (Город.) — Крілик (Кроп.) — Слїпýшка (С. С.) — Пири́ця (Стїб.) — Пири́чка (Бар.) — Чепіри́ця (Сос.) — Лїтавка (См. примір: білі лїтавки́). — Сьвірок (Бор. Зам.) — Ціцик (Я.) — Іщиця (Хот.) — Мотовиляк (Чор.) — Мотилиця (Ван.) — Мотиля (Бон.) — Мотиль (Рі.) — Ментáлик (М. в.) — Мотиляк (УР*.) — Лїтайка (УР*.) — Лотай (УР*.).

Phalaena. Nachtfalter. Чепіри́ця (Сос.) — Нетлéнниця (Торч.) — Тлїнь (Стубенко) — Бри́нчка (Єв.) — Спари́це (Брщ.) — Нéтля (Хот.) — Пири́ця (Гру. Бол.) — Гóлод (Бистр. Кроп.) — Смерть (Л. я.) — Смертка (Л. я.) — Цьмор (К.) — Цьмук (Вин. Пл.) — Цьмýха або Цьмух (Кам. н.) — Цьмýха (Ско.) — Нїтка (Кру. Д. забобон: як би нїтка впáла в вóду а чоловік би спив, то був би голóдний) — Іщевиця або Іщериця (М.) — Іщиця (Не.) — Мотилик (Кроп.) — Щи́ця (Бор.) — Вїщиця (Уст. Лоб. Б.) — Опарелиця (Рі.) — Опариця (Лем.) — Мотилиця (Лем. а мотиль Tagfalter) — Нора

Digitized by Google

(Лем.) — Потемряк (Лем.) — Масляниця (Лем.) — Цьма (Лем.) — Ущиця (Лем.) — Смертний мотиль або Смерть (УР.) — Кляпус (УР.) — Босорканя (УР.) — Босорканя мохната (УР.) — Смерть (УР.*) — Смертка (УР.*) — Літайча або Лотай (УР.*) — Опар (УР.*) — Босорканя (УР.*).

Periplaneta orientalis L. Kakerlak. Küchenschabe. Козака (Себ.) — Козяк (С. б.) — Козака (Дер.) — Ковак (Ку.) — Тортан (Кам. л.) — Торган (М. в.) — Дергун або Тарган (Рзг. Буд. — Корган (Пн.) — Дергун або Дерган (Гу.) — Капець (Тор.) — Коваль (Зам.) — Кабаля (Мед. Вой. cf. bakula gryllus domesticus Triest. bacolo blatta; Trient bagul periplaneta orientalis) — Каракон (Стрі.) — Мускаль (Лї.) — Москаль. Мускаль (М.) — Байдиха. Байдоха (Мах.) — Піп (Лоб.) — Попик (Уст.) — Каралух (Обор.) — Галоха (Стіб. Семер. також: Галоха назва чорної корови) — Швед (Піс.) — Швець (Дер.) — Жид (Підг. Дов.) — Вулоха або Ґадвя (Хот.) — Шваб (Мерв. Гл. Льв.) — Жужіль (Не.) — Жужелиця (С. С.) — Монджак (Гарб. — Кайдак (Кос. на Оп.) — Хайдак (Ласк.) — Мончур (Кун.) — Капиця (Сел.) — Ковшак (Рак.) — Сука (Замч.) — Таракан. Каракан (Калуш к. Стан.) — Голод (Меж. plur. голоди) — Хабуля (Ус.) — Харатон (Боя.) — Плащак. Плещак (Ден.) — Мороїд (Кв.) — Шкурган (Ус.) — Корган (Буд. К. РМ.) — Попенька (Ван.) — Коваль (Бон.) — Постанець (Лем.) — Кракоч (Лем.) — Ковачка (УР.) — Горган (УР.) — Коваль (УР*.) — Кракоч (УР.*) — Жидівский хробак (УР.*).

Phyllodromia germanica L. (Blatta germanica). Deutsche Schabe. Хабай (Стрі.) — Сас (Виш.) — Каракон (ВМ.) — Шведик (М.) — Каракон (Оп.) — Прус (УР.).

Pyrrhocoris apterus L. gemeine Feuerwanze. Татар (М. в.).

Sciara militaris Now. Heerwurm-Trauermücke (черви) Жирки (Пл.).

Strachia oleracea L. Gemüsewanze, Kohlwanze. Жидівочка (Гра.).

Syrphus. Blattlausfliege. Скала (Мил.).

Tabanus bovinus L. Viehbremse. Rinderbremse. Бомко (Кам. н.) — Бонк (Дун. Оп.) — Биндзарь (УР.).

Tettix. Dornschrecke. Скакунець (С. б.).

Tinea. Кушпіль або Міль (Гу.) — Тлія (Сос.) — Тля (Стіб.).

Digitized by Google

Vespa crabro L. Hornisse. Шéршень (Руд.) — Шаршóн (Кус.) — Шéршун (В.) — Саршін (Ван.) — Саршон (Лем.) — Сéршун (УР.).

в) до номенклятури декотрих инших Безхребників.

Anodonta. Teichmuschel. Чарапáха (Брщ.) — Коколюс (Б.) — Жéбечі карабушкú (Ст. н.) — Жáбині мúсета (С. в.) — Жáбеча пýшка (Гл.) — Жáберниця (М. в. — Жáбеча скрúнка (Ско.) — Жáбляча скрúнка (Лбл.) — Скáлка (Гл. також Unio.) — Черепáнька або Канька (Гу.) — Жáблянка (УР.) — Жáблячі корúтята (УР.) — Корботя́та жáблячі (УР.) — Коритáйка (УР.) — Корúтниця малá (УР.) — Корúтята (УР.) — Корúтята водяні (УР.) — Корúтка (УР.) — Корúтянка (УР.) — Корúтятко жаблячоє (УР.) — Жабі коритця (УР.* також Unio).

Arion. Wegschnecke. Сломóк (Бу.).

Ascaris lumbricoides L. gemeiner Spulwurm. Глистá чоловíча (УР.).

Astacus fluviatilis Fabr. Edelkrebs. Рак. — ♀ Рачúця (Д.) — Рак вилїнивший ся: Лїнюх (Стрч.) — Лїнець (Верхоб.) — Облїзний рак (к. Кам.) — Лїнýшка (УР.) — Лúнявий або Линюющий рак (Вз. рак що лїнить ся [Українцї кажуть: линяє]. Як яра пшениця цвите, тогдї раки найлїпші. Суть то так звані: „Пшенúчники" Butterkrebse.)— Карк у рака (УР.*) Krebsschwanz. — Крýпи (УР.) Eier unter dem Postabdomen des Krebsweibchens. Пацюрки у рачіци (Лем.) Eier des Weibchens.

Cystercus cellulosae. gemeine Finne. Решітка (Кам. л.) — Решетýха (Ден.) — Горóшок (Г. н. горошковáта солонина = солонина з горошками) — Вúскок (к. Пер.) — Вúскок (Л. К.) — Решетúнець або Крýпа (Сл.) - Крýпка (Торч.) — Вéнґрúна (Лем.) — Ярчух (Лем. cf. ярец = ячмінь) — Уш свинська (УР.) — Уш в мясї (УР.) — Горох (УР.*) — Крупа (УР*. солонина занечищена крупами = крупна солонина, крупниста солонина).

Gammarus pulex De Geer. gemeiner Flohkrebs. Кривóбік (Уст.).

Gordius aquaticus Duj. Wasserkalb. Волокóльник (Замч.) — Вóлос (У. Р.).

Digitized by Google

Haemopis vorax Moq.-Tand. echter Pferdeegel. **Пя́виця кі́нська** (УР.).

Hirudo. Blutegel. **Пя́виця** (УР.).

Hirudo officinalis Sav. ungarischer Blutegel. **Пя́виця хісновйта** (УР.).

Ixodes ricinus L. gemeine Hundszecke. Holzbock. **Клїщ лїсковий. Клі́щик** (УР.).

Limax. Nacktschnecke. **Сломо́к** (Ву.).

Lumbricus terrester L. gemeiner Regenwurm. **Глиста́ земяна́** (УР.).

Lycosa syngoriensis Walck. **Напру́дник** (Ден.).

Oniscus murarius Cuv. gemeine Mauerassel. **Сто́ніг** (Д.) — **Стоно́га** (Км.) — **Стоніжка** (В.) — **Сто́гнова** (Стрв. = стонога) — **Стогна́** (Ус.) — **Костоно́га** (Ласк.) — **Овечка** (Бон.) — **Бирка** (Лем.) — **Базка або Овечка** (Лем.) — **Стоніжник** (Лем.) — **Стоні́жка** (УР.) — **Сто́ніж** (УР.) — **Плїсня́вка** (УР.) — **Мохна́лька** (УР.) — **Стоножка** (УР*) — **Бирька** (УР.*) — **Мухавка** (УР.*).

Phalangium parietinum Herbst. gemeiner Weberknecht. Schuster. **Косец** (Лем.) — **Косибав** (Лем.) — **Косяр** (Ван.) — **Коса́к** (УР.) — **Коса́рь** (УР.) — **Коса́ш** (УР.) — **Коси́-коса** (УР.) — **Косе́ць** (УР.) — **Коса** (УР.*) — **Косец** (УР.*) — **Косяр** (УР.*).

Taenia solium Rud. Bewaffneter Bandwurm des Menschen. **Пантликова глиста** (УР*) — **Пантликовий глист** (УР.*).

Unio (pictorum) Flußmuschel, Malermuschel. **Коколю́с** (Б. в.) — **Ско́йка** (Км.).

ж) до номенклятури ботанїчної.

Abies pectinata DC. Weißtanne. **Їль** (РМ. genit. **е́ли**).

Acer campestre L. Feldahorn. **Па́клин** (В.) — **Су́клїть** (Кол.) — **Су́клен** (Кол.) — **Біло́клепь. Білоклени́на** (УР.).

Acer tataricum L. herzblätteriger Ahorn. **Чорно́клень** (УР.) — **Чорноклени́на** (УР.).

Achillea millefolium L. gemeine Schafgarbe. **Кровник** (Л.) — **Кервавни́к** (Мик.) — **Серпорі́з** (Город.) — **Серпни́к** (Терн.) — **Серпі́й** (Терн.) — **Кре́чка** (Крп. **Крячка**) — **Ру́мер** (Бон.) — **Муращівни́к** (УР. **сіку́ть і дають з отру́бами для пульо́к і качо́к**) — **Кервавни́к** (УР.*).

Digitized by Google

Achillea nobilis L. edle Schafgarbe. **Коломийка** (Др. по городах).

Aconitum. Eisenhut. **Чорнотóя** (Пл.) — **Нетóя** (Тухк. Лук. н.) — **Кошка** (Лем.) — **Косáтка** (Лем.).

Aconitum napellus L. Giftheil. blauer Sturmhut. **Лáбачий** (Мик.) — **Черевíчки** (к. Льв.).

Acorus calamus L. gemeiner Kalmus. **Татарíне** (К.) — **Шавáр або Татарнíк** (С. Бу. К. н. Ви. О. Л. К.) — **Лепішнíк** (Ч.) — **Сашина або Татарское зїля** (Кор.) — **Білий саш** (УР.).

Aegopodium podagraria L. Giersch. **Яглíця. Яглíчка** (Пдл.) — **Хавá** (УР.) — **Боршéвка** (Бол.).

Agaricus campestris L. Champignon. Tafelpilz. **Печарíце або Стернівка** (Дун) — **Чеперíця** (Лбл.).

Agaricus piperatus L. Pfefferschwamm. **Гірчице** (С.) — **Білюга** (Либ.) — **Гиркíня або Скрип** (Лем.).

Agaricus ruber Sw. **Суровика** (УР.*).

Agrimonia eupatoria L. gemeiner Odermennig. **Золотнíк** (К.).

Agrostemma githago L. Kornraden. Rahl. **Кукýль** (Город.).

Agrostis vulgaris With. gemeiner Windhalm. **Половýха. Половýшка** (Крс. замолоду може ужитись яко пастов для коней і рогатого скоту, однакож з всїх трав найскорше половіє, вже при кінци липня і з початком серпня і тогдї на пашу зовсїм не придатна.) — **Метлюк** (Лях.) — **Одиностéблиця або Половýха** (Пер. пополовіє, не їсть худоба).

Alchemilla vulgaris L. gemeiner Frauenmantel. **Навратник** (УР*.).

Algae. Algen. **Ґльóни** (Тпл. nom. sing. Ґльон = глїнь).

Alisma plantago L. gemeiner Froschlöffel. **Жабник** (УР*.).

Allium cepa L. Küchenzwiebel. Zipolle. Bolle. gemeine Zwiebel. одміни: **Димýрка** (Мал.) — **Дímка** (Брщ.) — димлена цибуля) Rauchzwiebel. — **Мандибурéнка** (Стан. Солодковáта цибýля; рóдит богáто; під корчéм як мандибýрка; єї сильно їдé).

Allium fistulosum L. Jakobszwiebel. **Плодистець** (Гал.) — **Плодистица** (РБ.) — **Плодýшка** (Город.) — **Плодисток** (УР.)

Allium porrum L. Lauchzwiebel Porre. **Пóра** (Д.).

Allium sativum Knoblauch. **Чеснáк** (Бол.).

Allium victoriale L. Schlangenknoblauch. **Гáдечий чеснóк** (Ж. уживають его против укушеню змиї, натираючи зїлем, а іменно цибулею, місце укушене. Думають також, що вже від духу чесноку того втїкає змия. Тому то і носять часто чеснок гадечий при собі).

Digitized by Google

Alnus glutinosa Gaert. gemeine Erle. **Вільха чо́рна** (Стр.).

Alnus incana DC. weißgraue Erle. **Вільха біла** (Стр.).

Alnus viridis DC. Alpenerle. **Ле́ліч** (Ж. на Чорній горі).

Alopecurus pratensis L. Wiesenfuchschwanz. **Му́шка пшени́чна** (Самб.).

Alpinia galanga L. Galgant-Alpinie. **Калга́н** (Укр. горівка намочена в калгані = калганівка).

Althaea officinalis L. Eibisch. **Цвтки́** (Гл.) — **Пацїрник. Пацурник** (УР*.).

Althaea rosea L. Stockmalve. **Черепа́ня** (УР.).

Amanita caesarea Scop. (Agaricus caesareus). Kaiserling. Herrenpilz. Eierschwamm. **Я́шник** (Гл.) — **Короли́ця** (УР.).

Amanita muscaria Pers. (Agaricus muscarius L.) Fliegenschwamm. **Тро́нка** (Д.) — **Мушірка** (Ж.) — **Марину́ха, Мари́муха. Мари́мух** (к. Брод) — **Мухомо́ра** (Гр.) — **Мухомо́рице** (Лс. Пдлт.) — **Пари́мух** (Кам. н.) — **Парину́ха** (Кам. л.) — **Мури́мух** (Зах.) — **Мухаїра** (Я.) — **Мухаїрка** (Ско.) — **Мушарка** (Ван.) — **Жабюрка** (Оп.) — **Маринуха** (Лем.) — **Короли́ця дурна́** (УР.).

Amarantus retroflexus L. rauhhaariger Fuchsschwanz. **Щур** (Зам.).

Anemone hepatica L. (Hepatica triloba DC.). **Пра́лїска си́ня** (Пдл.) — **Гепа́тика** (к. Льв.)

Anemone nemorosa L. Buschwindröschen. **Ягли́чка весняна́** (Зак.) — **Раст білий** (к. Льв. (УР.) — **Пралїска біла** (ме́нша) (Пдл.) — **Конопелка** (УР.*).

Anemone pulsatilla L. gemeine Kuhschelle. Küchenschelle. **Пасербіта** (М. в.).

Anemone silvestris L. Wald-Windröschen. **Пра́лїска біла** (більша) (Пдл.).

Anethum graveolens L. gemeiner Dill. Gurkenkraut. **Окропе́ц** (D. genit. окріпцю) — **Кропец** (Лем.) — **Копер** (Лем.).

Anthemis cotula L. Stinkende Hundskamille. **Ру́мер** (УБ.) — **Ру́мин** (УР.) — **Романи́ця** (УР.).

Apera spica venti L. Weitschweifige Windfahne. **Хмтели́це** (Мач.) — **Шмовда** (Лем.).

Apium graveolens L. gewöhnlicher Sellerie. **Селера** (Д.).

Arctostaphylus officinalis Wimm. Grab (Arbutus uva ursi L. Bärentraube. Sandbeere. **Мучени́ця** (Горд. ягоди в середині як мука).

Digitized by Google

Arnica montana L. Berg-Wohlverlei. Скусівни́к (Во. Др. від ску́си т. є. коклюшу).

Arrhenaterum elatius L. (Holcus arenaceus Schrad. Avena elatior Willd.) Haferartiges Pferdegras. Glatthafer. Му́шка вівсяна́ (Самб.)

Artemisia absinthium L. Wermut, Полинь (УР.*).

Artemisia campestris L. Feld-Beifuß. Чорна биль (Лем.) — Біждерево (УР.).

Aspidium. Schildfarn. Папортина (Лем.).

Aster amellus L. Christauge. blaue Sternblume. Базанди́р (С. б.) — Басанти́р (Гр. на Парасковії приносет до церкви) — Басара́н (Брщ.) — Іва́нок (Кос. на Оп.).

Atropa belladonna L. Tollkirsche. Мадриґа́н. Мадраґа́н (Ж. Назву ту належить порівнати з румуньским matraguna, котрий то вираз знов повстав із італїяньского mandragora, імени ростини одмінної, хоч і посвояченої, іменно Atropa Mandragora K.) — Матриду́н. Матриду́на. — Надраґуля (УР.*).

Avena fatua L. Windhafer. Гала́й (Буд.) — Дику́н або Скаку́н (Бол.) — Вівсю́к або Скаку́н (Дом). — Чорногу́з (Ч.).

Avena orientalis Schreb. Fahnenhafer. Бога́ч або Коса́ч (Я. я.) — Грива́к (к. Сок.) — Бо́йко (к. Яв.) — Косича́к (Стр.) Овес богатий (УР.*).

Avena sativa L. gemeiner Hafer. Скорозрілка (Лем. скорше пристає, як другий, як єще зеленястий; як го тогди не скосити, то ся снпе).

Balsamina hortensis Desp. (Impatiens balsamina L.) Garten-Balsamine. Вербова́ня (УР.) — Вербі́вка (УР.).

Bellidiastrum Michelii Coss. (Doronicum bellidiastrum L.) gemeine Sternblume. Сто́крать (Ж.).

Bellis perennis L. Gänseblümchen. Ку́рєча сліпота (к. Льв.) — Не́рест (Стр.) — Чичи́на весня́на (Стр.) — Моріжничо́к (Мш.) — Маєтка (Ва.) — Ґомбички́ (УР.) — Сто́крастка (УР.*).

Beta vulgaris L. gemeine Runkelrübe. Ру́нкля. Ру́нтля. Ру́мпля (УР.).

Betula alba L. Weißbirke. Білий берест (Лем.).

Boletus edulis Bull. Steinpilz. Edelpilz. Білий гриб (Р.) — Гриб білий (Ф. Ба.) — Білик або Біля́к (Засанки) — Білас (Лем. Мясівка по переломаню остає біла) — Черствак (УР.*).

Boletus luridus Schaeff. Saupilz. Потеч (Ван.).

Boletus luteus L. Ringpilz. Butterpilz. Масльох (Ван.).

Digitized by Google

Brassica napus L. esculenta. Kohlrübe. Wrucke. **Карпеля** (Лем.) — **Квак** (Пл. Сл.) — **Квака.**

Brassica rapa L. Rübenkohl. weiße Rübe. **Гриза́чка. Гризу́чка** (Калущина. УР.) — **Сироїжка або Біла ріпа** (УР.).

Briza. Zittergras. **Трісу́чка** (Тужилів коло Кал.) — **Трісени́чка. Трусени́чка** (Стор.) — **Трісиру́бичка** (Гра.).

Bromus. Trespe. **Оси́ґа** (Від.) — **Шмир або Стоколоса** (Лем.).

Bryonia. Zaunrübe. **Гордо́бить** (УР.).

Calendula officinalis L. Totenblume. **Па́зюрці** (Пер.).

Callistephus chinensis L. (Aster chinensis). Garten-Sternblume. **Конфітелія** (С. С.) — **Варани́чка** (Микол.) — **Талїрка** (Зак.) — **Пітільо́н** (Бу.) — **Конфе́стра** (Ус.) — **Компосте́ля** (Ста.) — **Драни́чка** (Єз.) — **Ґереґова́ня** (УР.) — **Тарілки́. Тарілці́** (УР.) — **Астракіта. Стракіта. Астратїк** (УР.*).

Caltha palustris L. Sumpf-Dotterblume. **Ло́точ. Лата́ч** (Стр.) — **Ло́тар** (Л. я.) — **Ло́так** (Кам. л. ци ма́ло ло́таку = богато ло́таку) — **Ло́тань** (Бу. Яв. М.) — **Ло́тач** (Сор.) — **Ло́таш** (Стр.) — **Лата́чка** (Зап.) — **Лота́к** (Кам. вол.) — **Лотай. Лоташ** (Лем.) — **Ло́тарь** (УР.).

Campanula. Glockenblume. **Зба́нок** (Т.) — **Пукалка** (УР*.) — **Пауки** (УР*.).

Cannabis sativa L. gemeiner Hanf. **Коно́пля. Коло́пня.** — **Коно́па** (УР*.). — **Плоскінки́** = перші коно́плї Staubhanf. **Головатки́** Samenhanf. — **Ма́тїрниця** (Від.) — **Коло́ватнї** (Печ.) Samenhanf. — **Пляскури** перші коноплї Staubhanf. **Драби** другі коноплї Samenhanf (Рі.) — **Посквонки** (Бли.) — **Поскубки** (Ван.) — **Розклїнки** (Ван.) Staubhanf. — **Головачи** (Ол.) Samenhanf — **Сухи коноплї** (Лем.) Staubhanf. **Насїнні коноплї** (Лем.) Samenhanf.

Сїменец (Лем.) = сімяу східній Галичинї.

Cantharellus cibarius Fr. Eierschwamm. Pfefferling. **Лишівка** (Лем. УР*.).

Capsicum annuum L. gemeine Beißbeere, roter Guinea-Pfeffer. Schoten-Pfeffer. **Перчи́ця** (Печ. Кіц.) — **Папри́ґа** (Рж.) — **Червений попер** (Лем.).

Carduus. Distel. **Бодак** (Лем.) — **Ко́льковник** (УР.) — **Коля́чник** (УР.*) — **Чорто́вое насїня** (УР.) — **Хлопске серце** (УР.) **Женьске серце** (УР.*).

Carex. Riedgras. Segge. **Різоха** (Крс.) — **Різу́ха** (Кол.) — **Осока́ Осо́ка** (Терн.) — **Різу́ля** (Піс.) — **Різова́тиця** (Торч.)

Digitized by Google

— Остриця (В.) — Ушивка (Жад. від неї не правитси товар; товар in der Bedeutung: Vieh) — Різчина (УР.).

Carex montana L. Berg-Segge. Сиглова́чка (Т.).

Carex paludosa Good. Morast-Riedgras. Мочерина (Мк.).

Carlina (acaulis i vulgaris). Eberwurz. Девятисил (Крс.) — Девятисильник (Крс.).

Centaurea cyanus L. Kornblume. Ziegenbein. Синец (Лем.).

Centaurea jacea L. gemeine Flockenblume. Підойма (Крп. — Міцне зіля (Лем.).

Ceratonia siliqua L. echter Johannisbrotbaum. Bockshornbaum. Біб турецкий (У. Д.).

Cetraria islandica L. Isländisches Moos. Грань (Ж.) — Границя (Ж. росте на верхах Чорної гори дуже густо і бивно творячи збиті подухи).

Chaerophyllum aromaticum L. (Myrrhis aromatica Spr). Gewürzhafter Kälberkropf. Морквяниця (Лем.) — Морківник (УР.).

Chelidonium majus L. gemeines Schöllkraut. Schwalbenwurz. Земизело (Гра. К. сок на опарі) — Зелемозелень або Земозелень (Гі.) — Земозелен (Добрус.) — Лемíз (Ріп.) — Самозелень (Євір.) — Мурова ластівка (УР.) — Ростопаст (УР*.).

Chrysanthemum leucanthemum L. weiße Wucherblume. Королівка (Крс.) — Короляце (Кол.) — Корóлька (Либ.) — Невістульки (К.) — Невістки (Ж.) — Торг (Мач.) — Кралька (УР*.).

Cichorium intybus L. gemeine Cichorie. Wegwarte. Батіжник (Ван.) — Гонько (Лем.) — Голубій (УР).

Cirsium. Kratzdistel. Колюк (Крс.) — Бодлак (Крс.) — Колючник (Крс.) — Байдрак (Гал.) — Коляк (УР.*) — Колячина (УР.*).

Cirsium arvense Scop. (Serratula arvensis L) Saudistel, Haferdistel. Опсиґа або Осетий (УР.) — Осетник (УР.) — Осятник (УР.).

Cirsium heterophyllum All. (Cnicus heterophyllos) verschiedenblätterige Kratzdistel. Храбуст (Ж).

Cirsium lanceolatum L. (Cnicus lanceolatus Roth.) lanzettblätterige Kratzdistel. Дід (Город. так зовуть також много инших бодяків; імовірно тому, що по одцвиті головки містячі в собі нелупці увінчені опушком (pappus) представлають ніби голови сідих стариків або дідів).

Digitized by Google

Cirsium rivulare L. Bachliebende Kratzdistel. **Обрідник** (Мк.)

Clavaria. Keulenpilz. **Баранéчка** (Кол.) — **Щіткóванец** (Либ.).

Claviceps purpurea Tulasne (Sclerotium clavus Dec.) Mutterkorn. **Мончáр** (Бор.) — **Мýченик** (Зам.) — **Мучнúк** (Стіб.) — **Шпіж** (Дсв. шпіж виростає в колосї в житї) — **Спір** (Кам. стр. Піт. Бор. як бýде спір, то бýде хлїбови попір. — досúть спóру) — **Пóпір або Полóн** (Вшн. plur. поперї) — **Спорéц** (Терн. Бел.) — **Шпорéц** (Мач. genit. шпорцю) — **Спорїй** (Др. Яв. Старе село коло Тешанова) — **Сить** (Ден. Терн.) — **Дúкий спр** (Бор.) — **Зáтїк або Вúмук** (Зам.) — **Бáбка** (коло Солотвини) — **Мáгок** (gener. masc. прим.: кýпа мáтку). — **Мáтиця** (Раг.) — **Мáтичка** (Вол.) — **Какарýдза або Какарýза саморїдна** (В.) — **Солóдуш** (Мал.) — **Ріжóк** (Ско.) — **Жúдик** (Дун.) — **Прúспір** (Брод.) — **Ріжóк** (Київщина plur. ріжкú) — **Рожóк** (Город. plur. рожкú) — **Мучник** (Бон.) — **Намелец** (Рі.) — **Намелюх житний** (Оп.) — **Житниця** (Чор.) — **Мамка** (Лем.) — **Матиця** (Лем.) — **Намель** (Лем.) — **Намелюх** (Лем.) — **Матка житна** (Лем.) — **Голóвенька** (УР.) — **Діке зерно або Матиця** (УР*.).

Clematis recta L. Steif-aufrechte Waldrebe. **Змиївóна** (Крп.).

Cocculus suberosus DC. (Anamirta cocculus Wight.) fischtödtender Mondsame. **Маслáк. Маслáґ** (УР.).

Coffea arabica L. echter Kaffeebaum. **Кавей** (УР*.).

Colchicum autumnale L Herbst-Zeitlose. Wiesensafran. **Дикий чеснок** (Берест, над Флічком).

Conferva rivularis L. Bachwasserfaden і другі роди Conferva **Шовковáтиця. Шовкóватиця** (Крс.) — **Шовкóвиця** (С.) — **Намýленка** (Мк.) — **Водовá вóвна** (Ж.) — **Жáбуратина** (Самб.) — **Жабурúне** (Чортк.) — **Зеленúна жабúнá** (Самб.).

Conium maculatum L gefleckter Schierling. **Болúголов** (Мк.) — **Дудвá** (Мк. так зовуть теж Chaerophyllum temulum).

Convallaria majalis L. Wohlriechende Maiblume. **Маївка** (к. Льв.) — **Кукурїчка** (к. Льв.) — **Дúкий виноградáд** (Б.).

Convallaria multiflora L. Vielblumige Maiblume. **Воняк** (Крп.).

Coriandrum sativum L. Angebaueter Koriander. Wanzendill. **Троян** (Лук. н.).

Cornus sanguinea L. gemeiner Hornstrauch. **Дрїнка** (Лем.) — **Свиб** (Лем.) — **Рогýтник** (УР).

Corydalis solida Baumgart. Dichtknolliger Lerchensporn. **Кóники** (к. Льв.).

Digitized by Google

Corylus avellana L. gemeine Haselnuß Лїсковий ворїх (Мал.) — Лїщáня (Сл.) Лїщáнка (Сл.) — Лїщáна або Лїщáнка (УР.)

Crataegus. Weißdorn. Hagedorn. Глоїна (Стру.) — Оглід (Зак.) — Лога (Лем.) — Логиня (Лем.) — Логовий кряк (Лем.) — Гліг (Лем.) — Логинá (УР.) — Гліг (УР.) — Глогівка (УР.) — Гліг (УР*.) — Логинька (УР.*).

Crepis biennis L. zweijähriger Pippan. Свиннáк (УР.).

Crocus vernus L. Frühlings-Safran. Бриндýшка (РБ.).

Cucumis citrullus L. gemeine Wassermelone. Гризáчка (УР.) — Гризýчка (УР.).

Cucurbita lagenaria L. Flaschenkürbis. Calabasse. Таракýцька (Херс.) — Тúква (Херс.).

Cucurbita pepo L. gemeiner Kürbis. Дининк (УР.). — одм. Пекýчька. Печýчька (УР). овочі печуть для людéй; Свинячька (УР.) овочі для свиней.

Cuscuta epilinum Weih. Leinseide. Flachsseide. Черéвка (Мил.) — Черéвець (Лóл. genit. черéвцю) — Повитúце червóна (Кру. як достúгне, червона) — Фéна (УР.). — Сплїтачка (Лем.) — Червéна нúтка (Лем.) — Казúлен (Лем.) — Паршивка (УР.*).

Cuscuta europaea L. große Seide. Бураки́ (поглушит конюшину, спутає льон).

Cydonia vulgaris Pers. gemeine Quitte. Кормóша вадь Журавúнник (УР.).

Cynosurus cristatus L. Kammgras. Мýшка (Самб.) — Мýшиця (Самб. „мушками зовуть кілька родів трав, межи иншими також роди Китника Alopecurus і др.“) — Смúкавка (Лях.) — Смичка (Лях.) — Смúкавка (УР.).

Dactylis glomerata L. Knäuelgras. Житнúця (Крс.).

Daphne (cneorum) (wohlriechender) Seidelbast. Дібрівка (Брод.)

Datura stramonium L. Stechapfel. Дúвдур (Бу. Замч.) — Бісдéрево (Стру.) — Диндéрево (Рiп.) — Дендéрево (Брщ.) — Свúньске насїня (Л. К.) — Дендéра (Зак. Город.) — Дур (Радом.) — Чудофáй вадь Дúка папрúка)(УР.).

Daucus carota L. gemeine Mohrrübe. gelbe Rübe. Морков (Лем.) — Жóвта рїпа або Мóрков (УР.) — Сорóче гнїздó дúкое (УР.) — Мóрхва (Терн. Кол.).

Delphinium consolida L. Feld-Rittersporn. Сорóчі лапкú (Ф.) — Козéнька (Сос.) — Мандрїєц (Ст. С.) — Сорóка або Со-

Digitized by Google

кирки́ (Ден.) — Бо́жі чобітки́ (УР.) — Цорколá вадь Сороколáб (УР.).

Dictamnus fraxinella Lenk. gemeiner Diptam. Свековни́к (Стр.) — Цвиковни́к (Стр.) — Свéковка (Стр.).

Digitalis (ochroleuca Jacq.) (gelber) Fingerhut. Напáльки (Остр. plur. tant.)

Dianthus... Пéсе тéрне (Ст. С.).

Echinops sphaerocephalus L. gemeine Kugeldistel. Твердосон (Бон.).

Epilobium angustifolium L. schmalblättriges Weidenröschen. Зніти́лник хлопский (к. Брод.).

Epilobium palustre L. Sumpf-Weidenröschen. Зніти́лник дŸвочий (Брод. пют, коли черево болит).

Equisetum. Schafthalm. Schachtelhalm. Євка і Смерічка (Т.) — Скрипéц (коло Ярославля) — Ми́шача грéчка (Бог.) — Скорпíй (С. В. — Пади́волос (Крс.) — Скрипíй (Шол.) — Кудíлька (Бол.) — Тряска (Лем.) - Яли́нка (Лем.) — Ївка (Лем.). — Веретїнця (Лем. plur.) — Жабій смеречок (УР.*).

Eriophorum. Wollgras. Binsenseide. Wiesenwolle. Кóтики (Др.) — Тонконíг С. 6.) — Пелéшник білий (Ян.) — Кітка (к. Льв.) — Спячник (Лем.).

Eryngium planum L. Flachblättrige Mannstreu. Перекити́поле (Трг.) — Перекотипóле (Ж. ним вітер кочéе далéко).

Erythraea centaurium L. gemeines Tausendgüldenkraut. Золотни́к (Гл.) — Дзендзелія (Лем.) — Ценцерія (УР.*).

Eupatorium cannabinum L. Hanfkraut. Alpkraut. Бŭченин (Ж. на Чорній Горі найшов я кілька примірників межи жерепом на височині 1580 метрів над верхнею моря) — Ошадец (Лем.).

Euphorbia (cyparissias L.) (Cypressen-) Wolfsmilch. Сŭче молокó (Б.) — Вовчинéц (Крс.) — Псе молокó (Крс.) — МлŸчéй (В.) — Землéзіл. Земóзіл (Крс. „затóвкуют тим зілем ри́бу: зібю́т кáменем земóзіл, щоб молочкó виходи́ло; потóм мечуть в місце, де водá супокійна або загачéна. Ри́ба напи́вшись молочкá умлїває, перекидáе ся ниць. Тогди́ її берŭт. В инших сторонах: земозелень = Chelidonium majus гл. стор. 41. і Початки до уложеня номенклятури і пр. II. стор. 30.) — Пéсе (песце) молокó (УР.) — Сŭче молочкó (УР.) — Кітче молоко (УР.*) — Кізе молоко (УР.*) — Кізе молоко (УР.*) — Кане молоко (УР.*).

Digitized by Google

Evonymus europaeus L. Spindelbaum. Проскурйна (Ско. Пдл.) — Прискорйна (Т.).

Evonymus verrucosus L. Pfaffenhütlein. Футарайки (Либ.) — Попове мудя (УР.*).

Festuca. Schwingel. Костерява (УР.) — Кустриця (УР.*).

Ficaria ranunculoides Dec. (Ranunculus ficaria L.) Пшенйчка (Пдл.) — Пшенйчка білька (Пдл.).

Fragaria collina Ehrb harte oder Hügelerdbeere. Presterling. Knackelerdbeere. Хруставка (Сгрв.) — Ягода чепеґова (УР.).

Fragaria vesca L. Erdbeere. Суничник (Зак.) — Сунишник (Мв.) — Шунйце (Св.) — Червона ягода (Рек. Пдг.).

Galanthus nivalis L. gemeines Schneeglöcklein. Снїгурка (Верхр.) — Козодричка (Бру.) — Козодрйск (Св. коли хапают) — Ґодзйнка (Л.) — Ґуґурдза дйка (Лях.) — Колокоцей (к. Стан.) — Мартенка (УР.) — Козодрйст або Конодрйст (УР.).

Galium aparine L. Kleber, kletterndes Labkraut. Повитйце друча. (Кру.) — Липник (Тил.).

Galium verum L. echtes Labkraut. Затай (Скв. н,).

Gentiana. Enzian. Ґензура (Дб.) — Джінджура або Дзіндзура (Ж.).

Georgina variabilis W. (Dahlia variabilis) verschiedenfarbige Georgine oder Dahlie. Ґірґонія (Ож) — Ґорґія (к. Стан.) — Ґеверґіна (УР.) — Ґерґіна (УР.).

Geranium dissectum L. Zerschlitztblättriger Storchschnabel. Змиївка (Бол.).

Geranium palustre L. Sumpf-Storchschnabel. Прибій (Мк.).

Geranium phaeum L. Rotbrauner Storchschnabel. Гадечі жела (Мк.)

Glecoma hederaceum L. (Nepeta glechoma Benth.) gemeine Gundelrebe. Erd-Epheu. Плющ або Котячі булкй (В.) — Коцурник (УР.*).

Glyceria spectabilis K. Hoher Schwaden. Лепеха (Зак.) — Лепеха (Зак.) — Лепеш [„Лепешником“ „Лепехою“ зовуть теж загалом заросли болотяні і загалом коловодні ріжних ростин, передовсім же шувару (Acorus calamus)] — Лепешняк (Укр.) — Шіварец білий або Лепех (Бу.).

Gnaphalium dioicum L. Frühlings-Ruhrkraut. Котечі лапки (к. Льв.).

Gnaphalium silvaticum L. Wald-Ruhrkraut. Сухітник (Ми.) — Боже житце (УР.).

Digitized by Google

Hedera helix L. Epheu. Глисня́к (Радом.) — Борща́ник (УР.).

Helianthemum vulgare Dec. Sonnenröschen. Goldröschen. Жовту́х (Киевщ.).

Helianthus annuus L. Sonnenblume. Просо́нцвіт (УР.) — Посоня́шник (УР.) — Просоня́шник (УР.) — Сонечник (УР.*) — Насоне́шняк (Город.).

Helleborus (viridis L. (grüne) Nieswurz. Спинда (к. Буч.).

Heracleum sphondylium L. gemeine Bärenklau. Шук (Ж. їдять сире било; оно солодке) — Мшаль (Лем.).

Hordeum. Gerste. Ярец (Лем.).

Hordeum distichum L. zweizeilige Gerste. Пло́щик або Двійня́к (Ва.) — Ри́бка (Шід.) — Риба́к (В.) — Двоя́к або Ри́бяк (Бат.) — Пляска́ч (Стіб. Гру.) — Бичова́нец (Л. я. Т.).

Hordeum hexastichon L. sechszeilige Gerste. Шоста́к (Нс.) — Шуста́к (Гру.) — Шестак (Ван.).

Hordeum vulgare L. vierzeilige Gerste. Четверня́к (Ви) — var. nudum Га́лак або Го́лий ячмінь (Город.).

Humulus lupulus L. gemeiner Hopfen. Хмели́на (УР.).

Hyoscyamus niger L. Bilsenkraut. Люлька (Ян. Ріп. берут до зубів) — Лю́льник (Бу.) — Зубівни́к (Л.) — Лю́льок (Замч.) — Зубни́к (Либ. УР.) — Зу́бятник (Ли́б. підкурюють на біль зубів).

Hypericum perforatum L. gemeines Hartheu Johannisblut. Біжа кровця (Ван.) — Стокрівця (Лем).

Hypochaeris uniflora Vill. einköpfiges Ferkelkraut Ни́скавец (Крс.).

Impatiens noli tangere L. empfindliches Springkraut. Неруш (Лем.).

Inula helenium L. Alant. Helenenkraut. Обмил (Лбл. ЛК.) — Старівни́к (Гл.) — Велике зїле (УР.*).

Iris germanica L deutsche Schwertlilie. Бендюги́ (к. Стан.) — Ко́ситень (Кос. на Оп.) — Бендаси́ (Зак.) — Косичка (УР.*).

Iris sibirica L. sibirische Schwertlilie. Коса́рик (Либ.).

Iuncus. Simse. Сїтни́к (УР.).

Iuncus trifidus L. Dreiteilige Simse. Щовкі́вка (Ж. на Чорній Горі (Шпиця) в країні жереду; росте там дуже бивно і густо).

Iuniperus communis L. gemeiner Wachholder. Же́рси (МК.) Єлове́ц. Ялинець (Вол.) — Яленець (УР.) — Фіома́к (УР.*).

Iuniperus nana Willd. Zwerg-Wachholder. Жене́цин (Ж. Єв.) — Жене́пир (Ж.) — Жене́п (Ж).

Digitized by Google

Lactarius deliciosus Fr. (Agaricus deliciosus L.) Reizker. Rietschling. Рыджик (Кор. Лем.).

Lactuca sativa L. Gartensalat. Шалата. (Замч.).

Lamium. Taubnessel. Глуха́ желива (С. в. „глуха́ желива не кусає") — Мідянки (УР.) — Глуха коприва (УР.*).

Lappa (minor DC.) (Kleine) Klette. Репій (Зам. До.) — Гіркий оцух (ўопух). Гірке опуша (Лем.) — Гіркий] лопух (УР.*).

Larix europaea DC. (Larix decidaa Mill. Pinus larix L.) Lärche. Яре́ниш (Ильдїне коло Рожнятова і Перегиньска) або Модри́на. — Мо́дриш або Му́дрик (Лях.) — Шквірок або Мо́дрень (Розтк.) — Шквирк (Лем.) — Шквір (Лем.) — Шквірок (Лем.) — Мудрінь (Лем.) — Мудрень. Модрень (Лем.) — Черве́ний сме́рек (Лем.) — Чвірк (Лем.) — Модрина (УР.*) — Мудрене́ц (УР.*) — Червений смерек (УР.*).

Lathraea squamaria L. Schuppenwurz. Буга́йник (Стр.).

Lavatera thuringiaca L. thüringische Lavatere. Хлезїнь (Крп.) Слезїнь (Крп.).

Ledum palustre L. Sumpfpforst. Бредуле́ць. Брезуле́ць. (Крс. від моли; дают ме́жи лу́дину, що-б не заводи́ла ся міль). — Блощи́чник (Лбл. від чуху втїка́ют блощи́цї). — Бagóник (Стр.).

Lemna. Wasserlinse. Ка́чачий жир (Зак.).

Lens esculenta Moench. (Ervum lens L.) Ackerlinse. Шовкови́ця (Л. К.) — Сешеви́це (Кру.) — Сїкови́ця (Бу.) — Сїкови́це або Сїчови́це (При.) — Сосови́ця або Сошови́ця (Добруч.) — Ле́нча (Кол.) — Ле́нга (Кол.).

Leucojum vernum L. Frühlingsknotenblume. Жо́втка (Підл. жо́вткою жовтять писанки і беру́ть листе з галуно́м). — Снїжка (Спас коло Долини) — Пра́сер (Бог.) — Жо́втка (УР. жовтя́ть писанки́).

Levisticum officinale Koch. Liebstöckel. Люби́мене (Кол.) — Люби́сток (Печ. УР.) — Любчик (Лем.).

Lichen. Flechte. Оброcть (Самб.).

Ligustrum vulgare L gemeine Rainweide. Hartriegel. Фадьоли́на. Фадо́льни́к (УР.).

Lilium martagon L. Türkenbund. Кудїлька (Кп.).

Linaria vulgaris Mill. gemeines Leinkraut. Лино́к (Мач.).

Linum alpinum Jacq. Alpen-Lein. Лино́к (Ж.).

Linum usitatissimum L gemeiner Lein. Flachs. a) Linum vulgare Bönningh. gemeiner Ackerflachs. Dreschlein. Schließlein. Мо́лотень

Digitized by Google

(Ст. м.) — Слóвінь (Ту.) — Дїдич (коло Роздолу) — Лен-глушец (Лем. УР.*) — Лен-вівсяк (Лем. лем на олїй хіснуют) — б) Linum crepitans Bönningh. kleiner Lein. Klanglein. Springlein. Скóчень (Л. я.) — Скокéль (Дев. кýпа скокелю) — Скоц (Гру.) — Вúскік або Скóцель (Торч.) — Вúскік (РМ.) — Гýдич (коло Роздолу; такóж вúскакуе, як скóчень) — Лен-пражец (Лем. УР.*) — Скоцень (Лем.) — — — Бігун (УР.*) великий лен) — Чех (Лем. великий лен; тепер занехаяли сїяти).

Lolium temulentum L. Tollkorn. Taumel-Lolch. Дурéць (Стеб. в ярій пшеници, ячменю, в вівси) — Дурúця (Кроп. ст.) — Шелéц (Ф.) — Шеленéц (Дун.) — Омплец (Рі. Оп.) — Омилок. Омолок (Лем.) — Шалїянка (УР.) — Шаленúця (УР.) — Шалїтра (УР.) — Омилок (УР.*).

Lonicera xylosteum L. gemeine Heckenkirsche. Черéшня червóна (к. Стан.) — Суходревник (Лем.) — Деревянок (УР.*).

Lunaria rediviva L. spitzfrüchtige Mondviole. Пастáя (Др. в Дорі украшають леґінї свої красанї овочестанами тої ростини обдираючи луппни з лушпаків а лишаючи тілько середущі плївки сріблисто вилискуючі).

Lycium barbarum L gemeiner Teufelszwirn. Лїціян (Остр.) — Гáлюс (Буцнев.) — Поплотúна (Трг.).

Lychnis viscaria L. klebrige Lichtnelke. Pechnelke. Липнúк (Вовч.).

Lycoperdon. Stäubling. Фóшкавка (Ж.) — Бздюха (Город.) — Песяча табáка (П.) — Кýрчавка або Бýсячий Сир (Бродки) — Кривúй гриб (коло Скали; кажуть, що єго дика гусь несе) — Грýбий гриб (Яв.) — Порохáлка (С. б.) — Свúньский сир (Тх. к. Стан.) зріла губа: Злодїйска табака (к. Стан.) — Пýшка (коло Яв. зрілий гриб. — молодúй: Свинячий сир) — Вороняčний сир (Яв.) — Свинéчий сир (Гр. пóрохом рїзану рáну засипуют) — Порохавка (Лем.) — Міхýнка (УР.) — Курпавка або Вовча табака (УР.*).

Lycopersicum esculentum Mill. (Solanum lycopersicum L.) Liebesapfel. Баклажáн (в Києві; звичайно plur. баклажани. Киевляни готовлять дуже скусний борщ з баклажанами). — Патлажéй (коло Черновець) — Парадúчка (УР.).

Lycopodium clavatum L. Kolben-Bärlapp. Gürtelkraut. Гостéчник (Раг.) — Поясник. Опоясник (Руда, коло Стрия) — Колотник (Желд. вáрят в водї, потóм кидáют яйця: крашанкú, крáсят на жóлто). — Пéлех (Гі.) — Жовтúло (М. в. вáром жовтят

Digitized by Google

яйця великодні, писанки і крашанки). — **Пядики** (Скл. **уживают на вінки до церкви**).

Lysimachia vulgaris L. gemeiner Gilbweiderich. **Варохобник** (УР.).

Malva. Malve. Käsepappel. **Слюз** (**Лбл.** С. **Змч.** Ціш.) — **Слиз** (Бол.) — **Слизт** (УР.).

Malva silvestris L. wilde Malve. Roß-Malve. **Пацьірник дикий** (УР.*).

Marrubium vulgare L. weißer Andorn. **Сянда** (Т.) — **Шмандра** (Лем.).

Matricaria chamomilla L. (Chrysanthemum chamomilla Bernh.) Echte Kamille. **Румінец** (УР.).

Medicago falcata L. sichelfrüchtiger Schneckenklee **Цвіга** (Остр.)

Medicago falcata L. sichelfrüchtiger Schneckenklee. **Цвіга** (Остр.)

Medicago sativa L. Luzerne. **Бутник або Луцерна** (УР.).

Melilotus officinalis Desr. Feld-Steinklee. Fels-Honigklee. **Липка або Буркун** (Хильч.).

Melissa officinalis L. Garten-Melisse, **Ройник або Матошник** (Гл. **зело до бжолів**).

Melittis melissophyllum L. Melissenblätteriges Immenblatt. **Кадило.**

Mentha. Minze. **Мятва** (Гру.).

Mentha crispa L. Krause Minze. **Крута мята** (Лем.).

Mentha piperita L. Pfeffer-Minze. **Галущанка** (Лем.) — **Чорна мята** (Лем.).

Milium effusum L. Hirsegras. Waldhirse. **Просянка** (Стр. Кол.).

Morchella (esculenta) Morchel. **Шушерепка** (Ж.) — **Сушерепка** (на Поділю) — **Сморж** (Б.).

Morus. Maulbeerbaum. **Дерево ягодове** (Лем.).

Mucor mucedo L. Kopfschimmel. Brodschimmel. **Попелиця** (Либ.).

Myricaria germanica Desw. (Tamarix germanica L.) deutsche Tamariske. deutsche Cypresse. **Рокитина** (Т. **затикают на поли, що-б відстрашити миші**) — **Біждерев зарінковий** (коло Ж.) — **Біждерник** (коло Ж. **росте по зарінках**) — **Чамаришок** (Лем.) — **Чамаришка** (Лем.) — **Дождживник. Дойджівник** (Лем.) — **Рай-дерево** (УР.*).

Nardus stricta L. Borstengras. **Сивушка. Псюха** (Дов.) — **Свинюх** (Мил.) — **Сіроха** (Т.) — **Псюрка або Псечка** (Смі.) — **Псерка** (Л. я.) — **Свинниця** (Ван.) — **Сивиця** (Лем.).

Digitized by Google

Nepeta cataria L. Katzenminze. Котя́чка (УР.).

Nicotiana rustica L. Bauerntabak. Капак (УР.* сильнійший дуган мадярский).

Nicotiana tabacum L. gemeiner Tabak. Дуга́н (УР.).

Nymphaea. Seerose. Листопру́г (Стрч. тобілки овочні (Fruchtkapseln) тої ростини зовуть „маківки́ водяні“) — Ло́мич (Брщ.) — Моми́ч (Замч.) — Лопа́тник (Стац.) — Бліскалка (УР.*).

Ocimum basilicum L. großblätteriges Basilienkraut. Васи́льник (Прн.).

Ononis hircina Jacq. stinkender Hauhechel. Во́вче зїле. Вовча́к (Крс. смерди́т; худо́ба не хо́че его́ їсти; де росте́, не до́бре коси́ти: коса́ на вовчаку́ найбі́лше пи́рскає) — Вітровой зїля (Бон.) — Вовк (Лем.) — Вовчинец (Лем.) — Вовки́ (УР.) — Вошкове зіля (УР.*).

Ononis spinosa L. Hauhechel. Вовчівни́к (вар дают свиням на завали).

Origanum majorana L. Majoran. Маґера́н (РМ.) — Маґера (Лем.) — Мадеран (Лем.) — Мадаран (Лем.) — Маґеран (УР.*).

Origanum vulgare L. Brauner Dosten. Лебюдка (Лем.).

Ornithogalum. Vogelmilch. Пшени́чка (Пдл.) — Пшеничка менша (Пдл.) — Раст жо́втий (Пдл.).

Oryza sativa L. gemeiner Reis. Риж (Гал.) — Рис (УР.*).

Paeonia officinalis L. gemeine Pfingstrose. Gichtrose. Pumpelrose. Putenje. Поло́нїя (Брщ.) — Ру́жа русаде́льна (УР.) — Каменна ружа. Камінна ружа (УР.*).

Paeonia tenuifolia L. feinblätterige Gichtrose. Воронець (Херс.)

Papaver rhoeas L. Klatschrose. Feuerblume. Видя́к (Пдл.) — Трі́скавець (Крс) — Виду́н (Город.) — Мак тру́скавец (С.) — Мак здря́чий або Хру́ставець (Д.) — Па́данка або Самосі́вка (Пл.) — Маковина (Лем.) — Маковинец (Лем.).

Papaver somniferum L. Schlafmohn. Gartenmohn. Мак загорідний (Лем.).

Paris quadrifolia L. Vierblätterige Einbeere. Wolfsbeere. Бесїжни́к (Крп.) — Волокни́к (Б.) — Нїмина або Воронівка (Лем.).

Penicillium glaucum Link. (Penicillium crustaceum Fr.) Pinselschimmel. Цвіль (Укр.).

Peronospora viticola de By. Руда́ (УР.).

Digitized by Google

Persica vulgaris Mill. gemeine Pfirsich. Pfirsche. Бросквá (Не.) — Бороскваá (УР.).

Peucedanum cervaria L. Hirschwurz. Крученицї (Крп.).

Peziza ciborioides Fr. Паршивка (У·Р*).

Phaseolus vulgaris L. Vietsbohne. Фасóля. — Квасóля (Город.) — Квасóле (Прн.) — Горóх (Дерев. Кам. стр.) — Велика фасоля: Бабóха (Бол.) — Балабáн (Гі.) — Бацáн або Балабáн має грубий горох т. є. велику фасолю (овоч). Бецáй = груба фасоля; Квасóля менша від бецая. Лежýх = нетична фасоля (Кп.) — Лежýх або Пíша фасóля (В.) — Балазалá або Бáба (К.) — Бугаї (Стр.) одміна великозерної фасолї о цвітї білїм. — Татáрка (plur. татарки) фасоля велика. — Лежýха (С. Бенк.) фасоля, що не тичить ся. — Волоцюга (Крс. єї сїють межи кукурудзи, що-б межи ними вила ся; білим цвите. — Балабáнка (Крс.) фасоля велика, тична, цвите червоним.) — Фізоля (Лем.) — Фізоля піхотна (Лем.) — Фізóла (УР.) — Бувалячька (УР.) — Бумбáня (УР.).

Phellandrium aquaticum L. (Oenanthe phellandrium Lmk.) Wasserfenchel. Roßfenchel. Roßkümmel. Весéй (Тись. genit. весею).

Phleum pratense L. Wiesen-Lieschgras. Мýшка житна (Самб.) — Мушúй (Стац. Жад.) — Матїювка (Ван.) — Житница (УР.).

Phragmites communis (Arundo phragmites L. Teichrohr. Трість, (Зак.) — Тростина (Зак.) — Вúшай (Дов.) — Сашник (Л.) Сашина (Лем.) — Терстина (Лем) — Саршина (Ван.) — Шалина (Бон.) — Саш (УР.) — Саш надóвий (УР.) — Саршúна (УР.).

Picea vulgaris Lk. (Pinus excelsa Lam. et D. C.) gemeine Fichte. Rottanne. Schwarztanne. Сквірок (Лем.).

Pinus cembra L. Zirbel-Kiefer. Турéцка (sic!) соснúна (УР.)

Pinus montana Mill. (P. pumilio Haencke. P. mughus Scop. P. uncinata Ram. et DC.) Krummholzkiefer. Zwergkiefer. Жéреп (Ж. з жéрепу рóблет ручкú до кісé. Кісé = держак коси) — Джáрап. Джарапúна (Я.) — Жанепúна (РМ.).

Pisum sativum K. Erbse. Горóх кýглий (Кам. стр. для одріжненя од „горóху“ т. є. фасóлї Phaseolus vulgaris).

Plantago lanceolata L. lanzettblätteriger Wegerich. Гойове листя або Гойник (Лем.).

Plantago major L. großer Wegerich. Wegbreit. Подорíжник (УР.) — Припýтник (УР.).

Digitized by Google

Poa. Rispengras. **Вибіжка** (УР.*).

Polygonum aviculare L. Vogel-Knöterich. **Спорйс** (Верб.) — **Спорйч** (Мах. купа споричу́) — **Шпорйс** (ЛК.) — **Спорйш** (Скл. Гл.) — **Спорйще** (Ціш. Тргр.) — **Дрягéль** (Л·) — **Свйицкий пирйй** (УР.) — **Кýрятник** (УР.) — **Кýрячка** (УР.) — **Кýряча травá** (УР.) — **Курячнйк** (УР.) — **Гуся трава** (УР.*).

Polygonum tataricum L. tartarischer Buchweizen. **Гречýчка** (Дїд.) Єсть в околици хоптою занечищаючою гречку (Polygonum fagopyrum L. s. Fagopyrum esculentum L.).

Polypodium vulgare L. Engelsüss. **Солодýшка** (Кол.) — **Гищйце** (Др.) — **Солóдич** (С С.) — **Солóда** (Дов.) — **Солодниця лїсова** (Лем.).

Polyporus fomentarius L. echter Zunderschwamm. Buchenpilz. **Вакилйя** (Л.) — **Вакилия** (Лем.) — **Бакалїя** (Сян.).

Populus alba L. Silberpappel. **Білопóля** (Л. я.) — **Телїпан** (Зам.) — **Ябруд** (Не.) — **Ябронд** (Тор.) — **Біла вусїка** (Хот.) — **Осйка** (С. н. Рад.) — **Коновáля** (Спас) — **Пáпля. Топóля біла або Сипйка** (Розг.) — **Білйця** (Гі.) — **Срібна топóля** (Бу.) — **Осинá** (РМ. в инших околицях осинá = осика. трепета, Populus tremula).

Populus dilatata Ait. (P. pyramidalis Rozier) **Гóня** (Спас) — **Тремпóля** (ВМ.) — **Леґінь. Леґін** (Лем.) — **Лéґінь** (УР.) — **Лїмба або Топóля** (УР. у Поляків: limba Pinus cembra).

Populus nigra L. Schwarzpappel. **Пáпля** (Бу.) — **Грýба або крісля́та топóля** (Бу.).

Populus tremula L. Espe. Aspe. **Гýшка** (Бар.) — **Сипйка** (Спас.). — **Шипіка** (С.) — **Трепота** (Лем.).

Potentilla. Fingerkraut. **Золотнйк** (Ост.) — **Перстáч** (УР.) — **Перстáк** (УР.).

Potamogeton lucens L. Spiegelndes Laichkraut. **Опарник** (Лбл. від опарів).

Primula. Schlüsselblume. **Лепушкй** (Пдл.).

Prunella vulgaris L. Braunelle. **Суховéршки** (Крс.) — **Сухóвчик** (Чортк.) — **Сухован** (Чортк.).

Prunus avium L. (Cerasus dulcis Gaert.) Süßkirsche. Waldkirsche. **Черешня.** Cerasus Juliana DC. Herzkirsche. Weichkirsche (овочі) **Білáвки** (Крс.) — **Білюхй** (Розт.) Schwefelkirsche. **Чорнóхи** (Розт.) Ochsenherz. Cerasus duracina DC. Knorpelkirsche. **Хрýставка** — **Лутївка** (Радом.) Lotkirsche — **Жовта черешня** (Радом.) — rotgelhe Knorpelkirsche.

Digitized by Google

Prunus domestica L. Hauspflaume oder Zwetsche. Прутни́ці (М. подовгасті сливи) — Мушка́ти (УР. сливи черлені, мало продовгасті) — Марія́нки (УР.* слівки подовгасті) — Кобилярки (Лем.) — Кобилиці (Бан.) — Кобиляхи (Рі.).

Prunus insititia L. Kriechen-Pflaume. Овочі: Бурова́ні (круглі сливки, великі, чорні; є і білі) — Білосливи або Памнухи́ (Сем.) — Білевки́ (Яс.) — Крухині (Розтк.) округлі, солодкі сливки. — Ди́мки (Розтк.) сливки менші. — Ля́пи (Мерв. sing. ляпа) круглі, малі сливки. — Трісунки́ сливки, що легко стрясують ся, червонясті, подовгасті, з малим камінцем. Багро́хи сливки великі, круглі, сині. Борщівки́ червоні, беруть на борщ. Скакульки́ сливки дрібненькі, круглі, солодкі, дрібку погіркаві. Пе́юрки (Стру.) менші від скакульок. — Скаку́лі сливки сині, круглі. Любаски́ (Стру.) круглі. — Любашки́ (Верб) — Кругляики́ (Стеб.) — Чернівки́ сливки дрібні, круглі. — Пости́лиці сливки круглі, чорні і білі (Остр.) — Бабки́ (Рзг. сливки живо пристигают, круглаві) — Люба́ха (Дмитре к. Льв.) — Дри́сливка (Брод.) = Коркоду́ше (РМ.) = сралька, дрисли́виця, дрисливець. — Пу́калки (Бл. sing. пу́калка) квасні сливки. — Черку́ши (Радом. чорні, круглі сливки). — Кругиня (Лем. сливка кругла, чорна, погіркава) — Білушка (Лем.) сливка біла. — Фушовки́ (УР.) сливки круглі. — Пини́ґи (УР.) круглі, малі. — Мела́йниці (УР. сливки малі) — Тернавка. Тернявка (УР.*) — Білянка (УР.*).

(Hungerzwetsche) Мішу́нка (Кол.) — Мішчу́нка (Кол.) — Балаба́с (Кал.) — Крива́к (Не.) — Куля́вка (Бат.). — Парка́ня. Пу́ркавка. Лопа́тка (Кроп. Люб. Кул.) — Тру́пеші або Трупахи́ (під Стриєм nom. sing. тру́пеш, трупах) — Струпех (Скл. plur. струпехи́) — Пиріжо́к (Зам.) — Піроги (Бли. sing. пірог) — Дименица (Лем.) — Мошурка (Лем.) — Паткан (Лем. collect. паткання) — Кривак (Лем.) — Натягавка (Оп.) — Вовку́н (УР. plur. вовкуни́).

Prunus padus L. Ahlkirsche. Traubenkirsche. Чере́мха. Черемши́на (Гал. Укр.) — Коцюрба (Лем.) — Кочурба (Лем.) — Кочурбина (Лем. бо овочі терпкі: ко+терб+а) — Коцірба (УР.*) — Коцірбина (УР.*).

Prunus spinosa L. Schlehenpflaume. Тер (Т. Д.).

Puccinia graminis Pers. Getreiderost. Grasrost. Руда́ (Д.) — Руда́вина (УР.) — Гарджа (УР.*).

Pyrus communis L. (Pirus communis). Birnbaum. Овоч: Бета́рне (М.) гру́шка, мала́, червоне́йка. — Лестю́ха (Сем.) гру́шка

Digitized by Google

мала́, соло́дкого ску́су́, дости́гат перед Спасом. — Кругли́це (Сем.) кругла, мала. — Гру́шка вле́жена (Сем.) = гниличка. — Семенівки́ (Стру.) грушки́, що вихо́дят на Семе́на, по Ма́тці Бо́жій; солодкі — Маковінки́ (Стіб.) грушки́ мали́ї, соло́дкиї. — Лежанки́ (коло Пер.) гнилиці. — Пахня́чка (УР.) Muskatellerbirne. — Зимівка (Бв.) грушка, що достигає пізно. — Михаї́вки або Осінки (Чор.) що пристают на Михала. — Меду́ля (Ван.) велика, солодка грушка. — Цьмічки (Рі.) грушки подовгасті. — Червінки (Чор.) грушки червоні nom. sing. червінка. — Цицаня. Цицуля (Лем.) гр. солодка. — Мучанки (Лем. nom. sing. мучанка) грушки крупнисті, што дависті. — Бараны́ (Брод.) грушки ве́ликі. — Дегтярки́ (Брод.) Мазярки (Брод.) грушки́ му́рі, тверді́, сере́дної вели́кости, подовга́сті; чу́ти їх де́гтем. — Гнилки́ (Сок. Waldbirnen, грушки лїсові nom. sing. гнилка).

Pyrus malus L (Pirus malus) Овочі: Білови́нки (Брод.) винні яблока, „білі„. — Боклажки́ кругленькі, як боклаги, винні і озимі яблока. — Виннюхи́ (К.) Винники́ (Перемш.) винні яблока. — Щетинки́ Stettiner Aepfel — Калинки́ червоні. — Відче́си солодкі, ранні. — Райки́ (Бл.) яблока червоні, великі, круглі. — Гранівки́ (Бл.) яблока менші, гранчаті, червоні, в середині з мясом червоним. — Циганки́ або Софянки́ (Бл.) червоні, але подовгасті, зимові. — Карваші́ (Бл.) яблока великі, подовгасті, солодкі. — Медунки́ (Бл.) малі, солодкі. — Полу́райки (Бл.) яблока зелені з чорними цяпками. — То́рби (Бл.) квасні яблока — Го́пурти (Бл.) великі, зимові. — Савлуки́ (Город.) зимні яблока, великі. — Ямпорти (Сем.) зимові, винні яблока, великі. — Костички́ яблока дрібонькі, солодкі. — Дренчівки́ (Сем.) вели́кі я́блока, соло́дкі; як приста́ґнуть, то в них зе́рнята калата́ют. Папірки́ вели́кі, білі яблока, винні, на літо. Бурачки́ невеликі, червоні, винні яблочка. Слїчаки́ (Ву.) зимові яблика, тверді. — Білови́нники (Стру.) яблока білозеленковаті, винні, на зиму. — Яровинники (Стру.) цїлком білі, винні, вчасні (ранні). — Цеглівки́ (Стру.) мают один бік зелений, другий красочервоний; квасні, на зиму переховуют. — Липівки́ (Стру.) на липі щеплені яблока, зелені, капку румяні, запалені, солодкі, тверді. — Ядерки́ (Стру.) на Спаса достигают. — Ви́нники (Стру.) я́бка я́рі або́ озимі, ви́нні. — Верблянки́ (Вер.) на вербі щеплені яблика. — Винни́ці (Розг.) винні яблока. Петрівки́ яблика, що доходять на Петра, терпкі. — Мараморя́нки (УР.) — Боцмани́ (УР*.) великі, кваскуваті ябка. — Янівки (УР.*) ябка вчасні, малі, солодкі, на Яна пристают.

Digitized by Google

Ranunculus acris L. Scharfer Hahnenfuß. Козелиця (Пдл.) — Бордýн (Торч.) — Іскорник (Лем.) — Кізлики (УР.) — Іскорник (УР.*).

Raphanistrum arvense Wallr. (Raphanus raphanistrum L.) Ackerrettig. Heidenrettig. Hederich. Свирíпа (Замч.) — Пчівняк (См.) — Пчівник (Лем.). — Репчин (УР.*).

Rhamnus catharticus L. Kreuzdurn. Зóстїль (Пдл.) — Жéстїль (Лбл.).

Rhamnus frangula L. Faulbaum. Скорýх чóрний. Скрух чóрний (Крс.) — Крух (Самб.) — Крухá (Лбл.) — Собачина (УР.) — Сóбачник (УР.) — Собачáика (УР.) — Нїмина (Лем.).

Rhinanthus crista galli L. Hahnenkamm. Klappertopf. Дзвінка (Лем.) — Бренчка (УР.*).

Rhizocarpon geographicum Kbr. Gelbe Krustenflechte. Мшедь. Імшедь (Ж. на Чорній Горі (пр. на Шпиці) в видї світло жовтої поволоки по скалах вершакових).

Rhododendron myrtifolium Schott. et Kotochy. Alpenrose. Оміґа (Ж.) — Кохитник (Ж.).

Ribes grossularia L. Stachelbeere L. Вепривник (Торч.) — Яґрес (Стру.) — Янґрес (Мач.) — Опрена (Ван.) — Оприка (Лем.) — Кікацка (Лем.) — Клекацка (Лем.) — Ґеґадзник. Ґерґечник овочі: Ґеґадзи. Ґеґацки. Ґерґецки. Ґіґачи. Ґіґацки. Клекацки (Лем.) — Ґеґацки (УР.*) — Клекацки (УР.*).

Ribes grossularia L. var. pubescens. Космак (Одрехова) — Кóцмин (УР.) — овочі: Космачкий. Космівкий. Коцмальки (УР.).

Ribes rubrum L. Rote Johannisbeere. Євíрниця (Ж.) — Порíчник (Вільг.) — Винцé (Л. я.) — Попорíчка (Крі.) — Віннинцї (Лем.) — Віннички (Лем.) — Турецке (sic!) вино (Лем.) — Винце (Ван.) — Явíрниця (УР.) — Винничка (УР.*) — Дикий виноградáд (Лвб.).

Rosa canina L. Hundsrose. Hagebutte. Шепчина (Св.) — Свербáк (См.) — Свербиґáн (Добрус.) — Свербогýз (Прн.) — Свербоголуза (Ван.) — Сверболуз (Оп.) — Свербиузина (Мем.) — Свербоузина (Лем.) — Свербиуза. Свербогуза. Свербогуз. Сверболуза (Лем.) — Терпигузка (УР.) — Дербáнка (УР.) — Шипарина (УР.*) — Свербогýз (УР.) — Свербоýза (УР.).

Digitized by Google

Rosa centifolia L. Centifolie. **Троянда** (Укр.) — **Трандахір** (Тпр. Стац.).

Rubus caesius L. Kratzbeere. **Драчина** (Pi.) — **Острожина** (Лем.) — овочі: **Дереник** (С. в. uom. sing. **дерéнка**) — **Ожина** або **Веприна** (де инде „веприпов" зовуть Ribes grossularia гл. Початки до уложеня номенклятури і термінольоґії природописної, народнеї II. стор. 35.) — **Сивиці** (Хот. овочі по драчиню).

Rubes fruticosus L. Wald-Brombeere. **Веприна** або **Драпачник** (Бу.) — **Драпачник** (к. Жовк.) — **Драпáк** (Кам. в.) — **Драчильник** (Пили) — **Черниця** (Не.) — **Веприни** або **Плетені ягоди** (Лбл.) — **Дереник** (Св. ягоди) — **Черниця** (Лем.) — **Вовкуни** (УР.).

Rubus saxatilis L. Felsenhimbeere. **Каменица** (Город.).

Rudbeckia laciniata L. geschlitzte Rudbeckie. **Світлиця** (Лук. н.)

Rumex acetosella L. Kleiner Sauer-Ampfer. **Квасéць** (Зак. Кам. струм.) — **Щáлка** **Щавка** (С.-Бенк.) — **Квасниця полёва** (Лем.).

Salix alba L. weiße Weide. Silberweide. **Білóверба** (Др. Сос.)

Salix caprea L. Sahlweide. Palmweide. **Гива** (Бу. Бор.) — **Смолоза** (Лем.) — **Багниця** (Лем.) — **Рокита** (Лем.) — **Йіва** або **Рокита** (Ваи.).

Salix fragilis L. Bruchweide. **Крухá** (Сос.) — **Круш** (Сос.) — **Верба крушнá** (Крс.).

Salix pentandra L. Lorbeerweide. **Вербá чóрна** (Крс.).

Salix purpurea L. Purpurweide. **Вербá чарвóна** (Сос.) — **Зáверб** (Сос.) — **Зáверба** (Хот.) — **Зарінка** або **Черлéна вербá** (УР.) — **Завýй** або **Вербá черлéна** (УР.) — **Зáверба** (УР.) — **Верба червена** (УР.*).

Salix viminalis L. Korbweide. **Луг. Лугóвина. Лужина** (Крс.) — **Ветлина** або **Лужина** (Pin.) — **Вутла** (Яв. вегла) — **Вербá вітловá** (Сос.).

Salvia argentea L. Silber-Salbei. **Мохнянка** (УР.).

Salvia glutinosa L. Klebrige Salbei. **Мокляжник** (УР.).

Salvia verticillata L. Quirl-Salbei. **Свинáрик** (Остр.) — **Жáлька** (УР.).

Sambucus. Hollunder. Holder. **Баик** (Лем.) — **Баиско** (Ваи.) — **Боз** (Pi.).

Sambucus ebulus L. Attich. Zwerg-Hollunder. **Хóбза** (Ж.) — **Хóпта** (Ж.) — **Хабз. Хабзина** (Лем.) — **Хабзина** (УР.) — **Білий боз** (УР.). — **Хабз** (УР.*). — **Хáбза** (УР.*).

Digitized by Google

Saxifraga aizoon Jacq. Frauenkraut. **Кучерéвец** (Ж. в горівці мочат і пьют).

Scabiosa. Scabiose. **Марéник** (Ж.).

Scilla bifolia L. Märzzwiebel. Раст сúній (Брод.) — **Рáстик** (УР.) — **Раст сúній** (УР.).

Scirpus silvaticus L. Wald Binse. **Нюнька** (Лем.).

Sedum telephium L. Fetthenne. **Тучнé зíле** (Пл.) — **Оливнúк** (Ж.) — **Тучнóе зíля** (УР.).

Senecio. Kreuzkraut. **Старник** (Бон.).

Serratula tinctoria L. Färberscharte. Färberdistel. **Щербáк** (Стан.) — **Тýрі язúки** (Крп.).

Sisymbrium officinale Scop. Wegsenf. gebräuchliche Rauke. gelbes Eisenkraut. **Порощúй** (Мач.).

Sisymbrium strictissimum L. Steifschotige Rauke. **Гризéн** (Мк.)

Solanum nigrum L. Schwarzer Nachtschatten. **Слúнник** (Кс. ягоди з памяти викидают) — **Пислúнець** (УР.).

Solanum tuberosum L. Kartoffel. Erdapfel. **Картóха** (Дм. Хреп. Яз.) — **Картóх** (Кре. Замч.) — **Ґардóх** (Бу. вчéра ґардóх, нúні ґардóх, коб не ґардóх, тóбим здох) — **Картóхле** (Мил.) — **Ґалґáн** (М. в. „давнійше картохлї називали, „ґалґáнами“: іду ґалґанý копáти“) — **Картóпа** (Дер.) — **Баґаляс** (Зап.) — **Біб земльовúй** (Ласк.) — **Земльовий біб** (коло Бер.) — **Барабýля** (РМ.) — **Барабóня** (Пдл. Зак.) — **Барабíн в** (Островчику $^3/_4$ милї від Закомара) — **Бульбáк** (Ріп.) — **Бульбáн** (С. н. Либ.) — **Бульвáн** (Брм.) — **Бульмáн** (Либ.) — **Бýльва** (До.) — **Бýля** (Л.) — **Барабíй** (Т. plur. барабóї) — **Бандз** (Хильч.) — **Бóльба** (Кам. л.) — **Землянка** (коло Бучача) — **Зімáк** (Св.) — **Зімяк** (Гн.) — **Бýльба** (Оріх.) — **Земляк** (Рж.) — **Ріпа** (Т.) — **Картóхель** (Верб. велúкий картóхель) — **Кромпель** (Лем.) — **Ґруля** (Лем.) — **Дземяк** (Лем.) — **Зимяк** (Рі.) — **Земляк** (Петрухова Воля) — **Крóмпель** (УР.) — **Тромпáк** (УР.) — **Бандура** (УР*.) — **Бандурка** (УР*.) — **Ґруля** (УР*.) — **Марикáнка** (УР. бульба американьска = гамерицька).

Sonchus. Gänsedistel. **Мóлоч** (С.) — **Свиннáк** (Уст.) — **Свиннак** (Бон. Лем.).

Sorbus aria Crz. Mehlbeerbanm. **Вонéк** С.в.) — **Смердяк** (Лем.).

Sorbus aucuparia L. Vogelbeerbaum. **Оряба́** (Зак.) — **Горобúна** (Укр.) — **Скорýх білий. Скрух білий** (Крс.) — **Ореб** (Стр.) — **Горóба** (Конющків коло Бродів) — **Рябина** (Рзд.) —

Digitized by Google

Ряб (Гру.) — Реб (Конюхів) — Вора́ба (Лбл.) — Оребина. Ореб (Кру.) — Го́рба. Го́рбина (Гі.) — Ря́бчик (Пол.) — Во́рба (Глиньс.) — Огра́ба (Ч.) — Ора́ба (О.) — Шкору́х (РМ.) — Скорушина́ (Л.) — Скорух. Скорушина (Лем.) — Юд (Лем.) — Юдик (Лем.) — Юдина (Лем.) — Скору́ха (УР.) — Юд (УР.*).

Spiraea ulmaria L. Wiesen Spierstande. Підо́рва (Крп.).

Staphylea pinnata L. Pimpernußstrauch. Клекі́чка (Стру.) — — Клекіти́на (Пдл.).

Stipa pennata L. Federgras. Ти́рса (Покровка, Ананьевский уїзд.)

Sympbytum officinaie L. Beinwurz. Рі́жник (коло Янова. „як рі́жа вчи́нит се, берут тото зі́ле і прикладают). — Жива кіст (Лем.) — Костіваль (УР.).

Syringa vulgaris L. türkischer Flieder. gemeine Syringe. Би́зе (Сос.).

Tagetes erecta Willd. aufrechte Sammetblume. Купченка (Д.) цвіти неповні: Цюприки (Пдл. nom. sing. цюприк; цвіти повні: Повнюхи́ (Пдл. nom. sing. повню́х) — Пони́х (Сж.) — Повня́к (Ско.) — Фаерушка. Фраірушка (УР.*).

Tagetes patula Willd. gemeine Todtenblume. Чорнобри́вка (Др.).

Tanacetum balsamita L. Balsamkraut Marienkraut. Frauenminze. Пе́левонь (При.) — Пелено́не (ВМ.) — Кару́піль (Кру.) — Калу́фер (Гл.) — Кару́пір (Ож.) — Марімата або Калупір (Лем.) — Калупір (Лем.) — Калу́пір (УР.) — Кару́піль (УР.).

Tanacetum vulgare L. gemeiner Rainfarn. Кори́ворот (Л.) — Воро́тиш (К.) — Навратнік (УР.*) — Навраток (УР.*).

Taraxacum officinale Moench. (Leontodon taraxacum L.) gemeiner Löwenzahn. Ба́бки (Брод. plur. tantum; декуда коло Львова зовуть сю ростину невластивим іменем „цико́рия“ (sic!) а в Дрогобичи місті „му́жеска вірність“, „хло́пців любо́в“, „дівоча ста́лість“ натякуючи на невірність в любві, котра мов иноді так трівае, як головки одцвивші тої ростини, що за найлегшим подувом вітру розлітають ся). — Кульба́вка (Ж.) — Ба́ба-куль (коло Підгаєц) — Ма́йк (Стіб.) — Сліпа́ тютя (С. б.) — Мо́лоч ди́кий (УР.) — Купала (УР.*) — Пупава (УР.*) — Пупова (УР.*) — Помпава (УР.*) — Кульба́бка (УР.) — Кульба́бок (УР.).

Taxus baccata L. gemeiner Taxbaum. Roteibe. Тисина (Лем.).

Thymus acynos L. (Calamintha acinos Clairv.) Feld-Bergminze. Муращівни́к (Крс.).

Digitized by Google

Thymns serpyllum L. Feld-Quendel. Цéбрик. Цéпчик (Глиньс.) — Чабрик. Щабрик (Лем.) — Мацерндушка (УР.*).

Tragopogon pratensis L. Wiesen-Bocksbart. Праживник. Пражец (Лем.).

Trifolium. Klee. Комáнка (Крс.) — Конюшка (С.) — Конюшúна (С.) — Конюшúця (С.) — Лéщок (Стр.) — Ляшка (Стр.) — Конúчина (Стр.) - Камарúчина (коло Рави Рускої) — Команúчина (С.) — Кумунúч (Зам.) — Тріфой (РМ.) — Комаинна (Оп.) — Комаиця (Ван.) — Кунич (Ван.) — Конич. Коніч (Лем.) — Лéщок (УР.) — Требич (УР*.) — Трепикорúна (УР.*).

Trifolium ochroleucum Jacq. blaßgelber Hasenklee. Івáн головáтий (Крс.).

Trifolium rubens L. großer Bergklee. Сисавка або Дикай конич (Лем.).

Triticum repens L. (Agropyrum repens). Acker-Quecke. Перієвáтка (В.) — Пирвáтка (Яв.) — Перевáтка (Мал.) — Перниця (Лем.).

Triticum spelta L. Dinkel-Weizen. Spelz Оркіш (Лем. має дві гранки).

Triticum. sp.? Сапопша (Мац.) має шість гранок.

Triticum vulgare L. gemeiner Weizen var. Triticum aestivum L. Bart- oder Sommerweizen. Волохáчка (Бу.) — var. Triticum hibernum L. Kolben- oder Winterweizen. Пшенúця гладкá (Бу.) — Голька (УР.*).

Trollius europaeus L. europäische Trollblume. Engelblume. Бульбýк (Во.) — Брúтваник (Ж.) — Бертвíнок (Мяк.) — Бретвíнок (Пл.) — Волóве óко (Бу.).

Tulipa Gessneriana L. Gartentulpe. Далíпан (Брщ.).

Tussilago farfara L. gemeiner Huflattich. Білпух (Бли.) — Біýпушок (Лем.) — Солодке опуша (Лем.) — Білі листкú (УР.) — Білий лопух (УР*.).

Typha. Rohrkolben. Кияшúна (Крс. а палки = Кпяхú) — Рогіз (К. з рогозý роблят кобелї. Зак. Мач.) — Кияки (Мк.) — Кобелúна (Хт.) — Дúка кукурýдза (Хт.) — Логожúна (Кв.) — Глуш (Сем.) — Шалина або Палки (Ван.) — Шаш (УР.) — Чорний саш (УР.*).

Ulmus campestris L. gemeiner Ulmenbaum. Ильма (См. Ев. — Илем (УР.) — Илим (РМ.) — Млад (УР.).

Ulmus effusa W. Trauben-Rüster. Бéрест (Стан.).

Digitized by Google

Ulmus montana With. Bergulme. Полóвяз (УР.).

Urtica. Brennessel. Кропи́ва пеку́ща (Стр.) — Покри́ва (Брщ.).

Urtica dioica L. grosse Brennessel. Кропи́ва пеку́ща вели́ка (Стр.) — Жаливу́ха (Стр.) — Вели́ка жали́ва (УР.).

Urtica urens L. kleine Brennesel. Жи́галка (Зак.) — Жга́вка (Кол.) — Пеку́чка (Либ.) — Кропи́ва пеку́ща мала́ (Стр.) — Ги́жавка (Замч.) — Жали́ва мала́ (УР.).

Ustilago. Brand. Головéнька (Ву.) — Снїт (УР.).

Ustilago maydis Lev. Maisbrand. Beulenbrand. Ба́ба (коло Бучача) — Ди́ка ба́ба (коло Товмача) — Табака кукуру́зяна (коло Болехова, снїть на кукурудзї).

Vaccinium myrtillus L. gemeine Heidelbeere. Черни́ця (Мил. Лбл. к. Льв.) — Яфи́на (Т.) — Яфира (Лем.). — Борівка (Ріп. Ван.) — Боровниця (УР*.).

Vaccinium oxycoccos L. Moosbeere. Бугаї (Крс. plur. tant.) — Журавли́ни. Журави́ни́. Журави́нні я́годи (Виш.).

Vaccinium uliginosum L Morast-Heidelbeere. Лозéнка (Крс. plur. лозенки́; листєм подабає на лозу. „Ловою“ зовуть тут верби Salix cinerea L. i Salix aurita). — Лохи́ня (Бу. на патичках росте розложисто). — Чóрні я́годи (Рек. Підг.) — Піяки́ (Радом. plur. tantum).

Vaccinium vitis idaea L. Preisselbeere. Бори́на (Крс. plur. бори́ни). — Брусни́цї (Верб.) — Бруслі́на (Роздж.) — Форостїнки (Мал.) — Ка́мянка (Підг.) — Ка́мениця (Ском.) — Камінцї. Камянки́ (УР.).

Valeriana officinalis L. gemeiner Baldrian. Hexenkraut. Болячкове зїлє.

Valeriana tripteris L. dreiblätteriger Baldrian. Зворóвий лист (Крс.) — Зворовéц (Крс.) — Зворівни́к (Крс. листє прикладають від ру́баної ра́ни).

Veronica chamaedrys L. Gamander Ehrenpreis. Зра́дник (Мк.) — Га́дяче зїлє (Лук. н.).

Veratrum. weiße Nießwurz. Germer. Чемірни́ця (Хит.) — Чéмір (УР.).

Verbascum. Wollkraut. Дївина́ (Уст.).

Viburnum lantana L. wolliger Schneeball. Вордóвина (Стру.).

Viburnum opulus L. gemeiner Schneeball. Кали́нка (Крс. де инде „калина“ з придавкою в поезиї: черлена, червóна, червонна) — Калинина (Лем.) — Кали́нка (УР.) — Свіба (УР.* што на свібі наросне, ягідки, як грозно: Калени́на).

Digitized by Google

Vicia. Wicke. Ляд (Дов.) — Орóшець (С.) — Лядник. Лядик (Лем.) - Вúчка (В.) — Вúґа (ЛК) — Вúчка (Ріп.) — Лядник (УР.*) — Горóшець або Ленчанúця (УР.)

Vicia faba L. Saubohne. Buffbohne. Струковúй біб (коло Бережан) — Біб струковúй (Ласк.).

Vicia hirsuta L. rauhaarige Wicke. Вязелéць (Стр.) — Горóшок пóтечий (Ж.) — Вóлок (Стр.) — Звязíль (Мач.) — Кáпа (Кру.).

Vicia sp.? Гúньок (М.) — Ганьóк (коло Кальварії).

Vinca minor L. Kleines Singrün. Immergrün. Bärwinkel. Баравíвок (Мал.).

Viola tricolor L. Stiefmütterchen. Мáржече зíле (Ж. в соли дають маржинї (скотови, худобі), аби ся правила). — Берладúнка (Мк.) — Порýшка (Вересиця) — Сиріткú (УР.).

Viscum album L. weiße Mistel. Мітлá Стр.) — Віхá (Радом.) — Ямелá (Дев.) — Єловúй бервíнок (Л. я) — Гéмел (Бу. росте́ на сосні) — Гемелá (Замч.) — Гамелó (Боя.) — Замелó (Дал.) — Зелéна гúва (Вм.) — Ямела (Ван.) — Чортове помело або Ямелина (Лем.) — Омелó або Помелó (УР.).

Vitis vinifera L. edler Weinstock. Лозá вúнна. Вúнниця (УР.)

Zeya mays L. Kukurutzpflanze. Пшенúчка (Коноті́пщина) — Пшінка (Коноті́пщина) — Кукуридза (Лем.) — Кукуриця (Лем.) — Тендериця (Лем.).

Zinnia elegans Jacq. Schöne Zinnie. Собрáнка (УР.).

з) до терминольоґії природописної.

Багáч (Радом.) смолове дерево для підпалу.

Багнята (Оп.) — Багнїти (УР.*) — Багнїтки (УР.*) — Багнята (УР.*) — Багнятка (УР.*) Kätzchen der Bäume.

Багрянїти (Гр.) eine bräunliche oder rötlichgelbe Färbung annehmen. багрянїє жúто = половіє, бренить.

Базé (Бор.) — Базїнка (Остр.) amentum.

Бакáя (Радом.) або Балка = яруга.

Бамберка (бамбарка) з клокічки (Лем.) Früchte der Pimpernuß. (Staphylea pinnata).

Бамбульки на ґрульовинї (УР.*) Früchte am Kartoffelkraut.

Бандзовúня (Хильч.) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze.

Digitized by Google

Бахмутка (Город.) сіль у Екатеринославскій ґубернії з Бахмутского повіту.

Белькотати (Пдл.) kaudern, kollern (vom Truthahn) **Гиндик белькоче.**

Бздунчети (Пер.) summen. **хрущ бздунчит.**

Билянка або Бандурчанка (Лем.) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze.

Бирка (Д.) amentum, Kätzchen.

Білиця (к. Стан.) weißer Ton.

Більмаки (Стрч.) **очи заяця.**

Білток (Лем.) Eiweiß.

Близниця (Город.) **дерево, з котрого пня в низу виростають два конарі, ніби окремішні пні.**

Блищеки (Угр. г.) **блищаки** plur. tant. Eisblinken, Schneeblinken.

Боберка (Фіть.) plur. **боберки** Kätzchen, amentum, julus.

Бобовянка. Бобовиня (Жовк.) — **Бобовине** (Кол.) Bohnenstengel (samt Blättern).

Бобульки вільхові (Стрв.) Erlenzapfen. **Бобульки вільхові варять в горшку і мочать в тім одварі верети на мішки.**

Бовтуи (Радом.) verdorbenes Ei.

Богуи (Гл.) Magen.

Бокові зуби (Єв.) Eckzähne.

Борлак (Кре.) **Борлянка** (Д.) Kehlkopf.

Бортло (Кіц.) **дуплаве дерево, дупло** hohler Baum, Baumhöhle cf. **борт.**

Боуш (Стрв.) Eingeweide, **потрух.**

Боцистий (Сопіт) **бочистий** mit weißen Seiten. **воли боцисті** = **бурі або чорні з білими боками.**

Брохати ся (Город. брёхати ся) plätschern. **брохає ся риба в воді** der Fisch plätschert im Wasser.

Бугуи (Крс.) Magen.

Бугутень (Либ.) Magen, Dickdarm. **з бугутня роблят сальцесони.**

Будька (Ер. Вол.) Zapfen. **будьки у сосни.**

Букати (ВМ. Херс.) brüllen. **букає в лузї гупайло** in der Wiese brüllt der Moorochse. (Botaurus stellaris. Rohrdommel. pol. **bąk** čech. **bukač**).

Бульбанівка (Семеґ.) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze (**бульбан**).

Бульбине (Гр.) **натина бульби.**

Digitized by Google

Бульвя́нка (Гру.)] або Мати́на (Б.) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze.

Бури́стий (Стрв.) graubraun. Звіра́к бури́стий der Wolf ist graubraun.

Буркота́ти (Брод.) girren. го́луб бурко́че.

Бурча́ти або Бу́ні́ти (Шол.) summen. хрущ бурчи́т або буни́т.

Бутіти (Стрв.) brüllen, бекати. бугай бути́г.

Варю́га (Стрв.) яма велика, глубока дебра.

Верба́ний хроба́к (к. Льв.) Kätzchen, amentum.

Верші́дь (РБ. genit. верше́ди) яруга поросла ожинником, малинником і всякими корчами.

Веселі́вка (Ін.) Весні́вка (Яс.) Regenbogen.

Веснулькй (Крс.) Весняний (Кол.) Sommersprossen.

Ви́ворот (Город.) Rahne.

Вилка́тий (Стрв.) gabelig. вилка́та со́сна.

Ви́сла (Грибовичі к. Льв.) розлив водний, розлив ріки. тепе́р ви́слів (місто: висе́л) нема́, то нема́ і риб.

Вислоя (Бс.) розтока.

Ви́тинок (Жур.) дак в другім році.

Вівця́ (Гі. plur. вівці) Kätzchen der Weide, amentum.

Відгу́зна ки́шка (Стр.) Afterdarm.

Відлега або Ві́длег. Ві́дмек (Б.) відлига, відольга.

Вітка (Бу. Радом.) Rispe, panicula. вітка просяна́ Hirsenrispe.

Волосожа́р (Укр.) coma Berenicis, Haar der Berenice.

Во́ркати (Жад.) — Ва́ркати (Жад.) — murren, miauen. во́ркає або ва́ркає кіт.

Ву́да у риби (Бар. Не. В.) Fischkiemen (nom. sing. ву́до).

Ву́крий (Стрв.) ranzig. ма́сло ву́кре або вукрова́те. авукрова́тіти ranzig werden.

Гаде́к (Гл.) Reptilium.

Гайно́ (Єв.) гніздо білиці, куниці. гайно́ ма́є біли́ця.

Гаме́ле (Єрм. В.) Klumpen. ідна́ гаме́ле сні́гу ein Klumpen Schnee.

Га́ска (Дрог.) або То́лок (Кс. Дрог.) Salzstampfe. Stampfe. Ші́дгас (Кс. Дрог. Blanksalz.

Гиче́н (РМ.) Stengel samt Blättern. гиче́н вели́кий у бараба́лі (cf. гика, гичка, гиче).

Гли́вий кінь (Бу.) буравo-жовтий.

Гливки́й (Гл.) schmierig.

Digitized by Google

Глий (Гл. gen. Letten.

Голо́дне по́ле (Крс.) ein magerer Boden. Ситне́ по́ле ein fetter Boden (fetter Acker).

Голодня́вка (Сл.) у корови запале місце між клубами.

Голомпа́к (УР.) Голопу́з (Стрв.) nackter Nestvogel.

Гомиґа (Стрв.) Klumpen. гомиґа ле́ду Eisscholle, брила леду cf. russ. комъ, комокъ.

Гомілка (Др.) — Гомівка (Ж.) — Голі́нка (Крс.) Schienbein, tibia.

Гормý з (Жад.) Glaskoralle. гормузи́ = паціркн.

Горие́тко з медом (Жад.) Honigzelle.

Гружа́вина (Яс.) грузке місце.

Гуза (Радом.) das breitere Ende des Eies. Но́сик das schmälere Ende des Eies.

Гу́пати. Гу́пнути (При.) brüllen пр. гу́пало гупнув der Moorochse (Botaurus) brüllt.

Гу́рка або ке́стка (РМ.) Steinkern. гу́рка у шкору́ха.

Гурма́нча (коло Турки. plur. гурманча́та) топка. 2) котик (пр. верби) Kätzchen.

Гу́ся (Дідушисї. Сїхів) Kätzchen, amentum. Гу́сятка на лозї, на ги́ві (Бу.) Гусятки́ (Вар.) Гу́сята (Верхр.) Гу́сята. Гусятка (Дев.) Kätzchen, amenta, juli.

Ґардоши́не або Бандили́не. Банди́ле (Бу.) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze.

Ґда́чка (Хот.) Ґе́ґавка (Хот.) Kehlkopf.

Ґирла́нка (Др.) горляика. гартанка.

Ґлеме́й (Гл. genit. ґлеме́ю) Letten.

Ґу́ша (Кіц) Beule; Auswuchs; Kropf.

Двірна́ ки́шка (См.) intestinum rectum, Mastdarm.

Денча́нка (УР.) intestinum coecum, Blinddarm.

Дзядики (М.) die reifen Fruchtköpfe der Klette.

Доротна ки́шка (УР.*) Дупна кишка (УР.*) intestinum rectum. Mastdarm.

Дране́. Дрань (Радом.) луб дертий, з котрого роблят кошелї.

Дрень (С. С. genit. дрени) Mark.

Другине́ц (Кар.) другий рій. Третине́ц третїй рій. третїй раз пускáют роя́ третинця́:

Живи́ця (Город.) „смола́, що тече́ з живо́го дерева“ Harz (живъ+ица).

Digitized by Google

Жилюхи́ (утворене; nom. sing. **жилюх**) **підстегня** Krampfadern des Unterschenkels, varices cruris.

Жир бу́ковий (Стрв.) Buchnüsse (**жир в галицк.** Fraß **в українськім** Fett. **жи́рний** fett).

Жмелі́ти (Бл.) summen. **Водоно́с жмели́т** die Schlammfliege (Eristalis tenax) summt.

Жолу́док у вола: 1) **по́цало** Wurst, 2) **чипа́к** Haube, 3) **румеґо́ або книги** Psalter, 4) **кляґ** Labmagen (УР.).

Жо́лудь (к. Льв.) Eichel. gen. fem. **бога́то жо́лудя. бога́то жо́лудий. жо́лудь** gen. masc. (Бор., Лани польскі, Кам. стру. Мшана коло Городка) genit. plur. **жо́лудів. жо́лод** (Гл.) **богато єст жолода з ду́ба.**

Жумоті́ти (Ож.) **Жумі́ти** (Пдл.) summen. **жумоти́т або жумит хрущ.**

Забзича́ти (ВМ.) summen. **забзачи́т му́ха.**

Заву́й або Ка́занок (Город.) Wirbel. Strudel.

Загли́вистий (Город.) **жовтосі́рий. гуси загли́висті.**

Задне́на ки́шка (Ст. м.) intestinum coecum. Blinddarm.

Заметелю́ха (к. Льв.) Schneegestöber.

За́мірки (Гал.) verkümmerte Tiere oder Pflanzen. **Замірковáтий** verkümmert. **замірковáте зе́рно.**

За́пад (Гл.) Schneefall. **за́пад вели́кий.**

Запре́в у кияхи кукурудзи (Стр.) die langen, herabhängenden Narben am Maiskolben während des Blühens.

Засади́стий (Жур.) untersetzt. **засадистий кінь.**

За́сув (Пн.) **засувений** бepir.

Защі́тити ся (Крс.) dicht wachsen (vom jungen, aufwachsenden Gras). **защі́тит ся трава́ на ве́сну** im Frühliug wächst das Gras dicht empor).

Звіра́к (Стрв.) **вовк**, Wolf. eigtl. grosses Tier.

Звірка (Ж. Ул.) Tier, kleines Tier. **ко́жда звірка.**

Здрєчко́ (РМ.) gen. neutr. Pupille.

Здрі́йко (Єв.) Augenstern, Pupille. **Одно здрі́йко. оба́ здрі́йка.**

Зелени́на (Стрв.) Grünzeug.

Зелепу́ш (Яс.) **зелені сливки або черешні.**

Зерни́чка (Город. plur. **зерничкі**) **дерево овочне, що виросло з насіня, не щіплене. Зерні́вка** (Брод. plur. **зернівкі**) item.

Зикоті́ти (Оп.) summen, schnurren. **зикоти́т понад вікно́ тьма.**

Зі́ви або ву́да у риби (Тор.) Fischkiemen.

Digitized by Google

Зоряни́стий (Сопіт) пр. вівця́ зоряни́ста = чорна з білою плямою на чолї. — зоряни́стий кінь (Орв.) чорний, на чолї біла пляма.

Зро́йок (коло Сок. genit. зройка́) другий рій.

Зя́бра (Т.) Зьо́бра branchiae, Kiemen.

Іглицї (Радом. nom. sing. іглиця) Nadeln der Kiefer (und anderer Coniferen).

Ікра (Мац.) 1) Fischlaich 2) Wade.

Кабу́шка (Риб.) Lache. Tümpel, мочило.

Ка́гнец (Єв. genit. каганця́) patella, Kniescheibe.

Кала́тати (Замч.) klappern. Бу́сьок кала́тає.

Калюхи́] (Ж. РМ.) Келюхи́ (Др.) — Потрухи́ (Ж.) — Почки́ (Ж.) Gedärme.

Ка́панка (Єв. plur. капанки́) Tüpfel.

Кешели́стий (УР.) сорокатий, білий і чорний, білий і червоний.

Кишка груба (УР.*) intestinum crassum Dickdarm. Ки́шка дупна (УР.*) intestinum rectum, Mastdarm.

Кишка дворня. Кишка двірня або задня (Лем.) intestiuum rectum, Mastdarm. Кишка днова або дньова (Лем.) intestinum coecum, Blinddarm. Кишка крива (Лем.) intestinum colon, Grimmdarm.

Кія́вкати. Кія́вчати (УР.) krächzen. кавки кіявчат.

Кла́мкати (к. Льв.) кланцати. сова́ кла́мкає дзьо́бом.

Кле́пати (Гл.) klappern. бу́сько кле́пає писком.

Кова́к (Гл.) Hauer. plur. кловаки́. Кло Eckzahn. дві кла.

Клубакува́ти (Єрм. В.) Wellen schlagen. вода́ клубаку́є = бє фалями.

Кни́ги (Крс.) Psaltermagen, omasum.

Коверня́к (Цвітова коло Буч.). Коверня́ка. Коверня́ґа пень ґузоватий, knorriger Baumstrunk.

Кокорудзки сосни (Ван.) Kieferzapfen.

Коко́тики на вільсї, бере́зї... (Кам. л.) Коко́ци (Кам. л.) Kätzchen, amenta.

Конично́ско (Пдл.) Kleefeld.

Копи́т (Радом. gen mascul.) Копи́то (к. Льв.) Копито́ (Ж.) Huf.

Корна́га (Обор.) knorriges Holzstück. knorriger Baumstrunk.

Корна́тка (Кіц.) долїшна часть пня з коренем обогнилим,

Корне́ґа (Стрв.) ein Baumstrunk samt Wurzel; Wurzelstock.

Digitized by Google

Ко́тик (Кам. стру. Виш. plur. ко́тики) Kätzchen, julus, amentum. **Котики** (Кер.) **Ко́тки** (Радом.) Kätzchen.

Ко́тляхи (Скам. nom. sing. ко́тлях) **Ко́тях** (Тарт.) amentum.

Кошу́т (Від.) биль разом з листем у кукурудзи без шульків.

Кра́мне пірє або **Кра́мщина** (Зак.) блестячі пера крильні у качура die metallisch glänzenden Flügelfedern des Enterichs.

Кра́нка (Гл.) Rispe. кра́нка про́са.

Красистий (Гі.) buntgefleckt. дзьо́ґлик ма́є кри́ла красисгі.

Крекотїти (Кіц.) krieken, piepen. В бо́ртлї крекоте́ дїти подовбиде́рева: каза́ла ма́ма мовча́ти.

Кри́ги з ме́дом (Жад.) Honigwaben.

Криничи́ско. Криничи́ще (Стан.) Quellengebiet.

Кру́кати (Мач.) krächzen. крук кру́кає.

Крупяни́й снїг (С.) Schneegraupen.

Крухова сіль (Лем.) Steinsalz.

Курі́вкати (Каменоподільска губ.) ein eigentümliches Getöse von slch geben (v. Kranichen). журавлї́ курі́вкають.

Курна́вий (Гл.) krüppelhaft.

Кучма́рки вадь **Шутки́** (УР.) Kätzchen.

Лапуши́не (Гл.) Lieschen, шумелине.

Ласи́стий. Лаїстий (УР.) schwarz. вівця́ ласи́ста.

Ледови́ця (Зак.) Glatteis.

Липа́нда (Либ.) Harz, живиця, смола.

Лоба́к (С.) **Лоб** (С.) kopfgrosser Rollstein. **Лобище** Ort, wo solche лоби́ oder лобаки́ abgelagert wurden.

Лома́дже (Гл.) Reisig, форост.

Лопа́тка (УР.) legumen, Hülse.

Лукова́тий кінь (Жу́р.) eingesattetes Pferd.

Лупа́тий (Город.) mit Glotzaugen. лупа́та сова́.

Лути́ця (Город.) сосна́, у котрої богато стрижіня а мало оболони.

Ля́жка або **Ку́льша** (Город.) Hüfte.

Маку́рка (Єв.) Mohnkapsel. дві маку́рцї.

Мали́к або **Маликоватий кінь** (Скн. н.) що має яму на карку; як згине мали́к, не тримай коний.

Маму́ха (Стрв.) Flaum, Dunen. мошок на груди і з межи ніг у птаха. гу́сеча мамуха. таке́ мягке́, як мамуха. cf. мох.

Маню́к (Жур.) кінь з ґанчом: має між лопатками долець ein Pferd mit einem Senkrücken.

Digitized by Google

Матйна або **Бульвйнка** (Добр.) Stengel mit Blättern der Kartoffelpflanze.

Медовá падь (Город.) Honigtau.

Мйнька. Шýтка. Мйцька (УР.) **Мйцка** (Яс. plur. **мицкй**) Kätzchen, amentum, julus.

Мйркати (Пдга.) hin und her bewegen, wedeln, wippen. **Клинец** (Motacilla) **мйркає фостóм.**

Молóти (Шол.) в значеню: рухати скоро (о язиці) приміром: уж молóв жалóм (жалó = язик ужа, людом хибно уважаний за жало, котрим уж кусає).

Мýлька (С. б. plur. **мулькй**). **Мíлька. Мóлька** (Києвщ.) маленька риба, ganz kleine Fische verschiedener Arten.

Мушнé (Кол.) Fliegen. **Оводнé** (Кол.) Bremsen.

Мяз (Жовк.) **Вялинó** (Риб. gen. neutr. nom. plur. **вялина**). **Вялина** (Риб. gen. masc. і fem.). **Вель** (Сол. Підгородці gen. fem.) cf. čech. sval. Muskel.

Нать (С. в. УР.) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze. **Ябка на нати** (С. в.) Kartoffelbeeren.

Носавкй (Рудники, приселок. Перекопець) Nasenlöcher.

Обводйстий (Кос. на Ол.) kreisförmig.

Облýй (Город.) лїд, що топить ся і обливає галузє на деревах. — объ+ли+ъ).

Обрíсть (Б.) Jahresring (bei Bäumen). **цїлá обрíсть.**

Одріб. Отріб (Крс. Др.) Eingeweide (cf. **жтрока** intestina).

Одходóва кишка (Лем.) intestinum rectum, Mastdarm.

Опар (Стан.) eine sumpfige, im Winter nicht zufrierende Stelle.

Осмóл (Радом.) в дереві (соснї) смолові місця.

Острижйнок (При.) Mark.

Пáдалниці (Ос.) хробачливі овочі, що спадають.

Пáнуш (РМ.) die Kolbenscheiden der Kukurutzpflanze, шумелинє.

Пасйстий (Стан.) що пасй мáє, gebändert.

Пастáя (УР.) legumen, Hülse.

Патерýха (Чортк.) Gebitz, повришене листє тютюнове; **Пасйнє** (Чортк.) Glitz, листє тютюну у долу.

Перебéрдиня (Радом.) смільняки вибирані місцями з трухлого дерева.

Перебéрдовате дерево (Радом. сосна, дуб,...) не зовсім трухле дерево, місцями здорове.

Писконїти (УР.) або **Мартувáти** (УР.) о ґотурі, тетері. **пискони́т** або **мартýє.**

Digitized by Google

Пишковáти (УР.) Blutfedern bekommen. **голомпáк пишкýє або порáстать в пишкú.**

Пияк. Пiяк. Пиявка (УР.) Speiseröhre.

Пíвкати або грати (Яс.) **Ґóгур пíвкає на полéнцї.**

Пíворити (Кіц.) piepen. **пíворили лúлики** die Fledermäuse piepten, gaben einen piependen Ton von sich.

Підгáлустий (Ляхв.) **підгалузистий. підгáлуста берéза = лише в самій горі розгалужена береза о пни поєдинчім.**

Підтóчина (Підлт. Яс.) **кертовине, хідники в землї, що підтічка** (Talpa europaea) **нариє.**

Пікотúти (Кам.) piepen. **мíдиці пікотúт** die Spitzmaus piept.

Пірнáк (Піс. Ям.) **молодий птах** пр. **воробець, що ледве убрав ся в піре (ледве опірив ся).**

Плáвистий пес (Стрв.) Wasserhund, ein Jagdhund, der abgerichtet ist, in's Wasser zu gehen, um daraus geschossene Vögel oder andere Tiere zu holen.

Плївá (Стрв.) dem. **Плївкá** dünne Haut.

Плюснá (Город.) Mittelfuß, Sohle.

Пóвхта. Пóхта (Єр. В.) **баюра, болото,** Lache, Tümpel.

Пóкладок (Стрв.) **яйце.**

Покосúчити ся (Стрв.) wörtlich: sich mit Blumen (**косицї**) schmücken. **Покосúчили ся вíкна** die Fensterscheiben bedeckten sich mit Eiseffloreszenz.

Полотенко (УР.*) **у качки, гуси** Schwimmhaut der Ente, der Gans, **полотенце.**

Порíчина (Стрв.) **поле положене над рікою.**

Посюрки стали на тїлї (Гр.) es druselt, es entstand die sosogenannte Gänsehaut.

Потрухú чорні (ВМ.) Leber. **Потрухú óїлі** (РМ.) Lunge.

Почкú (РМ.) Nieren. **пóчка** Niere.

Почкú у éблуцї (РМ.) Kerngehäuse des Apfels.

Прибúдище (Кол.) Aufenthaltsort.

Прúморок (Стан.) ein leichter Nebel cf. psl. **примракъ.**

Прпрінúти (Стан.) **рінь нанести знову. знов прпрінúла водá** (Бистриця) das Wasser bildete wieder eine neue Schotterbank.

Прóсний (Яс. УР.) **гнїдий як просо.**

Прохідний (Стан.) in der Bedeutung: schnell, behend, flink, **скóрий** (Стан.), **швидкúй** (Стан.) **прудкúй** (Стан.) **прохіднá рáба.**

Пýгалатиця. Пýгалатичка (Яс.) Kaulquappe, larva ranae.

Digitized by Google

Пузїнки у верби (УР.*) Weidenkätzchen.

Пулїкатий (Стрв.) glotzäugig (cf. випулити очи).

Пупінка (Яс.) Knospe.

Пуршавий (Гл.) verkümmert, elend. пуршаве теле, пуршаве дерево.

Раковина (Кобаєвичі лоло Рудок) Torf.

Рапак (С. в.) костурбак, рапатий кий.

Рева́ло або Рико́вище (УР.) Brunstzeit (des Hirsches).

Рїпице (Ста.) der Knochenteil beim Schwanze, Inbegriff aller Schwanzwirbel. урїзав волосени аж по рїпицю.

Розвертепа (Стрв.) gähnende Schlucht.

Розкарачка (Радом.) Gabelzweig.

Розстрепїханий (Угр. гор.) розтельбушений, zerzaust.

Рун. Рунок (Пдлт.). Рунче (Яс. УР.) Nadeln der Coniferen, Zweige samt Nadeln der Coniferen. смерекове рунче. смерековий рун.

Саґатий лїс (Город.) високодеревний, високопенний.

Свиняковата сосна (Город.) сосна, що має малий стрижінь а богато оболони.

Світївка (Яс.) світова зірниця.

Силяти сіль (Кс.) ausbähren. Оскипице з греблом (Кс) Ausbährkrücke.

Ситець (Тисьм. genit. ситцю) дрібна рінь.

Сичівник (Др.) Harnblase.

Скїра (Гру.) Rinde. Корина́ (Гру.) Borke.

Склезе (Стрв.) Kluft, Fels. склезина. склеза.

Скригати (Зак.) ein eigentümliches Getöse von sich geben. бусько скригає, сявкає.

Скрут в ріцї (Яс.) Krümmung des Flußes.

Слимача хижка (УР.*) Schneckengehäuse.

Солониця (Орв.) Salzsoole.

Сому́з (РМ.*) Lache. Сому́з великий.

Сорокотати (Гр.) schnarrende Töne von sich geben. сорока сороко́че die Elster schwätzt rad. скерк cf. psl. скрака сорока. — свірк, свірок, сверщок.

Соснячо́к (Город.) мала соснина.

Спір (Крс.) Verhärtung.

Сталь твердша від желїза; від стали твердша криця (роблять з неї пильники); від криці твердша дульовина; дульовина то найтвердша сталь (Жур.).

Digitized by Google

Стегно (Ж. Крс.) Schenkel, femur.

Стеклйоте дéрево (Город.) schlank.

Степíря (С. б.) **Щепíря** (С. б) листе цибулї, часнику і т. п. Blätter der Zwiebel, des Knoblauchs und anderer Laucharten.

Стерлйця (Радом.) lichte Stelle im Wald.

Стогнáти (Зак. о ропухах) ein dumpfes Getöne von sich geben (von Kröten). **черепýхи** (т. є. рóпухи) стóгнут.

Стовпця́ іти́ (Зак. о комарах) in Säulenwolken tanzen (von Stechmücken). **Комарí ідýть стовпця́ми** або **грáють стовпця́.** die Stechmücken bilden in der Luft tanzend Säulenwolken.

Стрйґи (Гр.) Blattrippen. **вусéльники з'їли капýсту — но но стрйґи стоéт.**

Стріж (Мац.) **Сріж** (Верхомля) замерзлий лїд на ріцї.

Стружéн (РМ.) бадило кукурудзи.

Стрýнка (Кал.) Zahnlücke.

Стрегавйця (Гл.) багно, де мож застрячи.

Сїменкй (Гр.) Sommersprossen. **Сїменковáтий** (Гр.) mit Sommersprossen. **сїменковáта дївка.**

Сулйґа (Ідл.) Oberschenkel, femur.

Тáбала або **Табалá** (Сем.) Haufe, Schaar, Schwarm, гурма. **тáбала ворóн, кавóк** plur. **тáбали.**

Телéчка (Жур.) злоги у корови. **корóва з телéчки не мáє молокá.**

Тйрса (Говилів коло Хороствова) Torf (тирса = в Херсонщинї трава Stipa pennata).

Тирхáвіти (Яс.) verkümmern.

Токóвище (Яс.) або **Ігрóвище** (Яс.) місце, де токує або іграє ґотур.

Торкотїти (Пчн.) zirpen (von der Maulwurfsgrille). **медведюх торкотйт або куркотйт.**

Торс (Торговиця) Torf.

Точйльник (Стр.) червак, що точит землю або порохно. Insektenlarve, die in der Erde oder im Holzmoder lebt.

Тріскавиця (Сок.) Donnerwetter.

Трóще (Вовч. Гл.) троща, очерет cf. трость, тростина, трістє.

Трупехнїти (Стру.) **Струпехнїти** (Стрв.) vermodern. **дéрево трупехнїє. трупехнйвий** moderig.

Трýськати се (Знесїне к. Льв.) gründeln. **кáчка трýськає се.**

Трясйця (Яв.) febris.

Тулїйка (Груш. В.) Blutfeder.

Digitized by Google

Ту́рма овéць (Стан.) купа гонених овець.

Туш (Стрв.) тїло без голови, без рук і без ніг.

Хабáт (Єрм. В.) plur. хабатѝ Unkraut. Хабатé collect. дýже хабатé = богато хабатя, богато хопти.

Хлéґа (Кам. вол.) плюта. dauerndes Unwetter, kotiges Wetter.

Хмелѝне (Монастир коло Бродів) Stengel samt Blättern der Kartoffelpflanze.

Ховп (Вовч.) Hügel.

Хóди у коня́ (Жур. у конярів) Füße (beim Pferde).

Хрýстка (Терн.) Knorpel (in der Vulgärsprache der Wiener: Kruspel).

Хрещ (Єв.) gener. masc. Knorpel deminut. хрещóк.

Цвик (Херс.) Huhnzwitter.

Цибáх (Кал.) plur. цибахѝ = стрілкѝ цибулї.

Цигилёна (Город. місто: суголїнна) у люду: tibia, Schienbein. (в науковій термінольоґії вираз „суголїнна" може означати fibula, Wadenbein).

Цикотáти (к. Льв. Лем.) piepsen. птах цикоче.

Цóмоль (Угр.) Klumpen. цóмолї лéду, землї. цóмолї в мясї cf. čech. žmol.

Ця́мати (Верхр.) — Ця́мкати (Дов.) — Цьóскати (Верб..) — Ця́скати (Л. К. Стру.) natschen. свиня́ ця́мае das Schwein natscht.

Чабáкати (Підл.) schreien (von Perlhühnern). Пантаркѝ чабáкають.

Чáчка (Виш.) Kehlkopf. Чачковáль = з великою чашкою ein Mann mit großem Kehlkopf.

Чáшка (Б. м.) Knieescheibe.

Чепíжки (Соп.) під сподом копита у коня тото, що стинають.

Чéрлїнь (Єв. genit. чéрленп) Kernholz namentl. der Eiche.

Чеченé (Стрв.) Rudel Wölfe, течня, кичня, тічка. вовкѝ гóнят се від Михáйла до Стрітéня; тогдѝ бíгае цїлá чеченé.

Чѝкотати (Брод.) zwitschern. воробéц чикотит.

Чíркати (Кіц.) zirpen. чíркают цвірінькѝ.

Чолáтий (Стрв.) mit hoher Stirne.

Шаламóха (Зак.) pileus, Hut (bei Pilzen).

Швáкати. Швакотáти (Зак.) kwacken. кáчур швáкае або шваковче.

Шелюжóк (Хильч.) в яйци зародок, Keim im Eier.

Шéмрати (Теплівниця коло С. в.) kriebeln. шéмрае по долóни es kriebelt mich auf der inneren Handfläche.

Digitized by Google

Ши́воротень (Сгрв.) ein Vogel, der noch nicht gut fliegen kann. ши́воротні підлїтают, але скóро падýт на зéмлю, не вмíют ще лїтáти.

Ши́голля (Радом. здає ся місто: сугіле) Nadeln der Kiefer und anderer Coniferen.

Ши́пка (Верб. коло Немирова в Яворівщинї) conus, Zapfen.

Шлю́нки (Город.) кишки, Gedärme.

Шýльок (РМ. Жад. gener. masc.) **Шулька** (gener. fem. Жад.) Kolben. кукурýдзяний шýльок Maiskolben.

Шустя́к (Лешнів коло Брод.) **Вустя́к** (к. Льв.) Granne arista.

Шýтка (Кр. plur. шутки́) Kätzchen, amentum.

Щупаковáтий кінь (Жур.) dünnbauchig, з тоненьким кадовбом.

Щýтка (С. С. — См.) Käzchen, amentum.

Яблички (Др.) Knieescheibe.

Ягідки́ (Крс.) hervorstehende Knochen unter den Augen; Jochbeine; Wangen.

Ярмина́ (к. Стан.) **Ярми́на** (Яс.) Wamme, у вола, у корови.

Ятри́стий (Обор.) що скоро ятрить ся. ятри́сте тїло.

Ящик слимакóвий (Стл.) Schneckengehäuse. **Ящики жабячі** (люд думає, що в шкарубах Anodonta, Unio і т. п. сидять молоді жаби. — **ящик** властиво: Behälter, kleines Gefäß rad. им, яти).

Ємлївка (Липовиця). **Імля́чка. Мля́чка** (Довг.) = **Мреч** (на Чорногорі) dichter Nebel; Sprühregen, cf. мгла psl. мьгла.

Bos taurus.

(Назви волів, коров і пр.).

Воли́: **Перия́н** (Город.) бик з білими полосами по боках. — **Козíй** (Город.) з рогами в зад загненими. — **Рожкó** (Город.) віл з гарними рогами. — **Голубáн** (Херс.) віл як голуб сивий. — **Зáяць** (Херс.) віл з рогами до гори стремлячими, як заячі уха. — **Смолїй** (Зак.) бик смаглявий, гнїдявий. — **Галїй** (Зак.) чорний бик. — **Ки́шель. Кишели́стий віл** (Стр.) що має по собі богато плям, плямистий. — **Голуби́й віл** (Ланч.) як голуб сивий, голубан. — **Ружан** (Берест.) ружий бик. — **Мýґа** (Стрв.) Bulle, Ochs. таки́й плéканий, як мýґа. — **Мýря** (Опр.) бик мурани́стий.

Корови: **Полýня** (Крс.) корова полова. — **Перíня** (Крс.) корова чорна або сива, в серединї біло пасемиста. — **Темнýля** (Стр.) корова темної барви. — **Звіздýля** або **Зоряна́** (Стр.) з бі-

Digitized by Google

лою „звіздою“ на чолї. „Зоряна“ також корова, що уродила ся до зорі. — Сїрóха (Туж.) сїра корова. — Первóха (Туж.) корова перворідна, первошка. — Рожкýля (Город.) корова з гарними рогами. — Голýбка (Херс.) корова, як голуб сива. — Балáя (Херс.) біла корова. — Канарéйка (Херс.) корова з довгими (конаристими) рогами. — Кáчурка (Берс.) к. мургенька. — Штéпа (Херс.) корова груба. — Весéла (Херс.) назва корови якої небудь масти. — Брикýля (Жовк.) назва корови, що любить брикати. — Рижóха (Зак.) „корова червона“. — Сивýля (Зак.) сива корова. — Калúня (Зак.) червона корова. — Галóха (Зак.) корова чор а. — Смолїйка (Зак.) корова смаглява. — Перéхідка (Крс.) корова що доперва четвертого року має теля. — Бидзýнка (Крс.) корова або вівця, що в другім роцї має молоде. — Пундюха (Бер.) назва корови. — Барнуля (Бер.) назва корови червонобрунатної. — Вінoха (Бон.) назва корови. — Гнїдуля (Ван.) гнїда корова. — Жýня (Л.) корова чорна. — Жóвтя (Л.) корова жовта. — Синьоша (Лем.) Name einer blaugrauen Kuh. — Чернуля (Лем.) чорна корова. — Морозуля (Чор.) бурява, трошки білава корова. — Ґýла або ґýлава корóва eine Kuh, der die Hörner abgestossen wurden. — Біля або Білька (Тх.) коровиця біла. — — Балáя (Гл.) назва білої корови. — Лисáя (Гл.) корова лиса (імя). — Мурґýца (Гл.) корова чорна (імя). — Пливáя (Гл.) корова з розложистими рогами. — Рожáна (Гл.) імя цеглястої корови. — Лúська (Вол.) теля червоне або чорне, на чолї біле; также така корова. — Бóкше (Підг.) Бóце (Пер.) Бочýля корова білобока. — Крýгля (Тх.) корова з круглими рогами. — Козúниця (Тх.) корова з рогами в зад загненими. — Пловаúста корова або Пловáя (Вол.) полова́. — Цвітýля (Вол.) червона або чорна, з дрібними білими плямами. — Багрáна (Вол.) червонобрунатна. — Ґéба (Сл.) назва корови. — Шутýля (Бистр.) корова шута т. є. без рогів (також вівця).

Озúмок (Стрв.) теля зимоване; зимовий бичок. — Телéк (Стрв.) Kalb. deminut. телечóк.

Ovis aries.

(Назви овець по масти, стати і другим примітам).

Корнýта (Ж.) рогата вівця. — Бýчка (Ж.) вівця чорна з білим лицем. — Сивуля (Ж.) вівця сива, сивера. — Лáсиста (Ж.) чорна, сподом з білими пругами. — Носута (Ж.) вівця чорна з білим носом. — Чопáтка (Ж.) вівця, що має

Digitized by Google

ріжки мов чопики короткі, зібгані. — Білоголо́ва (Ж.) чорна або бура з білою головою. — Вакі́ша (Ж.) біла, коло віч (очей) чорна. — Білофо́ста (Ж) з білим хвостом. — Чу́ла (Ж.) вівця, що має малі уха. — Гри́вка (Ж.) вівця чорна або бура, попід шию біла. — Чу́бка. Білочу́ба (Єв.) вівця чорна з білим чубом. — Га́лка (Єв.) вівця ціла чорна. — Глубе́ше (Єв. імовірно місто: голубе́ша) вівця сивава, дрібку сороката. — Муре́ша або Мурешиста (Л.) вівця чорна з цяпками білими коло очий. — Вакле́ша або Ваклешиста (Л.) dtto. — Чіпчарь (Л.) баран за рогами білий. — Сиве́ра (Л. Либ.) сива вівця. — Ка́вка (Вол.) вівця чорна. — Пацьо́ря (Вол.) вівця чорна, коло шиї біла. — Босоні́жка (Вол.) вівця „босонога" то єсть з ногами білими. — Ли́ся (Вол.) на писку біла. — Чу́ля (Вол. Хит.) вівця з малими ухами. — Пото́чинка (Хот.) вівця, що іде у кривулї. — Чіпча́ря або Чіпчари́ста (Сл.) вівця чорна або сива, коло голови біла; такий баран: Чіпча́р або Чіпчари́стий. — Сиву́ля (Сл.) сива вівця. — Свічкани́ста (Пл.) вівця або коза чорна або сива, докола очий біла або жовта — Чіпча́ря на чолї біла. — Миронóся (Пл.) чорна, на носї біла. — Боци́ста (Орв.) вівця чорна, з білими боками. — Веклеши́ста Орв.) вівця чорна, коло голови біла. — Рога́чка (Бар.) вівця рогата. — Пацьори́ста (Орв.) mit weißem Halsbande. вівця пацьориста. — Мурда (Лем.) уця мурдзяста ein um die Augen schwarzes Schaf. — Локайка (Лем. окайка) увця коло очей дакус чорна; увця локаіста (Лем.) — Рогачка (Лем. деінде: Корну́та) увця рогата. — Ока́йка або Мазуріста увця (УР.*) вівця біла, коло очий чорна. — Косóра. Косори́ста (Л.) вівця рогата. — Білю́ха (Вол.) біла вівця.

Capra hircus.

(Назви кіз по масти і пр.).

Ба́рдзя (Ж.) Ба́рдза (Євір.) коза чорна, під горлом біла. — Бри́дзя (Ж. Євір.) коза чорна, коло очий полова́. — Бу́ча (Ж.) чорна коза з білим лицем. — Санкорóга. Санкоріжка (Ж.) коза з тонкими, закривленими рогами. — Ци́ганка (Ж.) коза чорна. — Голуба́ся (Ж.) коза голубо сіра. — Сиву́ля (Ж.) коза сива. — Крі́сла (Ж.) коза з кріслатими рогами. — Бі́лиця або Гу́ска (Ж.) коза зовсїм біла. — Піструли́ста (Ж.) коза, що має білі капанки по лицю. — Кедру́ше (Євір.) коза червона, як кедрове дерево (кедруша від кидра, кедра Pinus

Digitized by Google

cembra). — Балу́ше (Євір) коза коло писка писана. — Ни́шня (Свір.) коза писана. — Санко́ра (Євік.) коза санкорога т. є. з тонкими, закривленими рогами. — Бо́кша (Євір.) коза з білими боками. — Ле́беда (Євір.) коза біла. — Зазу́ле (Євір.) коза сива. — Черни́ця (Євір.) коза чорна. — Соко́ле (Вол.) коза, що має по собі гей квіте. — Ба́рдзя (Вол.) коза коло голови чорна і червона, далї сива, жовта або біла. — Біле́та (Вол.) біла коза. — Сиве́та (Вол.) коза сива. — Черне́та (Вол.) або Черни́ця коза чорна. — Качури́на (Вол.) коза біла, коло голови чорна. — Ватуля (Л.) шута коза. Ватуле (Орв.) коза, що не мала єще козети. Ветуля (УР.) — Шапка́ня (Тх.) коза чорна коло шиї і голови. — Барзя або Барзи́ста (Соп.) коза чорна з білими пасмами. — Пацьори́ста (Хит.) коза біла, коло шиї сива. — Зоряни́ста (Л.) коза чорна, на чолї біла. — Морози́ста (Л.) не до́кус черво́на, з мішанов сива́вов се́рстев. — Перевя́ниста або Перевя́за (Тх.) з білов перевя́зков доко́ла че́рева. — Віне́та (Вол.) коза чорна або сива з білим вінце́м на голові.

Equus caballus.

(Назви коний по масти і пр.)

Кінь сивозелїзий (Ж.) Eisenschimmel. — Таракуца (Ананєвский уїзд) імя кобили круглобокої, широкої а короткої (від подобеньства до динї таракуцьки). — Карогнїдий кінь (Город.) чорно брунатний. — Ґи́рдан (Чортк.) імя гарного коня або оґпра. Сїмра (Не.) Сїмера́стий кінь (Дун.) Grauschimmel. — Сїмера́ста кобила (Дун.). — Біла́ня. Біла́нька (Вол.) біла кобила.

Canis familiaris.

(Назви псів по масти і пр.).

Бала́н (Гл.) назва білого пса. — Гривко́ (Гл.) пес гривий. — Тарош (Лем.) пес тарчастий. — Сїрко́ (Город. УР.) сїрий пес. — Білко́ (Город. УР.) білий пес. — Бровко́ (Город) білобровий. — Жук. Жучко́. Жучо́к (Город.) чорний пес. — Рябко (Город.) рябий пес. — Рудько (Город.) рудий пес. — Мурко́ (Город.) мурий пес. — Лиско́ (Город.) на чолї білий. — Баро́бс (Город.) звичайно кудлатий. — Ку́цик (Город.) пес з куцим хвостом. — Стрїлка (Город.) назва швидкого пса. — Ку́дла (Город.) пес кудлатий. — Хапко́ (Город.) імя хапливого пса. — Пре́йда (Город.) сука. — Ара́пка (Город.) чорна сучка, мала. — Чо́ря

Digitized by Google

(УР.) чорний пес. — Ла́біш (УР.) чорний з білими ногами. — Тарко́ (Зак.) (УР.) сорокатий пес. — Му́цко (Св.) Spitz. — Білик (Опр.) пес білий.

Додаточок.

(Сказочки о звірятах, наслїдованя голосу птиць, жаб і пр.).

Горобцї (Passer domesticus) по горобиній ночи вилїтають на плоти та все жалують ся: „сїм-сїм сїм зістало ся!“.

Горобцї прилетїли на ячмінь та заїдаючи зерно шварчочуть: „чий, чий ячмінь? чий, чий? — їжмо! їжмо! то шевцїв! шевцїв!“ (Печ.).

Соловій (Lusciola philomela) співає: цїпом! цїпом! ца́па! ца́па! по нога́х! по нога́х! (Брод.).

Соловій співає: поки́нь са́нї, возьми́ віз! цїпом! цїпом! по нога́х! по нога́х (Брод.).

Соловій викликує: кийко́м! кийко́м! Свири́д! Свири́д! по нога́х! по нога́х! (Город).

Снїгур (Pyrrhula rubricilla) співає на снїг: снї-снї-снї (Зак.).

Сїрогйра (Oriolus galbula) співає: посїру гйру! (Пер.).

Ту́ртавка (Turtur auritus) пасе конї: ту-ту! (Зак.).

Гйндик (Meleagris gallopavo) куркотить: кур-кур-кур! (Зак.).

Перепели́ця (Coturnix communis) кличе: пять полїн! пять полїн! — а деркач: три-три! (к. Льв.).

Перепели́ця кличе: „пїдполю! пїдполю!“ (Зак.) —: хоть куди́! хоть-куди! (Яс.). — подь поло́ть! подь поло́тьь (Сл.).

Перепели́ця кличе: „ще не поста́вив полу́кіпків!“ — а деркáч (Crex pratensis) викри́кує: „дер-дер! що уде́р, то менї, що не уде́р, то тобі! (Стл.).

Перепелиця позичила сїм чверток збіжа деркачеви і потім доминала ся, щоб віддав. Перепелиця кличе: сїм чверто́к! а деркач каже: шесть! шесть! (Перем.).

Мали передновок. Стара́ перепелиця до молодо́ї мо́вить: підемо́ до деркача́ пози́чити пять ко́рцей пшени́цї. Деркáч позичив. Пришло́ до відда́ваня. Молода́ стару́ пита́є ся: ма́ма! пять ко́рцей! а він борозно́в біжи́т і повіда́є: шість! шість! І му́сїли відда́ти шість ко́рцей. (Перем.).

Digitized by Google

Залицéв се деркáч до перепелúцї та казáв, що мáє бичéй-телéта. Він пішóв їх гонúти, щóби сї могли побрáти. Онá єгó клúче: „Стефáне! Стефáне! жень телéта!“ а він нїби гонит по млáках все: „киц-киц!“ (Лук. н.).

Баранéць (Gallinago gallinula s. Scolopax gallinulla) кáже до своєї жінки: „спечú менї пирїг!“ а онá не хоче. А він: „я полечý до Бóга, позúчу собї батогá, бýду жінку бити, чем не печé пирогá!“ А онá тогдї: „Ой спечý, спечý!“ (Зак.).

Слóнька (Scolopax rusticola) кричить: хлюп-хлюп (Брод.).

Слонька озиває ся: кру-кру-цїп! кру-кру-цїп! фіть! (Зак.).

Деркáч (Crex pratensis) кричить: дер-дер деркáч, то в крик, то в плач (к. Льв.).

Деркáч в перепелицї за пастуха; она кличе: хóцї-на! хóцї-на! а він гонúть: ге-ге!

Кýлик (Totanus) кричить: кóло водúцї! кóло водúцї! (Др.).

Риболóвець (Sterna) фюркотить: фюр-фюр! (Зак.).

*

Жаби кричать:

Микúта, Микúта! кум-кум!
Ти рáда, абú бýсьок здох?
Я рáда! і я рáда! і я рáда!
Рáдьмо ся всї! рáда-рáда-рáда! (Зак.).

*

До зазульки (Coccinella septempunctata) приговорюють: „Зазýлько золотá, покажú ми воротá! чи до пéкла, чи до нéба, чи до рáю?“ (Стр.) — „Зазýленько-птáшенько, скажú менї всю прáвдоньку, в котрý підý сторонóньку“. (Стр.). — Бабрýнь-бабрунéльцьо, розпусти мі крúльця, ци в царинý, ци в толóку? (См.) — Зозýльмарýнь, розпустú крúльця на чотúри бúльця, полéть, полéть там, де я ся віддáм (Ва.).

Повірки і декотрі забобони.

Дéрево сóхне, як сяде на нéго соловієва сусїда (така птаха. — Зак.).

Полозéя (Радом) так зове ся в казках цариця ужів.

Digitized by Google

Хто тримає рóпуху (Bufo) в сирватці, тому не відберуть у коров молока (Зак.).

Коли кормити безрогу з решета, то дістане решетину (Cysticercus cellulosae) (Зак.).

В одвітне місце належить всунути:

Lepus cuniculus L. (стор. 10.) ♀ Труска. молоді: Трýсята.

Vespertilio (стор. 11.) Літопúр (Риб.).

Alauda arvensis L. (стор. 12) Набогастíйка (См.).

Aquila (стор. 12.) Орло (Х.) — Вóрло (Х.).

Coturnix communis Bonn. (стор. 14.) Полотю́х (Сл.) — Підполóтька (Вол.).

Fringilla cannabina L. (стор. 15.) Колопéнник (Опр.).

Fringilla carduelis L. (стрр. 15.) Бодáчник (Т.).

Passer domesticus L. (стор. 19.) Вóроб. Воробóк (УР.).

Turdus merula L. (стор. 22.) Косáрь (Сл.).

Vanellus cristatus Meyer. (стор. 23.) Кувúк. Слотовá птáха (Кру.).

Bufo (стор. 24.) Пóганка (Ф.) — Підлíжниця (С. С.).

Rana (стор. 25.) Жéба (До.) — larva. Пóплик (См.).

Salamandra maculosa Laur. (стор. 25.) Мóлоч (Сл. genit. мóлоча. як ýлїзе мóлоч (молосúс) то на слóту).

Cobitis taenia L. (стор. 26.) Щипýля (Сл.).

Eristalis tenax L. (стор. 30.) Водонóс (Болозов).

Phryganeae (larvae, Köcherfliegenlarven) (стор. 34.) Гирля́та (Вол.).

Anodonta (стор. 35.) Жáбча колúска (Городовичі).

Limax (стор. 36.) Слимáґ (Довг.) plur. слимаґи́.

Allium schoenoprasum L. (стор. 37.) Schnittlauch. Рíзанка (Довг.).

Lonicera xylosteum L. (стор. 48) Деревни́к (Опр.).

Nardus stricta L. (стор. 49.) Псьóха (Довге Підбужске).

Phalaris arundinacea L. Rohrglanzgras. Шовкóва травá (Вол.) одм. в городах: var. foliis vaviegatis v. picta, Bandgras. Пúсана травá (к. Льв.).

Prunus. — — Hungerzwetsche (стор. 53.) Бáбка (См.).

Vinca minor L. (стор. 61.) Бервíнок (Тх. См. Вол.).

Viscum album L. (стор. 61.) Джýмка (Х. ростé на ялúци).

до термінольоґії (стор. 61. і слїд.).

Бавкýн (Л. я.) місце в ріцї, де водá шúбко (сúльно) бє.

Бáгрянка (Опр.) живúця смерéки, що гризýт.

Digitized by Google

Барлíг медвéдя або Ґавра (Л.) лїгво медведя, Bärenlager.

Білáня (Вол.) полонúна снїгом вкрúта.

Бляяти (Т. Л. Х.) blöcken. вівцá бляє, вівцї бляют.

Бокшúстий (Риб.) з бокáми инáкше убарвлéними. бокшúста корóва.

Бренїти (Вол.) як вже збіжя яне пристигáти, то бренїє (о бáрві).

Брунїти (Риб.) summen. хрущ брунúт.

Букíвка (Вол.) бýкова землá, чорнява, лїпша; на нїй бук а на чертéжі збіжя.

Бутúн (Х.) зруб. Holzschlag.

Вапняни́ця (Дов) Kalkstein. Вапня́нка (Дов.) Kalkgrube.

Вúбовт (Опр.) stark ausgespülte Stelle im Fluße.

Віблячá (Сл. collect. gen. neutr.) віблякú.

Відволóга (Вол.) Tauwetter, відольга, відлига. „не мóкро, не сýхо“.

Від'отáвка (Опр.) по скошéній або спасéній траві новá трава.

Відтéпень (Дов.) Tauwetter.

Вільховáня (Вол.) землá жóвта, просипкáста; лїпша на нїй травá для кóнний, вільшúна.

Вітерниця (Сл. Опр.) Wirbelwind. вітерниця курбелúт.

Водениcтий (До.) wässerig.

Гіньбá вовків (Тх.) Rudel; Paarung der Wölfe.

Глинúско (До.) Глинúще (Сл.) де глúну копáють, звідки глúну берýт.

Голобúря (Х.) gen. neutr. землá, що не рóдит.

Голоднянка (Тх.) у корови місце запале коло клубів.

Готýрити (Ва.) girren. голубцї готурéт або гурчéт.

Гранчéстий (См.) eckig.

Грýшкá (До. plur. грушкú) conus. Zapfen. грýшка сосни.

Губáль (Сл.) з оддýтими гýбами чоловік. Губáин (Сл.) з одд. губ. жінка.

Гýгнати (Вол.) girren. яли гóлуби гýгнати. гóлуб гýгне.

Гугиотїти (Сл.) girren. гугнотúт голуб.

Гузúчна кúшка (Риб.) Mastdarm, intestinum rectum.

Гуртúти (Опр. Х.) свиня гуртúт зá кóрназом.

Гутїти (Х.) girren. гутúт голубéц.

Дéмена (Дов.) пахóвина в крóку.

Довговúстий (Опр.) länglich.

Дрия (Дов.) яма витолочена худобою, plur. дрúї.

Digitized by Google

Ду́бкати (Л.) stampfen. вівця́ ду́бкає ноґа́ми.

Жавкани́стий (Опр.) glühend heiß. жавкани́сті або́ свічкани́сті ли́ця у вовка.

Жара́ве дерево (Х.) morsches Holz.

Жва́нка (Х.) або́ Ба́грянка (Х.) живи́ця загу́сла з смере́ки, пастухи́ жвут.

Жeléза (Вол.) Drüse. дві же́лези.

Жовті́льниця (Дов.) ochriger Gelbeisenstein.

Жоло́бина (Х.) яма, ровина; яма, де збирає ся дощева вода.

Забуті́ти (Х.) summen. забути́т бри́ндас der Maikäfer summt.

За́від (Х.) пішо́в у за́від = ґалопом; пішо́в у трьоп = трабом.

Затучи́ти ся (Опр.) gemästet werden; fett werden. затучили ся ку́рки.

Згірно (Опр.) steil, abschüssig.

Здрямати́й (Х.) косо́кий. schieläugig.

Здря́чий (Вол.) зизо́кий, зизоватий.

Зо́мкля (Сл.) сте́па каменна́, що ся все засу́ват.

Камене́ц (Ва.) Schotter. на каменці́.

Ке́люх (Вол.) Dickdarm.

Кли́ва (Дов.) розсоха, розгі́ре. Kluft.

Клюконо́сий (Л.) mit großer, gekrümmter Nase.

Кошла́тий (Опр.) пелехатий, haarig.

Кощя́вий (Л.) костистий.

Кря́га (Опр.) Wachsscheibe, Pflaster.

Крячати (Сл.) ку́рка крячи́т. — Кря́кати (Головецко) krächzen. ворона кря́че.

Куги́кати (Ва.) куги́кає сова́, бу́дут сї дївки́ завива́ти; пови́вкає сова́, то сї дївка заве́.

Куревільниця (См.) Sausewind, Wirbelwind. курбели́т куревільниця.

Ку́ркати (Ф.) quacken. ку́ркают або курче́т же́би.

Кутня́нка (Х.) intestinum coecum.

Лела́ня (Сл.) або Лела́вка (Сл.) біла́ва земля́, не ро́дит.

Лелетї́ти (Тх.) Церкотї́ти (Тх.) ле́лїт лелети́т або церкони́т.

Ле́птавиця (Опр.) або флю́та (Опр.) сніг із дожджем.

Леть (Опр.) у́леть, стрімка́ скала́.

Ли́ґавка (Риб.) Schlundkopf.

Лїва́с (Тх.) Лївца́н (Дов.) що лїво́в руко́в ро́бит, майкут.

Лїтавиця (Сл.) Wirbelwind. лїтавиця танцю́є.

Digitized by Google

Мáвкати (Вол.) miauen. **кіт мáвкат.**

Матлю́кати (Дов.) wedeln. **пес матлю́кає хвостóм.**

Мекотáти (Опр.) meckern. **кóзи мекéчут.**

Мертви́ця (Опр.) unter der Ackerkrume liegende Steinschichte. **Живéць** (Опр.) Ackerkrume.

Мишка (Сл. особливо на руцї) Muskel, musculus psl. **мышьць.**

Млакови́тий (Опр.) morastig.

Мóкрява (Сл.) nasses Erdreich.

Морози́стий (Опр.) graulich untermischt. **лис морози́стий = мішаної серсти.**

Мороквá (Вол.) im Morast eine im Winter nicht zufrierende Stelle.

Мýтище (Тх.) муст.

Мя́кота (Л.) **або ли́тка,** Wade.

Нать або Нати́на (Л.) **кóрчик у рíпи (рíпа** тут Solanum tuberosum).

Натя́глий (Опр.) lang gedehnt. **натя́глий пи́сок.**

Неробýчка (Дов.) **або Мертви́ця** unter der Ackerkrume gelegene Steinschichte.

Нороквá (Сл.) **млака, трясавиця** cf. **Мороквá.**

Оби́льха (Опр.) Aas. **спря́тати тотý оби́льху.**

Окить (Л. Сл.) **„як ся імат снїг до дéрева“.**

Опалю́ша (Х. gen. neutr. collect.) **Опалю́хи** (Х. sing. **опалю́х) кимáча обпáлене.**

Осмоли (До.) **Восмíле** (До.) **пати́че з яли́цї** cf. **Осмол** (Радом.) стор. 68.

Особли́вий (Тх.) besonderer. **яли́ця особли́ва, смерéка зась и́нча (и́нша).**

Пали́ус (Опр.) **дрібнéнькое рíща до підпáлу. мнóго приніс пали́усу.**

Папню́х (Л. я. plur. **папнюхи́**) Knospe.

Переви́ваний (Сл.) gebändert. **переви́ване чéрево.**

Передóлина (Риб.) Quertal.

Підполи́стий (Тх.) unten weiß; unten heller gefärbt. **дрізд підполи́стий.**

Підрáслї (Опр.) junge Triebe.

Пісковáня (Х. gen. fem.) **Пісковáтиця** (Дов.) Sandboden. **пісчáста земля́.**

Пля́цкати (Х.) **Пля́мкати** (Бр.) schmatzen, schmakitzen, natschen, knauen. **свинї пля́цкают. пля́мкают.**

Пóвзало (Тх.) **зсýнена горá.**

Полá (Опр.) **едностайна скала, скала.**

Digitized by Google

Половка́стий (Л.) fahl.

По́пал' (Опр.) rote Färbung der Wolken. хма́ри попали́лись на моро́з або́ на погоду.

Порохи́це (До.) си́пка земле́ чо́рна, легка́; висихає гнег; до робо́ти легка́, на пожи́ток не коне́чне.

По́рскати (Вол.) fauchen. кіт по́рскат.

По́чки (С.) Nieren.

Призо́ристий (Л.) kurzsichtig.

Приса́дистий (Тх.) untersetzt. приса́дистий чоловік.

Прозірни́стий (Вол.) durchsichtig. прозірни́сте скло.

Про́чорний (Вол. Тх.) schwärzlich. Про́синий (Вол.) bläulich. Про́червоний (Вол.) rötlich. Про́жовтий (Вол.) gelblich.

Прутканистий (Сл.) gestreift.

Псянкови́та земля (Вол.) на котрій росте псянка (Nardus stricta).

Пулька́тий (Л.) ви́тріщений. пулька́ті о́чи cf. пулікатий.

Ра́йкати (Руда Крехівска) quacken. ра́йкают жа́би.

Рині́ста земля́ (Дов.) mit Gerölle gemischte Erde.

Розболі́ти ся (Тх.) сніг розболів ся = став водяни́стий.

Роз'ікий (Сл.) зизоокий.

Розкишла́тий (Вол.) buschig.

Рьо́хкати (До.) quacken. рьо́хкают же́би.

Салітря́нка (См.) Salpetererde. „мо́кра земля".

Сарчі́ти (Риб.) fauchen. кіт по́рскає або́ сарчи́т.

Се́лезїнь (Сл gen. masc.) Milz, splen. се́лезїнь вели́кий. genit. селезїня́.

Серсна́тий (Л.) серстю оброслий.

Сива́вистий (Вол.) graulich.

Сїре́чка (До) земле́ не чо́рна, не біла; в ній піскова́тий кремене́ц (шутер).

Сїрка́стий (Опр.) graulich.

Скреготати (Вол.) schwätzen. соро́ка скрего́че die Elster schwätzt.

Смерекі́вка (Вол.) земля́ біла́ва, що ма́є со́луди (плїсня́вину); пусте́ се по́ле, ни́зка на нїм трава́, де́-коли росте́ смеречи́на.

Соймі́ (Тх. plurale tantum) де во́ди стика́ют ся. вода́ на соймах. (Кор. им той сам, що в слові сойм psl. сънъмъ, concilium.)

Соло́твина (Опр.) мо́кре місце не висихат; таке́ багно́ солона́ве.

Спаля́чка (Опр.) кима́ча опа́лене,

Спіжавка (Опр.) tibia.

Digitized by Google

Спудзя́нка (Вол.) рідка́ земля́, порхка́; у сло́ту застря́гне худо́ба по коли́на.

Спурдзя́нка (Опр.) земля́ не урожа́йна, рідка́, піскова́та.

Сте́па (Сл. К.) гора́ або́ шкала́ штрімка́.

Струмени́стий (Сл.) schlank.

Струя́ (Вол.) де вода́ рве глубо́ка.

Су́харь (Тх.) суха́й бук. Суши́ця (Тх.) суха́ яли́ця або смере́ка.

Та́три (Довг. plur. tantum) шка́ли, верте́пи (шкала́ = скала).

Ти́ркавий (Вол.) elend, verkümmert. ти́ркаве теля́.

Товпу́га соли. де́сять товпу́г = десять топок.

Торкони́ти (Вол.) жовна́ торкони́т.

Тра́вище (Опр.) стара́ трава́ не ко́шена.

Тучни́й (Тх) fett. тучни́й віл. товсти́й чолові́к. масни́й борщ (Тх.).

Тягітна́ жена́ Л. schwangere Frau. Затяготі́ти. Л. затяготі́ла з ним.

Упа́ль (Рвб.) збіжа, що упа́ло; соло́ма вже зогни́ла.

Хамни́к (Тх.) Gestrüpp, Gesträuch пр. вільшни́к, лозя́на.

Цвіт (Л.) menstruatio.

Чапи́ти (Тх.) чатувати. кіт чапи́т на ми́ши.

Че́мсаник (Опр.) обче́мсана смере́ка з гу́ча.

Чепергáтий (Т.) або розсоха́тий (Т.) чепергате дерево.

Червони́ця (Т.) Червоня́чка (Сл.) Черлени́ця (Вол.) Rot-Eisenocher.

Шере́н (Дов.) або Че́реш (Дов. Сл.) dünner Eisgang. зашерени́ло на ріці́. зачерешила ся вода́.

Ше́реш (Стр.) тонка кора ледова. Зашерешити (Стр.) зашерешила ся ріка.

Шерешна́те дерево (Сл.). розложисте дерево.

Що́мбур (Рвб.) Gipfel.

Ясне́ц (Сл.) лїд я́сний. мно́го яснецю́.

Похибки печатні.

	місто:	треба читати:
Cervus capreolus L. (стор. 9.)	Се́рнул	Серну́л (УР.)
Acer campestre L. (стор. 36.)	Біло́клень	Біло́клень (УР.)
Cannabis sativa L. (стор. 40)		

Сіменец (Лем.) = сіміяу східній Галичині — Сіменец (Лем.) = сіміяу східній Галичині.

Phragmites communis L. (стор. 51.) Ви́шай Виша́й (Дов.).

стор. 64. місто: Гу́рка або ке́сстка (РМ.) — Гу́рка або ке́стка (РМ. кістка) Steinkern.

стор. 78. місто Scolopax gallinulla — Scolopax gallinula.

Digitized by Google

Про вплив синхронїчної зміни концентрациї на хід мономолекулярної реакциї.

написав

Др. Юлїян Гірняк.

(Реферовано на засїданю мат.-прир.-лїк. секциї дня 15. сїчня 1908).

Можна напевно сказати, що майже всї хемічні реакциї, які відбувають ся та грають важну фізиольоґічну ролю в житю чи розвою орґанїзмів ріжнять ся від досліджуваних в хемічній динаміцї основно тим, що в них вихідні концентрациї субстанций в переходї на инші форми не є сталі, але зміняють ся разом з ходом самої реакциї. Має ся розуміти, що то само відносить ся і до неорґанїчних перемін в окружаючій нас природї, що грають якунебудь ролю в розвою явищ.

Говорячи яснїйше, треба догадувати ся, що независимо від скорости чи пинявости перемін продукти їх зачинають переходити у відповідних реакцийних комбінациях на инші форми, еще нїм самі встигнуть нагромадити ся до якогось означеного концентрацийного позему, або навіть реаґують в инших напрямах вже в хвили своєї ледви слїдної мінїмальної появи.

Якби взяти анальоґію до якого чисто фізичного процесу, пр. до явища проводу тепла, то можнаби поставити питанє, як скоро буде переходити тепло з тїла A на тїло B в случаю, як тїло A будемо після означеної функциї безперестанно огрівати в часї цїлого процесу проводу.

Digitized by Google

Зі становиска наведеної анальоґії можна відразу оцінити характер отсеї розвідки. Беручи річ з формального боку, розходить ся мені о вказане, що деякі в рахунковім переведеню дуже легкі інтеґрали обіймають цілий тип случаїв з области висше загально начеркненої комплікациї; дальше, що хоч як простий спосіб уставлюваня ріжничкових рівнань, який низше подаю, має подекуди характер більше систематичного вичерпуваня случаїв, та дає скорше нагляд, де рахунок має шанси переведеня, або в чім як раз лежать його трудности. Пр. вже тут зазначу факт, що лиш при мономолекулярних реакциях відносні рахунки дають ся замкнути в скінчену форму.

Але, думаю, вперед буде ліпше перевести деякі конкретні обчисленя. Загальні замітки, які в сім місци можнаби ще виповісти, вийдуть при дискусиї самі з себе.

Розгляньмо найпростійше ріжничкове рівнане в хемічній кінетиці. При мономолекулярній реакциї дають йому дуже радо форму

$$-\frac{dC}{dt} = kC$$

в якій C означує одиноку зміняючу ся концентрацию в кождім моменті часу, що в нім переміна відбуває ся. Його інтеґралом є

$$-\log C_t = kt + const.$$

а при $t = 0$, $const. = -\log C_0$, отже

$$\log \frac{C_0}{C_t} = kt. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (a)$$

Воно в заложеню формулує, як скоро зникає вихідна субстанция, в результаті дає спосіб обчислюваня що но єще оставшої єї решти в кождім моменті.

Як відвернемо заложене в тім змислі, що замість подавати скорість, з якою зникає концентрация, сформулуємо, як скоро прибувають продукти переміни, що їх цілковиту концентрацийну вартість в моменті t означуємо через x, то замість C приходить очевидно $C_0 - x$, а замість $-\frac{dC}{dt}$ дістанемо

$$-\frac{d(C_0 - x)}{dt} = \frac{dx}{dt}.$$

Digitized by Google

І до висловленя проблєму вводимо тоді

$$\frac{dx}{dt} = k(C_0 - x) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (b)$$

Його інтеґралом є, з огляду, що тоді при $t=0$, також $x=0$

$$log \frac{C_0}{C_0 - x} = kt \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (b')$$

отже в виду $C_0 - x = C_t$, ідентично як в случаю (a)

$$log \frac{C_0}{C_t} = kt.$$

Оба заложеня тай обі форми є очивидно рівновартні, тому першу або другу примінюють після вподоби.

В інтересі наглядности думки, яку низше хочу перевести, треба мені держати ся лиш послідного розумованя, хоч формально зн. математично виходилоби на котренебудь.

Розважмо, який буде хід реакциї в троха инших обставинах. Нехай вихідна концентрация зникаючої материї не буде на початку в гори означена, яко стала що до своєї вартости. Подумаймо собі, що і вона зміняє свою вартість рівночасно з своєю власною переміною на иншу субстанцию. Мені здає ся, що в такім случаю можна деколи дуже конкретно відгадати хід реакциї. Конечним до того услівєм є знане, як припливає згадана концентрация в часї незавнсимо від своєї дальшої переміни, або, як хто хоче, колиб ми в самім початку спинили і зовсім виключили переміну. Возьмім насамперед можливо найпростїйшу зміну. Приймім іменно, що пропорционально до часу росте концентрация материї чи то в ґазї, чи в розчинї [1]). Як єї дамо знак C, а час означимо t, то очивидно

$$C_t = mt$$

де m має сталу вартість. Нехай перейде вперед якийсь час без переміни. Цїлу вартість концентрациї, що до тепер разом приплила, назвім C_0. Від того моменту пустім реакцию в рух, пр. при помочи каталїзатора, не спиняючи дальшого припливу після того самого закону. Той момент означім 0, числїм від него цїлком звичайно час, та розважмо хід реакциї.

---

[1]) Нехай лиш в реґулярних, о скілько можливо найкоротших відступах часу впадають з гори до розчину однакові краплї розпущеної материї, що в нїм переміняє ся, а реалїзация буде в приближеню готова.

Digitized by Google

Вийдім з другої з наведених формул, отже стараймо ся виразити скорість, з якою прибуває нова материя, що повстає з першої, яка припливає безперестанно.

Безглядну вартість новотвору назвім x в моменті t. Щоби означити скорість, яка буде очивидно $\frac{dx}{dt}$, треба єї положити після обовязуючої аксиоми хемічної динаміки пропорциональною до активної маси вихідної материї в кождім моменті. А активна його маса або моментальна концентрация в часї t буде очивидно C_0+mt при відчисленю цїлої вартости новотвору від часу 0 до t. Але ся послїдна є власне x. Отже виходить незвичайно просто

$$\frac{dx}{dt} = k(C_0+mt-x) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (A)$$

Само собою розуміє ся, що k є стале, та єго нумерична вартість лишає ся така сама, як в звичайнім случаю без ніякої того рода комплїкациї, про які тут говорить ся. В такім случаю наведене рівнанє можна легко інтеґрувати. Треба лиш тямити, що воно відносить ся до рідких розчинів, та щоби його значіня не розтягати за далеко висше $^1/_{10}$ — нормальної концентрациї. Маючи на увазї сї услівя, даймо єму форму

$$\frac{dx}{dt} + kx - k[C_0+mt] = 0.$$

Є воно, як бачимо, звичайне, лїнїове, першого ряду. Єго інтеґралом буде

$$x = e^{-\int_{t_0}^{t} kdt} \left[C - \int_{t_0}^{t} - k\,(C_0 + mt)\, e^{\int_{t_0}^{t} kdt} \, . \, dt \right]$$

а по вирахованю при $t_0 = 0$

$$x = e^{-kt} \left[C - \left(C_0 - \frac{m}{k}\right) + e^{kt} \left(mt + C_0 \quad \frac{m}{k}\right) \right]$$

C дає ся легко визначити. При $t=0$, буде $x=0$, отже по вставленю і $C=0$. А тодї одержимо

$$x = C_0 \left[1 - e^{-kt} \right] + m \left[t - \frac{1}{k}\left(1 - e^{-kt}\right) \right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (B).$$

Як буде $m=0$, отже вихідна концентрация не буде зміняти ся, то цїлий другий член відпаде, а тодїшне

Digitized by Google

$$x = C_0 \left(1 - e^{-kt}\right)$$

відповість зовсім докладно звісній реляциї, що виходить з розвязаня після x

$$ln \frac{C_0}{C_0 - x} = kt.$$

Розгляньмо ближше ріжничкове рівнане (A). Воно ріжнить ся від (b) [стор. 3.] лиш тим, що замість C_0 по правій стороні маємо в нім $C_0 + mt$. (b) можна уважати за специяльний случай (A), в якім $m = 0$. Але рівнане (b) можна тим самим способом дальше розширити, ставляючи $C_0 + m_1 t + m_2 t^2$ замість C_0, або $C_0 + m_1 t + m_2 t^2 + m_3 t^3$ і т. д. поступаючи аж до безконечного ряду. Від способу, в який по собі слідують сталі вартости m_1, m_2, m_3 і т. д. залежить очевидно спосіб припливу концентрациї, що загально означуємо функциєю одинокої змінної t пр. $\varphi(t)$. Вона є лим тим обмежена, що

а) в нїй час мусить все приростати,

б) вона сама не може приймати неґативних вартостий,

в) впрочім може без нїякого обмеженя рости або малїти, і то навіть на переміну, до зера [1]).

В так уложених ріжничкових рівнанях x означує доволї зложену функцию. З інтеґралу (B) видимо, що воно вже для $C_0 + mt$ є досить скомплїковане. Без переведеня інтеґралу має ся розуміти, не мислимо відгадати єї форми. Який би там однак не був єї вигляд, як a priori скомбінуємо єї з попередною функциєю $\varphi(t)$ в той спосіб, що відчислимо єї вартість в часї t від $\varphi(t)$, в якім розуміємо безперестанку той самий момент спільно упливаючого часу, то $\varphi(t) - x$ все буде представляти оставшу еще моментально концентрацию матерії, що в нашім розчинї підпадає переміні. На тій власне основі, покористуючи ся аксиомою активности, анальоґічно до спаду потенциялів чи температур, можна все приймати $\varphi(t) - x$ пропорциональним до $\frac{dx}{dt}$.

Що річ справдї так стоїть, менї здає ся, не треба аж експериментально доказувати. До того самого висліду прийдемо іменно цїлком иншою дорогою, через елементарне сумоване. Положім для

---

[1]) Спосіб зреалїзованя пр. пропорциональнього зросту я висше подав. Як хочемо, щоби функция малїла, то допускаймо так само чистий розчинник.

Digitized by Google

улекшеня $C_0=1$, тай розгляньмо, що діє ся в кождім елементї часу від хвилї, як пускаємо в рух реакцию. Обчисляймо, кілько лишає ся непереміненої материї, а кілько прибуває в кождім, безконечно малїючім інтервалї часу. Подїлїм собі еще вперед кожду одиницю часу на n рівних частий. В першім дуже маленькім (при великім n) інтервалї від 0 до $\frac{1}{n}$, вихідна концентрация є 1. Переміненої через реакцию материї прибулобк в одиницї часу k, а в n-тій части одиницї $\frac{k}{n}$. На інтервал слїдуючий від $\frac{1}{n}$ до $\frac{2}{n}$ лишить ся з попередної концентрациї вже лиш $1-\frac{k}{n}$, але через доплив прийде $\frac{m}{n}$, отже разом буде $1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}$. В тімже інтервалї прийде тому знов через реакцию $\frac{k}{n}\left[1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}\right]$.

В дальшім інтервадї від $\frac{2}{n}$ до $\frac{3}{n}$, обчисляючи активну концентрацию тим самим способом, одержимо $1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}-\frac{k}{n}\left[1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}\right]+\frac{m}{n}$; на часть перемінену припадає при кінци тогож елементу часу $\frac{k}{n}\left\{1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}-\frac{k}{n}\left[1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}\right]+\frac{m}{n}\right\}$.

Перше вираженє дає ся дуже легко стягнути в $\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)\right]$, а друге очивидно так само в $\frac{k}{n}\left\{\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)\right]\right\}$. На інтервал від $\frac{3}{n}$ до $\frac{4}{n}$ випадає анальоґічно активна концентрация $\left(1-\frac{k}{n}\right)^3+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2\right]$, а часть перемінена $\frac{k}{n}\left\{\left(1-\frac{k}{n}\right)^3+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2\right]\right\}$.

Поступаючи так дальше одержимо в інтервалї від $\frac{n-1}{n}$ до $\frac{n}{n}$ $\left(1-\frac{k}{n}\right)^n+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n-1}\right]$, а на часть перемінену прийде послїдне вираженє множене через $\frac{k}{n}$.

Digitized by Google

Дотеперішна сумация відносить ся до одиниці часу. В найближшім інтервалї активну концентрацию обчислимо зі зрозумілого вираженя:

$$\left(1-\frac{k}{n}\right)^n+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n-1}\right]+\frac{m}{n}-$$

$$-\frac{k}{n}\left\{\left(1-\frac{k}{n}\right)^n+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n-1}\right]+\frac{m}{n}\right\},$$

що дає ся стягнути дуже легко на:

$$\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n+1}+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^n\right].$$

Як таку операцию повторемо знов n разів, то дістанемо по двох одиницях часу:

$$\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2n}+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2n-1}\right]$$

по трох

$$\left(1-\frac{k}{n}\right)^{3n}+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{3n-1}\right]$$

а по t одиницях, або по часї t

$$\left(1-\frac{k}{n}\right)^{tn}+\frac{m}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{tn-1}\right].$$

Випишім тепер для лекшої евіденциї вираховані скількости прибуваючої через реакцию материї, припадаючі з окрема на кождий елемент часу.

В часї від	до	прибуває:
0 ..	$\frac{1}{n}$	$\frac{k}{n}$
$\frac{1}{n}$ ..	$\frac{2}{n}$	$\frac{k}{n}\left(1-\frac{k}{n}+\frac{m}{n}\right)$
$\frac{2}{n}$ ..	$\frac{3}{n}$	$\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)\right)\right]$
$\frac{3}{n}$ ..	$\frac{4}{n}$	$\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^3+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2\right)\right]$
$\frac{4}{n}$ ..	$\frac{5}{n}$	$\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^4+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\left(1-\frac{k}{n}\right)^3\right)\right]$
. . . .	. . . .	. . . . .

Digitized by Google

$$\frac{n-1}{n}\,.\,.\,\frac{n}{n}\;\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n-1}+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{n-2}\right)\right]$$

. . . . . .

$$\frac{2n-1}{n}\,.\,.\,\frac{2n}{n}\;\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2n-1}+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2n-2}\right)\right]$$

. . . . . .

$$\frac{3n-1}{n}\,.\,.\,\frac{3n}{n}\;\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^{3n-1}+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{3n-2}\right)\right]$$

. . . . . .

. . . . . .

$$\frac{tn}{n}\,.\,.\,\frac{tn+1}{n}\;\frac{k}{n}\left[\left(1-\frac{k}{n}\right)^{tn}+\frac{m}{n}\left(1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{tn-1}\right)\right].$$

Як n зросте в безконечність, а t до якоїнебудь скінченої вартости, тоді, як зсумуємо всї подані скількости разом, одержимо цїлу вартість переміненої через реакцию материї по часї t, що ми єї висше означили значком x. Легко провірити, що таке сумоване дає

$$\frac{k}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt}\right]+\frac{k}{n}\;\frac{m}{n}\left[(nt-1)+\right.$$

$$\left.(nt-2)\left(1-\frac{k}{n}\right)+(nt-3)\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(nt-(nt-1)\right)\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt-1}\right]$$

що представимо у формі:

$$\frac{k}{n}\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt}\right]+$$

$$+\frac{k}{n}\cdot\frac{m}{n}\cdot nt\left[1+\left(1-\frac{k}{n}\right)+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt-1}\right]-$$

$$-\frac{k}{n}\cdot\frac{m}{n}\left[1+2\left(1-\frac{k}{n}\right)+3\left(1-\frac{k}{n}\right)^{2}+\cdots+(nt-1)\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt-1}\right]$$

Перший вершок дає ся дуже легко зібрати на:

$$\frac{k}{n}\left[\frac{\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt}-1}{1-\frac{k}{n}-1}\right]=1-\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt}_{n=\infty}=1-e^{-kt}\quad\ldots\ldots\quad(a)$$

Другий зовсїм анальоґічно дає:

$$mt\,(1-e^{-kt})\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(b).$$

Digitized by Google

Щоби знайти вартість третого, означім провізорично $\left(1-\frac{k}{n}\right)$ знаком z.

Тодї замість

$$-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\left[1+2\left(1-\frac{k}{n}\right)+3\left(1-\frac{k}{n}\right)^2+\cdots+(nt-1)\left(1-\frac{k}{n}\right)^{nt-1}\right]$$

дістанемо:

$$-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\left[1+2z+3z^2+\cdots+(nt-1)z^{nt-1}\right]=$$

$$=-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\sum_1^{nt}\frac{d}{dz}(z+z^2+\cdots z^{tn})=-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\,\frac{d}{dz}\sum_1^{nt}(z+z^2+\cdots+z^{tn})=$$

$$=-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\frac{d}{dz}\left(z\,\frac{z^{nt}-1}{z-1}\right)=-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\left[z\,\frac{d}{dz}\,\frac{z^{nt}-1}{z-1}+\frac{z^{nt}-1}{z-1}\right]=$$

$$=-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\left[\frac{nt\,z^{nt}}{z-1}-\frac{z^{nt}-1}{(z-1)^2}\right]_{n=\infty}=-\frac{k}{n}\,\frac{m}{n}\left[\frac{nt\,e^{-kt}}{-\frac{k}{n}}-\frac{e^{-kt}-1}{\left(\frac{k}{n}\right)^2}\right]=$$

$$=mt\,e^{-kt}-\frac{m}{k}\,(1-e^{-kt})\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad(c)$$

Додаючи $(a)+(b)+(c)$ одержуєм:

$x=1-e^{-kt}+mt-mt\,e^{-kt}+mt\,e^{-kt}-\frac{m}{k}\,(1-e^{-kt})$, або ідентично з інтеґралом (B) (стор. 4)

$$x=[1-e^{-kt}]+m\left[t-\frac{1}{k}(1-e^{-kt})\right]$$

як в нїм за C_0 положимо 1.

Згідність результату повисшої елементарної сумациї з виведеним інтеґралом видає ся менї вистарчаючим доказом, що уложене ріжничкове рівнанє справдї відповідає дійсности. В виду того уважаю за можливе і дальше розширюванє ріжничк. рівнаня способом передтим описаним, на основі того самого розумованя. Так отже приходимо до зовсїм загального способу узгляднюваня рахунком того рода комплїкаций, коли в звичайнім рівнаню

$$\frac{dx}{dt}=k(C_0-x)$$

Digitized by Google

замість сталого члена C_0, положимо функцию $\varphi(t)$, що виражає синхронічну зміну концентрациї через зовнішні, независимі від реакциї обставини.

Возьмім пр., що вихідна концентрация зміняє ся з часом після рівнаня

$$C = C_0 + mt^2.$$

Анальоґічно, як в першім случаю дістанемо рівнанє:

$$\frac{dx}{dt} = k(C_0 + mt^2 - x).$$

Його інтеґрал

$$x = e^{-\int_0^t k dt}\left[C - \int_0^t -k(C_0 + mt^2)e^{\int_0^t k dt} \cdot dt\right]$$

дає ся легко перевести в

$$x = e^{-kt}\left[C - \left(C_0 + \frac{2m}{k^2}\right) + e^{kt}\left\{mt^2 - \frac{2mt}{k} + \left(C_0 + \frac{2m}{k^2}\right)\right\}\right].$$

а що і ту з огляду на $t=0$, $x=0$, буде $C=0$, отже

$$x = C_0\left[1 - e^{-kt}\right] + m\left[t^2 - \frac{2t}{k} + \frac{2}{k^2}\left(1 - e^{-kt}\right)\right].$$

Зовсім подібно дістанемо для $C = C_0 + mt^3$ інтеґрал

$$x = e^{-\int_0^t k dt}\left[C - \int_0^t -k(C_0 + mt^3)e^{\int_0^t k dt} \cdot dt\right]. \text{ або}$$

$$x = C_0\left[1 - e^{-kt}\right] + m\left[t^3 - \frac{3t^2}{k} + \frac{6t}{k^2} - \frac{6}{k^3}(1 - e^{-kt})\right],$$

а на основі загального рекурзивного інтеґралу:

$$\int t^n e^{kt} dt = \left[\frac{t^n}{k} - \frac{nt^{n-1}}{k^2} + \frac{n(n-1)t^{n-2}}{k^3} + \cdots + (-1)^n \frac{n(n-1)\ldots 2.1}{k^{n+1}}\right] e^{kt} + C$$

можна дуже легко перевести інтеґрал загального рівнаня

$$\frac{dx}{dt} = (C_0 + mt^n - x) \text{ до форми:}$$

$$x = e^{-kt}\left[C - \left(C_0 + (-1)^n \frac{n(n-1)\ldots m}{k^n}\right) + \right.$$

Digitized by Google

$$+e^{kt}\left\{m\left(t^n-\frac{nt^{n-1}}{k}+\frac{n(n-1)t^{n-2}}{k^2}-\cdots\right.\right.$$

$$\left.\left.\cdots+(-1)^{n-1}\frac{n(n-1)(n-2)\ldots 2.1.t}{k^{n-1}}\right)+\left(C_0+(-1)^n\frac{n(n-1)m}{k^n}\right)\right\}\Big],$$

а що і ту при $t=0$, $x=0$, буде $C=0$, отже:

$$x=C\left[1-e^{-kt}\right]+m\left[t^n-\frac{nt^{n-1}}{k}+\frac{n(n-1)t^{n-2}}{k^2}-\cdots+\right.$$

$$\left.+(-1)^n\frac{n(n-1)\ldots 3.2.1}{k^n}(1-e^{-kt})\right].$$

Рахунок дає ся розширити та перевести аж до случаю, як вихідна концентрация буде разом з часом зміняти ся після

$$C=C_0+m_1t+m_2t^2+m_3t^3+\ldots+m_nt^n.$$

Як означимо для скороченя

$C_0-\frac{m_1}{k}+\frac{2m_2}{k^2}-\frac{6m_3}{k^3}+\ldots+(-1)^n\frac{n!\,m_n}{k^n}$ знаком C_{omn}, то інтеґрал відносного рівнаня дістане вигляд:

$$x=e^{-kt}\left[C-C_{omn}+e^{kt}\left\{m_1t+m_2\left(t^2-\frac{2t}{k}\right)+m_3\left(t^3-\frac{3t^2}{k}+\frac{6t}{k^3}\right)+\ldots\right.\right.$$

$$\left.\left.\ldots+m_n\left[t^n-\frac{nt^{n-1}}{k}+\frac{n(n-1)t^{n-2}}{k^2}-\ldots+(-1)^{n-1}\frac{n(n-1)\ldots 2.1.t}{k^{n-1}}\right]+C_{omn}\right\}\right]$$

а по елїміновану C

$$x=C_0\left[1-e^{-kt}\right]+m_1\left[t-\frac{1}{k}(1-e^{-kt})\right]+m_2\left[t^2-\frac{2t}{k}+\frac{2}{k^2}(1-e^{-kt})\right]+\ldots$$

$$\ldots+m_n\left[t^n-\frac{nt^{n-1}}{k}+\frac{n(n-1)t^{n-2}}{k^2}-\ldots+(-1)^n\frac{n(n-1)\ldots 3.2.1}{k^n}(1-e^{-kt})\right]$$

Послїдна форма надавала би ся особливо до приміненя в деяких загальних случаях.

Можна би собі подумати, що пр. технїчними зглядами спонукані, реґулюємо штучно приплив вихідної субстанциї до реакциї специяльним апаратом. При нинїшнім видосконаленю технїки конструкция годинникових, автоматичних чи якихнебудь скомбінованих фізичних механїзмів не представляє засадничих трудностий. Відповідне розширюванє та звужуванє отвору кінця руре, якою має доплывати материял в часї реакциї, далоб ся перевести, думаю, з цїлою бажаною прецизиєю. Але в виду трудностий в означеню ефекту

Digitized by Google

випливаня, що виходять з природи гидродинамічного проблєму, таке впровадженє хочби як досконалого апарату, малоб лиш значінє менше чи більше грубого приближеня. Дійсне функцioванє тогож апарату требаби уставляти та провірювати емпірично, при чім послїдне вирахованє функциї вигідною методою найменших квадратів представляє ся по більшій части в формі степеневого ряду.

У висше упорядкованім інтеґралї, що ріжнить ся від случаю, як концентрация не зміняє ся, лиш додаванєм що раз дальших членів, множених через m_1, m_2, m_3,... і т. д. требаби їх поодиноко задержувати або відкидати відповідно до вигляду так одержаної, емпірично уставленої функциї припливу.

Приглянувши ся близше повисшим обчисленям можна завважати, що всї комплїкациї, о які ту розходить ся, ведуть остаточно до квадратури $\int \varphi(t) e^{kt} dt$. О скілько такий інтеґрал уміємо при ріжнім виглядї $\varphi(t)$ визначити, о стілько очивидно хемічний проблєм розвязаний для мономолекулярних реакций. Можна пр. таке питанє розвязати. Материя A переміняє ся на $Б$ зі скоростию k_1. Але $Б$ не є тривке в розчинї. Воно рівночасно переходить на материю B зі скоростию k. Як вийдемо зі сталої концентрациї A_0 материї A, обчислити, як прибуває в часї B.

Уложенє ріжничкового рівнаня представляє ся незвичайно легко. Замість C_0 в звичайнім рівнаню, положимо $A_0(1-e^{-k_1 t})$, так що єго остаточна форма буде

$$\frac{dx}{dt} = k\,[A_0(1-e^{-k_1 t}) - x].$$

Його інтеґрал:

$$x = e^{-\int_0^t k dt}\left[C + \int_0^t k\,A_0\,(1-e^{-k_1 t})\,e^{\int_0^t k dt}\,.\,dt\right]$$

дає ся легко спровадити на:

$$x = A_0\left[1 - e^{-kt}\left(1 - \frac{k}{k-k_1}\right) - \frac{k}{k-k_1} e^{-k_1 t}\right], \text{ при } k > k_1$$

або $$x = A_0\left[1 - e^{-kt}\left(1 + \frac{k}{k_1-k}\right) + \frac{k}{k_1-k} e^{-k_1 t}\right], \text{ при } k < k_1.$$

Значінє двох послїдних рівнань може бути велике в деяких случаях. Звісно іменно, що деякі мономолекулярні реакциї перебі-

Digitized by Google

гають так, що в них дає ся завважати дотепно названий „хід сталої скорости k“ зн. k зміняє ся разом з перебігом самої реакциї. Досить поглянути на оба послідні вираженя, щоби зрозуміти, що вже в припадку такої хочби лиш одинокої переходової реакциї нема бесіди про сталість якогось спільного k, що єго мовчки таким робом супонує ся.

Навіть наколиби $k=k_1$ зн. як A переходить з такою скоростию на $Б$, як $Б$ на $В$, що очивидно дуже рідко може трафити ся, то реакция не буде реґулярною в змислї рівнаня

$$\frac{dx}{dt} = k\,(C_0 - x)$$

(хочби з иншою нумеричною вартостию k), бо як замість него положимо

$$\frac{dx}{dt} = k\,[A_0(1 - e^{-kt}) - x]$$

то його інтеґрал

$$x = A_0\,[1 - e^{-kt}(1 + kt)]$$

виказує вже инший перебіг реакциї.

Сам чисто емпірично поданий хід може на основі наведеного зориєнтувати легко що до всїх трох критерий $k \gtrless k_1$. Наколиби і то не вистарчало, то можнаби ще допускати більше посередних переходів, які треба дальше комбінувати. Возьмім пр. рівночасний перехід з A на $Б$, $Б$ на $В$, $В$ на $Г$, тодї треба уложити легко зрозуміле рівнанє:

$$\frac{dx}{dt} = k\left\{A_0\left[1 - e^{-k_1 t}\left(1 \pm \frac{k_1}{k_{1(2)} - k_{2(1)}}\right) \mp \frac{k_1}{k_{1(2)} - k_{2(1)}}\, e^{-k_2 t}\right] - x\right\}$$

якого інтеґрация в виду легких квадратур не представляє найменьших трудностий. Так само не представляє трудностий рахунок, як концентрация материї A зміняє ся синхронїчно. Пр. загальне рівнанє:

$$\frac{dx}{dt} = k\left\{A_0[1 - e^{-k_1 t}] + m_1\left[t - \frac{1}{k_1}(1 - e^{-k_1 t})\right] + \right.$$

$$\left. + m_2\left[t^2 - \frac{2t}{k_1} + \frac{1}{k_1^2}(1 - e^{-k_1 t})\right] + \ldots + m_n[t^n - \ldots] - x\right\}$$

дає ся легко зінтеґрувати, допускаючи тим самим дальші того рода комбінациї.

Digitized by Google

Треба еще замітити, що нарочно вибраними вартостями m в функциях припливу можна інтеґралам деякі форми з гори надати. Пр.

в функциї:	для вартости m:	буде $x =$
C_0+mt	C_0k . . .	$C_0\frac{kt}{1!}$
C_0+mt^2	$-\frac{C_0k^2}{2!}$ . .	$C_0\left[\frac{kt}{1!}-\frac{(kt)^2}{2!}\right]$
C_0+mt^3	$\frac{C_0k^3}{3!}$ . .	$C_0\left[\frac{kt}{1!}-\frac{(kt)^2}{2!}+\frac{(kt)^3}{3!}\right]$
. . . .	. . .	. . . . .
C_0+mt^n	$\frac{(-1)^nC_0k^n}{n!}$ . .	$C_0\left[\frac{kt}{1!}-\frac{(kt)^2}{2!}+\frac{(kt)^3}{3!}\ldots\ldots(-1)^{n+1}\frac{(kt)^n}{n!}\right]$.

Послїдна форма дає ся легко перепровадити для $n = \infty$ в $C_0[1-e^{-kt}]$, що є ідентичне очивидно з інтеґралом рівнаня з одиноким сталим членом C_0. Як поглянемо на вартість $m = \frac{(-1)^nC_0k_n}{n!}$, в якій k є все істим дробом, а $n = \infty$, то очивидно $m = 0$; отже згідно із звичайним рівнанем нема тоді ніякої комплїкациї.

Наконець треба зазначити, що для більше, як одномолекулярних реакций синхронічні зміни концентраций супроваджують не даючі ся обійти математичні трудности. Для загальних рівнань типу Riccati, які при тім повстають, не вспіла еще математика вислїдити операций, що велиби до їх інтеґралів.

Digitized by Google

Про періодичні хемічні реакциї.

написав

Др. Юлїян Гірняк.

(Реферовано на засїданю мат.-прир.-лїк. секциї дня 10. вересня 1908).

В отсїй розвідцї хочу звернути увагу на одну консеквенцию, що дає ся випровадити незвичайно легко з рівнань хемічної кінетики. Приглядаючи ся величезному заінтересованю для питань сеї области фізикальної хемиї, треба сконстатувати, що працї ідуть виключно в напрямі експериментальнім, та що дослїди ведені дорогою математичної аналїзи*) являють ся в лїтературі майже виїмково. Зіставляючи до того прямо чи посередно, а досить часто виражувані опінїї про сумнївну вартість математичної аналїзи в хемиї, приходить ся менї не дивувати, що на деякі питаня можуть розповсюднювати ся цїлком хибні погляди, хоч простий і легкий рахунок може річ неоспоримо виясняти. Маю туть на думцї факт, що на однім, недавно опублїкованім місци, періодичність хемічного процесу уважає ся характеристичним знаменем каталїзи. Як рахунком низше викажу, періодичність може виступати при процесах, в яких зовсїм нема каталїзи, значить, вона не стоїть в нїякій причиновій звязи з каталїзою, хоч і при сїй послїдній можна таке явище обсервувати.

---

*) R. Wegscheider — Chemische Kinetik homogener Systeme — Monatshefte für Chemie. B. XXI. 1900. стор. 693.

Digitized by Google

Про те, о скілько до тепер періодичні реакциї експериментально вислїджено, маю поки що дуже скупі та уривкові відомости, не можучи під хвилю улекшити собі доступу до потрібних жерел відносної лїтератури. Праця проф. Dr. W. Ostwalda над розпусканєм хрому мінеральними квасами, що давала періодичну скорість тогож, радше фізикального процесу, не підходить під рахунок того рода, який низше подаю.

Не вдаючи ся в передвчасні здогади, яке значінє можуть мати такі реакциї чи то для самої хемічної динаміки, чи в приміненю до поясненя якого субтельнїйшого процесу в природї, постараю ся на однім теоретичнім примірі виказати, що вони в деяких случаях не то можуть, але мусять виступити, при чім можливість таких случаїв є зовсїм необмежена.

Возьмім оден, загально вже звісний примір. Проф. R. Wegscheider студиював звязь, яка заходить між сталими скорости реакций а сталими хемічної рівноваги. В своїй працї*) обговорює між иньшими проблєм трох материй тай подає рівнаня реакциї між трома ізомерами. Розходить ся йому в тім случаю о одномолекулярні реакциї, які в значній мірі улекшують раховане. Реакция іде там ві всїх можливих комбінациях відворотно. Субстанция M_1 переходить на M_2, а M_2 на M_1, M_2 на M_3, а M_3 на M_2, M_3 на M_1, а M_1 на M_3. Зн. сумарична переміна

$$M_1 \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} M_2 \underset{k_4}{\overset{k_3}{\rightleftarrows}} M_3 \underset{k_6}{\overset{k_5}{\rightleftarrows}} M_1$$

складає ся аж з шістьох фаз реакциї, або з шістьох поодиноких складових процесів. Кождий з них має свою питому та окрему скорість, яку зазначує ся відповідним фактором k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6.

Означім тії фази римскими цифрами слїдуючим способом:

I $M_1 \longrightarrow M_2$ II $M_2 \longrightarrow M_3$ III $M_3 \longrightarrow M_1$

I' $M_2 \longrightarrow M_1$ II' $M_3 \longrightarrow M_2$ III' $M_1 \longrightarrow M_3$

Вихідні (вступні) концентрациї трох ізомерів M_1, M_2, M_3 означім A_1, A_2, A_3. Зменшенє тих концентраций по часї t нехай буде: ξ_1, ξ_2, ξ_3. Поодинокі скорости реакций означім по порядку:

	I	I'	II	II'	III	III'
	$\frac{dx}{dt}$	$\frac{dy}{dt}$	$\frac{dz}{dt}$	$\frac{du}{dt}$	$\frac{dv}{dt}$	$\frac{dw}{dt}$
а підписуючи для евіденциї відповідні фактори, одержуємо:	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6.

*) Über simultane Gleichgewichte etc. — Monatshefte für Chemie — B. XXII. 1901. стор. 860.

Digitized by Google

На основі закону активности мас скорости є рівні:

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-\xi_1),\quad \frac{dy}{dt}=k_2(A_2-\xi_2),\quad \frac{dz}{dt}=k_3(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{du}{dt}=k_4(A_3-\xi_3),\quad \frac{dv}{dt}=k_5(A_3-\xi_3),\quad \frac{dw}{dt}=k_6(A_1-\xi_1).$$

З близшого розгляненя тих рівнань легко вивести слїдуючі скорости зменьшуваня поодиноких концентраций:

$$\left.\begin{aligned}
\frac{d\xi_1}{dt}&=k_1(A_1-\xi_1)-k_2(A_2-\xi_2)-k_5(A_3-\xi_3)+k_6(A_1-\xi_1)\\
\frac{d\xi_2}{dt}&=-k_1(A_1-\xi_1)+k_2(A_2-\xi_2)+k_3(A_2-\xi_2)-k_4(A_3-\xi_3)\\
\frac{d\xi_3}{dt}&=-k_3(A_2-\xi_2)+k_4(A_3-\xi_3)+k_5(A_3-\xi_3)-k_6(A_1-\xi_1)
\end{aligned}\right\}\quad \ldots (A)$$

Сї послїдні рівнаня одержує ся впрочім з рівнань гильтропових ґруп, в які можна формулувати реакциї за Ostwald-ом*). Закон захованя маси виражає ся ту реляциєю: $\xi_1+\xi_2+\xi_3=0$, з чого виходить також $\frac{d\xi_1}{dt}+\frac{d\xi_2}{dt}+\frac{d\xi_3}{dt}=0$. Послїдну звязь дає справдї систем рівнань (A). Інтеґрация того системи дає такий результат:

$$\left.\begin{aligned}
\xi_1&=\frac{1}{\lambda'-\lambda''}\left[\frac{\lambda''T'}{\vartheta'}\left(e^{-\vartheta' t}-1\right)-\frac{\lambda'T''}{\vartheta''}\left(e^{-\vartheta'' t}-1\right)\right]\\
\xi_2&=\frac{1}{\lambda'-\lambda''}\left[-\frac{T'}{\vartheta'}\left(e^{-\vartheta' t}-1\right)+\frac{T''}{\vartheta''}\left(e^{-\vartheta'' t}-1\right)\right]\\
\xi_3&=\frac{1}{\lambda'-\lambda''}\left[-(\lambda''-1)\frac{T'}{\vartheta'}\left(e^{-\vartheta' t}-1\right)+(\lambda'-1)\frac{T''}{\vartheta''}\left(e^{-\vartheta'' t}-1\right)\right]
\end{aligned}\right\}.\ (B)$$

в якім впроваджено слїдуючі скороченя:

$$T_1=(k_1+k_6)A_1-k_2A_2-k_5A_3,\qquad S_1=k_1+k_5+k_6,\qquad T'=T_1+\lambda'T_2$$

$$T_2=-k_1A_1+(k_2+k_3)A_2-k_4A_3,\qquad S_2=k_2+k_3+k_4,\qquad T''=T_1+\lambda''T_2$$

$$\vartheta'=\frac{S_1+S_2}{2}+\sqrt{\frac{(S_1-S_2)^2}{4}+(k_1-k_4)(k_2-k_5)},\quad \lambda'=\frac{k_2-k_5}{S_2-\vartheta'}$$

$$\vartheta''=\frac{S_1+S_2}{2}-\sqrt{\frac{(S_1-S_2)^2}{4}+(k_1-k_4)(k_2-k_5)},\quad \lambda''=\frac{k_2-k_5}{S_2-\vartheta''}.$$

---

*) Гл. Wegscheider — Ibid.

Digitized by Google

Хоч рівнаня *(B)* виглядають на досить скомплїковані, все-ж таки рахунок не займає много часу, а характер процесу, що є сформулований малїючою в часї експоненцияльною функциєю є такий, що зовсїм не відбігає від дотеперішних типових розвязок проблємів хемічної динаміки. Проф. Wegscheider слїдив передовсїм рівновагу, до якої стремить такий систем. В самий процес, себ то в спосіб наближуваня ся до стану рівноваги не мав приводу близше входити, тому й не перевів близшої дискусиї своїх рівнань *(B)*.

Вони однак належуть случайно до сих, які під одним услівєм представляють не що иньше, як чисто періодичні реакциї, зі щораз меньшими або заникаючоми амплїтудами. Тому публїкуючи отсю нотатку, вперед нїм зберу більше материялу, ужию для переведеня рахунку висше поданих, а пригідних для моєї цїли, рівнань.

Приглянмо ся іменно, чи систем інтеґральних рівнань *(B)* дає ся фізично інтерпретувати в случаю, як заходить нерівність:

$$\frac{(S_1-S_2)^2}{4}+(k_1-k_4)(k_2-k_5)<0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (C).$$

Положім пр. такі вартости на поодинокі k:

$k_1=1,\ k_2=20,\ k_3=2,\ k_4=30,\ k_5=1,\ k_6=20;$

По вирахованю одержуємо:

$$\frac{(k_1+k_5+k_6-k_2-k_3-k_4)^2}{4}+(k_1-k_4)(k_2-k_5)=-326.$$

Услівє *(C)* може бодай чи не так само легко зайти, як услівє противне, де лїва сторона нерівности є більша від зера. Тому менї здає ся, що дотеперішні дискутованя послїдного случаю не мають зовсїм якогось, хочби лиш першеньства над попереднім *(C)*, який саме хочу близше розглянути, тим більше, що нема поки що рациональної причини єго відкидувати.

Положім вперед коротше знакованє:

$\frac{S_1+S_2}{2}=a,\quad k_2-k_5=k,\quad S_2=S,$ а абсолютну нумеричну вартість:

$\sqrt{\frac{(S_1-S_2)^2}{4}+(k_1-k_4)(k_2-k_5)}$ значім самим b.

Вставляючи сї значки в висше наведені скороченя (стор. 3) одержуємо:

Digitized by Google

$$\vartheta' = a + bi, \quad \lambda' = \frac{k}{S-(a+bi)}, \quad \lambda' - \lambda'' = \frac{2kbi}{(S-a)^2+b^2}$$

$$\vartheta'' = a - bi, \quad \lambda'' = \frac{k}{S-(a-bi)}, \quad \text{при чім } i = \sqrt{-1}.$$

Приступім до обчисленя інтеґралів ξ_1, ξ_2, ξ_4. Маємо тут очевидно:

$$T' = T_1 + \frac{k}{S-a-bi} T_2 = \frac{T_1 S + k T_2 - T_1 a - T_1 bi}{(S-a) - bi},$$ або скорочуючи дальше:

$T_1 S + k T_2 - T_1 a = \alpha$, $S - a = \alpha'$, $T_1 b = \beta$, замість попередного вираженя:

$$T' = \frac{\alpha - \beta i}{\alpha' - bi},$$ і зовсім анальоґічно:

$$T'' = \frac{\alpha + \beta i}{\alpha' + bi}.$$

Обчисляймо дальше вартости $\frac{T'}{\vartheta'}$ і $\frac{T''}{\vartheta''}$. Перша з них:

$$\frac{T'}{\vartheta'} = \frac{\alpha - \beta i}{(\alpha' - bi)(a+bi)} = \frac{\alpha - \beta i}{\alpha' a - abi + \alpha' bi - b^2 i^2} = \frac{\alpha - \beta i}{(\alpha' a + b^2) + (\alpha' b - ab)i}$$ дає

по означеню: $(\alpha' a + b^2) = \alpha''$, $\alpha' b - ab = \beta'$, вартість: $\frac{\alpha - \beta i}{\alpha'' + \beta' i}$, а друга так само $\frac{T''}{\vartheta''} = \frac{\alpha + \beta i}{\alpha'' - \beta' i}$ з чого знов легко вирахувати:

$$\frac{T'}{\vartheta'} - \frac{T''}{\vartheta''} = -\frac{2(\alpha''\beta + \alpha\beta')i}{\alpha''^2 + \beta'^2}.$$

Поступаючи так дальше:

$$\frac{\lambda'' T'}{\vartheta'} = \frac{k}{\alpha' + bi} \cdot \frac{T'}{\vartheta'} = \frac{k}{(\alpha' + bi)} \cdot \frac{(\alpha - \beta i)}{(\alpha'' + \beta' i)}$$

дістанемо при рівночаснім скороченю:

$$S' = \alpha' \alpha'' - b\beta', \quad S'' = \alpha' \beta' + b\alpha'',$$

$$\frac{\lambda'' T'}{\vartheta'} = \frac{k\alpha - k\beta i}{S' + S'' i}$$

і так само:

$$\frac{\lambda' T''}{\vartheta''} = \frac{k\alpha + k\beta i}{S' - S'' i}.$$

Digitized by Google

Розгляньмо тепер близше експоненцияльні вирази $e^{-\vartheta' t}$ і $e^{-\vartheta'' t}$. Вставляючи в них вартости на ϑ' і ϑ'', приходимо по зазначеню:

$$e^{-at}\cos bt = \varphi$$

$$e^{-at}\sin bt = \chi$$

до зовсїм нових форм:

$$e^{-\vartheta' t} = e^{-(a+bi)t} = e^{-at-bti} = e^{-at}(\cos bt - i\sin bt) = \varphi - i\chi$$

$$e^{-\vartheta'' t} = e^{-(a-bi)t} = e^{-at+bti} = e^{-at}(\cos bt + i\sin bt) = \varphi + i\chi.$$

Користаючи з них обчислїм тепер слїдуюче вираженє:

$$\frac{T''}{\vartheta''}e^{-\vartheta'' t} - \frac{T'}{\vartheta'}e^{-\vartheta' t} = \frac{\alpha+\beta i}{\alpha''-\beta' i}(\varphi+i\chi) - \frac{\alpha-\beta i}{\alpha''-\beta' i}(\varphi-i\chi).$$

Спроваджуючи до спільного знаменника $\alpha''^2+\beta'^2$ дістанемо на чисельник вартість:

$$\alpha\alpha''\varphi+\beta\alpha''\varphi i+\alpha''\alpha\chi i+\alpha''\beta\chi i^2+\alpha\beta'\varphi i+\beta\beta'\varphi i^2+\alpha\beta'\chi i^2+\beta\beta'\chi i^3-$$
$$-\alpha\alpha''\varphi+\beta\alpha''\varphi i+\alpha''\alpha\chi i-\alpha''\beta\chi i^2+\alpha\beta'\varphi i-\beta\beta'\varphi i^2-\alpha\beta'\chi i^2+\beta\beta'\chi i^3=$$
$$=2i[(\beta\alpha''+\alpha\beta')\varphi+(\alpha\alpha''-\beta\beta')\chi],$$

так що в результатї буде:

$$\frac{T''}{\vartheta''}e^{-\vartheta'' t} - \frac{T'}{\vartheta'}e^{-\vartheta' t} = 2i\frac{(\beta\alpha''+\alpha\beta')\varphi+(\alpha\alpha''-\beta\beta')\chi}{\alpha''^2+\beta'^2}$$

Поступаючи аналогічно обчислимо легко також:

$$\frac{\lambda''T'}{\vartheta'}e^{-\vartheta' t} - \frac{\lambda'T''}{\vartheta''}e^{-\vartheta'' t} = -2ki\frac{(\beta S'+\alpha S'')\varphi+(\alpha S'-\beta S'')\chi}{S'^2+S''^2}$$

$$\frac{\lambda'T''}{\vartheta''} - \frac{\lambda''T'}{\vartheta'} = \frac{2ki}{S'^2+S''^2}(\beta S'+\alpha S'').$$

Обчисливши таким способом всї складові члени систему інтеґральних рівнань *(B)*, можемо тепер легко написати рівнаня, що виражають зміни поодиноких ξ_1, ξ_2, ξ_3 в часї, а іменно:

$$\left.\begin{aligned}
\xi_1 &= \frac{(S-a)^2+b^2}{b}\cdot\frac{1}{S'^2+S''^2}\Big[(\beta S'+\alpha S'')(1-\varphi)-(\alpha S'-\beta S'')\chi\Big]\\
\xi_2 &= \frac{(S-a)^2+b^2}{k.b}\cdot\frac{1}{\alpha''^2+\beta'^2}\Big[(\beta\alpha''+\alpha\beta')(\varphi-1)+(\alpha\alpha''-\beta\beta')\chi\Big]\\
\xi_3 &= \frac{(S-a)^2+b^2}{b}\Big\{\frac{1}{S'^2+S''^2}\Big[(\beta S'+\alpha S'')(\varphi-1)+(\alpha S'-\beta S'')\chi\Big]+\\
&\quad+\frac{1}{k}\cdot\frac{1}{(\alpha''^2+\beta'^2)}\Big[(\beta\alpha''+\alpha\beta')(1-\varphi)-(\alpha\alpha''-\beta\beta')\chi\Big]\Big\}
\end{aligned}\right\}(B')$$

Digitized by Google

Порівнуючи сю нову форму *(B')* систему інтеґральних рівнань з формою *(B)* відразу добачуємо, що всї зложені (мнимі) числа, зазначені в *(B)* буквами λ', λ'', T', T'', ϑ', ϑ'' повідпадали, а лишили ся самі дїйсні чинники:

$$(S-a)^2+b^2,\ S'^2+S''^2,\ k,\alpha''^2+\beta'^2,\ \beta S'+\alpha S'',\ \alpha S'-\beta S'',\ \beta\alpha''+\alpha\beta',\ \alpha\alpha''-\beta\beta'.$$

Експоненцияльні члени $e^{-\vartheta' t}$ і $e^{-\vartheta'' t}$ перейшли на періодичні функциї $e^{-at}\cos bt$ і $e^{-at}\sin bt$. В виду того інтеґрали ξ_1, ξ_2 і ξ_3 стали і при услівю *(C)* (стор. 4) придатними для фізичної інтерпретациї, а інтеґрали *(B')* представляють в тім случаю не що иньше, як зависимість поодиноких змін концентраций від часу, виражену одною з періодичних т. є. ґоніометричною функциєю.

Возьмім для вигіднїйшого перегляду який чисельний примір. Положім пр. $k_1=1$, $k_2=601$, $k_3=1$, $k_4=501$, $k_5=1$, $k_6=2196{\cdot}426$. Тоді $a=1650{\cdot}713$, а $b=1$. Виберім єще $A_1=1{\cdot}3684$, $A_2=5$, $A_3=0{\cdot}0001$, розуміючи тут такі одиниці, що розчин, маючи в собі $A_1+A_2+A_3$, не перестає бути рідким. Виконавши досить довге раховане одержуємо наконець:

$$\xi_1=0{\cdot}6636-0{\cdot}6636\,e^{-1650t}\,(\cos t+1{\cdot}647\,\sin t)$$

$$\xi_2=2{\cdot}428-2{\cdot}428\,e^{-1650t}\,(\cos t+410\sin t)$$

$$\xi_3=-3{\cdot}0916+0{\cdot}6636\,e^{-1650t}\,(\cos t+1{\cdot}647\sin t)+$$
$$+2{\cdot}428\,e^{-1650t}\,(\cos t+410\sin t).$$

З форми тих рівнань виходить передовсїм:

a) $\xi_1+\xi_2+\xi_3=0$, що мусить бути заховане.

b) в часї $t=0$, маємо $\xi_1=\xi_2=\xi_3=0$, т. зн. концентрациї не зменьшують ся о нїяку вартість, тілько спочивають моментально на вихідних поземах A_1, A_2, A_3.

c) в часї $t=\infty$ субстанция M_1 спадає з початкової висоти 1·3684 на вартість 0·7048, M_2 з 5 на 2·572, а M_3 підносить ся з 0·0001 на висоту 3·0917.

Той чисельний примір дає лиш значне пересунене концентраций, зате з причини незвичайно високої вартости (1650) виложника експоненцияльу e^{-at}, екскурзиї чи періодичні ваганя моментального складу цїлого системи є від першого періода так сильно здепримовані, що пр. експериментально не можнаби їх вислїдити. Як дуже

Digitized by Google

легко дальше вирахувати, перше з початку відхилене, яке представляє заразом максимальну екскурзию, має відразу вартість близьку складу при $t=\infty$. То нас зовсїм не дивує, як зважимо, що тут заходять реляциї:

$$\vartheta' = 1650 + \sqrt{-1}$$

$$\vartheta'' = 1650 - \sqrt{-1}$$

в яких вартість b лиш о одиницю ріжнить ся від зера. Чим більше буде вартість b зростати, тим періоди будуть виразнїйші і тим довше будуть удержувати ся в границях приступних для аналїтичного спостереженя.

Видимо також від разу, що в виду реляциї $a = \frac{S_1 + S_2}{2} = \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4 + k_5 + k_6}{2}$ гармонїйні т. є безперестанні періодичні зміни складу системи є абсолютно виключені, бо a булоби лиш тодї $=0$, якби всї k були $=0$, що булоби ідентичне з браком всякої реакциї.

Рекапітулюючи річ, мусимо завважати, що найзагальнїйші рівнаня хемічної динаміки, які доси будьто на основі сформулованьекспериментальних дослїдів, будьто з теоретичних розважувань приводжено до дискусиї, представляли виключно аперіодичні процеси. Як бачимо, розвязок, в яких можуть виступати зложені (мнимі) фактори, не треба поминати, не зробивши передше проби, чи вони через відповідну рахункову трансформацию припадково з рівнань не повипадають.

Про се, щоби вже наперед, на основі відповідно скомбінованих реакций, предвиджувати можливість періодичних процесів, здає ся менї, не ма виглядів і великої потреби вдавати ся в загальні пошукуваня. Тому я обмежаю са, поки що, на дискусиї одного, висше поданого, а довільно вибраного приміру.

Digitized by Google

Начерк ґеоґрафічної термінольоґії.

Написав *Др. Стефан Рудницький.*

Що українська ґеоґрафічна термінольоґія під нинїшну пору доконче потрібна, про се думаю не ма двох гадок. Бо, коли в гуманїстичних науках виробилась у нас вже від чверти столїтя термінольоґія, в нїчім не гірша як у иньших славянських народів, коли з поміж наук природних майже всї, завдяки пильній працї д. Івана Верхратського, др. Володимира Левицького, др. Івана Горбачевського і иньших, могуть виказати ся пляново уложеною термінольоґією, то ґеоґрафія дотепер тяжко терпіла задля цїлковитого браку українських технїчних термінів. Утерла ся що правда ґеоґрафічна термінольоґія для потреб середної школи. Але скількість уживаних в школі науково-ґеоґрафічних термінів є при низкім станї шкільної ґеоґрафії так дуже маленька, що навіть для популярно-ґеоґрафічної роботи не вистарчала. Щож доперва для науково-ґеоґрафічної!

Працюючи від кількох лїт на поли ґеоґрафії, відчував я цей брак науково-ґеоґрафічної термінольоґії дуже діймаючо. Нераз треба було стратити кілька годин над винайденем одного мізерного слівця по словарях та термінольоґічних матеріялах. Таке принагідне вишукуванє і добиранє термінів мало притім одну важну хибу. Нераз для хвилевої потреби найшло ся термін, який пізнїйше показувавсь більше відповідним для иньшого ніансу спорідненого явища чи предмету.

Щоби тому капарству положити конець, я ще в 1905 роцї розпочав збиранє ґеоґрафічних термінів. Робота лїтом в теренї, зимою опрацьовуванє зроблених помічань, обмежували те збиранє дуже сильно, так що аж в вересни 1908 р. я міг приступити до впорядкованя і списаня зібраних матеріялів.

Не будучу фільольоґом, я не міг пуститись на принадне поле кованя нових слів. Длятого матеріял нинїшного начерка має в собі дуже мало ориґінальности в тім напрямі. Складають його: 1) Терміни виписані з єствуючих більших словарів української мови. Най-

Digitized by Google

більші прислуги віддав мені словар Желехівського. 2) Терміни виписані з виданих до тепер друком термінольоґічних матеріялів (передовсім др. Володимира Левицького і д. Івана Верхратського). 3) Терміни, які я записав з уст народа в часі моїх екскурзий в Карпатах, на Підгірю і на Поділю.

Знаю се дуже добре, що зложений мною начерк далеко не повний. До повности я навіть не стремів, бо робота розтяглаб ся бодай ще на кілька літ, хоч декому може буде аж сьмішна та скрупулятність, з якою подаю нераз терміни дуже добре і в буденнім житю звісні. Мій намір був: дати нашим адептам ґеоґрафії до рук книжочку, якаби їм заощадила тих термінольоґічних мук, що я свого часу переходив і улегчила науково-ґеоґрафічну роботу в українській мові. З технічної сторони є теперішний начерк словарцем німецько-українським. Зробив я так тому, що: 1. німецька ґеоґрафічна термінольоґія є докладнійша, методичнійша і богатша, як англійська або французька, 2. ґеоґрафічна наука є найбільш систематично трактована таки у Німців. Хто хоче працювати в ґеоґрафії, мусить знати німецьку ґеоґрафічну літературу, бо ґеоґрафію таки Німці зробили скристалізованою наукою.

Словарець поділений на три частини. Перша обіймає терміни з математичної ґеоґрафії і єї помічних наук: астрономії, астрофізики, ґеодезії і навтики. Друга заключає терміни з фізичної ґеоґрафії і найпотрібнійші слова з єї помічних наук: ґеольоґії і петроґрафії. Третя частина подає терміни біоґеоґрафії та антропоґеоґрафії.

В многих місцях я подав для одного німецького терміну кілька українських. На першім місци стоїть звичайно той український термін, який вважаю найвідповіднійшим[1]). Взагалі кажучи я є рішучим приклонником міжнародних термінів; відступане від них вважаю лиш там потрібним, де навіть здержливі Німці поставили питомі терміни.

Тих кілька слів я вважав доконечним подати на вступі нинішного начерку. Додам ще, що зібраний мною матеріял був передискутований на засіданю математично-природничої секції Наукового Товариства імени Шевченка 30. X. 1908. Вп. учасникам сеї дискусиї а передовсім референтам др. Володимирови Левицькому і др. Іванови Раковському складаю на отсім місци за їх многі а цінні замітки як найщиршу подяку.

Стефан Рудницький.

---

[1]) Менче відповідні терміни подаю також, однак уміщаю їх в скобках.

Digitized by Google

I. Математична ґеоґрафія.

A.

Abend	вечір, запад
Abenddämmerung	смерк, сумрак, змеркане, присмерк
Abendstern	вечірня зірниця
Abendweite	вечірня відстань
Aberration	аберрація
Aberration chromatische	хроматична аберрація
Aberration der Fixsterne	аберрація зьвізд
Aberration der Planeten	планетна, планетарна аберрація
Aberration sphärische	сферична аберрація
Aberrationskonstante	аберраційна стала
Ablenkung (des Azimuts)	відклонене (азімута)
Ablesemikroskop	мікроскоп до відчитуваня (відчитуючий)
Ablesungsfehler	похибка відчитаня
Abmessung	відмірене
Abplattung	сплощене
Abplattungswert	вартість сплощеня
Abplattungsziffer	цифра сплощеня
Abschätzung	оцінка
Absehen	прозір
Absorption	абсорпція
Absorption selektive	добірна абсорпція
Absorptionsspektrum	абсорпційна дуговина
Abstandsbestimmung	означене віддали
Abstecken	витичити
Abszisse	відрізна
Abtrift	знесене (корабля)
Abweichung	деклїнація, відклонене, збочене, відхил, відхилене
Abweichung chromatische	хроматичне відклонене
Abweichung magnetische	маґнетна деклїнація, маґнетне відклонене
Abweichung sphärische	сферичне відклонене
Abweitung	довжинна відстань
Abwenden	відвернене
Acceleration	акцелєрація, прискорене (зьвізд, місяця)
Achromasie	ахромазія

Digitized by Google

Achromatisch	ахроматичний
Achse	вісь
Achse grosse	велика вісь
Achse optische	оптична вісь
Additionskonstante	стала додаваня
Aerolit	аеролїт
Aether	етер
Akolyth	аколїт, товариш
Albedo	альбедо
Alhidade	алїдада
Almukanthar	альмукантар
Almukantharat	альмукантарат
Altazimut	альтазімут, унїверсальний знаряд
Aneroid	анероід
Anfangsmeridian	перший, початковий мерідіян, полуденник
Anomalie	аномалїя, неправильність
Anomalie exzentrische	відосередна аномалїя
Anomalie mittlere	середна аномалїя
Anomalie wahre	дїйсна, правдива аномалїя
Antipode	антіпода
Anziehungskraft	сила тяжести, тяготїня, притяганя
Antiapex	антіапекс
Apex	апекс
Aphel	афель, відсонїчна точка
Apogäum	апоґей, відземна точка
Aplanatisch	аплянатичний
Apside	апсіда
Apsidenlinie	лїнїя апсід
Äquator	рівник, рівняк, екватор
Äquatoreal	екваторіял
Äquatorhöhe	висота рівника
Äquatorialprojektion	рівниковий мет
Äquatorialprojektion orthographische	ортоґрафічний рівниковий мет
Äquatorialprojektion stereographische	стереоґрафічний рівниковий мет
Äquatorialsonnenuhr	рівниковий часосказ
Äquideformate	еквідеформата, лїнїя рівної деформації
Äquivalent	рівноважний

Digitized by Google

Äquinoctium	еквінокція, зрівнанє, рівноденнє, рівноденьство
Äquinoctialkolur	рівноденний колюр, колюр еквінокцій
Äquinoctiallinie	рівноденна лїнїя, лїнїя еквінокцій
Argument der Breite	арґумент ширини
Armillarsphäre	армілярна сфера
Armille	арміля
Asiderit	асідеріт
Asteroid	астероід
Astrognosie	астроґнозія
Astrolabium	астроляб, астролябій
Astrologie	астрольоґія
Astrometer	астрометер
Astronomie	астрономія
Astronomie beobachtende	практична, помічательна астрономія
Astronomie beschreibende	описова астрономія
Astronomie nautische	навтична, моряцька астрономія
Astronomie physische	фізична астрономія
Astronomie sphärische	сферична астрономія
Astronomie theoretische	теоретична астрономія
Astrophotographie	астрофотоґрафія
Astrophotometer	астрофотометер
Astrophysik	астрофізика
Astrospektroskopie	астроспектроскопія
Atmosphäre	атмосфера
Attraktion	атракція, притяганє, тяготїнє
Attraktionszentrum	осередок притяганя
Aufgang	схід, всхід
Aufgang achronischer	ахронїчний схід
Aufgang heliakischer	геліякічний схід
Aufgang kosmischer	космічний схід
Aufgangspunkt	точка сходу
Aufhängung kardanische	завішенє Кардана
Aufnahme	знимка
Aufsteigung gerade	ректасцензія, пряме підношенє
Aufstellung	уставленє
Augenmass	змір
Aussichtsweite	далекість виду, гляду
Ausstrahlung	проміньованє, визаряванє, лучистість
Axenlibelle	осева лїбеля
Azimut	азімут

Digitized by Google

Azimutalkompass	азімутальний компас
Azimutalkreis	азімутальне коло, альмукантарат
Azimutalprojektion	азімутальний мет
Azimutalprojektion äquidistante	рівновідстанний азімутальний мет
Azimutalprojektion flächentrene	вірноверхний, верхневірний, азімутальний мет
Azimutübertragung	перенесене азімута

B.

Bahn	шлях, дорога
Bahnbestimmung	визначене шляху
Bahnelement	елемент шляху
Bahnsucher	глядач шляху
Bake	бакен, маяк
Bänderspektrum	стяжкова, смугова дуговина, спектр
Bandmass	стяжкова міра
Barometer	барометер
Basis	основа, підстава
Basisbock	основний кізлик
Bassismessung	помір, помірка основи
Basisnetz	основна, підставна сіть
Begleiter	товариш, аколїт (зьвізди)
Beleuchtung	осьвітлене
Beleuchtung schräge	скісне осьвітлене
Beobachtung	помічене, обсервація
Bergprofil	профіль гори
Berichtigungsschraube	корекційна шруба
Besteckrechnung	знарядове обчислене
Beugung des Lichts	угинане сьвітла
Bewegung	рух
Bewegung direkte	прямий, простий рух
Bewegung elliptische	елїптичний рух
Bewegung epizyklische	епіциклїчний рух
Bewegung gleichförmige	рівномірний рух
Bewegung gleichförmig beschleunigte	рівномірно прискорений рух
Bewegung jährliche	річний рух
Bewegung mittlere	середний рух
Bewegung rechtläufige	прямий рух
Bewegung retrograde, rückläufige	вспятний рух

Digitized by Google

Bewegung scheinbare	спювидний рух
Bewegung tägliche	денний рух
Bewegungsgesetz	закон руху
Bewegungsgeschwindigkeit	скорість руху
Bewegungsrichtung	напрям руху
Bewegungsstörung	заколот руху
Bielidenstrom	рій Біелїдів
Bildweite	віддаль образа
Bindepunkt	узол, звязна точка
Bleiwurf	грузило
Blendglas	темне скло
Bogen	лук, дуга
Bogenmass	міра луку
Bolid	болїд
Bootskompass	чайковий компас
Böschung	похил, нахил, стрім
Böschungsmassstab	мірило похилу
Böschungswinkel	кут похилу
Boussole	бусоля
Brachyt	брахит
Brachyteleskop	брахителескоп
Brechung	переломане, заломане
Breite	ширина, широта
Breite astrographische	астроґрафічна ширина
Breite astronomische	астрономічна ширина
Breite geographische	ґеоґрафічна ширина
Breite geozentrische	ґеоцентрична ширина
Breite heliozentrische	геліоцентрична ширина
Breitenbestimmung	визначене ширини
Breitengrad	степень ширини
Breitengradmessung	помір ширинного степеня
Breitenkreis	рівнолежник, рівнобіжник
Breitenparallel	рівнолежник, рівнобіжник
Breitenminute	мінута ширини
Brennebene	огнищева площа
Brennglas	збираюча сочка, (зажигальце)
Brennpunkt	огнище, фокус, (жарище)
Brennweite	огнищева (віддаль)
Büschelprotuberanz	жмутова притуберанція

Digitized by Google

C

Chondrit	хондріт
Chromosphäre	хромосфера
Chronodeik	хронодейк
Chronometer	хронометер
Chronometerstand	стан хронометра
Chronometrie	хронометрія
Chronograph	хроноґраф
Chronoskop	хроноскоп
Centimeter	центіметер
Centralfeuer	осередний огонь
Centralkraft	доосередна сила
Centralprojektion	середоточний мет
Centralsonne	центральне сонце
Centrifugalkraft	відосередна сила
Centriren	центроване
Circumpolarstern	ціркум полярна, прибігунова зьвізда
Colorimeter	кольоріметер
Coma	мітла (у комет)
Croquis	крокі
Crownglas	крон
Cyklus Metonscher	цикль Метона

D.

Dämmern	свитати, сьвітати, зоріти; змеркати
Dämmerung	досьвіток; змерк, сумрак
Dämmerung astronomische	астрономічний досьвіток; змерк
Dämmerung bürgerliche	горожанський досьвіток, змерк
Datumsgrenze	границя дат
Datumsprung	скок дат
Decimeter	деціметер
Dekameter	декаметер
Deklination	деклїнація, відклонене, збочене, відхил
Deklination magnetische	маґнетна деклїнація
Deklinationsachse	деклїнаційна вісь
Deklinationskreis	деклїнаційне, годинне коло
Deklinationskreis	деклїнаційне колесо, круг (у сква-торіяла)
Depression des Horizonts	заглуб, обниженє овиду, депресія горізонта

Digitized by Google

Deviation	девіяція
Dialytisch	діялїтичний
Dichte	густота
Differenzbeobachtung	ріжницеве помічене
Diffraktion	діфракція
Digression	діґресія
Dimension	розмір, діменэія
Diopter	прозір, діоптер
Diopterlineal	прозірний лїнеал
Dipleidoskop	діплейдоскоп
Dispersion	дісперэія, розщіплене, розсїяне
Distanz	відстань
Distanz sphärische	сферична відстань
Distanzfaden	відстанна нитка
Distanzlatte	відстанна лата
Doppelnebel	двійна мраковина
Dopelstern	двійна, подвійна зьвізда
Doppelsternmessung	помір, помірка двійних зьвізд
Doppelsternsystem	система двійних зьвізд
Doppelbildmikrometer	двообразний мікрометер
Dosenlibelle	коробчаста, пушкова лїбеля
Drachenmonat	змієвий місяць
Drehkreis	коло обороту
Drehung	оборот
Drehungsachse	вісь обороту
Drehwage	скрутна вага
Dreiecksnetz	сїть трикутників
Durchgangsinstrument	перехідний знаряд
Durchmesser	промір
Durchschlagen	перебивати

E.

Ebbe	відплив, відлив
Echappement	гальма (годинника)
Eigenbewegung	питомий рух
Eigengeschwindigkeit	питома скорість
Eigenwärme	питоме тепло
Einheitskarte	одноцїльна карта
Einheitsmasstab	одноцїльне мірило
Einstellungsfehler	похибка, хиба наставленя

Digitized by Google

Eisenmeteorit	зелїзистий метеорит
Eisenstaub meteorischer	космічна пиль
Ekliptik	екліптика
Ekliptikalkarte	екліптична карта
Ekliptikpol	бігун екліптики
Ekliptikpoldistanz	екліптична бігунова відстань
Ekliptikschiefe	нахил екліптики
Elektrizität	електричність (громовина)
Elektrochronograph	електричний хроноґраф
Element	елемент, (хем. первень)
Elle	локоть
Ellipse	еліпса
Emanation	еманація
Energie	енерґія
Enklave	енклява, закло
Entfernung	віддаль, віддалене
Entfernung geradlinige	прямолінїйна віддаль
Entfernung mittlere	середна віддаль
Epakte	епакта
Ephemeride	ефемерида
Ephemeridenmeridian	ефемеридний полуденник
Epizykel	епіцикль
Epoche	епоха
Erdachse	земська вісь
Erdbahn	шлях, дорога, орбіта землї
Erdäquator	земський рівник
Erde	земля
Erdferne	відземна точка, апоґей
Erdfigur	вид, стать, подоба землї
Erdglobus	земський ґльоб
Erdkörper	тїло землї
Erdmagnetismus	земський маґнетизм
Erdmeridian	земський полуденник
Erdmessung	помір, мірене землї
Erdnähe	приземна точка, періґей
Erdpol	земський бігун
Erdprofil	профіль, проріз землї
Erdrinde	земська кора
Erdrotation	оборот землї
Erdumschwung	оборот землї
Erdweite	земська віддаль

Digitized by Google

Erhaltung der Kraft	збережене сили, енерґії
Etmal	навтична доба
Exzentrizität	відосередність, ексцентричність
Exzentrizität lineare	лінійна відосередність
Exzentrizität numerische	чисельна відосередність
Exzentrizitätsfehler	хиба відосередности
Exzentrizitätswinkel	кут відосередности
Exzess sphärischer	сферичний ексцес

F.

Fackel	факля, походня
Faden	морський сяжень; нитка в приладах
Fadenbeleuchtung	осьвітлене ниток
Fadendistanzmesser	мірило ниткової відстани
Fadenkreuz	нитковий хрест
Fadenmikrometer	нитковий мікрометер
Fadennetz	ниткова сіть
Fadenplatte	ниткова плитка
Fahrarm	рухоме рамя (пляніметра)
Fall	спад
Fallgesetz	закон спаду
Fallversuch	спадовий досьвід
Farbe	краска, барва
Farbe komplementäre	доповняюча барва
Farbenabweichung	краскове відклонене
Farbenplastik	плястика красок, барв
Federbarometer	пружинний барометер, анероід
Fehler	хиба, похибка, блуд
Fehlerausgleichung	вирівнане похибки
Fehlergrenze	границя похибки
Feinstellvorrichtung	прилад до докладного наставленя
Feldbeleuchtung	осьвітлене поля
Feldmesser	землемір, ґеометер
Feldmessung	землемірство, межоване, помірка поля
Fernrohr	люнета, далековид, далевид, далекогляд, далекозір
Fernrohr achromatisches	ахроматичний далевид
Fernrohr aplanatisches	аплянатичний далевид
Fernrohr astronomisches	астрономічний далевид
Fernrohr dialytisches	діялїтичний далевид

Digitized by Google

Fernrohr gebrochenes	ломаний далевид
Festlegungsstange	лата усталеня
Festpunkt	постійна, стала точка
Feuerkugel	огняна куля
Feuerschiff	сьвітильний корабель
Finsternis	затьма, затьміне
Finsternis partielle	частна затьма
Finsternis ringförmige	обручкова затьма
Finsternis totale	повна затьма
Finsternisperiode	період затьм
Firmament	небозвід, небосклін, фірмамент
Fixstern	стала зьвізда, зоря
Fixsternhöhe	зьвіздова висота
Fixsternperallaxe	паралякса зьвізд
Fixsternspektrum	звіздяна дуговина
Fläche	верхня
Flächeninhalt	поверхня
Fleck	пятно, пляма
Flächenfehler	верхнева хиба
Flächenkolorit	верхневий кольорит
Flächenmessung	помірка верхні
Flächenname	верхневе имя
Flächentreu	рівноверхний
Flächenwert	верхнева вартість
Fliehkraft	відосередна сила
Flintglas	флїнт
Fokalebene	огнищева площа
Fluchtstab	мірнича тичка
Flur	нива
Flusslinie	річна лїнїя
Flut	приплив, прилив
Flut taube	глухий приплив
Frühling	весна
Frühlingsäquinoctium	весняне рівноденне
Frühlingspunkt	весняна точка
Füllnetz	доповняюча сїть
Fundamentalstern	фундаментальна, основна зьвізда
Funkeln	блиманє, мерехтїнє, меркотїнє, искренє
Fuss	стопа
Fussgestelle	підставна часть, стопа
Fusspunkt	спідна точка, надір
Fussschraube	підставна шруба

Digitized by Google

G.

Gang	хід
Gang täglicher	денний хід
Gangbestimmung	означене ходу
Gaseruption	вибух ґазу
Gebirgspanorama	гірська панорама
Gebrauchsnormale	ужиткова нормальна міра
Geländе	поземеле, поземле, терен
Geländedarstellung	представлене поземеля
Gemarkung	громадська область
Generalisierung	ґенералїзація, узагальнене
Generalkarte	ґенеральна карта
Geodäsie	ґеодезія, землемірство
Geodäsie höhere	висша ґеодезія
Geodäsie niedere	низша ґеодезія
Geogonie	ґеоґонїя
Geographie	ґеоґрафія, землезнавство, землепись
Geographie astronomische	астрономічна ґеоґрафія
Geographie mathematische	математична ґеоґрафія
Geoid	ґеоід
Geonomie	ґеономія
Geozentrisch	ґеоцентричний
Geradläufig	прямобіжний, простобіжний
Gesichtswinkel	кут зріня
Gestirn	зьвізда, зоря
Gestalt	вид, стать, подоба
Gezeiten	времена, тіди
Gieren	відклонене (корабля) від курсу
Gissung	ґісоване
Gleicher	рівник, рівняк, екватор
Gleichung der Bahn	рівнане шляху
Gleichung jährliche	річне рівнане
Gleichung parallaktische	параляктичне рівнане
Gleichung persönliche	особисте рівнане
Globularprojektion	ґльобулярний мет
Globus	ґльоб
Gnomon	ґномон
Gnomonik	ґномонїка
Grad	степень
Gradabteilungskarte	степенева карта

Digitized by Google

Gradbogen	степенний лук
Gradfeld	степенне поле
Gradmessung	помір степеня
Gradnetz	орієнтаційна, степенна сіть
Gradnetzentwurf	начерк орієнтаційної сіти
Gradnetzmasche	очко орієнтаційної сіти
Gradstock	палиця Якова
Gradtrapez	степенний трапез
Gravitation	тяготіне, ґравітація
Gravitationsgesetz	закон тяготіня
Gravitationskonstante	стала тяготіня
Grenzkreis	горізонт, овид, обрій
Grenzlinie	гранична лінія
Grösse	величина
Grössenbestimmung	означене величини
Grössenklasse	кляса величини
Grössenskala	скаля величин
Grundlinie	основна лінія, основа, підстава
Grundlogge	донний льоґ
Grundrissfigur	основна фіґура

H.

Hafenetablissement	пристанний час
Hafenzeit	пристанний час
Halbkugel	півкуля
Halbmesser	луч
Halbschatten	сутінок, притінок, півтінь
Halbwind	піввітер
Handlogge	ручний льоґ
Handlot	ручне грузило
Handriss	ручний ескіз
Hängelibelle	висяча лібеля
Haufenprotuberanz	громадна протуберанція
Hauptnivellement	головна нівеляція
Hauptnormale	головна нормальна міра
Hauptstrich	головна черта
Haupttriangulation	головна тріянґуляція
Hauptzwischenstrich	головна проміжна черта
Haus	дім (місяця, сонця)
Hektometer	гектометер

Digitized by Google

Heliakisch	геліякічний
Heliocentrisch	геліоцентричний
Heliograph	геліоґраф
Heliometer	геліометер
Heliostat	геліостат
Heliotrop	геліотроп
Helium	гель
Helligkeit	ясність
Hemisphäre	півкуля, гемісфера
Hemmung	запинка, гальма, придержка
Herbst	осінь
Herbstäquinoctium	осінне рівноденне
Herbstpunkt	осінна точка
Himmel	небо
Himmelsachse	вісь небесна
Himmelsgewölbe	небесний звід, небозвід, небосклін
Himmelsglobus	ґльоб неба, небесний ґльоб
Himmelsgrund	узир, фон, тло неба
Himmelskarte	карта неба
Himmelskörper	небесне тіло
Himmelskugel	небесна куля
Himmelspol	бігун неба
Hintergrund	узир, далень, фон
Hochwasser	високий водостан
Hof	двір (у плям сонічних, сонця, місяця)
Höhe	висота
Höhe korrespondierende	відповідна, рівна висота
Höhe mittlere	середна висота
Höhenberichtigung	справлене висот
Höhenbestimmung	означене висоти
Höhenformel	формула висоти
Höhenkote	висотна кота
Höhenkreis	коло висот, вертикал
Höhenkreis	висотне колесо, круг
Höhenkurve	лінія рівних висот
Höhenmarke	висотний знак
Höhenmessung barometrische	барометрична помірка висот
Höhenmessung trigonometrische	триґонометричний помір висоти
Höhenparallaxe	паралякса висот
Höhenprofil	висотний профіль
Höhenschichte	висотна верствиця

Digitized by Google

Höhenschichtenkarte	гипсометрична карта
Höhenunterschied	ріжниця висот
Höhenwinkel	кут висоти
Höhenziffer	цифра висоти
Horizont	горізонт, овид, обрій, (кругогляд, кругозір, кругосьвіт, крайнебо)
Horizont künstlicher	штучний горізонт
Horizont scheinbarer	сповидний, фізичний горізонт
Horizont wahrer	дійсний, істий, астрономічний горізонт
Horizontalachse	горізонтальна, позема вісь,
Horizontale	лінія рівної висоти
Horizontalebene	горізонтальна площа, площа горізонта
Horizontalkreis	поземе колесо
Horizontalkurve	позема крива, кривиця, лінія рівної висоти
Horizontalparallaxe	горізонтальна паралякса
Horizontalpendel	горізонтальний маятник, колибень
Horizontalprojektion	поземий мет
Horizontalprojektion stereographische	стереоґрафічний поземий мет
Horizontalsonnenuhr	поземий часосказ
Horizontkorrektion	корекція, справлене, поправка горізонта
Horoskop	гороскоп
Hülfslinie	помічна лінія
Hülle	оболока
Hyperbel	гиперболя

I, J.

Jakobsstab	палиця Якова
Jahr	рік
Jahreszeit	пора року
Index	вказівка, індекс
Indexfehler	індексова, вказівкова хиба
Indicatrix	вказуюча еліпса
Instrument	інструмент, знаряд, прилад, снасть
Instrumentalfehler	хиба знаряду, приладу
Intramerkuriell	інтрамеркуріяльний
Irradiation	іррадіяція

Digitized by Google

Isobathe	ізобата, лінія рівної глубини
Isohypse	ізогипса, лінія рівної висоти
Itinerar	ітінерар
Itineraraufnahme	знимка ітінерара
Jupitertrabant	місяць Юпітера

K.

Kabel	кабель
Kalender	календар
Kanalwage	водяна вага
Kardinalpunkt	кардінальна головна точка
Karte geographische	ґеоґрафічна карта
Karte topographische	топоґрафічна карта
Kartenentwurf	начерк карти
Karteninhalt	зміст карти
Kartenlesen	читане карти
Kartenzeichnung	чертане карт
Kartographie	картоґрафія
Kartometer	картометер
Kataster	катастер
Katastervermessung	катастральна помірка
Katoptrisch	катоптричний, зеркальний
Kegelprojektion	стіжковий мет
Kegelprojektion echte	істий стіжковий мет
Kegelprojektion einfache	простий стіжковий мет
Kegelprojektion flächentreue	вірноверхний стіжковий мет
Kegelprojektion nichtnormale	ненормальний стіжковий мет
Kegelprojektion normale	нормальний стіжковий мет
Kegelprojektion schiefachsige	скісновісний стіжковий мет
Kegelprojektion unechte	неістий стіжковий мет
Kegelprojektion vereinfachte	упрощений стіжковий мет
Kegelprojektion winkeltreue	вірнокутний стіжковий мет
Keilphotometer	клиновий фотометер
Kern	ядро
Kernnebel	черенна мраковина
Kernschatten	глуха тінь
Kielwasser	трамова вода
Kilometer	кільометер
Kimm	овид
Kimmtiefe	заглуб овиду

Digitized by Google

Kippregel	тахиметрична лиштва
Klafter	сяжень, сяг
Kleinpunkt	подрібна точка
Kleintriangulierung	подрібна тріанґуляція
Klemme	придержка, притиск
Knoten	узол
Knoten absteigender	зіступний, зіступаючий узол
Knoten aufsteigender	вступний, підступаючий узол
Knotenlänge	узлова довгота
Knotenlinie	узлова лінія, лінія узлів
Kollimationsfehler	колімаційна хиба
Kollimationslinie	колімаційна лінія
Kollimator	коліматор
Kolur	колюр
Komet	комет, комета
Kometenausströmung	кометна еманація
Kometenbahn	шлях комета (и)
Kometenhülle	кометна оболока
Kometenkern	ядро комета (и)
Kometenlicht	сьвітло комета (и)
Kometenschweif	мітла, хвіст комета
Kometensucher	кометник
Kometentyp	тип комет
Kometenwolke	кометна хмарка
Kompass	компас
Kompassnadel	стрілка компаса
Kompasspeilung	компасна знимка, приціл
Kompassrose	компасна рожа
Kompassscheibe	круг, кружок компаса
Kompensation	компензація
Kompensationspendel	скомпензований маятник
Konform	суцільний
Konjunktion	конюнкція, злука, злучене
Konjunktion obere	горішна злука
Konjunktion untere	долішна злука
Konkavlinse	вгнута сочка
Konkavspiegel	вгнуте зеркало
Konstellation	констеляція, співзіре (сузвіздє, зьвіздозбір, зьвіздобраз)
Kontraktionstheorie	теорія корченя
Kontrollnormale	контрольна нормальна міра

Digitized by Google

Konvexlinse	вигнута, випукла сочка
Konvexspiegel	вигнуте, випукле зеркало
Koordinate	сорядна
Koordinate geographische	ґеоґрафічна сорядна
Koordinate sphärische	сферична сорядна
Koordinatenausmessung	вимірене сорядних
Koordinatenberechnung	обчислене сорядних
Kopf	голова (комета)
Kopieren	копійоване
Koppelkurs	вязаний курс
Koppeltafel	таблиця вязаня курсів
Korrektion	корекція, поправка, справлене
Korrektionsschraube	корекційна шруба
Kosmogonie	космоґонія
Kosmographie	космоґрафія
Kosmologie	космольоґія
Kraft	сила
Kreis	коло; у приладів: колесо, круг, кружок
Kreis deferierender	деферентне коло
Kreis exzentrischer	відосередне коло
Kreisbewegung	коловий рух
Kreiseinteilung	колова поділка
Kreismikrometer	коловий, обручковий мікрометер
Kreisteilungsfehler	хиба поділки
Kreuzpeilung	перехресний прицїл
Kreuzscheibe	перехресний прозір
Kreuzzapfen	перехресний чіп
Kronodeik	хронодейк
Krystallsphäre	кристальна сфера
Krümmung	кривина
Krümmungskorrektion	поправка кривини
Krümmungsradius	луч кривини
Kugel	куля
Kugelabweichung	кулисте відклонене, сферична аберрація
Kugelgestalt	кулистий вид, стать, подоба
Kugelzone	кулистий пояс
Kulmination	кульмінація
Kulmination obere	горішна кульмінація, горoване
Kulmination untere	долїшна кульмінація, доловане

Digitized by Google

Kulminationshöhe	висота кульмінації
Kulminationspunkt	кульмінаційна точка
Kursdreieck	курсовий трикутник
Kursverbesserung	справлене курса
Kurve hypsographische	гипсоґрафічна крива
Kurvimeter	курвіметер, кривомір
Küstenaufnahme	знимка побережа
Küstenlinie	побережна лїнїя
Küstenvermessung	помір побережа

L.

Lachter	гірняцький сяжень
Lage	положене
Lagemessung	помір положеня
Lagenplan	плян положеня
Lager	ложе
Landesaufnahme	знимка краю
Landeshorizont	позем краю
Landesprāzisionsnivellement	точна нівеляція краю
Landestriangulierung	тріанґуляція краю
Landesvermessung	помір краю
Landkompass	сухопутний компас
Länge	довжина, довгота
Länge astrographische	астроґрафічна довжина
Länge astronomische	астрономічна довжина
Länge geographische	ґеоґрафічна довжина
Länge geozentrische	ґеоцентрична довжина
Länge heliozentrische	геліоцентрична довжина
Länge mittlere	середна довжина
Länge reduzierte	зведена, редукована довжина (в екліптиці)
Länge wahre	дійсна довжина
Längendifferenz	ріжниця довжин
Längenfehler	хиба, похибка довжини
Längengrad	степень довжини
Längengradmessung	помір, помірка степеня довжини
Längenmass	міра довжини
Längenmessung	помірка довжини
Längentreu	вірнодовгий
Längenunifikation	з'єдиане, уніфікація довжин

Digitized by Google

Lavierung	шумроване, натїнка; лявіроване
Lee	за вітром
Legende	леґенда, пояснене
Leitstrahl	провідний луч, проводень
Leuchtturm	маяк, морська лїхтарня
Libelle	лїбеля
Libration	лїбрація
Licht	сьвітло
Lichtabsorption	абсорпція сьвітла
Lichtäther	сьвітляний етер
Lichtgeschwindigkeit	скорість сьвітла
Lichtmenge	скількість сьвітла
Lichtgewölk	факля, сьвітляний облак, сьвітляна хмарина
Lichtgleichung	рівнане сьвітла
Lichtknoten	сьвітляний узол (мраковин)
Lichtpunkt	сьвітляна точка
Lichtvergleichung	порівнане сьвітла
Lichtverlust	втрата сьвітла
Lichtzeit	час сьвітла
Limbus	лїмб
Lineal parallaktisches	параляктичний лїнеал
Liniennetz	лїнїйна сїть
Linse	сочка
Linienmesser	лїнїомір
Logge	льоґ
Loggezeit	льоґовий час
Loggmeile	льоґова миля
Lot	грузило; прям
Lotabweichung	відхил пряма
Lotabweichung lokale	місцевий відхил пряма
Lotabweichung regionale	областний відхил пряма
Lotlinie	прямна лїнїя
Lotmaschine	грузильний знаряд
Loxodrom	льоксодромний
Lunarium	люнар
Lunarpräzession	місячна прецесія
Lunation	люнація
Lunisolarpräzession	люнїсолярна прецесія
Lupe	люпа
Luv	під вітром

Digitized by Google

M.

Magellanswolke	хмарина Маґеляна
Magnetnadel	маґнетна стрілка
Mareograph	мареоґраф
Marinechronometer	морський хронометер
Massenerhebung	масове взнесене
Massstab	мірило, поділка
Mauerkreis	мурове колесо
Mauerquadrant	муровий квадрант
Maulwurfshügel	кертовина
Meile	миля
Meile geographische	ґеоґрафічна миля
Meile nautische	морська, навтична миля
Meridian	мерідіян, полуденник, південник
Meridianbogen	лук полуденника
Meridiandurchgang	перехід полуденника, перехід через полуденник
Meridianebene	полуденникова площа
Meridiangradmessung	помір полуденникового степеня
Meridiankreis	полуденникове колесо, круг
Meridianlinie	полуденникова лінїя
Meridianphotometer	полуденниковий фотометер
Meridianschnitt	полуденниковий проріз
Meridianstreifen	полуденникова смуга
Meridiantertie	секундова узлова довгість
Meridianzeichen	полуденниковий знак
Merkurdurchgang	перехід Меркура
Messband	мірнича лента
Messfernrohr	мірничий далевид
Messinstrument	мірничий знаряд, прилад
Messkeil	мірничий клин
Messkette	мірничий ланц
Messlatte	мірнича лата
Messtisch	мірничий стіл
Messtischblatt	мірнича карта
Messungslinie	помірна лінїя
Meteor	метеор
Meteoreisen	метеоричне зелїзо
Meteorit	метеорит
Meteoroid	метеороід

Digitized by Google

Meteorring	перстень метеорів
Meteorschwarm	рій метеорій
Meteorstein	метеоричний камінь
Meteoroskop	метеороскоп
Meter	метер
Metermass	метрична міра
Meterstab	метер
Metrologie	метрольоґія
Methode chronometrische	хронометрична метода
Methode der correspondierenden Höhen	метода рівних висот
Methode der Jupitertrabanten	метода місяців Юпітера
Methode der Monddistanzen	метода місячних відстаний
Methode der Mondfinsternisse	метода місячних затьм
Methode der Mondkulminationen	метода горовань місяця
Methode der Sonnendurchgänge	метода переходів сонця
Methode der Sterndurchgänge	метода переходів зьвізд
Methode telegraphische	телеґрафічна метода
Methode terrestrischer Lichtsignale	метода сьвітляних сиґналів
Mikrometer	мікрометер
Mikrometerokular	мікрометровий окуляр
Mikrometerschraube	мікрометрична шруба
Mikroskop	мікроскоп
Milchstrasse	молочна, чумацька дорога
Milchstrassensystem	система молочної дороги, ґалякгична система
Millimeter	мілїметер
Minute	мінута
Mire	міра
Missweisung	деклїнація (компаса)
Mittag	полудне, південь
Mittag mittlerer	середне полудне
Mittag wahrer	дійсне полудне
Mittagshöhe	південна висота
Mittagskreis	полуденникове коло, полуденник, південник, мерідіян
Mittagslinie	полуднева, полуденникова лінія
Mittagsrohr	полуденниковий, переходовий знаряд
Mittagsverbesserung	поправка полудня
Mittelbreite	середна ширина
Mittelpunktsgrosskreis	середоточне велике коло

Digitized by Google

Mittelpunktmassstab	середоточне мірило
Mitternacht	північ
Mittelwasser	середний водостан
Monat	місяць
Monat anomalistischer	аномалїстичний місяць
Monat drakonitischer	змієвий місяць
Monat siderischer	сідеричний, зьвіздовий місяць
Monat synodischer	синодичний місяць
Monat tropischer	тропічний місяць
Mond	місяць
Mondbahn	шлях місяця
Mondbewegung	рух місяця
Monddistanz	місячна відстань
Mondfinsternis	місячна затьма
Mondkarte	карта місяця
Mondknoten	узол місяця
Mondmonat	дійсний місяць
Mondparallaxe	місячна паралякса
Mondphase	фаза місяця
Mondtopographie	топоґрафія місяця
Mondwechsel	відміна, зміна місяця
Montierung	приладжене, уставлене
Morgen	ранок, схід
Morgendämmerung	свитане, досьвіток, розсьвіт
Morgenröthe	денниця (зоряниця)
Morgenstern	ранна зоря
Morgenweite	ранна відстань
Multiplikationskonstante	стала множеня
Myriameter	миріяметер

N.

Nacht	ніч
Nachtbogen	нічний лук
Nachtgleiche	рівноденне
Nachtgleichenpunkt	рівноденна точка
Nadir	надір
Nationalzeit	народний час
Naturmass	природна міра
Nautik	навтика
Navigation	навіґація, плаване

Digitized by Google

Navigieren	навіґувати
Nebel	мраковина, туман
Nebel elliptischer	еліптична мраковина
Nebel planetarischer	плянетарна мраковина
Nebel regelmässiger	правильна мраковина
Nebel ringförmiger	обручкова мраковина
Nebel unregelmässiger	неправильна мраковина
Nebel veränderlicher	перемінна мраковина
Nebelfleck	мраковина, (туманне пятно)
Nebelhypothese	небулярна, мраковинна гипотеза
Nebelmasse	мраковинна маса
Nebelprotuberanz	мраковинна протуберанція
Nebelstern	мраковинна зьвізда
Neigung	нахил
Neigung mittlere	середний нахил
Neigungsfehler	хиба нахилу
Neigungswinkel	кут нахилу
Netz	сіть
Netz astronomisches	астрономічна сіть (Ебля)
Netzpunkt	точка сіти
Neumond	нів, молодик
Niedrigwasser	низкий водостан
Nippflut	глухий, обнижений приплив
Niveau	позем, ровень; лібеля
Niveaufläche	площа позему
Niveaulinie	лінія позему; лінія рівної висоти
Nivellierinstrument	нівеляційний знаряд, прилад
Nivellierlatte	нівеляційна лата
Nivellierung	нівеляція, нівельоване, поземоване
Nivellierzug	нівеляційний шлях
Nonius	ноній
Nord	північ
Nordhalbkugel	північна півкуля
Nordpol	північний бігун
Nordpolarkreis	північне бігунове, полярне коло, арктичне коло
Nordpunkt	північна точка
Nordsüdlinie	полуденникова лінія
Normale	нормальна
Normalhöhenpunkt	нормальна висотна точка
Normalmassstab	нормальне мірило

Digitized by Google

Normalzeit	нормальний час
Novemberstrom	падолистовий рій, леоніди
Nullmeridian	перший, зеровий полуденник
Nutation	нутація

O.

Oberfläche	поверхня
Objektiv	обєктив
Objektivmikrometer	геліометер
Objektivprisma	обєктивна призма
Observatorium	обсерваторія (зьвіздарня)
Oktant	октант
Okular	окуляр
Okular helioskopisches	геліоскопний окуляр
Okular negatives	неґативний окуляр
Okular positives	позітивний окуляр
Okularmikrometer	окуляровий мікрометер
Okularprisma	окулярова призма
Opposition	опозиція
Orientierung	орієнтація
Orientierungslinie	орієнтаційна лінія
Ort	місце
Ort absoluter	беззглядне місце
Ort relativer	зглядне місце
Orthodrom	ортодромний
Ortsbestimmung	означене, визначене положеня
Ortssonnenzeit	місцевий сонїчний час
Ortssternzeit	місцевий зьвіздовий час
Ortszeichen	знак місцевости
Ortszeit	місцевий час
Osten	схід, всхід
Ostpunkt	східна точка, точка сходу
Ostwestlinie	східно-западна лінія

P.

Parabel	параболя
Parallaxe	паралякса
Parallaxe jährliche	річна паралякса
Parallaxe mittlere	середна паралякса

Digitized by Google

Parallaxe negative	відємна паралякса
Parallaxe relative	зглядна паралякса
Parallaxe tägliche	денна паралякса
Parallaxenschätzung	оцінка паралякси
Parallelkreis	рівнолежник, рівнобіжник
Parallellineal	рівнобіжний лінеал
Parzelle	парцеля
Passageninstrument	переходовий знаряд
Passagenprisma	переходова призма
Patentlogge	патентовий льоґ
Peilkompass	прицільний компас
Peilung	прицїл, змір, знимка компасом
Peilvorrichtung	прицїльний прилад
Pendel	маятник, колибень
Pendelbeobachtung	маятникове помічене
Pendellänge	довгота маятника
Pendelmessung	маятниковий помір
Pendeluhr	маятниковий годинник
Pendelversuch	маятниковий досьвід
Penumbra	сутїнь, притїнок, півтїнь
Periastrum	періастр
Perigäum	періґей, приземна точка
Perihel	перігель, присонїчна точка
Periheldistanz	перігельна відстань
Perseiden	персеіди
Perturbation	заколот, пертурбація
Phase	фаза, відміна
Photographie	фотоґрафія
Photogrammetrie	фотоґрамметрія
Photoheliograph	фотогелїоґраф
Photometer	фотометер, сьвітломір
Photometrie	фотометрія
Photosphäre	фотосфера
Phototheodolit	фототеодолїт
Pinne	чіп, чопик
Plan	плян, розполог
Planet	плянет, плянета
Planet äusserer	вишний плянет
Planet innerer	внутрішний плянет
Planet mittlerer	середний плянет
Planet oberer	висший плянет

Digitized by Google

Planet unterer	низший плянет
Planet wahrer	дійсний плянет
Planetenbahn	плянетний шлях
Planetendurchgang	перехід плянети
Planetensystem	плянетарна система
Planetentafel	плянетна таблиця
Planetentheorie	теорія плянет
Planetographie	плянетоґрафія
Planetoid	плянетоід
Planiglob	плянїґльоб
Planimeter	плянїметер
Plankarte	плянова карта
Plattkarte	плоска карта
Pol	бігун
Polabstand	бігунова відстань
Polarkoordinate	полярна сорядна
Polarkreis	полярне, бігунове коло
Polarplanimeter	полярний плянїметер
Polarprojektion	полярний мет
Polarstern	полярна зьвізда, бігунова зоря
Polarisationsastrophotometer	полярізаційний астрофотометер
Polhöhe	бігунова висота, висота бігуна, ґеоґрафічна ширина
Polhöhenschwankung	колибане ширини
Polyederprojektion	многостінний мет
Polygonisierung	поліґонїзація
Polygonometrie	поліґонометрія
Portulankarte	портуляна
Positionskreis	позіційне колесо
Positionsmikrometer	позіційний мікрометер
Positionswinkel	позіційний кут, кут положеня
Präzession	прецесія
Präzession allgemeine	загальна прецесія
Prismenfernrohr	призмовий далевид
Prismenkreis	призмове колесо, круг
Profil	профіль, прорів, перекрій
Profillinie	прорізна лінія
Projektion	мет, проекція
Projektion Apiansche	Апіянів мет
Projektion äquidistante	рівновідстанний мет
Projektion azimutale	азімутальний мет

Digitized by Google

Projektion Bonnesche unechtkonische	псевдоконїчний мет Бонна
Projektion Delisles auf den Schnittkegel	мет Делїля на стіжок пересїчи
Projektion gnomonische	ґномонїчний мет
Projektion Merkators	мет Меркатора
Projektion Mollweidesche	мет Мольвайда
Projektion orthographische	ортоґрафічний мет
Projektion perspektivische	перспективічний мет
Projektion polständige	бігуновий мет
Projektion Ptolemäische	мет Птолемея
Projektion Sansonsche unechtzylindrische	псевдоцилїндричний, нїбивальцевий мет Сансона
Projektion Stab-Wernersche	мет Штаб-Вернера
Projektion stereographische	стереоґрафічний мет
Projektion Tissots	мет Тіссо
Projektion trapezmaschige	трапезовий мет
Projektionspol	метовий бігун
Protuberanz	протуберанція
Protuberanzspektroskop	протубераційний спектроскоп
Pyramidalstativ	трйніжний статив
Pyramidensignal	пирамідальний сиґнал

Q.

Quadrant	квадрант
Quadratur	квадратура
Quecksilberhorizont	ртутний горізонт
Quecksilberkompensation	ртутна компензація
Quecksilberpendel	ртутний маятник

R.

Räderuhr	колїсцевий годинник
Radiant	радіянт
Radiationsgegend	околиця радіяції
Radiationspunkt	радіяційна точка
Radius	луч
Radiusvektor	провідний луч, проводень
Raum	простір
Raummessung	мірене обєму, простору

Digitized by Google

Raupenform	гусільнична форма
Rechtläufig	прямий, прямобіжний, напередний
Reduktion	редукція, зведене
Reduktion auf den Mittelpunkt	зведене до середоточки
Reduktionszirkel	редукційний циркель
Referenzsphäroid	референційний сфероід
Reflektor	рефлектор
Reflexion	відбите, рефлексія
Reflexionskreis	рефлексійне колесо, зеркальний круг
Refraktion	рефракція, переломане
Refraktion astronomische	астрономічна рефракція
Refraktion terrestrische	терестрична, земська рефракція
Refraktionskoeffizient	рефракційний сочинник, сочинник заломаня
Refraktor	рефрактор
Regionalkolorit	реґіональний кольоріт
Registrierapparat	реєстровий прилад
Reiterlibelle	наверхна лібеля
Rektaszension	ректасцензія, пряме підношене
Rektifikation	ректіфікація
Reliefkarte	релєфна карта
Relingslogge	бортовий льоґ
Repetitionskreis	репетіційне колесо
Repetitionstheodolit	репетіційний теодоліт
Reversionspendel	реверзійний маятник
Revolution	обіг
Richtung	напрям
Richtungslinie	напрямна лінія
Richtungslos	безнапрямний
Richtungswinkel	напрямний кут, кут напряму
Rille	борозда (на місяци)
Ringmikrometer	обручковий, перстеневий мікрометер
Ringgebirge	обручкові гори
Ringnebel	обручкова мраковина
Ringsystem	система перстеня
Röhrenlibelle	руркова лібеля
Rose	рожа
Rostpendel	ґратковий маятник
Rotation	оборот, ротація
Rotationsachse	вісь обороту
Rotationsdauer	час обороту

Digitized by Google

Rotationsellipsoid	оборотовий еліпсоід
Rotationskörper	оборотове, ротаційне тіло
Rotationssphäroid	оборотовий сфероід
Routenaufnahme	дорожна знимка
Routenkonstruktion	дорожна конструкція
Rückläufig	вспятний, взадний
Rückwärtsbewegung der Äquinoktialpunkte	вспятний рух рівноденних точок
Rückwärtseinschneiden	краяне в зад
Rute	прут

S.

Sammellinse	збираюча сочка
Sanduhr	клепсідра
Saros	сарос
Satellit	сателіт
Schaltjahr	переступний, високосний рік
Schattenflug	лет тїни
Schattenkegel	стіжок тїни
Schattenlänge	довгота тїни
Schattenmesser	ґномон, тїнемір
Schattenplastik	плястика тїний
Schattierung	натїнка
Scheibe	круг, кружок
Scheitelpunkt	верхна, вершкова точка, зенїт
Schichtenlinie	верствична лїнїя, ізогипса
Schiefe der Ekliptik	нахил еклїптики
Schiefläufig	скіснобіжний
Schritt	крок
Schrittzähler	педометер
Schraffe	шрафа, черточка
Schraffenmanier	шрафовий, чертовий спосіб
Schraubenmikrometer	шрубовий мікрометер
Schummerung	натїнка, шумроване
Schwere	тяжість, тяжкість
Schwereabnahme	менчане тяжести
Schwerewirkung	дїлане, вплив тяжести
Schwerkraft	сила тяжести, тяготїне, ґравітація
Schwimmer	поплавець, плавник, плавак
Schwingungszeit	час колибаня, майненя

Digitized by Google

Scintillieren	блиманє, мерехтїнє, меркотїнє, искренє
Seekarte	морська карта
Seekompass	морський компас
Seemeile	морська миля
Seequadrant	моряцький квадрант
Segelanweisung	мореплавне поученє
Segelhandbuch	мореплавний підручник
Segelung	навіґація, мореплавство
Sekunde	секунда
Sekundenknotenlänge	секундова узлова довгість
Sekundenpendel	секундовий маятник
Selenographie	селеноґрафія
Senkel	прям
Sextant	секстант
Siderit	сідерит, желїзистий метеорит
Siedethermometer	термометер кипіня
Signalkugel	сиґналова куля
Signatur	сіґнатура
Siriusweite	віддаль Сірія
Situation	сітуація, полога
Situationszeichnung	начерк сітуації
Skalenmikroskop	скалевий мікроскоп
Sog (des Kielwassers)	буртїнє, бурханє (трамової води)
Solstitialkolur	колюр сольстіцій, перемог
Solstitiallinie	лїнїя сольстіцій, перемог
Solstitium	сольстіція, перемога
Sommer	лїто
Sommerhalbjahr	лїтний піврік
Sommersonnenwende	лїтна перемога
Sonne	сонце
Sonnenbahn	сонїчний шлях, екліптика
Sonnenbewegung	рух сонця
Sonnenfackel	соняшна факля
Sonnenferne	афель, відсонїчна точка
Sonnenfinsternis	сонїчна затьма, затьмінє
Sonnenfleck	соняшне пятно, пляма
Sonnenglas	сонїчний окуляр
Sonnenkonstante	сонїчна стала
Sonnenkorona	соняшна корона
Sonnenlicht	сонїчне сьвітло
Sonnennähe	перігель, точка присонїчна

Digitized by Google

Sonnenokular	сонїчний окуляр
Sonnenparallaxe	паралякса сонця
Sonnenprāzession	сонїчна прецесія
Sonnenstand	становище сонця
Sonnensystem	сонїчна система
Sonnentag mittlerer	середний сонїчний день
Sonnentag wahrer	дійсний сонїчний день
Sonnenuhr	сонїчний годинник, часосказ
Sonnenuhrkunde	ґномонїка
Sonnenwende	перемога
Sonnenzeit mittlere	середний сонїчний, горожанський час
Sonnenzeit wahre	істий сонїчний час
Sonntagsbuchstabe	недїльна буква
Sothisperiode	період Сотіса
Spalt	щілина
Spektralanalyse	спектральна, дуговинна аналїза
Spektralapparat	спектральний, дуговинний знаряд
Spektralklasse	спектральна кляса
Spektrallinie	спектральна, дуговинна лїнїя
Spektralphotometer	спектральний фотометер
Spektraltypus	спектральний, дуговинний тип
Spektrograph	спектроґраф
Spektrometer	спектрометер
Spektroskop	спектроскоп
Spektrum	дуговина, спектр
Spezialkarte	подрібна, спеціяльна карта
Sphaera obliqua	скісна сфера
Sphaera parallela	рівнобіжна сфера
Sphaera recta	пряма, проста сфера
Sphäroid	сфероід
Spiegelinstrument	зеркальний знаряд
Spiegelkreis	зеркальне колесо, круг
Spiegeloktant	зеркальний октант
Spiegelsextant	зеркальний секстант
Spiegelteleskop	зеркальний телескоп
Spiralnebel	спіральна, скручена мраковина
Springflut	скріплений прилив
Stadium	стадія
Stand	стан
Standlinie	основна лїнїя, основа
Standverbesserung	поправка стану

Digitized by Google

Stationär	постійний, недвижний
Stationsausgleichung	стаційне вирівнане
Stativ	статив
Steinfall	камінний дощ
Steinmeteorit	камінний метеорит
Stellarastronomie	зьвіздова астрономія
Stellung	становище, постань
Stern	зьвізда, зоря
Sternaichung	зондоване неба
Sternbedeckung	закрите зьвізди
Sternbild	констеляція, співзіре (сузвізде, зьвіздозбір, зьвіздобраз)
Sternenleer	беззорий
Sterngruppe	зьвіздна ґрупа
Sternhaufen	зьвіздна громада
Sternhimmel	звіздяне небо
Sternkarte	карта неба
Sternkatalog	катальоґ зьвізд
Sternklasse	кляса зьвізд
Sternkunde	астрономія (зьвіздарство)
Sternnebel	зьвіздна мраковина
Sternordnung	катеґорія зьвізд
Sternschnuppe	падуча зьвізда (трут, отрут)
Sternschnuppenfall	дощ падучих зьвізд
Sternschnuppenschwarm	рій падучих зьвізд
Sternschwanken	колибане зьвізд
Sternspektrometer	зьвіздний спектрометер
Sternsystem	зьвіздяна система
Sterntag	зьвіздовий день
Sterntypus	тип зьвізди
Sternverzeichnis	спис, катальоґ зьвізд
Sternwärme	зьвіздне тепло
Sternwarte	обсерваторія (зьвіздарня)
Sternweite	зьвіздова віддаль
Sternzeit	зьвіздовий час
Steuer	керма, демено
Steurstrich	кермова черта
Stillstand	постій
Störung	заколот, пертурбація
Störung kontinentale	континентальний заколот
Störung periodische	періодичний заколот

Digitized by Google

Störung säkuläre	віковий заколот
Strahlenbrechung	переломане, заломане сьвітла
Strahlenprotuberanz	проміняста, лучиста протуберанція
Streckenmass	міра довжини
Streckenmessung	помірка довжини
Strich	черта, черточка
Strichmanier	чертковий, шрафовий спосіб
Strichmikroskop	чертовий мікроскоп
Strichrose	рожа черт
Strichteilung	чертова поділка
Stufe	ступень (ясности зьвізд)
Stufenmessung	помір ступенями
Stufenschätzung	оцінка ступеня
Stunde	година
Stundenachse	годинна вісь
Stundenkreis	годинне коло
Stundenlinie	годинна лінія
Stundenwinkel	годинний кут
Sucher	глядач
Süd, Süden	полудне, південь
Südhalbkugel	полуднева півкуля
Südnordlinie	полудневo - північна, полуденникова лінія
Südpol	полудневий бігун
Südpolarkreis	полудневе бігунове, антарктичне коло
Südpunkt	полуднева точка
Südwind	полудневий вітер, юга
System des Äquators	система рівника
System der Ekliptik	система екліптики
System des Horizonts	система горізонта
Syzygie	сизиґія

T.

Tachymeter	тахиметер
Tafel astronomische	астрономічна таблиця
Tag	день, доба
Tagbogen	денний лук
Tagemarsch	денний похід
Tag und Nachtgleiche	рівноденне
Tangentenapparat	прилад стичних

Digitized by Google

Teilungsfehler	хиба подїлки
Teilungsverbesserung	поправка подїлки
Teleskop	телескоп
Tellurium	телюрій
Temperaturverbesserung	поправка температури
Terrain	терен, поземелє, поземлє
Terraindarstellung	представленє терену
Theodolit	теодолїт
Tierkreis	зодіяк, зьвіринець (зьвірокруг)
Tierkreisbild	знак, образ зодіяка
Tierkreisebene	площа зодіяка
Tierkreislicht	зодіякальне (зьвіринцеве) сьвітло
Topographie	топоґрафія
Totalflut	повний прилив
Trabant	трабант, місяць
Triquetrum	трікветр
Triangulierung	тріанґуляція

U.

Überhöhung	перевисшенє
Übersichtskarte	оглядова карта
Uferlinie	бережна лїнїя
Uhr	годинник, (часосказ, часомір)
Uhrgang	хід годинника
Uhrkorrektion	годинникова поправка
Uhrwerk	годинниковий прилад
Umbra	ядро (сонїчного пятна)
Umdrehung	оборот
Umfang	обвід
Umlauf	обіг
Umlaufzeit	час обігу
Umlegung	переложенє
Umschattig	довколатїнний
Umsichtsbild	доокольний образ
Unebenheit	нерівність
Ungleichheit der Eintrittszeit halbmonatliche	півмісячна нерівність часу настаня
Ungleichheit der Höhe halbmonatliche	півмісячна нерівність висоти
Ungleichheit elliptische	еліптична нерівність

Digitized by Google

Ungleichheit parallaktische	параляктична нерівність
Ungleichheit tägliche	денна нерівність
Universalinstrument	універсальний інструмент, знаряд
Universalstativ	універсальний статив
Universum	всесьвіт
Unruhe	хитун, кивало
Untergang	захід, запад
Untergangspunkt	точка заходу
Urmass	праміра
Urmasskopie	копія праміри

V.

Variation sekuläre	вікова варіяція
Venusdurchgang	перехід Венери
Veränderlich	перемінний, змінний, змінчивий
Verfinsterung	затьма, затьміне
Vergleich der Ortzeiten	порівнане місцевих часів
Vergrösserung	побільшене
Verkehrsweg	комуникаційна, обходова дорога
Vermessung	помір, помірка
Vernier	вернїр
Vertikalachse	прямова вісь
Vertikalebene	прямова площа
Vertikal erster	перший вертикал
Vertikalkreis	вертикальне, прямове, вершкове коло, вертикал
Vertikalkreis	прямове колесо, круг
Vertikalsonnenuhr	прямовий сонїчний годинник
Verzerrung	деформація
Viertel erstes	перша квадра, кватира, чверть
Viertel letztes	послїдна квадра, кватира, чверть
Viertelwind	чвертьвітер
Vollmond	повня
Volum	об'єм
Vorrücken der Nachtgleichen	прецесія
Vorübergang	перехід
Vorwärtseinschneiden	краяне в перед

W.

Wandelstern	плянет (а)
Wanken der Erdachse	колибане земської оси, нутація

Digitized by Google

Wärme	тепло
Wasseruhr	водяний годинник
Wasserwage	водяна вага, лїбеля
Wechselpunkt	точка зміни
Wegeaufnahme	знимка шляху, дороги
Wegemass	міра дороги, шляху
Wegstunde	година дороги
Weltachse	вісь сьвіта
Weltgegend	сторона сьвіта
Weltkörper	небесне тїло, сьвітило
Weltpol	бігун неба
Weltsystem	сьвітова система
Wendekreis	зворотник
Wendekreis des Krebses	зворотник Рака
Wendekreis des Steinbocks	зворотник Козорога
Wendepunkt	точка звороту
Werst	верста
Westen	захід, запад
Westpunkt	західна точка, точка заходу
Westseite	западна сторона
Widderpunkt	точка Барана
Widerschein	відблеск
Winkelabstand	кутова відстань
Winkelbestimmung	означенє кута
Winkelgeschwindigkeit	кутова скорість
Winkelkopf	кутомірний тарабанчик
Winkelmessinstrument	кутомірний знаряд
Winkelmessung	помір кута
Winkelprisma	кутомірна призма
Winkelspiegel	кутомірне зеркало
Winkeltreu	вірнокутний
Winkeltrommel	кутомірний тарабан
Windrose	рожа вітрів
Winter	зима
Winterhalbjahr	зимовий піврік
Wintersolstitium	зимова сольстіція, перемога
Wintersonnenwende	зимова перемога

Y.

Yard	ярд

Digitized by Google

Z.

Zahl goldene	золоте число
Zapfen	чіп
Zeichen des Tierkreises	знак зодіяка, зьвіринця
Zeiger	вказівка, вказник
Zeit	час
Zeit bürgerliche	горожанський час
Zeit mittlere	середний час
Zeit wahre	дійсний час
Zeitball	часова куля
Zeibestimmung	означене часу
Zeitgleichung	рівнане часу
Zeitmass	міра часу
Zeitunterschied	ріжниця часів
Zenareiden	зенареіди, плянетоіди, астероіди
Zenit	зеніт, вершкова точка
Zenitabstand	зенітна відстань
Zenitdistanz	зенітна відстань
Zenitsektor	зенітний сектор
Zielfernrohr	прицільний далевид
Zirkummeridianhöhe	припівденникова висота
Zodiakalbild	знак зодіяка
Zodiakallicht	зодіякальне (зьвіринцеве) сьвітло
Zodiakalzeichen	знак зодіяка
Zodiakus	зодіяк, зьвіринець
Zone	полоса, пояс
Zonenbeobachtung	полосова обсервація
Zonenzeit	полосовий час
Zweischatlig	двотінний
Zwiering	двійний перстінь
Zwischentriangulierung	проміжна тріанґуляція
Zyliderlinse	вальцева сочка
Zylinderprojektion	вальцевий мет
Zylinderprojektion echte	істий вальцевий мет
Zylinderprojektion flächentreue	вірноверхний вальцевий мет
Zylinderprojektion nichtnormale	анормальний вальцевий мет
Zylinderprojektion normale	нормальний вальцевий мет
Zylinderprojektion querachsige	поперечновісний вальцевий мет
Zylinderprojektion transversale	поперечний вальцевий мет
Zylinderprojektion unechte	неістий вальцевий мет
Zylinderprojektion winkeltreue	вірнокутний вальцевий мет, мет Меркатора.

Digitized by Google

II. Фізична ґеоґрафія.

A.

Abblätterung	відкришуване, відприскуване, відколюване, відлупуване пластинками*)
Abbruchform	форма облому
Abdachung	склін
Abdachung binnenländische	межиземний, міжаемний* склін
Abdachung gleichsinnige	рівний склін
Abdachung ozeanische	океанїчний склін
Abdachung ungleichsinnige	нерівний склін
Abdachungsebene	склінна, склонова рівня
Abdachungsfluss	склінна, склонова ріка
Abdachungsgebiet	склінна, склонова область
Abdachungsküste	склінне, склонове побереже
Abdachungsscheide	склінний, бічний діл
Abdachungstal	склінна, склонова долина
Abdämmung	загачене, відсипане, перегачене
Abdämmungsbecken	загачена, відсипана кітловина
Abdämmungswanne	загачена, відсипана ванна
Abendnebel	вечірна мрака
Abfall	спад
Abfluss	відплив
Abflusshöhe	висота відпливу
Abflusskanal	відпливний канал
Abflusslos	безвідпливний
Abflussmenge	скількість відпливу
Abflussrinne	відпливна стїч, жолобина
Abflussstrom	відпливна ріка
Abgliederung	відчленене
Abgliederungsbecken	відчленена кітловина
Abgliederungsinsel	відчлененний остров
Abgliederungswanne	відчленена ванна
Abgrund	безодня, пропасть (бездна, бердо, пучина, зверть, хлань, степа, прість)
Abhang	збіч, убіч, обіч, косогір (обоч, обоча, обочок, згіре, падь)
Abhang steiler	стромина, стромовина, крутизна (мигла)
Abhebung	усуване
Abkühlung	остуджене, остигане

*) Означені звіздочкою терміни завдячую Дру Ів. Раковському.

Digitized by Google

Ablagerung	відложене, осаджуване, осад
Ablation	абляція, уношене
Ablenkungswinkel	кут відклоненя
Abnutzung	зужите
Abrasion	абразія (стерте*, стиране*)
Abrasionsfläche	абразійна верхня
Abrasionsform	абразійна форма
Abrasionsgebirge	абразійні гори
Abrasionsküste	абразійне побереже
Abrasionsplatte	абразійна плита
Abrasionsregion	абразійна область
Abrasionsscholle	абразійна скиба
Abrasionsterminante	абразійна термінанта, наконечниця
Abriegelungsebene	відгороджена рівня
Abriegelungswanne	відгороджена ванна
Abrisswanne	відривна ванна
Absatz	осад
Abschliessungsküste	замкнене побереже
Abschmelzung	таяне, сплавлене
Abschnürungswanne	відділена ванна
Abschuppung	лущене, відлущуване
Abschüssigkeit	спадистість, стермо
Absenkung	запад, облім
Absenkungstal	обломова долина
Absetzen	урване (верстов)
Absonderung	відокремлене
Absonderung bankförmige	лависте відокремлене
Absonderung blätterige	листовате, листкове* відокремлене
Absonderung kugelige	кулясте відокремлене
Absonderung parallelepipedische	рівнобіжностінне відокремлене
Absonderung polyedrische	многостінне відокремлене
Absonderung prismatische	призматичне, стовпове* відокремлене
Absonderung säulenförmige	стовпове відокремлене
Absonderung schalige	шкарлупнсте, скорупове* відокремлене
Absonderung sphäroidische	сфероідальне відокремлене
Absorption	абсорпція
Absperrungsküste	замкнене побереже
Abspülung	сполокуване, змулене
Abstand	віддалене, віддаль
Abstieg	схід, сходжене

Digitized by Google

Abstossen der Schichten	урване, устане
Absturz	обрив, бердо, зарва, одвал
Abtragung	зношене
Abweichung	відхил, відступ
Abyssisch	глубинний, абиссний
Abyssodynamik	абиссодинаміка
Abzweigung	відгилене, відгалужене*
Accessorisch	акцесорний, примішковий, додатковий*
Achse magnetische	маґнетна вісь
Achsenebene	осева площа (фалдів)
Ackerkrume	порховина, порохнячка, порохнавка
Ader	жила
Adjustment	приноровлене (рік)
Aeolisch	еольний, воздушний
Aera	ера, доба*
Aestuar	естуар
Akkumulation	аккумуляція, громадженє*
Akkumulation äolische	вітрова аккумуляція
Akkumulation fluviatile	річна аккумуляція
Akkumulation glaziale	леднякова аккумуляція
Akkumulationsebene	аккумуляційна рівня
Akkumulationsgebirge	аккумуляційні гори
Aktisch	активний
Alabaster	алявастер
Alaunfels	галунова скала
Algonkisch	альґонкійський
Allothigen	альотіґенний
Allotriomorph	альотріоморфний
Alluvial	алювіяльний, наплавний
Alluvialboden	алювіяльна, наплавна почва
Alluvialebene	наплавна рівня
Alluvialkegel	наплавний стіжок
Alluvium	алювій, наплав
Alm	гірська лука, полонина
Alpe	полонина
Alpengebirge	альпейські гори
Alter	вік, доба
Altersfolge	наслїдство віку
Altwasser	охаба, річище
Aluminium	глин, алюміній
Amphibol	амфіболь, рогова свитня; відміна: лучевик

Digitized by Google

Amphibolit	амфіболіт
Amplitude	амплітуда
Analyse harmonische	гармонічна аналіза
Anamesit	анамезіт
Andalusit	андалюзіт
Andesit	андезіт
Anemograph	анемоґраф
Anemometer	анемометер, вітромір
Aneroid	анероід
Anhöhe	узгіре, сугорб, полугіре
Anhydrit	ангидріт
Ankergrund	якірне місце, якориско
Anomalie mittlere	середна аномалія, неправильність*
Anomalie thermische	термічна аномалія, неправильність*
Anordnung	впорядковане, уклад, уложене
Anorthit	анортіт
Anotherm	анотермний
Anpassung	приноровлене, примінене (рік)
Ansammlung	зборище, збірище
Ansatzanschwemmung	насадовий наплав
Anschwemmung	наплав, нанос, плав
Anschwemmungsfläche	наплавна верхня
Anschwemmungswanne	наплавна ванна
Antezedenztheorie	антецедентна теорія
Anthrazit	антраціт
Anthropozoisch	антропозоїчний, антропозойський
Antiklinal	антиклінальний, сїдловий*
Antiklinale	антиклїналя, сїдло
Antiklinalbecken	антиклїнальна, сїдлова* кітловина
Antiklinalfalte	антиклїнальна фалда, сїдлова складка*
Antiklinalkamm	сїдловий хребет, гребінь
Antiklinaltal	сїдлова долина
Antikline	антиклїна, сїдло
Antipassat	антіпассат
Antizyklone	антіцикльона
Apatit	апатіт
Aplit	аплїт
Apophyse	апофиза
Aptien	аптієн
Äquator magnetischer	маґнетний рівник
Äquatorseite	рівникова сторона

Digitized by Google

Äquatorialströmung	рівникова струя
Aragonit	араґоніт; відміни: жерелинець, гороховик
Aräometer	арсометер
Arbeit	праця, робота, діло
Archäisch	архейський
Archäozoisch	археозойський
Archipel	архіпеляґ
Areal	обсяг, простір, наповерхність
Arealbestimmung	означене обсягу
Argon	арґон
Arkose	аркоза
Artesisch	артезийський
Asar	озер
Asche vulkanische	вульканічний попіл
Aschenkegel	попельний стіжок
Aspirationspsychrometer	аспіраційний психрометер
Asymmetrie	асимметрія, нерівномірність*
Atmosphäre	атмосфера, воздух, овія
Atmosphärendruck	атмосферний тиск
Atoll	атоль
Atoll gehobenes	піддвигнений атоль
Atollböschung	атольний стрім
Atollhafen	атольна пристань
Atolllagune	атольна ляґуна
Atolllagune untergetauchte	занурена атольна ляґуна
Atollon	атольон
Atollsee	атольне озеро
Atrio	атрій
Au. Aue	болоне, левада
Auenebene	болонна рівня
Aufbau senkrechter	прямовісна будова
Aufbereitung	прилагодженє, роздробленє
Aufblähung	вздутє
Aufbruchsbecken	виломана заглубина, кітловина
Aufbruchtal	виломана долина
Aufgesetzt	насаджений
Auflagerung	наверствленє, напластованє
Auflockerung	розпаханє
Auflösung	розпусканє, розпущенє
Aufquellform	напучніла форма

Digitized by Google

Aufquetschwanne	видавлена ванна
Aufreissungsspaltental	роздерта щілинова долина
Aufschiebung	підсунене
Aufschliessungsküste	отверте побереже
Aufschutt	переспа
Aufschüttung	насип
Aufschüttungsbecken	насипова кітловина
Aufschüttungsboden	насипова почва
Aufschüttungsebene	насипова рівня
Aufschüttungsgebirge	насипові гори
Aufschüttungsgipfel	насиповий верх
Aufschüttungskamm	насиповий хребет, гребінь
Aufschüttungsregion	насипова область, реґіон
Aufschüttungssee	насипове озеро
Aufschüttungswall	насиповий вал
Aufschüttungswüste	насипова пустиня
Aufsetzen	наставане, насаджене* (верстви)
Aufstieg	вихід
Auftriebwasser	вагінна вода
Aufzeichnung	записка
Augit	авґіт, пироксен
Augitgneiss	авґітовий ґнайс
Augitgranit	авґітовий ґраніт
Augitit	авґітіт
Augitporphyr	авґітовий порфир
Augitophyr	авґітофир
Augitschiefer	авґітовий лупак
Augitsyenit	авґітовий сиеніт
Ausbruch vulkanischer	вульканічний вибух
Ausbruchgebirge	вибухові гори
Ausbruchgeschichte	історія вибухів
Ausbruchtätigkeit	вибухова діяльність
Ausbruchwanne	вибухова ванна
Ausdehnung	розтяглість, обсяг
Ausfluss	виплив, витік, виток
Ausfüllungsdelta	виповнююча дельта
Ausgehendes	вихід (верстов), вихідня
Ausgleichebene	вирівнююча рівня
Ausgleichküste	вирівняне побереже
Auskeilen	виклиноване (верстви)
Auslaugung	визолене, вилуговане

Digitized by Google

Auslaugungssee	визолене озеро
Auslenkung	звихнене, сковериене
Auspflügen	вворане
Ausräumung	випрятане, видовбане, випорядженє
Ausräumungsbecken	випрятана заглубина, кітловина
Ausräumungswanne	випрятана ванна
Ausschartung	вищерблене
Ausscheidung	виділене
Ausschleifung	вигладжене
Aussenbarre	внїшна лава
Aussenküste	внїшне побереже
Aussenstrand	внїшна бережнна
Aussenseite	внїшна сторона
Aussichtsweite	далекість виду, гляду
Ausstrahlung	проміньоване, визаряне
Ausstrahlungsvermögen	лучистість
Ausstreichen	уставане
Ausstrich	вихід
Austönungszone	затишна полоса
Auswaschung	вимул, виміл, виполоч, виполочина
Auswalzung	викачане
Auswurf	виміт, викид
Authigen	автіґенний
Azoisch	азойський, азоічний

B.

Bach	потік, ручай, струг, бистрець, потічок, струмок, струмочок
Bachbett	поточина
Bai	залив
Band	стяжка, лента
Bänderung	смужкастість, пасмуговатість
Bandlicht	стяжкове сяєво
Bandstruktur	стяжкова будова
Bank	лава, лавиця
Barchan	бархан
Barograph	бароґраф
Barometer	барометер
Barometerschwankung	колибане барометра
Barranco	барранко

Digitized by Google

Barre	лава, міль, відміль
Barrenmündung	заперте, замулене устє
Barrierenriff	барієрний риф, поперечна лава*
Baryum	барий
Basalt	базальт
Basanit	базаніт
Basishöhe	висота основи
Batholith	батоліт
Bathygraphisch	батиґрафічний
Baumgrenze	границя деревини
Beben	землетрясенє, землетрус, запотряс
Becken tektonisches	тектонічна заглубина, кітловина
Beckenbildung	творба заглубин, кітловин
Beckenrandfluss	окрайна заглубинна, кітловинна ріка
Beckenrandküste	окрайне заглубинне, кітловинне побереже
Beckensee	заглубинне, кітловинне озеро
Beckensenkung	заглубинна, кітловинна западина
Beckenwasserscheide	заглубинний, кітловинний вододіл
Beimischung	примішка, домішка
Belastung	обтяженє
Beleuchtungszone	полоса осьвітленя
Belonit	бельоніт
Benthos	бентос, глубинний сьвіт
Berg	гора
Bergabhang	збіч, погірє
Bergausmessung	помір гори
Bergfeuchtigkeit	гірська вохкість
Bergform	форма гори
Berggebiet	горішна область
Berggipfel	верх, вершок, шпиль, шпилень, шпин (щовб, прочіл, голиця, кичера, кичірка, стіг, маґура, маковиця, кругляк, півкругляк, головатень, шпиця, клива, грунь, грунище)
Berggruppe	гірська ґрупа, гнїздо*
Bergkette	гірське пасмо
Bergklima	гірський клїмат
Bergland	верховина
Berglauf	горішна, гірна течва
Berglehne	збіч, убіч, бокач

Digitized by Google

Bergnase	виступ гори
Bergrippe	гірське ребро
Bergrücken	хребет, кряж, хребт
Bergrutschung	обсунене гори
Bergschatten	тінь гори, гірна тінь
Bergschlipf	сув
Bergschrunde	головна розсілина, ложбина, жолобина
Bergsturz	обвал, сув
Bergsturzsee	обвалове озеро
Bergtal	гірська долина, проліг
Bergvorsprung	причілок
Bergwerk	копня, рудокопня, рудник, рудня, копальня
Bergwind	гірний вітер
Bernstein	янтар
Bestandteil	складень, складник, складовина, зложня
Bestrahlungsdauer	час озареня
Bestrahlungsstärke	сила озареня
Bewegung antizyklonale	антіцикльональний рух
Bewegung zyklonale	цикльональний рух
Bewölkung	захмарене
Biegung	закрут, загиб, нагиб
Bifurkation	біфуркація, розтока
Bildungsweise	творба
Bimstein	пемза
Binnenbarre	внутрішна лава
Binnendelta	середземна дельта
Binnendepression	внутрішна депресія
Binnenfluss	середземна ріка
Binnengebiet	середземна область
Binnenhaffwanne	озерно-гафова ванна
Binnenlanddüne	середземна, сухопутна надма
Binnenmeer	середземне море
Binnenrandmeer	середземноокрайне море
Binnensenke	внутрішна западина
Biotit	біотіт
Biotitgneis	біотітовий ґнайс
Biotitgranit	біотітовий ґраніт
Biotitgranulit	біотітовий ґранулїт
Biotitschiefer	біотітовий лупак

Digitized by Google

Bittersalz	гірка сіль
Blatt	лист, листовий пересув, поперечний лім
Blätterstruktur	листкова будова
Blattverschiebung	листовий пересув
Blattverschiebungstal	листова долина
Blauband	синя смуга
Blindhöhle	сліпа печера
Blindsee	сліпе озеро
Blitz	лискавка, блискавка, перун
Blitzableiter	громозвід, громостяг
Block	пень, колода; брус, лобяк
Block erratischer	наметняк, зашибанець, наметень, наметаний кряж, ерратичний брус
Block vulkanischer	вульканічний брус
Blockanhäufung	лобище, ґреґіт
Blockgliederung	розчленене бруса
Blockgrat	брусова грана, аршиця
Blocklava	брусова лява
Blockmeer	цекіт, камінне море
Bodden	бодден
Boddenküste	бодденове побереже
Boden	почва, земля, оземле
Boden fetter	орядивина
Boden lockerer	духовина
Boden sumpfiger	затряс, млаковата почва
Bodenänderung	зміна почви
Bodenart	рід почви
Bodenbedeckung	почвенна крівля, почва, підложе
Bodenbildung	творба почви
Bodencharakter	характер почви
Bodeneis	донний, спідний лід
Bodenfeuchtigkeit	почвенна вохкість
Bodenkultur	земледіле, культура почви
Bodenkunde	почвознавство, педольоґія
Bodenschwingung	дроганє землї
Bodentemperatur	земна температура, температура почви; донна температура
Bodenwasser	земна, почвенна вода
Bodenwelle	филя терену
Bogendüne	бархан
Bohrloch	дучка, сверлена яма

Digitized by Google

Boisch	бойський
Bombe vulkanische	вульканїчна бомба
Bora	бора
Borax	боракс
Bore	боре
Böschung	похил, нахил, стрім
Böschung mittlere	середний похил
Böschungswinkel	кут похилу
Botn	кар, котел
Brackwassersee	півсолоне озеро
Brandung	погій, відбій, грайморе, ревіт
Brauneisenstein	бурий, багонний желїзяк, мочарнець, лїмонїт
Braunkohle	бурий уголь, вуголь*
Breccie	окришник, гранчак
Breitsohlig	широкодонний
Brom	бром
Bruch	лім, злім, облім, залім, скид
Bruch peripherischer	окольний лім
Bruchform	лімна форма
Bruchgebirge	лімні гори
Brüchig	ломистий, плїнистий
Bruchinsel	лімний остров
Bruchlinie	лімна лїнїя
Bruchlos	безлімний
Bruchnetz	лімна сїть
Bruchsenke	лімна западина
Bruchstufe	лімний ступень
Bruchstufengebirge	лімні ступенні гори
Bruchtal	лімна долина
Bruchzone	лімна полоса
Brücke natürliche	природний міст
Brunnen	керниця, криниця, колодязь
Brunnen artesischer	артезійська керниця
Bucht	залив, затока, прибік
Buchthafen	заливна пристань
Buchthalbinsel	заливний півостров
Buchtstrasse	заливна вузина
Bug	вигин, загин
Bugor	бугор
Buntsandstein	пестрий пісковик

Digitized by Google

Buran	буран
Büsserschnee	покутничий сніг

C.

Calaküste	калеве побереже
Calcium	вап, кальцій
Caldera	кальдера
Cambrium	камбрій
Canon	каньон, яр
Canontal	каньон, яр
Carbon	карбон, угляна формація
Chalcedon	халькедон
Chamsin	хамсін
Chlor	хльор
Chlorit	хльоріт
Chloritschiefer	хльорітовий лупак
Chlormagnesium	маґновий хльорід
Chrom	хром
Cenoman	ценоман
Centralbecken	осередна, центральна заглубина
Centraleruption	середоточний, центральний вибух
Centralgebiet	центральна область
Circumdenudationsberg	ціркумденудаційна гора
Circus	цирк, кар, котел
Circustal	циркова, кітлова долина
Cirrocumulus	пірясто-клубиста хмара
Cirrostratus	пірясто-смугова хмара
Cirrus	піряста хмара, баранчик
Cirruswolken	помолодки
Combe	комба, бічна долинка, яруга
Cordierit	кордієріт
Couloir	кулюар, хідник
Cumulus	клубиста хмара
Cyklus	цикль

D.

Dachfläche	стропова верхня
Dacit	даціт
Damm	гребля, гать

Digitized by Google

Dammbecken	греблева кітловина
Dämmerung neblige	мрява, мрявиця
Dammfluss	греблева ріка
Dammhafen	греблева пристань
Dammriff	греблевий риф
Dammstufe	греблевий ступень
Dammtalboden	греблеве дно долини
Danien	даніен
Decke	крівля, покривало, повала
Deckgebirge	крівлеві гори
Deckbirgskamm	крівлевий хребет, гребінь
Deckscholle	накрив, накривна скиба
Deckschollengebirge	накривні гори
Deflation	дефляція
Deflektionswanne	дефлекційна ванна
Degradation	деґрадація
Dejektionskegel	дефекційний, наплавний стіжок
Deklination magnetische	маґнетна деклїнація, відклонене
Delle	надмове долинище
Delta	дельта
Deltabildung	творба дельт
Delta negatives	неґативна дельта
Delta verschlepptes	переміщена дельта
Delta verwachsenes	зросла дельта
Delta vorgeschobenes	висунена дельта
Deltaboden	дельтова почва
Deltaebene	дельтова рівня
Deltainsel	дельтовий остров
Deltamündung	дельтове усте
Deltasee	дельтове озеро
Deltawachstum	ріст дельти
Deltawanne	дельтова ванна
Deluvium	делювій
Denudation	денудація
Denudation moderne	сучасна денудація
Denudation pluviale	дощева денудація
Denudationsberg	денудаційна гора
Denudationsdurchbruch	денудаційний пролом
Denudationsfläche	денудаційна верхня
Denudationsniveau	денудаційний позем
Denudationsniveau absolutes	безглядний денудаційний позем

Digitized by Google

Denudationsniveau oberes	горішний денудаційний позем
Denudationsniveau unteres	долїшний денудаційний позем
Denudationsregion	денудаційна область
Denudationsreihe	денудаційна черга
Denudationsstufe	денудаційний ступень
Denudationstheorie	денудаційна теорія
Denudationswüste	денудаційна пустиня
Depression kontinentale	континентальна депресія
Depressionsgebiet	депрессійна область
Desquamation	десквамація, відлущуванє
Desikkationstheorie	десіккаційна теорія
Destruction	деструкція
Destructionsform	деструкційна форма
Devon	девон
Diabas	діябаз
Diabasmandelstein	мікдалцевий діябаз
Diabasporphyrit	діябазовий порфиріт
Diagenese	діяґенеза
Diagonalhorst	діяґональне, ускісне гнїздище
Diagonalkamm	ускісний хребет, гребінь
Diagonalküste	ускісне побереже
Diagonalschichtung	ускісне верствованє
Diagonalscholle	ускісна скиба
Diagonalverwerfung	ускісний злім
Diallag	діяляґ
Dialytisch	діялїтичний, розкладний
Diathermanität	діятерманність
Diatomeenschlamm	кремнистковий намул
Dichotherm	діхотермний
Dichte	густота
Dichtigkeitsfläche	густотна верхня
Differentialthermometer	діфференціяльний термометер
Differentialtiden	діфференціяльні времена
Dilatation	ділятація
Diluvial	ділювіяльний
Diorit	діоріт
Dioritgneiss	діорітовий ґнайс
Dislokation	дісльокація, розставка
Dislokationsbeben	дісльокаційне землетрясенє
Dislokationsdurchbruch	дісльокаційний пролім
Dislokationsfläche	дісльокаційна верхня

Digitized by Google

Dislokationstal	дісльокаційна долина
Dogger	доґґер, бурий юра
Dolerit	долєріт
Doline	доліна, вертеп
Dolinensee	вертепне озеро
Dolomit	дольоміт
Domvulkan	копуластий вулькан
Donner	грім
Doppelfalte	двійна фалда, складка
Doppelgrat	двійна грана
Doppelküste	двійне побереже
Doppellauf	двійна течва
Doppeltal	двійна долина
Drehwage	скрутова вага
Dreikanter	тригранник
Druck	тиск, давлене, тиснене
Drumlin	друмлїн
Düne	надма, кучугура, видма
Dünendammwanne	надмово-греблева ванна
Dünenküste	надмове поберсже
Dünenlandschaft	надмова країна
Dünensee	надмове озеро
Dünentalung	надмове долинище
Dünenwanne	надмова ванна
Dünenwüste	надмова пустиня
Dünenzug	ряд надм
Dünnschliff	тонкий шліф
Dünung	відгомінна филя
Dunst	опар
Durchbruch	пролім, пролом, перелім, перебій
Durchbruch anaklinaler	анаклїнальний пролім
Durchbruch angepasster Flüsse	пролім приноровлених рік
Durchbruch aufgelegter	наложений пролім
Durchbruch epigenetischer	епіґенетичний пролім
Durchbruch herausprāparirter	випрепарований пролім
Durchbruch kataklinaler	катаклїнальний пролім
Durchbruch tektonischer	тектонїчний пролім
Durchbruchfluss	проломова ріка
Durchbruchtal	проломова долина
Durchgangshöhle	перехідна печера
Durchgangstal	перехідна, проломова долина

Digitized by Google

Durchgreifend	перехватний
Durchkreuzung	перехресте
Durchlässig	пропускальний
Durchlässigkeit	пропускальність
Durchschnitt	пересїч; проріз
Durchschnittstemperatur	пересїчна температура
Durchsetzung	перешиб
Dürre	засуха, посуха, просуш, сухмень
Dyas	диас
Dynamometamorphose	динамометаморфоза

E.

Ebbe	відплив, відлив
Ebbestrasse	відпливна вузина
Ebbestrom	відпливна струя
Ebene	рівня, рівнина, ровень, ровінь
Ebene angefügte	прилучена рівня
Ebene innere	внутрішна рівня
Ebene nackte	гола рівня
Ebene schiefe	скісна рівня
Ebene tektonische	тектонїчна рівня
Ebenheit	рівність
Edelstein	благородний камінь
Effusivmasse	виливна маса
Eide	ейда
Eidestrasse	ейдова вузина
Ejektion	еекція
Eigenwärme	питома теплота
Einbruch	влім
Einbruchbecken	зломова кітловина
Einbruchshafen	зломова пристань
Einbruchinsel	зломовий остров
Einbruchkessel	зломовий котел
Einbruchwanne	зломова ванна
Einfallswinkel	кут впаданя
Einlagerung beckenförmige	мисковатий вклад
Einschnitt	вріз
Einschwemmungssee	вплавлене озеро
Einschwemmungswanne	вплавлена ванна
Einsenkung	западина, впадина

Digitized by Google

Einsprengling	вросток
Einsturz	запад, завал, завала
Einsturzbeben	западове землетрясенє
Einsturzbecken	западова кітловина
Einsturzsee	западове озеро
Einsturzwanne	западова ванна
Eintagstiden	однодневні времена
Eintiefungsbecken	вглублена кітловина
Eintiefungssee	вглублене озеро
Eintrittszeit	час настаня
Einzelberg	самітна гора
Einzelfelsen	самітна скала, камінь
Einzelform	поодинока форма
Einzugsgebiet	сточище (дійсне)
Eis	лїд; тонкий — прилїдок; таючий — розплава
Eisbarre	ледяна, ледова лава
Eisberg	ледяна гора, крижина
Eisbildung	творба леду
Eisboden	ледяна почва, заморозь
Eisbrunnen	ледяна керниця
Eisdammsee	ледяно-греблеве озеро
Eisdammwanne	ледяно-греблева ванна
Eisdrift	ледяний дріфт, морський ледохід
Eisen	зелїзо, желїзо
Eisenerz	зелїзний крух
Eisenoxyd	окись желїза
Eisenspat	желїзняк, желїзинець, желїзень, зелїзний скалець
Eisfeld	ледяне поле, ледовище, ледище
Eisfjord	ледяний фйорд
Eisfjordsee	ледянофйордове озеро
Eisflarde	креля, турнаш
Eisgang	ледохід, частковий: шерешенє
Eisgebirge	ледяні, зледенїлі гори
Eishöhle	ледяна печера
Eiskegel	ледяний стіжок
Eiskruste	заледа, шерех
Eismauer	ледяна стїна
Eispressung	перте леду
Eisscholle	крига

Digitized by Google

Eissee	ледове озеро
Eiswall	відкос
Eiswirkung	діяльність леду
Eiszapfen	сопляк, сусілка
Eiszeit	ледова доба
Eiszunge	ледовий язик
Eklogit	екльоґіт
Eläolithsyenit	елеолітовий сиеніт
Elastizität	упругість, елястичність
Elektrizität	електричність, громовина
Element	елемент, первень
Elevationstheorie	елеваційна теорія
Elmsfeuer	огонь Ельма
Eluvialboden	елювіяльна почва
Eluvialregion	елювіяльна область
Eluvialwüste	елювіяльна пустиня
Eluvium	елювій
Emersionswinkel	емерзійний кут, кут виринаня
Endbruchtal	наконечно-ломова долина
Endkurve	наконечна крива
Endland	кінчина суші
Endmoräne	чільна, наконечна, кінцева морена
Endmoränenlandschaft	країна чільних морен
Endmoränensee	чільно-моренне озеро
Endmoränenwanne	чільно-моренова ванна
Endogen	ендоґенний, внутрішний
Endschemmkegel	кінцевий наплавний стіжок
Endsee	наконечне озеро
Endverkettung	кінцева звязь, сполука
Engpass	провал, присліп, проліг, пересув, вивіз, тіснина, узвоз, трущоба, просмик (?)
Entfernung	віддаль
Entlastung	облегчене
Entwaldung	вирубане лісів
Entwässerung	відводнене
Entwässerungsgebiet	сточище, область
Eozän	еоцен
Eozoisch	еозойський
Epidot	епідот
Epigenetisch	епіґенетичний
Epirogenetisch	епіроґенетичний

Digitized by Google

Epizentrum	епіцентр
Epoche	епоха
Erbsenstein	горошинець, пізолїт
Erdbeben	землетрясенє, землетрус
Erdbeben tektonisches	тектонїчне землетрясенє
Erdbeben vulkanisches	вульканїчне землетрясенє
Erdbebenbrücke	землетрусний міст
Erdbebenflut	землетрусний прилив
Erdbebenherd	землетрусне огнище
Erdbebeninsel	землетрусний остров
Erdbebenkern	землетрусне ядро
Erdbebenkunde	сейсмольоґія
Erdbebenperiode	період землетрясень
Erdbebenphase	землетрусна фаза
Erdbebenstatistik	землетрусна статистика
Erdbebenzentrum	центр, осередок землетрясеня
Erdboden	почва, земля
Erde	земля
Erdenluft	земський воздух
Erdfall	вертеп
Erdgeschichte	історія землї, ґеольоґія
Erdgürtel klimatischer	клїматична полоса
Erdinneres	внутро землї
Erdkern	ядро, нїдро землї
Erdkrume	порховина, порохнавка, порохнячка
Erdkruste	земна кора
Erdkunde	землезнавство, ґеоґрафія
Erdmagnetismus	земський маґнетизм
Erdoberfläche	земська поверхня
Erdöl	ропа, текучка, кипячка
Erdpfeiler	земний стовп
Erdpyramide	земна пираміда
Erdraum	земський простір
Erdrinde	земна кора
Erdspalte	розсїлина, розпуклина (ґирла)
Erdteil	часть сьвіта
Erdtrichter	земна лїйка
Erdwachs	озокерит, земний віск, кіндибал
Erdwarze	купина
Erguss	вилив
Ergussgestein	виливна скала

Digitized by Google

Ergussland	виливна країна
Ergussmasse	виливна маса
Erhebung	взнесене, взнесіне, здвигнене, здвижене, взвишене
Erhebungskrater	здвигнений кратер
Erhebungsstufe	здвигнений ступень
Erhebungstal	здвигнена долина
Erhebungsverhältnis	висотна відносина
Erhöhung	вивисшене
Erleuchtung	осьвітлене
Erosion	ерозія, жолоблене
Erosion äolische	воздушна ерозія
Erosion fluviatile	річна ерозія
Erosion glaziale	ґляціяльна, леднякова ерозія
Erosionsbasis	ерозійна основа
Erosionsbecken glaziales	ґляціяльна ерозійна заглубина, кітловина
Erosionsbetrag	загал, сума ерозії
Erosionsdiskordanz	ерозійна незгідність
Erosionsgebirge	ерозійні гори
Erosionshöhle	ерозійна печера
Erosionskamm	ерозійний хребет, гребінь
Erosionskanal	ерозійний канал
Erosionskuppe	ерозійний щовб
Erosionsstufe	ерозійний ступень
Erosionstal	ерозійна долина
Erosionsterminante	ерозійна термінанта, наконечниця
Erosionstheorie	ерозійна теорія
Erratisch	ерратичний
Ersatzstrom	компензаційна струя
Erscheinung	явище, проява*, прояв*
Erschütterung	потрясене
Eruption	ерупція, вибух
Eruptionskanal	ерупційний канал, комин
Eruptionskegel	вибуховий стіжок
Eruptionsprodukt	вибуховий продукт
Eruptivgestein	вибухова скала
Erwärmung	огріте
Erz	крух, руда, крушець
Erzgang	рудний хід, ходня
Erzlager	рудний поклад
Escarpment	шкарпа

Digitized by Google

Esker	ескер
Esse	гори, горнило, горнище, ватра, огнище
Eustatisch	евстатичний
Evorsion	еворзія
Evorsionssee	еворзійне озеро
Exogen	ексоґенний, зівнїшний
Expansionstheorie	експанзійна теорія
Explosion	експльозія, вибух
Explosionsbecken	експльозійна кітловина
Explosionsflut	експльозійний прилив
Explosionskrater	експльозійний кратер
Explosionskraterwanne	експльозійна кратерова ванна
Explosionssee	експльозійне озеро
Explosionswelle	експльозійна филя
Exposition	експозиція, виставлене
Extrem	екстрем, крайність
Extrem absolutes	абсолютний, безглядний екстрем
Extrem mittleres	середний екстрем
Exturbationstheorie	екстурбаційна теорія

F.

Fächerfalte	віерста фалда, складка
Fächerförmig	віеристий, вахляристий
Fächerkegel	віеристий, плоский стіжок
Facies	фаціес
Fallen	упад, запад, падане
Falllinie	упадова лїнїя; водопадна лїнїя
Falte	фалда, фалд, складка, ріса, згортка, ряса, загинка
Faltenachse	фалдова вісь
Faltendurchbruch	фалдовий пролом
Faltengebirge	фалдові, складчасті гори
Faltengebirge bogenförmige	дуговаті фалдові гори
Faltengebirge doppelseitige	двосторонні фалдові гори
Faltengebirge durchgreifende	перехватні фалдові гори
Faltengebirge einfache	прості фалдові гори
Faltengebirge einseitige	односторонні фалдові гори
Faltengebirge erlöschende	вигасаючі фалдові гори
Faltengebirge geradlinige	прямолїнїйні фалдові гори
Faltengebirge heteromorphe	гетероморфні фалдові гори
Faltengebirge homöomorphe	гомеоморфні фалдові гори

Digitized by Google

Faltengebirge monogenetische	моноґенні фалдові гори
Faltengebirge normale	нормальні фалдові гори
Faltengebirge polygenetische	поліґенні фалдові гори
Faltengebirge symmetrische	симетричні фалдові гори
Faltengebirge vollständige	повні фалдові гори
Faltengebirge zonale	полосові фалдові гори
Faltengebirge zusammengesetzte	зложені фалдові гори
Faltenscholle	фалдова скиба
Faltenschollengebirge	фалдово-скибові гори
Faltenverwerfung	фалдовий лім, пересув
Faltenzug	фалдовий шлях, ряд
Faltung	фалдоване, складковане
Faltungsbecken	фалдова заглубина, кітловина
Faltungsgebirge	фалдові, складчасті гори
Faltungsgebirgssystem	система фалдових гір
Faltungsgebirgstal	долина фалдових гір
Faltungsintensität	інтензія, натуга фалдованя
Faltungskamm	фалдовий гребінь, хребет
Faltungsküste	фалдове побереже
Faltungssee	фалдове озеро
Faltungssenke	фалдова западина
Faltungstal	фалдова долина
Faltungszone	фалдова полоса
Farbe	барва, краска, фарба
Fasergips	волокнистий ґіпс
Fastebene	майжерівня
Fastinsel	майже-остров
Fauna	фауна, зьвіринність*
Federbarometer	пружинний барометер
Federwolke	піряста хмара
Feinkörnig	дрібнозернистий
Feldeis	криговий лід
Feldermethode	полева метода
Feldspat	фельдшпат, скалинець, полевий скалець, полевик
Feldspatbasalt	фельдшпатовий базальт
Fels	скала, скеля, штола, тесівниця, рипа, репа, рапа
Felsabhang	круча, утес, облаз, урвище, уров, одскалина, кугава
Felsausgleitung	сховзане скал

Digitized by Google

Felsbecken	скельна заглубина, скелиста кітловина
Felsdoline	скельний вертеп
Felsenvorsprung	скельний причілок, прискалок, привал
Felsgebirge	скелище, грунище, аршиця
Felsig	скелистий
Felsitfels	фельзітова скала
Felsitpechstein	фельзітовий смолич
Felsitporphyr	фельзітовий порфир
Felsküste	скельне побереже
Felsplatte	скельна плита
Felsschlot	скельний комин
Felssturz	скельний обвал
Felsterrasse	скельна тераса
Felstrichter	скельна лійка
Felstrümmer	груз, цекіт, штоле, скале, розвал
Felswand	склезь, стїна, ущовб (?)
Felswanne	скельна ванна
Felswüste	скельна пустиня
Fenster	вікно (тектонічне)
Fernbeben	дальний землетрус
Festland	континент, суша, цїлина, сухопуть, сухозем, материк
Festlandslage	континентальне положене
Feuchtigkeit	вохкість, волога
Feuchtigkeitsgehalt	зміст, вміст вохкости
Feuerstein	кремінь, кремях, кресень*
Fjärd	фєрд
Fjord	фйорд
Fjordbildung	творда фйордів
Fjordhafen	фйордова пристань
Fjordinsel	фйордовий остров
Fjordküste	фйордове побереже
Fjordsee	фйордове озеро
Fjordstrasse	фйордова вузина
Fjordterrassensee	фйордово-терасове озеро
Firn	фірн, ожеледе*
Firnboden	фірнове підложе
Firnfeld	фірнове поле
Firngebiet	фірнова область
First	грана
Firsthöhe	гранна висота

Digitized by Google

Firstlinie	гранна лінія
Fiumare	періодична ріка, фюмара
Flachboden	площа, площінь, плоскінь
Flachbucht	плиткий залив
Fläche	верхня, площина, площа, плоскість, площавина
Flächenbeben	верхневий, поверхний землетрус
Flächeninhalt	обсяг, наповерхня
Flächenmass	міра поверхні
Flächenverteilung	поверхне розміщене
Flachflut	розлив (плиткий)
Flachgrund	плитке, плоске дно
Flachküste	плоске побереже
Flachland	роздоле, поділ, площина
Flachland marines	поморське роздоле
Flachlandküste	роздільне побереже
Flachlandtal	роздільна долина
Flachküste glatte	гладко-плоске побереже
Flachküste inkonsequente	неконсеквентне плоске побереже
Flackküste konsequente	консеквентне плоске побереже
Flächküste vorgelagerte	начільне плоске побереже
Flachlauf	долїшна течва
Flachmoor	плоске торфище
Flachmuldenfluss	плоскозаглубинна ріка
Flachmuldental	плоскозаглубинна долина
Flachschichtung	плоске верствоване
Flachsee	мілке, плитке море
Flachseeinsel	мілкоморський остров
Flachseeinsel binnenständige	осередний мілкоморський остров
Flachseeinsel endständige	наконечний мілкоморський остров
Flachseeinsel seitenständige	прибічний мілкоморський остров
Flachtal	плетка долина, долиниця
Fladenlava	паляннична лява
Flankeneruption	збочевий вибух
Flankengliederung	розчленене збочий
Flankenlehm	збочева глина
Flankental	збочева долина
Flarde	креля, турнаш
Flaschenpost	фляшкова пошта
Fleckschiefer	пятнистий лупак
Flexur	флексура, згиб*

Digitized by Google

Flexurgebirge	флексурні гори
Flexurstufe	флексурний ступень
Flora	фльора, рістня
Flöz	слій, глиба
Flözgebirge	осадові скали
Flügel	крило (фалди)
Flügel hydrometrischer	гидрометричне крило
Flugsand	летючий пісок, пливун
Fluidalstruktur	флюідальна структура
Fluss	ріка, річка
Fluss antezedenter	антецедентна ріка
Fluss aufgelegter	наложена ріка
Fluss complex	переобразована ріка
Fluss composite	зложена ріка
Fluss compound	ріжновічна ріка
Fluss gleichartig	одноцільна ріка
Fluss konsequenter	консеквентна, прямна ріка
Fluss obsequenter	обсеквентна, протипрямна ріка
Fluss subsequenter	субсеквентна, наслїдна ріка
Fluss superimponierter	наложена ріка
Fluss ungleichartiger	неодноцільна ріка
Fluss untergeordneter	підрядна ріка
Fluss ursprünglicher	первісна ріка
Fluss zusammengesetzter	зложена ріка
Flussarm	рукав, протечина
Flussau	поріче, болоне, левада, порічина, підріче, луговина, лужина
Flussbarre	річна лава
Flussbett	русло, жорло, ложбище, лоточина
Flussbett verlassenes	річище, охаба, річиско
Flussbucht	заточина
Flussbüschel	річний жмут
Flussdammwanne	річна греблева ванна
Flussdichte	густота рік
Flussdüne	річна надма
Flussebene	поріче, порічина
Flusseinteilung	поділ рік
Flusseis	річний лїд
Flusserosion	річна ерозія
Flussgabelung	розвилене, розтока, біфуркація
Flussgebiet	сточище, область ріки, стоковище, водосток

Digitized by Google

Flussgebietsgrösse	величина сточища
Flussgeschiebe	річна рінь
Flüssigkeitseinschluss	плинний вприск
Flussinsel	річний остров, жбир
Flusskolk	плесо
Flusskunde	потамольоґія
Flusslänge rohe	сира довжина ріки
Flusslänge wahre	дійсна довжина ріки
Flusslauf	течва, плив, плинь
Flusslinie	річна лїнія
Flussmündung	устє, уход, гирло, горло
Flussmündungshafen	устєва пристань
Flusspaar	пара рік
Flussrichtung	напрям ріки
Flussschlamm	намула, намул, муст
Flusssediment	річний осад
Flusssee	річне озеро
Flussspat	плавень, флюоріт
Flussstauwanne	річна гатна ванна
Flusssystem	річна система
Flussursprung	жерело, головиця
Flussvermischung	змішанє рік
Flussverschiebung	пересуненє ріки
Flussverschleppung	переміщенє рік
Flusswasser	річна вода
Flut	приплив, прилив; на ріцї: плав, залива
Flutbrandung	приливний погій
Fluthafen	приливна пристань
Flutrinne	приливна ложбина
Flutstrom	приливна струя
Flutwechsel	амплїтуда времен
Flutwelle	приливна филя
Flutwelle freie	вільна приливна филя
Flutwelle gezwungene	примусова приливна филя
Föhn	фен, полонинний вітер
Föhrde	ферда
Folgefluss	консеквентна, прямна ріка
Folgetal	консеквентна, прямна долина
Forellenstein	пструговик
Formation	формація
Formationsgruppe	ґрупа формацій

Digitized by Google

Form	форма, вид, подоба, стать
Formelement	елемент форми
Formenklasse	кляса форм
Fortpflanzungsgeschwindigkeit	скорість розходженя
Fossilie	окаменїлість, скаменїлість (нерість)
Frost	мороз; сухий мороз: заморозь, паморозь, голоморозе; на осїнь та під весну: призимок, приморозок
Frostwirkung	дїяльність, наслїдок морозу
Frühling	весна
Frühlingsregen	весняний дощ
Frühsommer	пролїток
Fuge	пага, фуґа
Fumarole	фумароля
Furche	борозда, долець
Furchenpass	борозний провал
Furchental	борозна долина
Furchenwasserscheide	борозний вододїл
Furt	брід; місце пониже броду: збрідє; місце між двома бродами: межибрід
Fuss	стопа; у гори: обнога; у горбка: підхолме
Fusskegel	стопний стіжок
Fusssteg	стежка, перть

G.

Gabbro	ґабро
Gabelung	розвилене
Gang	хід, ходня, хідня, жила
Gang jährlicher	річний хід
Gang täglicher	денний хід
Ganggestein	хідна скала
Gangstock	хідний пень
Garbenschiefer	снопистий лупак
Gasausströmung	ґазова ексгаляція, виплив ґазу
Gaseinschluss	ґазовий вприск
Gattung	рід, порода
Gault	ґольт
Gebiet abflussloses	безвідпливна область

Digitized by Google

Gebirge	гори, верховина
Gebirge aufgesetztes	насаджені, наложені гори
Gebirge gleichförmiges	однородні гори
Gebirge heteromorphes	гетероморфні гори
Gebirge homöomorphes	гомеоморфні гори
Gebirge tektonisches	тектонїчні гори
Gebirge zerbrochenes	поломані гори
Gebirgsabfall	спад гір
Gebirgsabhang	збіч, спохил гір
Gebirgsbasis	основа гір
Gebirgsbau äusserer	внїшна будова гір
Gebirgsbau innerer	внутрішна будова гір
Gebirgsbildung	творба гір
Gebirgsblock	гірський брус
Gebirgsbogen	лук, дуга гір
Gebirgsdurchbruch	гірський пролом
Gebirgsfieder	гірське ребро
Gebirgsfluss	гірська ріка
Gebirgsfuss	обнога, підніже, обніг, обніже, обніж, обніжок, стопа; підгіре
Gebirgsgletscher	гірський ледняк, ледовець
Gebirgsgliederung	розчленене гір
Gebirgsgliederung divergente	розбіжне розчленене
Gebirgsgliederung fiederförmige	реброзате, пірясте розчленене
Gebirgsgliederung horizontale	горізонтальне розчленене
Gebirgsgliederung parallele	рівнобіжне розчленене
Gebirgsgliederung radiale	проміняcте розчленене
Gebirgsgliederung rostförmige	ґраткове розчленене
Gebirgsgliederung strahlenförmige	проміняcте розчленене
Gebirgsgürtel	гірський пояс
Gebirgskamm	гірський гребінь, хребет
Gebirgskette	гірське пасмо, ланц
Gebirgsklima	гірський клїмат
Gebirgsknoten	гірський узол
Gebirgskörper	толуб гір
Gebirgsland	верховина, горіше
Gebirgsland durbrochenes	проломлена верховина
Gebirgsland durchgängiges	перехідна верховина
Gebirgsland geöffnetes	отверта верховина
Gebirgsland geschlossenes	замкнена верховина
Gebirgspass	гірський провал, присліц

Digitized by Google

Gebirgsrandsee	гірське окрайне озеро
Gebirgsrücken	хребет, діл
Gebirgsrumpf	гірський надовб
Gebirgssaum	рубець, беріг гір
Gebirgsschutt	гірський груз, цекіт, скельне румовище
Gebirgssee	гірське озеро
Gebirgssockel	гірський цокіл
Gebirgsstock	гірський пень
Gebirgssystem	гірська система
Gebirgstal	гірська долина
Gebirgswanne	гірська ванна
Gebirgszone	гірська полоса
Gebirgszug	гірський кряж
Gefälle	спад
Gefälle absolutes	беззглядний, абсолютний спад
Gefälle ausgeglichenes	вирівняний спад
Gefälle durchschnittliches	пересічний спад
Gefälle normales	нормальний спад
Gefälle relatives	зглядний спад
Gefälle stufenförmiges	степенний спад
Gefällsentwickelung	розвиток спаду
Gefällsfläche	спадова верхня
Gefällskurve	кривина спаду
Gefällslinie	спадова лінія
Gefällsrichtung	напрям спаду
Gefällswinkel	спадовий кут
Gefässbarometer	баньковий барометер
Gefrieren	замерзане
Gefrierpunkt	точка замерзаня, зморозь
Gefüge	звяз, спій
Gegenfluss	протипрямна ріка
Gegenströmmung	вспятна струя
Gegental	обсеквентна, протипрямна долина
Gehänge	збіч, збоче, убіч
Gehängefluss	збочева ріка
Gehängeform	збочева форма
Gehängegletscher	збочевий ледняк
Gehängelehm	збочева глина
Gehängeleiste	збочева лиштва
Gehängetal	збочева долина
Gehängewinkel	збочевий кут

Digitized by Google

Gekröselava	тельбушна, тенесова лява
Gekrösestein	тенесовик
Gelände	терен, поземелє, поземлє
Geländedarstellung	представленє терену
Geländeform	форма терену
Gemengteil	сумішна часть
Geoantiklinale	ґеоантіклїналя
Geode	ґеода
Geognosie	ґеоґнозія
Geographie physische	фізична ґеоґрафія
Geoid	ґеоід
Geoisotherme	ґеоізотерма
Geoisothermfläche	ґеоізотермна верхня
Geologie	ґеольоґія
Geophysik	ґеофізика
Geosynklinale	ґеосинклїналя
Geosynklinalebene	ґеосинклїнальна рівня
Geotektonik	ґеотектоніка
Geothermometer	ґеотермометер, земний термометер
Gerölle	рінь, ріняк
Geröllboden	ріняста почва
Geröllfläche	рінище, зарінок
Geröllgrösse	величина ріни
Gesammtwasserscheide	загальний вододіл
Geschiebe	лобяк, оток, валун, оточень, скоченица
Geschiebe gekritztes	порисований лобяк
Geschiebe geschrammtes	пошрамлений лобяк
Geschiebeküste	валунне побереже
Geschiebemenge	скількість валунів
Geschiebetransport	транспорт валунів
Gestade	узберіже, узбереже, береговина
Gestadelinie	узберіжна лїнія
Gestalt	вид, стать, вигляд, подоба, здіб, повид
Gestaltung	стать, виобразованє
Gestaltsveränderung	зміна виду, вигляду
Gestein	скала, скалина, нерість
Gestein dichtes	збита скала
Gestein durchlässiges	пропускальна скала
Gestein einfaches	проста, однородна, одностайна скала
Gestein gemengtes	сумішна скала
Gestein klastisches	клястична скала, окрушинець

Digitized by Google

Gestein krystallinisches	кристальна скала
Gestein metamorphisches	метаморфна скала
Gestein undurchlässiges	непропускальна скала
Gestein ursprüngliches	первісна скала
Gestein zusammengesetztes	зложена скала
Gesteinsgrus	скельне румовище, груз
Gesteinskunde	скалознавство, петроґрафія
Gesteinslagerung	уложенє скал
Gesteinsmagnetismus	скельний маґнетизм
Gesteinsmetamorphose	метаморфоза скал
Gesteinssprung	скельна дроска
Gesteinsstufe	скельний ступень
Gesteinsumwandlung	переміна скали
Gesteinsverfestigung	закріпненє скали
Gesteinszerklüftung	щелистість скали
Gewässer	води
Gewicht spezifisches	питомий тягар, вагота
Gewitter	громовиця, туча, буря, негода
Gewitterregen	туча, плова
Gewitterwolke	громохмара
Gewölbe	звід, склеп, склепінє
Gewölk	облак
Geysir	ґейзір
Gezeiten	времена, тіди
Gezeitenbarre	временна лава
Gezeitenkolk	временне плесо
Gezeitenströmung	временна струя
Gezeitentafel	таблиця времен
Gipfel	верх, шпиль, шпин, вершок, вершина, верхнина, вершава
Gipfelbildung	творба верхів
Gipfelhöhe	верхова висота
Gips	ґіпс
Glaseinschluss	склистий вприск
Glasig	склистий
Glatteis	ожеледа, ожеледиця, ожеледь, гололедиця, гололїд, яснець
Glazial	ґляціяльний, ледняковий, ледівцевий
Glazialgebiet	ґляціяльна область
Glazialschotter	ґляціяльна рінь
Glazialschutt	ґляціяльний груз, сип

Digitized by Google

Gleichgewicht	рівновага
Gleichgewichtsgezeiten	рівноважні времена
Gleichgewichtstheorie	теорія рівноваги
Gleitungstheorie	теорія сховзаня
Gletscher	ледняк, ледовець, ледовиця
Gletscher echter	істий, щирий* ледняк
Gletscher sekundärer	другорядний ледняк
Gletscher stationärer	постійний ледняк
Gletscherareal	обсяг ледівця
Gletscherbewegung	рух ледівця
Gletschereis	ледняковий лїд
Gletschererosion	леднякова ерозія
Gletscherkorn	леднякове зерно
Gletscherkritze	леднякова риса
Gletscherlawine	леднякова лявіна
Gletschermühle	ледняковий млин
Gletscherrückgang	пячене ледняка
Gletschersaumsee	леднякове окрайне озеро
Gletscherschliff	ледняковий виглад
Gletscherschutt	ледняковий груз
Gletscherschwankung	колибане ледняка
Gletscherspalte	леднякова щілина
Gletscherstillstand	постій ледняка
Gletschertisch	ледняковий стіл
Gletschertopf	ледняковий глек
Gletschertor	леднякові ворота
Gletschervorstoss	наступ, поступ ледняка
Gletscherwirkung	дїяльність ледняка
Gletscherzunge	ледняковий язик
Gliedersee	членне, річне озеро
Gliederung	розчленене
Gliederungskoeffizient	сочинник розчленення
Glimmer	лосняк
Glimmerschiefer	лосняковий лупак
Glimmersyenit	лосняковий сиеніт
Glint	ґлїнт
Glintsee	ґлїнтове озеро
Globigerinenschlamm	ґльобіґеріновий намул
Globulit	ґльобулїт
Gneiss zweiglimmeriger	дволосняковий ґнайс
Gneissglimmerschiefer	ґнайсовий лупак лосняковий

Digitized by Google

Golf	ґольф, залив
Golfstrasse	ґольфова вузина
Golfstrom	ґольфова струя
Golfstromtrift	ґольфовий дріфт
Graben	рів
Grabenebene	ровова рівня
Grabenkamm	рововий хребет
Grabensenkung	ровова западина
Grabensenkungstal	ровова западинна долина
Grabental	ровова долина
Grabenversenkung	рів, ровова западина
Gradient	ґрадієнт
Gradientföhn	ґрадієнтовий фен
Granat	ґранат
Grand	ґранд, жорства, ситець
Granit	ґраніт, жулавець
Granitit	ґранітіт
Granitporphyr	ґранітовий порфир
Granophyr	ґранофир
Granulit	ґранулїт
Graphit	ґрафіт
Grasbarre	лава трави
Grasebene	трависта рівня
Grat	грань, щитище
Graupeln	крупи
Grauwacke	сїра вака, сїровик*
Grenzabstand	гранична віддаль
Grenze	границя
Grenzentwicklung	розвиток границь
Grenzferne	віддаль границї
Grenzlänge	довжина границї
Grenzlinie	гранична лїнїя
Grenzprofil	граничний профіль
Grenzstrasse	граничний пролив
Grenzstreifen	гранична смуга
Grenzzone	гранична полоса
Grobkörnig	грубозернистий
Grösse	величина
Grossform	основна форма
Grund	дно
Grundeis	донний, подонний лїд, ледина

Digitized by Google

Grundform	основна форма, здіб
Grundfläche	основна верхня
Grundflächengrenze	границя основної верхні
Grundgebirge	основні, подонні гори
Grundlawine	сніговий сув
Grundmasse	основна маса
Grundmasseeinschluss	вприск основної маси
Grundmoräne	спідна, донна, подонна морена
Grundmoränenlandschaft	країна подонної морени
Grundmoränenwanne	ванна подонної морени
Grundschollengebirge	подонно-скибові гори
Grundwasser	заскірна, ґрунтова, почвенна, підземна вода
Grundwasserstand	стан заскірної води
Grundwasserstrom	струя заскірної води
Grundzirkulation	основна ціркуляція
Grünerde	зеленка
Grünstein	зеленець
Grünsteintrachyt	зеленцевий трахит
Gruppe	ґрупа, громада
Gruppengebirge	громадні гори
Grusbildung	творба грузу
Gürtel gemässigt sommerheisser	умірено-теплий пояс
Gürtel gemässigt sommerkühler	умірено-холодний пояс
Gürtel kalter	зимний пояс
Gürtel polarer	полярний, бігуновий пояс
Gürtel subtropischer	субтропічний пояс
Gürtel tropischer	тропічний, горячий пояс
Gyps dichter	збитий ґіпс
Gyps körniger	зернистий ґіпс
Gyps spätiger	грубозернистий ґіпс

H.

Haarfrost	сать
Haarhygrometer	волосний гиґрометер
Haarspalte	волосна щілка
Hafen	пристань, порт
Hafenarm	вбогий пристанями
Hafenreich	богатий пристанями
Hafenzeit	пристанний час

Digitized by Google

Haff	гаф
Haffküste	гафове побереже
Haffmündung	гафове усте
Hagel	град
Hagelkorn	градовина
Hagelschlag	градобит, градобите, градобищ
Hagelwolke	градовиця
Haken	гак
Hakenschlinge	силька
Halbinsel	півостров
Halbinsel abgegliederte	відчленений півостров
Halbinsel angegliederte	прилучений півостров
Halbinsel angelagerte	прилежний півостров
Halbinsel ausgelagerte	висунений півостров
Halbinsel eingelagerte	вложений півостров
Halbinsel mediterrane	середземний півостров
Halbinsel peripherische	окрайний, періферний півостров
Halbsekundenpendel	півсекундовий маятник
Hälleflinta	гелєфлінта
Haloidsalz	гальоід, солинець
Hals	шия, шийка
Halskuppe	шийний щовб
Hämatit	гематит, червоний желїзняк, желїзовець, желїзний блест, кровель
Hammada	гамада, скельна пустиня
Handlot	ручне грузило
Hangendes	стріп
Haufenwolke	клубиста хмара
Haufwerk loses	сукромий груз
Hauptfluss	головна ріка
Hauptgebirgsgürtel	головний гірський пояс
Hauptkammhöhe	головна хребтова висота
Hauptperiode	головний період
Hauptquelle	головне жерело
Hauptregenzeit	головна дощева пора
Hauptrinne	головна стїч
Hauptscheide	головний дїл
Hauptstrom	головна ріка
Haupttal	головна долина
Hauptwasserscheide	головний вододїл
Heberbarometer	лїваровий барометер

Digitized by Google

Hebung	двиг, піднесене, підношене, двигнене, піддвигнене
Hebung allmähliche	повільний двиг
Hebung plötzliche	нагальний двиг
Hebungsinsel	двигнений остров
Hebungsintensität	натуга, інтензія двигнена
Herbst	осінь
Herbstregen	осінний дощ
Herzynisch	герцинський
Heteromorph	гетероморфний
Heteropisch	гетеропний
Heterotherm	гетеротермний
Himmelsluft	небесний воздух
Hintergehänge	задна збіч
Hitze	жара, жарота, подуха; в проміжках дощу: припарок
Hochdruckgebiet	область високого тиску
Hochdruckzone	полоса високого тиску
Hochebene	високорівня
Hochfläche	височина, високоверхня
Hochflutsee	повінне озеро
Hochflutseebecken	заглубина повінного озера
Hochflutwanne	повінна ванна
Hochgebirgsland	високі, альпейські гори
Hochgebirgsgrat	альпейська грана
Hochgebirgsküste	високогірське побереже
Hochgebirgsland	альпейська верховина
Hochgebirgsschneide	альпейська брить
Hochgebirgsspitze	альпейський шпиль
Hochküste	високе побереже
Hochland	верховина, височина
Hochmoor	високе торфище
Hochmoorwanne	висока торфова ванна
Hochplateau	високе плято, високорівня
Hochsee	гірське озеро
Hochwasser	повінь, повідє, повідь, половідь, половідє, повновідє; високий стан води
Hochwasserstundenlinie	лінія рівночасного припливу
Hodograph	годоґраф
Hodometer	годометер
Höhe	висота

Digitized by Google

Höhe absolute	абсолютна, безвглядна висота
Höhe mittlere	середна висота
Höhe relative	релятивна, вглядна висота
Höhenklima	висотний клїмат
Höhenlage	висотне положене
Höhenmessung	помір висоти
Höhenstufe barometrische	барометричний ступень висоти
Höhenstufe thermische	термічний висотний ступень
Höhenunterschied	ріжниця висот
Höhle	печера, нора, пронора
Hohlebene	вглублена рівня
Höhlenbildung	творба печер
Höhlengang	печерний хід
Hohlform	вглублена форма, вглублене
Hohlscholle	вглублена скиба
Holm	гольм, заспа
Homöomorph	гомеоморфний
Homoseiste	гомосейста
Homotherm	гомотермний
Horizontalpendel	поземий маятник, колибень
Horizontalverschiebung	поземий пересув
Horizontglas	горізонтальний прозір
Hornblende	амфіболь, рогова свитня
Hornblendebasalt	амфіболевий базальт
Hornblendegneiss	амфіболевий ґнайс
Hornblendegranit	амфіболевий ґраніт
Hornblendeschiefer	амфіболевий лупак
Hornblendesyenit	амфіболевий сиеніт
Hornfels	рогова скала
Hornstein	роговик
Horst	гнїздище, горст, гнїздо
Horstgebirge	горстові, гнїздові гори
Horstkamm	горстовий хребет
Horsttal	горстова долина
Hügel	горб, холм, хом, бугор, белебень, горбок, холмець, хомець
Hügel aufgesetzter	насаджений горб
Hügelfuss	підхолме
Hügelig	горбистий, горбоватий
Hügelkuppe	горбовий щовб
Hügelland	горбовина, холмовина

Digitized by Google

Hügelland aufgesetztes	насаджена горбовина
Hügelland ausgearbeitetes	вироблена горбовина
Hügelrücken	горбовий хребет
Humus	гумус, порховина, порохнавка, порохнячка
Humusbildung	творба порховини
Humusboden	порховинна почва
Huronisch	гуронський
Hurrican	гураґан
Hydrographie	гидроґрафія
Hydroisotherme	гидроізотерма
Hydrologie	гидрольоґія
Hydrometer	гидрометер
Hygrometer	гиґрометер, в[illegible]ір
Hypersthen	гиперстен
Hypsographisch	гипсоґрафічний
Hypsoklinographisch	гипсоклїноґрафічний
Hypsometer	гипсометер
Hypsometrie	гипсометрія

I. J.

Jahresmittel	середне річне (число)
Jaspis	яспіс
Idiomorph	ідіоморфний
Ingressionsmeer	інґрессійне море
Injektion	інекція
Inklination	інклїнація, нахил, наклін
Inlandeis	ледовище, сухопутний, суховемний лїд
Inlanddüne	сухопутна, сухоземна надма
Innenküste	внутрішне побереже
Innenmoräne	внутрішна морена
Innenseite	внутрішна сторона
Insel	остров, висеп, виспа
Insel aufgesetzte	насаджений остров
Insel ausgearbeitete	вироблений остров
Insel binnenständige	осередочний остров
Insel festländische	континентальний остров
Insel klimatische	клїматичний остров
Insel kontinentale	континентальний остров
Insel küstennahe	прибережний остров

Digitized by Google

Insel ozeanische	океанічний остров
Insel randständige	окрайний остров
Insel schwimmende	пливучий остров
Insel temporäre	часовий остров
Insel ursprüngliche	первісний остров
Insel vulkanische	вульканїчний остров
Inselberg	островна гора
Inselbildung	творба островів
Inselguirlande	ґірлянда островів
Inselhafen	островна пристань
Inselhaufen	громада островів
Inselkette	ряд, ланц островів
Inselland	островна країна
Inselschnur	низка островів
Insulierung	островність
Insulosität	островистість, інзульозність
Insolation	інсоляція, насьвітлене
Intensität horizontale	позема інтензія, натуга
Intensität vertikale	прямова інтензія, натуга
Interkollin	межигірський
Interglazialzeit	міжледнякова, інтерґляціяльна доба
Intrusion	інтрузія, втручене
Intrusionskuppe	інтрузійний щовб
Intrusivgang	інтрузійний хід
Intrusivlager	інтрузійний поклад
Intrusivland	інтрузійна країна
Intusformationstheorie	інтусформаційна теорія
Inundationsbett	повінне русло
Inundationsgebiet	повінна область
Jochkamm	ярмовий гребінь
Jochpass	ярмовий провал
Jochrücken	ярмовий хребет
Irrlicht	блудило, блимавка, блудний огник*
Isamplitude	ізамплїтуда
Isanomale	ізаномаля
Isoanabase	ізоанабаза
Isobare	ізобара
Isobarenkarte	карта ізобар
Isobase	ізобаза
Isobathe	ізобата
Isochimene	ізохімена

Digitized by Google

Isodyname	ізодинама
Isogone	ізоґона
Isohyëte	ізогиета
Isohypse	ізогипса
Isoklinalfalte	ізоклїнальна фалда
Isoklinaltal	ізоклїнальна долина
Isokline	ізоклїна
Isonephe	ізонефа
Isorhachie	ізорахія
Isoseiste	ізосейста
Isostasie	ізостазія
Isothere	ізотера
Isotherme	ізотерма
Isothermenkarte	карта ізотерм
Isthmus	істм, перешийка
Jungeruptiv	молодо-вибуховий
Jura	юра

K.

Kainit	каініт
Kalium	калїй, потас
Kalkboden	вапниста почва
Kalkphyllit	вапнистий филїт
Kalkspath	вапняк, звесть, кальціт, вапнянець
Kalkstein	вапняк
Kalktuff	вапняний туф, травертин
Kalme	кальма, тишина, затише
Kältepol	бігун зимна
Kälterückfall	наворот зимна
Kames	камес
Kamin	комин
Kamm	хребет, гребінь
Kamm fiederförmig	пірястий хребет
Kamm strahlenförmig	проміняcтий хребет
Kammbasis	хребтова основа
Kammberg	гребінь
Kammer	комора
Kammgebirge	гребенні гори
Kammgehänge	хребтова збіч
Kammhöhe	хребтова висота

Digitized by Google

Kammlinie	хребтова, хребетна, гребенна лінія
Kammpass	хребтовий провал
Kammprofil	хребтовий профіль
Kammscheitel	вершина хребта
Kammscheitellinie	вершинна лінія
Kammwasserscheide	хребетний вододіл
Kanal	канал, протока
Kanalinsel	каналовий остров
Kanalküste	каналове побереже
Kanalriff	каналовий риф
Kanaltheorie	каналова теорія
Kante	грана, грань, гранка
Kantengeröll	гранчаста рінь
Kantengeschiebe	граняк
Kap	ріг
Kar	кар
Karbonat	углян
Kargletscher	каровий ледняк
Karnallit	карналіт
Karre	карра
Karrenbrunnen	каррова керниця
Karrenfeld	каррове поле
Karsee	карове озеро
Karstgebirge	красові гори
Karstlandschaft	красова країна
Karstphänomen	красове явище
Karstsee	красове озеро
Kartreppe	карові сходи
Karwanne	карова ванна
Kartometer	картометер
Kaskade	каскада, перебій, пробій
Katarakt	катаракт, поріг
Katavothre	катавотра, понор
Katotherm	катотермний
Kegel	стіг, стіжок
Kegel gemischter	мішаний стіжок
Kegel parasitischer	галапасний стіжок
Keilscholle	клинова скиба
Keilschollengebirge	клиново-скибові гори
Kentern (des Stromes)	перевернене, обернене

Digitized by Google

Keratophyr	кератофир
Kerbe	карб
Kern	ядро, черен
Kerngebirge	черенні гори
Kerngebirgskamm	черенний хребет
Kernzug	черенний шлях
Kersantit	керсантіт
Kessel	котел
Kesselbruch	кітловий лім
Kesselbruchtal	кітлово-лімна долина
Kesseleinbruch	кітловий влім
Kesselmulde	кітлова заглубина
Kesseltal	кітлова долина
Kesselwanne	кітлова ванна
Kette	пасмо, ланц, ланцух, ретязь
Kettengebirge	пасмові гори
Kettung	сполука
Keuper	кайпер
Kies	ситець; іскринець, колчадав
Kiesbank	ситцева лава
Kieselerde	кремінниця, кремінка
Kieselgestein	кремінна скала, кремяниця
Kieselgur	кремінична земля
Kieselschiefer	кремяний лупак, лїдіт
Kieswüste	ситцева пустиня
Klamm	клям
Klassifikation	клясіфікація, подїл*
Klause	клявза
Kleinform	дрібна форма
Kliff	клїф, обрив побережа
Kliffbrücke	клїфовий міст
Kliffgletscher	побережний ледняк
Kliffhöhle	клїфова печера
Kliffküste	клїфове побереже
Kliffpfeiler	клїфовий стовп
Klifftunnel	клїфовий тунель
Klima	клїмат, підсоне, піднебе
Klima äquatoriales	рівниковий клїмат
Klima arktisches	арктичний клїмат
Klima mathematisches	математичний клїмат
Klima physisches	фізичний клїмат

Digitized by Google

Klima solares	сонїчний, солярний клїмат
Klima tropisches	тропікальний клїмат
Klimaänderung	зміна клїмату
Klimagebiet	клїматична область
Klimagürtel	клїматичний пояс
Klimaprovinz	клїматична країна
Klimaregion	клїматичний реґіон
Klimaschwankung	колибане клїмату
Klimaschwankung periodische	періодичне колибане клїмату
Klimaschwankung säkuläre	вікове колибане клїмату
Klimaschwankung unperiodische	неперіодичне колибане клїмату
Klimawechsel	переміна клїмату
Klimatisch	клїматичний
Klimatologie	клїматольоґія
Klimatypus	тип клїмату
Klinometer	клїнометер
Klippe	скеля, скала, скалиця, рипа
Klippenbrandung	скельний погій
Klippeninsel	скельний остров
Kluft	щілина, дуча, дучка, дучей, дучейка
Kluftbildung	творба щілин
Klufthöhle	щілинна печера
Kluftwasser	щілинна вода
Kniefalte	колїнова фалда
Knistersalz	тріскучка
Knoten hydrographischer	гидроґрафічний узел
Knotenschiefer	узловатий лупак
Kochsalz	кухонна сіль
Kochthermometer	термометер кипіня
Kohle	уголь
Kohlensäuerling	буркут
Kohlensäure	угляна кислота
Kolk	плесо, тоня, яма, вибоїна, бадоня, притоня
Kombinationsflut	комбінаційний прилив
Kombinationstiden	комбінаційні времена
Kompakt	компактний, збитий
Kompass bergmännischer	гірняцький компас
Kompensationsstrom	компензаційна струя
Kondensation	кондензація, згущене
Kondensationsniveau	кондензаційний позем

Digitized by Google

Konglomerat	зліпняк, конґльомерат
Konkretion	конкреція
Konstante barometrische	барометрична константа, стала
Kontakthülle	контактова оболока
Kontaktmetamorphose	контактова метаморфоза, метаморфоза зіткненя
Kontaktmineral	контактовий мінерал
Kontinent	континент, цілина, суша, часть сьвіта
Kontinentalabdachung	континентальний склін
Kontinentalabhang	континентальна збіч
Kontinentalblock	континентальний пень
Kontinentaldüne	сухопутна надма
Kontinentalformation	континентальна формація
Kontinentalgebiet	континентальна область
Kontinentalgestade	континентальна береговина
Kontinentalinsel	континентальний остров
Kontinentalküste ausgeglichene	вирівняне континентальне побереже
Kontinentalplateau	континентальне плято
Kontinentalschlamm	континентальна намула
Kontinentaltafel	континентальна плита
Kontinentalzone	континентальна полоса
Kontraktion	корчене, контракція
Kontraktionstheorie	контракційна теорія
Kopf	голова (лавиці)
Kopje	копе
Korallenbau	коралева будівля
Koralleninsel	коралевий остров
Korallenkalk	коралевий вапняк
Korallenriff	коралевий риф
Korallenriffküste	коралеве побереже
Korallenriffwanne	коралева ванна
Korallensand	коралевий пісок
Korallenschlamm	коралевий намул
Korallenschuttsee	коралеве озеро
Korrasion	корразія
Korrasionsbecken	корразійна заглубина
Korrosion	коррозія, згризане*
Korrosionswanne	коррозійна ванна
Korund	корунд
Krater	кратер
Krater parasitisches	галапасний кратер

Digitized by Google

Kraterboden	кратерове дно
Kraterbucht	кратерний залив
Kraterhafen	кратерова пристань
Kraterinsel	кратеровий остров
Kraterkuppe	кратерний щовб
Kratersee	кратерне озеро
Kraterwanne	кратерова ванна
Kreide	крейда, опока
Kreideboden	білиця, румошина
Kreislauf	круговорот, кружене, кругобіг
Kreuzschichtung	перехресне верствоване
Kristallinisch	кристальний
Kristallit	кристаліт
Kristallskelett	скелет кристалу
Kruste	кора, шкаралуща
Krustenbewegung	рух кори
Krustenbildung	творба кори
Krustenhöhe	висота кори
Krustenriff	користий риф
Krustenteil	частиця кори
Kryptodepression	криптодепресія
Kryptovulkanismus	криптовульканїзм
Kugelblitz	кулиста лискавка, перун
Kulm	кульм
Kulminationsgebiet	кульмінаційна область
Kulminationspunkt	кульмінаційна точка
Kulturboden	культурна почва
Kumulativ	кумулятивний, збірний
Kupfererz	мідний крух
Kupferschiefer	мідний лупак
Kuppe	щовб; стрімкійший: головатень, маґура
Kuppelstruktur	копулиста будова
Kuppelwölbung	копулистий звід
Kuppengebirge	щовбисті гори
Kurve bathygraphische	батиґрафічна кривина
Kurve hypsographische	гипсоґрафічна кривина
Kurve hypsoklinographische	гипсоклїноґрафічна кривина
Kurve klinographische	клїноґрафічна кривина
Küste	побереже, возморе, приморе
Küste ansteigende	підступаюче побереже

Digitized by Google

Küste diskordante	неагідне побереже
Küste gebuchtete	розчленене побереже
Küste gelappte	пошматоване побереже
Küste glatte	гладке побереже
Küste grossbuchtige	великозаливне побереже
Küste kleinbuchtige	дрібнозаливне побереже
Küste konkordante	згідне побереже
Küste reichgegliederte	добре розчленене побереже
Küste strandlose	безпосередне побереже
Küste ungegliederte	нерозчленене побереже
Küstenablagerung	побережне відложенє
Küstenabstand	побережна віддаль
Küstendepression	побережна депресія
Küstendüne	побережна надма
Küstenebene kontinentale	континентальна побережна рівня
Küstenebene litorale	літоральна побережна рівня
Küstenebene marine	морська побережна рівня
Küsteneinschnitt	вріз побережа
Küstenentwicklung	розвиток побережа
Küstenerosion	побережна ерозія
Küstenfluss	побережна ріка
Küstengliederung	розчленене побережа
Küstenhalbinsel	побережний півостров
Küsteninsel	побережний остров
Küstenkamm	побережний хребет
Küstenkarte	карта побережа
Küstenlagune	побережна ляґуна
Küstenland	поморє
Küstenlänge	довжина побережа
Küstenlinie	побережна лінія
Küstennebel	побережна мрака, туман
Küstensaum	рубець побережа, возморє
Küstenschutz	охорона берегів
Küstensee	побережне озеро
Küstensenkung	обниженє, западанє побережа
Küstenstrasse	побережний пролив
Küstenstrom	побережна струя
Küstenterrasse	побережна тераса
Küstenversetzung	переміщенє побережа
Küstenvorsprung	виступ, причілок побережа
Küstenwalll	побережний вал

Digitized by Google

Küstenwanne	побережна ванна
Küstenzone	побережна полоса

L.

Labialeruption	лабіяльний вибух
Labil	хиткий
Labradorit	лябрадоріт
Lache	трясавиця, топило, топилище, трясовина
Lage	положене
Lager	поклад
Lagergang	покладний хід, хідня
Lagerstätte	поклад
Lagerung	уложене
Lagerung diskordante	незгідне уложене
Lagerung durchgreifende	перехватне, перешибне уложене
Lagerung gleichförmige	одностайне уложене
Lagerung klippenförmige	скелисте уложене
Lagerung konkordante	згідне уложене
Lagerung übergreifende	наверхне уложене
Lagerung ungleichförmige	неодностайне уложене
Lagerungsform	лежба, форма уложеня
Lagune	ляґуна
Lagunenhafen	ляґунова пристань
Laguneninsel	ляґуновий остров
Lagunenküste	ляґунове побереже
Lahne	лявіна
Lahngang	лявіновий шлях
Lakkolith	лякколїт
Lakustrin	озерний
Land	суша, сухоземле, суходоле, сухопутє
Landblock	пень суші
Landenge	перешийка, істм, перекоп, шийка
Landerhebung	взнесене, видвигнене суші
Landfestigkeit	приналежність до суші
Landfläche	верхня суші
Landgewinn	приріст суші
Landhalbkugel	сухопутна півкуля
Landhöhe	висота суші
Landklima	континентальний, сухоземний клїмат

Digitized by Google

Landlöss	сухоземний лес
Landmasse	маса суші
Landoberfläche	поверхня суші
Landschaft ausgereifte	доспіла країна
Landschaft glaziale	ґляціяльна країна
Landschwelle	порожище, поземельний поріг
Landsee	озеро
Landsenke	поземельна заглубина
Landspitze	ріг, кінчик суші
Landstufe	поземельний ступень
Landverlust	втрата суші
Landwind	сухоземний вітер
Längsbeben	повздовжний землетрус
Längsbruch	повздовжний лім
Längsbruchtal	повздовжна лімна долина
Langschollengebirge	довгоскибові гори
Längsfurche	повздовжна борозда
Längsgliederung	повздовжне розчленене
Längshorst	повздовжне гніздище
Längsinsel	повздовжний остров
Längskamm	повздовжний хребет
Längskurve	повздовжна кривина
Längsküste	повздовжне побереже
Längsprofil	повздовжний профіль
Längsscholle	повздовжна скиба
Längsspalte	повздовжна щілина
Längsstrasse	повздовжний пролив
Längsstrom	повздовжна ріка
Längsstufe	повздовжний ступень
Längstal	повздовжна долина
Längsverwerfung	повздовжний лім
Lapilli	ляпілї, вульканїчна жорства
Lateral	бічний
Laterit	латеріт
Laufveränderung	зміна течви
Lauwarm	лїтеплий
Lava	лява
Lavadammwanne	лявова ванна
Lavadecke	лявова крівля
Lavaherd	горнище ляви
Lavahöhle	лявова печера

Digitized by Google

Lavastrom	струя лави
Lavastromsee	лявове озеро
Lavavulkan	лявовий вулькан
Lavawanne	лявова ванна
Lawine	лявіна
Lawinenkegel	лявіновий стіжок
Lehm	глина, глей, глий
Lehmabsatz	глинястий осад
Lehmboden	глиняста почва, суглинок
Leithe	облаз
Leitlinie	провідна лінія
Letten	ил, глей
Lettig	гливкий
Leucit	левціт
Leucitbasalt	левцітовий базальт
Leucitit	левцітіт
Leucitophyr	левцітофир
Lias	ліяс, чорний юра
Liegendes	лежень
Liman	лиман
Limanhafen	лиманова пристань
Limaninsel	лимановий остров
Limanküste	лиманове побереже
Limburgit	лімбурґіт
Limmatisch	ліматичний
Limnologie	лімнольоґія
Liparit	ліпаріт
Liparitpechstein	ліпарітовий смолич
Liparitperlit	ліпарітовий перлинець
Lithoidit	літоідіт
Lithologie	літольоґія
Lithophyse	літофиза
Litoralzone	літоральна полоса
Longitudinaltal	повздовжна долина
Löss	лес, суглинок
Lössregion	лесова область
Lössterrasse	лесова тераса
Lösswanne	лесова ванна
Lösung	розпущене, розпускане
Lösungsrücksland	останок розпущеня
Lösungswanne	ванна розпущеня

Digitized by Google

Lotapparat	грузильний прилад
Lötrohrapparat	паялка
Lücke	прогалина, розгрань, проміжка
Lückendurchbruch	прогалинний пролом
Lückenpass	прогалинний провал
Luft	воздух
Luftdruck	воздушний тиск, тиснене
Luftdruckabnahme	уйма, менчане воздушного тиску
Luftdruckmaximum	барометрична звижка
Luftdruckminimum	барометрична знижка
Luftfeuchtigkeit	воздушна вохкість
Lufthülle	воздушна оболока, овія
Luftsattel	воздушне сїдло
Luftschicht	воздушна верства
Luftspiegelung	зеркалене, мана
Luftstrom	воздушна струя
Luftstrom absteigender	зіступаюча воздушна струя
Luftstrom aufsteigender	підступаюча воздушна струя
Luftströmung	воздушна струя
Lufttemperatur	температура воздуха
Luftthermometer	воздушний термометер
Luftwirbel	воздушний вир
Lydit	лїдіт

M.

Mäander	меандер, закрут
Mäander beweglicher	рухомий меандер
Mäander eingesenkter	врізаний меандер
Mäander gezwungener	примусовий меандер
Mäandertal	меандрова долина
Maar	маар
Mächtigkeit	товщина, могутність
Magma	маґма
Magmabewegung	маґмовий рух
Magnesium	маґн
Magnetit	маґнетит, маґнетний желїзняк
Malm	мальм
Mandel	мікдал
Mandelsteinstruktur	мікдалцева структура
Mangan	манґан

Digitized by Google

Mareograph	мареоґраф
Marmor	мрамор
Maskaret	маскарет
Masse	маса
Massenausbruch	масовий вибух
Massenbewegung	масовий рух
Massendefekt	масовий дефект
Massenerhebung	масове взнесене
Massengebirge	масові гори
Massengestein	масова скала
Massentransport	масове переміщене
Massiv	массів
Mattengebirge	полонинні гори
Maximalböschung	максімальний похил
Maximumthermometer	максімальний термометер
Maximalzone	максімальна полоса
Meer	море
Meerbusen	лукоморе, затока
Meereis	морський лїд
Meerenge	вузина, пролив
Meeresboden	морське дно
Meeresbucht	морський залив
Meeresgrund	морське дно
Meereshöhe	безглядна висота
Meeresküste	морське побереже
Meeresleuchten	сьвічене моря
Meeresniveau	позем моря
Meerespforte	морські ворота
Meeresraum	морський простір
Meeresrest	останок моря
Meeressalz	морська сіль
Meeressediment	морський осад
Meeresspiegel	зеркало, уровень, позем моря
Meeresstrasse	вузина, пролив
Meeresstrassendurchbruch	вузинний пролом
Meeresströmung	морська струя
Meerestiefe	морська глубина
Meerestor	морські ворота
Meeresvolumen	обем моря
Meereswelle	морська филя, хвиля
Meerferne	морська віддаль

Digitized by Google

Meerhalde	морський насип
Meerwasser	морська вода
Melaphyr	меляфир
Melilithbasalt	мелїлїтовий базальт
Mergel	рухляк, опока, мерґель*
Mergelboden	румошина, рухлякова почва
Meridian magnetischer	маґнстний полуденник
Meridionalstrom	полуденникова, мерідіональна струя
Mesotherm	мезотермний
Mesozoisch	мезозойський
Metamorphisch	метаморфний
Metamorphismus	метаморфізм
Methode	метода
Meteorologie	метеорольоґія
Meteorwasser	метеорична вода
Mikrofelsit	мікрофельзіт
Mikrogranit	мікроґранїт
Mikroklin	мікроклїн
Mikrolith	мікролїт
Mikroseismisch	мікросейсмічний
Mikroskop	мікроскоп, дрібновид*
Mineral	мінерал
Mineralquelle	мінеральне жерело
Minerogen	мінероґенний
Minette	мінета
Minimumthermometer	мінїмальний термометер
Miozän	міоцен
Mistral	містраль
Mitteldevon	середний девон
Mittelgebirge	середні гори
Mittelgebirgsland	середна верховина
Mittelgebirgsküste	середногористе побереже
Mittelkörnig	середнозернистий
Mittellauf	середна течва
Mittelmeer	середземне море
Mittelmoräne	середна морена
Mitteltiefe	середна глубина
Mittelwasser	середний позем води
Mittelwert	середна вартість
Mofette	мофета
Moment magnetischer	маґнетний момент

Digitized by Google

Monatsmittel	середне місячне (число)
Monatstemperatur mittlere	середна місячна температура
Mondhof	слоя, місячний двір, домісячний круг
Monogen	моноґенний
Monoklinalbruchtal	моноклїнальна лімна долина
Monoklinalfalte	моноклїнальна фалда
Monoklinalfaltenland	моноклїнальна фалдова країна
Monoklinalkamm	моноклїнальний хребет
Monoklinalschollenland	моноклїнальна скибова країна
Monoklinalschuppenland	моноклїнальна лускова країна
Monoklinaltal	моноклїнальна долина
Monsun	монсун
Monsungebiet	монсунова область
Monsunströmung	монсунова струя
Moor	руда, торфище
Moorboden	рудавина
Moorsee	рудавинне озеро
Moräne	морена
Moränendammsee	моренно-греблеве озеро
Moränendammwanne	моренно-греблева ванна
Moränenlandschaft	моренна країна
Moränensee	моренне озеро
Moränenwallsee	моренно-валове озеро
Moränenwanne	моренова ванна
Morphographie	морфоґрафія
Morphologie	морфольоґія
Morphometrie	морфометрія
Muhr	мур
Mulde	лотка, корито; синклїналя
Muldenfalte	синклїнальна фалда
Muldenfluss	синклїнальна, лоткова ріка
Muldenkern	лоткове ядро
Muldenlinie	лоткова лїнія
Muldensenke	лоткова западина
Muldental	синклїнальна долина
Muldenwanne	лоткова ванна
Muldenwendung	лотковий зворот
Mündung	усте, уход, горло, гирло (в лимані)
Mündung offene	отверте усте
Mündung verschleppte	переміщене усте
Mündungsbarre	устева лавиця

Digitized by Google

Mündungssee	устеве озеро
Mündungstrichter	устева лійка
Muskovit	мусковіт
Muskovitgneiss	мусковітовий ґнайс
Muskovitgranit	мусковітовий ґраніт
Muskovitschiefer	мусковітовий лупак
Muschelkalk	скальчак, мушлевий вапняк
Mutterlauge	подонка, зола

N.

Nachfolgefluss	наслїдна, субсеквентна ріка
Nachfolgetal	наслїдна, субсеквентна долина
Nadas	надаси
Nagelfluh	моляса, бриляк
Natrium	натрій, сод
Natronsalpeter	содова салїтра
Naturbrücke	природний міст
Naturschacht	природна дуча
Nebel	мрака, туман, мрак, имла, мряч, мрячня
Nebenfluss	притока
Nebengezeiten	побічні времена
Nebenmeer	побічне море
Nebenmond	побічний місяць
Nebenregenbogen	побічна веселка
Nebensonne	побічне сонце
Nebenscheide	побічний дїл
Nebental	побічна долина
Neerstrom	відгилена струя
Nehrung	коса, пересип
Neigungswinkel	кут нахилу
Nekton	нектон
Neocom	неоком
Neozoisch	неозойський
Nephelin	нефелїн
Nephelinbasalt	нефелїновий базальт
Nephelinit	нефелїніт
Nephrit	нефріт
Neuland	новизна
Nevadit	невадіт

Digitized by Google

Niederschlag	опад, осадка
Niederschlagshöhe	висота опаду
Niederschlagsmenge	скількість опаду
Niederschlagssee	опадове озеро
Niederung	низ, низовина, низина, понизє, поліг, низень, низкоділ, низота
Niedrigwasser	маловідє, низкий водостан
Nimbus	німб, дощева хмара
Nippflut	низкий прилив
Nipptiden	низкі времена
Niveau	позем, уровень
Niveaudifferenz	ріжниця позему
Niveauschwankung	колибанє позему
Niveauveränderung	зміна позему
Nivellement	нівеляція
Nordlicht	північне сяєво, заря, прóміти
Nordpunkt magnetischer	маґнетна північна точка
Nordwind	північний вітер, буйнистер (?)
Norit	норит
Normalfalte	нормальна фалда
Normalgefälle	нормальний спад
Normalgefällskurve	кривина нормального спаду
Normalnull	нормальна зерова, нулева точка
Normalrichtung	нормальний напрям
Normaltal	нормальна долина
Normaltemperatur	нормальна температура
Nullpunkt	зерова, нулева точка

O.

Oase	оаза
Oberdevon	горішний девон
Oberfläche	поверхня, наповерхня
Oberflächenareal	обсяг поверхнї
Oberflächenentwicklung	розвиток поверхнї
Oberflächenform	форма, подоба поверхнї
Oberflächengeologie	полева ґеольоґія
Oberflächengeschwindigkeit	поверхна скорість
Oberflächengrenze	поверхна границя
Oberflächenmoräne	поверхна, верхна морена
Oberflächenströmung	поверхна струя

Digitized by Google

Oberflut	горішний прилив
Oberkarbon	горішний карбон
Oberkreide	горішна крейда
Oberlauf	горішна течва
Obersilur	горішний сілюр
Obsidian	обсідіян
Oligoklas	олїґокляс
Oligozän	оліґоцен
Olivin	олївін
Ombrometer	омброметер
Ooser	озери
Opal	опаль
Orbitalbewegung	орбітальний рух
Orgel geologische	ґеольоґічний орґан
Orkan	оркан
Orographie	ороґрафія
Orologie	орольоґія
Orometrie	орометрія
Orthoklas	ортокляс
Orthoklasporphyr	ортоклязовий порфир
Ortstein	злїпинець
Ostwind	східний вітер, востоковець
Owrag	яруга, дебра, балка
Ozean	океан
Ozeanographie	океаноґрафія
Ozeanologie	океанольоґія

P.

Packeis	збитий лїд
Paläozoisch	палєозойський
Paleozän	палєоцен
Pantellerit	пантелєріт
Paragonitschiefer	параґонїтовий лупак
Paralometrie	паральометрія
Parasitisch	галапасний
Pass	провал, присліп, перевал
Passat	пассат
Passatgürtel	пояс пассатів
Passattrift	пассатний дріфт
Passatzone	пассатна полоса

Digitized by Google

Passdurchgang	(провальний) перехід
Passfurche	провальна борозда
Passlinie	провальна лінія
Passsee	провальне озеро
Passübergang	(провальний) перехід
Passwanne	провальна ванна
Pechstein	смолич
Pechsteinporphyr	смоличевий порфир
Pedometer	педометер
Pegel	водомір
Pegmatit	пеґматіт
Pelagisch	пеляґічний
Pelit	пеліт, глиняк, иловець
Peneplain	пенеплена
Pericentrisch	періцентричний
Peridotit	перідотіт
Periklinal	періклінальний
Periode	період
Periodizität	періодичність
Perlit	перліт, перлинець
Perlstein	перлинець
Permanenz	перманентність
Permisch	пермський
Petrographie	петроґрафія
Pfanne	панва, сковорода
Pfannenmeer	панвове море
Pflanzenphänologie	ростинна фенольоґія
Pforte	ворота
Pfuhl	плесо
Pfühl (Söll)	вікно
Pfütze	ковбаня, баюра
Phänologie	фенольоґія
Phiolenbarometer	грушковий барометер
Phonolith	фоноліт
Phosphat	фосфат, фосфоран
Phosphor	фосфор
Phyllit	филіт, пралупак
Phytophor	фитофорний
Pikrit	пікріт
Pikritporphyrit	пікрітовий порфиріт
Pilzfelsen	гриб-скала

Digitized by Google

Piperin	перчина, піперін
Plagioklas	пляґіокляс
Plagioklinal	пляґіоклїнальний
Planation	плянація
Plankton	плянктон
Planimeter	пляніметер
Plastik	плястика
Plastizität	плястичність
Plateau	плято, плоскогірє
Plateaugebirge	плосковерхні гори
Plateaugletscher	височинний ледняк
Plateauklima	височинний клїмат
Plateaustrom	височинна ріка
Platte	плита
Plattenkamm	плитовий хребет
Plattenküste	плитове побереже
Plattenlava	плитова лява
Plattform	плятформа
Plattscholle	плитова скиба
Plattschollengebirge	плитово-скибові гори
Platzregen	злива, плова, плава, навальниця, сплав, сплюща
Playa	пляя, долинне рінище
Pleistoseiste	плїстосейста
Pleistozän	плїстоцен
Pliozän	пліоцен
Pluvialzeit	плювіяльна доба
Poikilotherm	пойкільотермний
Point	позадний щовб, заверше; на побережах: причілок
Pol magnetischer	маґнетний бігун
Polargletscher	полярний ледняк
Polarlicht	полярне, бігунове сяєво, сьвітло, заря
Polarnebel	полярна мрака
Polarseite	полярна сторона
Polarstrom	полярна, бігунова струя
Polder	польдер
Polje	польє
Poljensee	польєве озеро
Polierschiefer	трипля, полїрник
Polygen	поліґенний

Digitized by Google

Ponor	понор
Pororoca	пороpока
Porös	поруватий, дїркастий
Porphyr	порфир, багрин
Porphyrisch	порфировий
Porphyrit	порфиріт, багринець
Porzellanerde	порцелянка, каолїн
Potamologie	потамольоґія
Prärie	прерія
Pressung	давлене, тиснене
Primär	первичний
Profilfläche	профільна верхня
Propylit	пропилїт
Proterobas	протеробас
Protogingneiss	протоґіновий ґнайс
Psammit	псаміт, пісчак
Psephit	псефіт, бриляк
Pseudoklippe	сповидна скалиця
Psychrograph	психроґраф
Psychrometer	психрометер, вохкомір
Pteropodenschlamm	птероподовий намул
Pulsation	пульзація, дроганє
Puszta	пуста
Pyramidengeschiebe	тригранак, тригранчак
Pyrit	пиріт, кресень
Pyroxen	пироксен
Pyroxenit	пироксеніт

Q.

Quarz	кварц
Quarzit	кварцит
Quarzitschiefer	кварцитовий лупак
Quarzporphyr	кварцовий порфир
Quarzsand	кварцовий пісок
Quarztrachyt	кварцовий трахит
Quecksilber	ртуть, живе срібло
Quecksilberbarometer	ртутний барометер
Quecksilbererz	ртутний крух
Quelle	жерело, родник
Quelle absteigende	зіступаюче жерело

Digitized by Google

Quelle aufsteigende	підступаюче жерело
Quellbildung	творба жерел
Quellfluss	жерельна ріка, струя
Quellgebiet	верхіве, жерельна область; криничина
Quellkuppe	пучнявий щовб
Quellmoor	жерельне багно, руда
Quellöffnung	головниця
Quellsee	жерельне озеро
Quelltopf	вікно
Quelltrichter	жерельна кітловина
Quelltümpel	жерельна ковбаня
Querbeben	поперечний землетрус
Querbruch	поперечний лім
Querfurche	поперечна борозда
Quergliederung	поперечне розчленене
Querhorst	поперечне гнїздище
Querinsel	поперечний остров
Querküste	поперечне побереже
Querprofil	поперечний профіль
Querscholle	поперечна скиба
Querspalte	поперечна щілина
Querstrasse	поперечний пролив
Querstrom	поперечна ріка
Querstufe	поперечний ступень
Quertal	поперечна долина, перенизина; мала: розтічка
Querverbindungsfurche	поперечна борозда
Querverwerfung	поперечний лім
Querwasserscheide	поперечний вододїл

R.

Radialspalte	проміняста щілина
Randebene	окрайна рівня
Randfaltung	окрайне фалдоване
Randfluss	окрайна ріка
Randgebirge	окрайні гори
Randinsel	окрайний остров
Randmeer	окрайне море
Randsee	окрайне озеро
Randsenke	окрайна западина

Digitized by Google

Randspalte	окрайна, бережна щілина
Rapakiwi	рапаківі
Rauhfrost	сать, иней, инь
Ravin	охабище
Rechtswanderung	перте в право
Reduktion	редукція, зведенє
Reduktionsfaktor	редукційний чинник
Reede	рейд
Reexkavation	реекскавація, вижолобленє
Reflexion	рефлєксія, відбитє
Refraktometer	рефрактометер
Regelation	реґеляція
Regen	дощ
Regenarmut	бездощість
Regenbogen	веселка, дуга (веселиця, веснівка, вислиця)
Regenfall	пад дощу, дощопад
Regenguss	лїя, злива
Regenhäufigkeit	частість дощу
Regenhöhe	висота дощу
Regenkarte	дощева карта
Regenmenge	скількість дощу
Regenmesser	дощомір
Regenregion	дощева область
Regenwahrscheinlichkeit	ймовірність дощу
Regenwolke	дощева хмара
Regenzeit	дощева пора, слота
Region klimatische	клїматичний реґіон, область
Regionalmetamorphismus	реґіональний метаморфізм
Regressionstheorie	реґресійна теорія
Regur	реґур
Reibungsbreccie	розтертий окришник
Reibungsspiegel	розтерте зеркало
Reibungswiderstand	опір тертя
Reif	иней, инь, серень, шержень
Reife	доспілість
Rekonstruktionsform	реконструкційна, відбудована форма, подоба
Relaisbeben	наслїдний землетрус
Reliktensee	реліктове, злишкове озеро
Reversionssee	реверзійне озеро

Digitized by Google

Rhät	рет
Rhombenporphyr	ромбовий порфир
Rhyolith	риолїт
Rias	ріяс
Riasbucht	ріясовий залив
Riashafen	ріясова пристань
Riasinsel	ріясовий остров
Riasküste	ріясове побереже
Richtkraft magnetische	маґнетна напрямна сила
Riegelstufe	перегородний ступень
Rieseln	журчати, джурчати
Riesenkessel	котел велитнїв
Riesentopf	глек велитнїв
Riff	риф, рипа, слудва
Riffbau	будова рифу
Riffinsel	рифовий остров
Riffkanal	рифовий канал
Riffküste	рифове побереже
Riffwanne	рифова ванна
Rindenverschiebung	пересунене кори
Ringwall	окільний вал
Rinne	жолобина, жолоб, корито
Rinnsal	водостеч, стїч, стік, протік
Rippe	ребро
Rogenstein	ікринець
Roller	бовван
Rollstein	ріняк, градівка
Rosenkranzsee	чоткове озеро
Rostgebirge	ґраткові гори
Rotation glaziale	ґляціяльна ротація
Rotatorisch	ротаторний, оборотовий
Rotliegendes	червоний лежень
Rücken	хребет
Rückenberg	хребтова гора
Rückenfläche	хребтова верхня
Rückengebirge	хребетні гори
Rückenwanne	хребтова ванна
Rückfallkuppe	позадний щовб, завершє
Rückland	затилє, задище
Rücklandsebene	затильна рівня
Rücklandssenke	затильна западина

Digitized by Google

Rückstau	запір, сперте
Rückstauebene	запірна рівня
Rumpf	кадовб
Rumpffläche	кадовбова верхня
Rumpfgebirge	кадовбові гори
Rumpfgliederung	розчленене кадовба
Rumpfhorst	кадовбове гнїздище
Rumpflandschaft	кадовбова країна
Rumpfschollengebirge	кадовбово-скибові гори
Rundbucht	круглий залив
Rundhöcker	кругляк, баранячий лоб
Rundhöckerlandschaft	круглякова країна
Runse	ложбина, жолоб, дебра, яруга
Rutil	рутіль
Rutschstreifen	усувна смуга
Rutschung	усув, завязь, засова, завеэлиско

S.

Sacktal	глуха долина
Sägenkamm	пилистий хребет
Saiger	коміть уложений
Salband	верхня покладу, зальбанд
Salzboden	солончак, солонець
Salzgehalt	вмність соли
Salzgehaltskonstante	константа засоленя
Salzkruste	соляна шкаралуща
Salzlecke	солище
Salzquelle	солонка, солянка
Salzsee	солоне озеро
Salzseebecken	солоно-озерна заглубина
Salzsteppe	солоний степ
Salzsudwerk	жупа
Sammelbecken	збірна заглубина
Sammelfluss	збірна ріка
Sammelrinne	збірна стіч
Sainmelscheide	збірний дїл
Samum	самум
Sand	пісок
Sand vulkanischer	вульканїчний пісок
Sandbank	пісчана лава

Digitized by Google

Sandboden	супісок, пісковина
Sanddüne	пісчана надма
Sandfläche	пісковище, пісковиця
Sandkorn	пісчинка
Sandr	зандр
Sandstein	пісковець, пісковик
Sandsteppe	пісчина, пісчуга
Sandsturm	пісчана метіль
Sandwüste	пісчана пустиня
Sanidin	санідін
Sastrugi	заспи, завали
Sattel	сїдло
Sattelbiegung	сїдлове вигненє
Sattelfalte	сїдлова фалда
Sattelhöhe	сїдлова висота
Sattelkern	сїдлове ядро
Sattellinie	сїдлова лїнїя
Sattelpass	сїдловий провал, присліп
Satteltal	сїдлова долина
Sattelwendung	сїдловий зворот
Sättigungsdefizit	недоїмка засиченя
Sättigungszustand	стан засиченя
Säuerling	буркут
Sauerstoff	кисень
Saumfluss	окрайна ріка
Saumpfad	плай
Saumriff	окрайний риф
Saumtal	окрайна долина
Sawyer	пливучий остров
Scala Beaufortsche	скаля Бофора
Schaaren	побережні вали
Schacht	закіп, шахта
Schalenstruktur	чашева структура
Scharte	щербина, щерба, прочерть, вищерб, щербок; провалина, провале, проваль
Schartenpass	щербинний провал
Schartung mittlere	середне вищерблене
Scharung	згорненє
Schattenseite	відсонїчна сторона
Schattentemperatur	температура в тїни

Digitized by Google

Schaumig	пінистий
Scheide	діл, переділє
Scheideflanke	діловий склін
Scheidegebirge	ділові гори
Scheidetal	ділова долина
Scheidewand	крома
Scheitel	вершина
Scheitelfläche	вершинна верхня
Scheiteltal	вершинна долина
Scheitelwert	верхня вартість
Schelf	шельф
Schenkel	рамя
Schenkelfluss	раменна ріка
Schermküste	шермове побереже
Scheuerstein	пошрамлений камінь
Schichte	верства, слій, пласт, поклад
Schicht neutrale	неутральна верства
Schichtenaufrichtung	підведенє верстов
Schichtenbau	будова верстов
Schichtenfaltung	фалдованє верстов
Schichtenfolge	ряд, серія верстов
Schichtengruppe	ґрупа верстов
Schichtenkomplex	комплекс верстов
Schichtenkopf	лоб верстви
Schichtenneigung	нахил верстов
Schichtenprofil	профіль верстов
Schichtenreihe	ряд верстов
Schichtensystem	система верстов
Schichtenverband	звязь верстов
Schichtenverdrückung	здавленє, стисненє верстов
Schichtenverquetschung	роздавленє верстов
Schichtfläche	верхня верстви
Schichtfuge	пага, цілка, видолоба верстви
Schichtgestein	верствова, пластова скалина
Schichtquelle	верствове жерело
Schichtstufengebirge	верствово-степенні гори
Schichtstufenlandschaft	верствово-степенна країна
Schichtstufensenke	верствово-степенна западина
Schichtstufensystem	верствово-степенна система
Schichttafelland	верствова тафля
Schichtungstafelland	верствова тафля

Digitized by Google

Schichtvulkan	верствовий вулькан, стратовулькан
Schichtwolke	смугова, димна хмара
Schiefer	лупак
Schieferton	илак, иловий лупак, глиняк
Schieferung falsche	сповидна, неіста лупність
Schieferung transversale	поперечна лупність
Schiffahrtsküste	мореплавне побереже
Schimmer	блеск, посьвіт
Schirmriff	стріховий, шапковий риф
Schlacke	жужля, жужелиця
Schlackenkegel	жужлевий стіжок
Schlackig	жужлястий
Schlamm	намула, намул, наміл, міль, мул, мулавина, збрідь
Schlammbank	замулок
Schlammführung	несенє намули
Schlammgehalt	зміст намули
Schlammmenge	скількість намули
Schlammkraterwanne	болотяно-вульканїчна ванна
Schlammsprudel	болотяний виприск
Schlammstrom	болотяна струя
Schlammvulkan	болотяний вулькан
Schlangenblitz	ужовата лискавка
Schleppung	волок
Schleuderthermometer	пращевий термометер
Schlick	глей, міль, грязь
Schliere	шлїра
Schliff	виглад, виглада
Schlifffläche	вигладна верхня
Schlot	комин, димар
Schlucht	звір, розвір, яруга, дебра, дебер, дебриця, вертеп, узвіз, засува, зомкля, язвина
Schluchtgletscher	зворовий ледняк
Schlund	зїв, пропасть*
Schmarotzerkegel	галапасний стіжок
Schmelzpunkt	точка сплавленя
Schmelzwärme	теплота сплавленя
Schnee	снїг
Schnee flockiger	пластовець, пластовик
Schneedecke	снїжна крівля

Digitized by Google

Schneefall	снїговиця, снїгопад (?)
Schneeflocke	снїжина, снїжний пласт, клапоть
Schneefreier Platz	тал, полеза
Schneegestöber	метїль, метелиця, заметїль, пороша, заміть, хиґа, хуґа, хуртовина, фижа
Schneegang	снїговий хід
Schneegebirge	снїжні гори
Schneegrenze	снїгова границя, лїнїя
Schneehaldenfusswanne	снїгова ванна
Schneekrystall	кристал снїгу
Schneeregen	плюта, флюта, нельга
Schneeschmelze	таяне снїгу, розталь
Schneesturm	метїль, згарб
Schneewächte	снїгова валява, заспа
Schneewetter	снїговиця, снїжиниця, снїжниця
Schneewolke	снїгова хмара
Schneide	вістре
Scholle	скиба, глиба, корг, груда
Schollendurchbruch	скибовий пролім
Schollengebirge	скибові гори
Scholleninsel	скибовий остров
Schollenkamm	скибовий хребет
Schollenküste	скибове побереже
Schollenland	скибова країна
Schollenlava	скибова лява
Schollenrandgebirge	скибово-окрайні гори
Schollenstufe	скибовий ступень
Schotter	рінь, рінячина, шутер
Schotterablagerung	рінище
Schotterbank	зарінок, зарінє, зарінче, рікомет, рікометиця, рікометнище
Schotterhaufen	ріняста валява
Schotterleiste	ріняста лиштва
Schotterterrasse	ріняста тераса
Schrägscholle	скісна скиба
Schramme	дроска, шрам, рубець
Schratte	шрата
Schriftgranit	писаний ґранїт
Schraubenbruch	шрубовий лім
Schrumpfung	корчене
Schuppe	луска

Digitized by Google

Schuppenbau	луската будова
Schuppenstruktur	луската структура
Schuppental	луската долина
Schüsselsenkung	мискова западина
Schutt	сип, груз, рум, бут, цекіт, ситець, сипень, розсип, румовище, грехіт
Schuttboden	румошина
Schuttdammwanne	сипогреблева ванна
Schüttergebiet	трусна область
Schütterlinie	трусна лінія
Schuttgebirge	сипові гори
Schutthalde	заваль, заваль, насип, сипова галда, стропа
Schuttkegel	насиповий, сиповий стіжок
Schuttkegelsee	насипове озеро
Schuttkegelstufe	насиповий ступень
Schuttkegelwanne	насипова ванна
Schuttlandbecken	насипова кітловина
Schuttstrom	сипова струя
Schuttwall	сиповий вал
Schuttwanne	насипова ванна
Schutzkruste	охоронна кора
Schwall	водоворот, омут, вир
Schwankung	колибанє
Schwarzerde	чорнозем
Schwefel	сірка
Schwelle	поріг
Schwellengebirge	порогові гори
Schwellhochwasser	набреніла повінь
Schwemmhalde	наплавний насип
Schwemminsel	наплавний остров
Schwemmkegel	наплавний стіжок
Schwemmlanddoline	наплавний вертеп
Schwemmlandinsel	наплавний остров
Schwemmlandküste	наплавне побереже
Schwenkung	зворот
Schwerekorrektion	поправка тяготіня
Scirocco	широко
Sediment	осад, наплав
Sedimentation	седіментація
Sedimentbildung	творба осадів

Digitized by Google

Sedimentgestein	осадова скала
See	озеро
See geschlossener	замкнене озеро
See offener	отверте озеро
See tektonischer	тектонїчне озеро
Seebeben	морський трус
Seebecken	озерна заглубина
Seeboden	дно озера
Seeboden alter	озерище
Seedelta	озерна дельта
Seeeis	озерний лїд
Seegang	хвильоване
Seegat	проїзд
Seehafen	морська пристань
Seehalde	озерний насип
Seeklassifikation	клясіфікація озер
Seekliff	озерний клїф
Seeklima	морський, океанїчний клїмат
Seeleiste	озерна лиштва
Seelöss	озерний лєс
Seengebiet	озерна область
Seenkunde	лїмнольоґія
Seenland	озїрна країна
Seenplatte	озеровина
Seenregion	озїрна область
Seentheorie	озерна теорія
Seesenke	озерна западина
Seespiegelschwankung	колибане уровня
Seestrand	бережина
Seetal	озерна долина
Seewind	морський вітер
Seichtwassertiden	мілководні времена
Seigerung	сортоване
Seismisch	сейсмічний
Seismograph	сейсмоґраф
Seismologie	сейсмольоґія
Seismometer	сейсмометер
Seismoskop	сейсмоскоп
Seitenabfluss	бічний відплив, розплива
Seitenabhang	прибіч, покот
Seitendruck	бічний тиск

Digitized by Google

Seitenerosion	бічна ерозія
Seiteneruption	бічний вибух
Seitenfluss	притока
Seitengehänge	прибіч
Seitenmoräne	бічна морена
Seitenteil	бічна часть, прибік
Seitenwand	бічна стїна, побочина, обочень
Sekretion	секреція, видїлина
Sekundärzeit	вторична, другосьвітна доба
Senkblei	грузило
Senke offene	отверта западина
Senke umschlossene	замкнена западина
Senkenformation	западинна формація
Senkung	западане
Senkungsbecken	западена, запала кітловина
Senkungsfeld	западинне поле
Senkungssee	западове озеро
Senon	сенон
Serizitschiefer	серіцітовий лупак
Serir	серір, сипова пустиня
Serpentin	серпентин, змієвик, гадинець
Serpentine	закрут, серпентина, меандер
Serpentinisierung	серпентінїзація
Sicheldüne	бархан
Sickerfluss	протїкаюча ріка
Sickerwasser	протїкаюча вода
Siedepunktthermometer	термометер кипіня
Silbererz	срібний крух
Silicium	крем
Silikat	кремян
Silur	сілюр
Simultanbeben	сучасний трус
Sinkstoff	міл
Sinter	жерелинець, капельник, окапник, сопляк
Sinterbrücke	натечний міст
Sinterhöhle	натечна печера
Sinterhügel	натечний горб
Sinterkegel	натечний стіжок
Sinterterrasse	натечна тераса
Skjären	шери

Digitized by Google

Skjärenküste	шерове побереже
Skulpturform	різьблена форма
Skulpturtal	різьблена долина
Snag	снаґ
Sockel	підвалина
Sockelhöhe	підвалинна висота
Sodagranit	содовий ґраніт
Sodalith	содаліт
Sog	відливна струя
Sohle	підошва, дно
Sohlenfläche	донна верхня
Sohlental	плоскодонна долина
Sohlfläche	лежнева верхня
Solfatare	сольфатара
Söll	вікно
Sommer	літо
Sommerdürre	літна засуха
Sommerregen	літний дощ
Sonnenbestrahlung	опромінене, осьвітлене, інсоляція
Sonnenkonstante	стале сонічне (число), сонічна константа
Sonnenscheindauer	тріване сонічного сьвітла
Sonnenseite	соняшна сторона, осоне, осень, осовня
Soole	солянка, сировиця, сукровиця
Spalte	щілина, скалубина, скалуба, щілка, розсілина, прогалина, розкіл, розколина, розщіп, зашкалубина
Spaltenfrost	заморозь
Spaltental	щілинова долина
Spaltenvulkan	щілиновий вулькан
Spaltquelle	щілинове жерело
Spaltwanne	щілинова ванна
Spannungsdifferenz	ріжниця напнятя
Spezialfalte	спеціяльна, другорядна фалда
Sphärolith	сферолїт
Spinell	спінель
Spitze	шпиль, острінь, остриця, верхниця
Splitter	плїна
Splitterig	плїнистий
Springflut	надмірний прилив
Springquelle	водотриск, чуркало, водоплив, водотеча

Digitized by Google

Springtiden	надмірні времена
Sprühregen	мжа, мжиця
Sprung	скок, розкіл, тріщина
Sprunghöhe	висота скоку
Sprungkreuzung	перехресний скок
Sprungschicht	скокова верства
Staffelbruch	щеблевий лім
Staffelbruchgebirge	щеблево-лімні гори
Staffelkamm	щеблевий хребет
Staffelsenkung	щеблеве западене
Staffelverschiebung	щеблевий пересув
Stalagmit	сталяґміт
Stalaktit	сталяктит
Stammfluss	пенна ріка
Stammscheide	пенний дїл
Staub	пил, пиль, порох, копіт
Staubablagerung	пилове відложене
Staubfall	пиловий опад
Staublavine	пилова лявіна
Staubsturm	курява
Staubtransport	транспорт пили
Stauhochwasser	запорова повінь
Staurolith	ставролїт
Stauungssee	запорове озеро
Stehendes Gewässer	нетїч, нетеча
Steige	степенний провал
Steigküste	підступаюче побереже
Steilabfall	обрив
Steile	бердо
Steilheit	стрімкість, струмистість, струманистість
Steilküste	стрімке побереже
Steilufer	крутий беріг, круча, рипа
Steilufrig	крутобережний, крутоярий
Steilwandig	крутобокий, крутогорбий, крутогорий, крутоверхий
Stein	камінь, скала
Steinkohle	камяний, чорний уголь
Steinplatte	камінна гряда, плита
Steinregen	камяний дощ
Steinsalz	камінна сіль; відміни: зелена, спи

Digitized by Google

	жева, шибцева, шпак, смулець, тріскучка
Steg	стежка, бер
Stelle eisfreie	теплина, теплиця
Steppe	степ
Steppenbildung	творба степів
Steppenboden	степова почва
Steppenfluss	степова ріка
Steppensalz	степова сіль
Steppental	балка
Stickstoff	азот
Stillwasser	тиха вода
Stinkkalk	вонях
Stirnmoräne	чільна морена
Stock	пень
Stockwerk	поверх
Stollen	штола
Stossförmig	товчковий, ударовий
Stosskraft	товчкова сила
Stossmittelpunkt	осередок удару, товчка
Stosswelle	ударова филя
Strahlenlicht	промінясте сяєво
Strahlstein	лучак, актінолїт
Strahlung	лучистість
Strand	бережина
Strandbarre	бережна лава
Strandböschung	бережинний похил
Strandbrandung	бережинний погій
Stranddüne	бережинна надма
Strandentwicklung	розвиток бережини
Strandgeschiebe	бережинний валун, оток
Strandküste	бережинне побереже
Strandlinie	бережинна лїнїя
Strandriffsee	бережинне рифове озеро
Strandschotter	бережинна рінь
Strandsee	бережинне озеро
Strandterrasse	бережинна тераса
Strandverschiebung	пересунене бережини
Strandwall	бережинний вал, пересип
Strasse neutrale	неутральна вузина, пролив
Strassenmeer	проливне море

Digitized by Google

Stratocumulus	смугово-клубиста хмара, стратокумулюс
Stratus	стратус, смугова, димна хмара
Streckung (der Gesteine)	розтягнене (скали)
Streichen	напрям, тяг
Streichen umlaufendes	обіжний напрям
Streichlinie	напрямова лінія
Streifen	смуга
Strom	ріка (велика); струя, течія, перетік, протік, протока
Stromarbeit	праця ріки
Stromaufwärts	горі рікою
Strombecken	ширше сточище
Strombeckenstufe	сточищевий ступень
Strombett	русло
Stromende	конець ріки
Stromentwicklung	розвиток ріки
Stromflachland	порічна рівня
Stromfurche	ложбина ріки
Stromgabelung	розвилене ріки
Stromgebiet	сточище, область ріки
Stromgeschwindigkeit	скорість струї
Stromlagune	річна ляґуна, охаба
Stromlauf	течва, течене
Stromlaufänderung	зміна течви
Stromschnelle	поріг, шипіт, забора, бистрина, борзина, бистря, гряда
Stromsee	річне, повінне озеро
Stromstärke	сила струї
Stromstrich	нурт, течія, плив, плавень, гін
Stromsystem	річна система
Stromsystem selbstständiges	самостійна річна система
Stromsystem unselbstständiges	несамостійна річна система
Stromtal	долина ріки
Strömung	струя, течія, струмина, водоток, пруд
Stromversetzung	переміщене (корабля) струєю
Stromverwilderung	здичіне ріки
Stromzerlegung	розклад струї
Strudel	вир, омут, крутіж, крутінь, крутня, крутило, клік
Strudeln	буртіти

Digitized by Google

Struktur	структура, зложність, будова
Struktur flaserig	окружна зложність
Struktur holokrystallin	суцільно-кристальна, гольокристальна зложність
Struktur hypokrystallin	частнокристальна, гипокристальна зложність
Struktur plagioklinale	пляґіоклїнальна зложність
Strukturform	структурна, вибудована форма
Stufe	ступень, степень, поріг, спадина, схід
Stufe tektonische	тектонїчний ступень
Stufenbecken	степенна кітловина
Stufenbildung	творба ступенїв
Stufenfluss	степенна ріка
Stufenküste	степенне побереже
Stufenland	пороговина
Stufental	степенна долина
Sturm	буря, вихор, вихровиця, бурей, борва, борвій
Sturm trockener	суховія, суховійниця
Sturmflut	бурний прилив
Sturzbeben	западове землетрясене
Sturzwelle	чваля, чваль
Sturzwind	спадовий вітер
Sukkussorisch	суккуссорний
Sulfat	сїрчан
Sulfid	сїрчень, сїрчак*
Sumpf	багно, болото, мочар, рудавина, руда
Sumpferz	рудянка, мочаринець
Sund, Sundstrasse	сунд, вузина, пролиз
Sundküste	вузинне побереже
Superformationstheorie	суперформаційна теорія
Swamp	свами
Syenit	сиенїт
Sylvin	сильвін
Synklinalbecken	синклїнальна заглубина
Synkline	синклїна
Synklinale	синклїналя
Synklinalfalte	синклїнальна фалда
Synklinalkamm	синклїнальний хребет
Synklinaltal	синклїнальна долина
Synklinalwanne	синклїнальна ванна

Digitized by Google

Synoptisch	синоптичний
System	система
Systematik	систематика

T.

Tachometer	тахометер
Tafelberg	столище, столова гора
Tafelbergstruktur	столова структура
Tafelbruch	столовий, табличний лім
Tafelbruchtal	столово-лімна долина
Tafelgebirge	столища, столові гори
Tafelkamm	столовий хребет
Tafelküste	столове побереже
Tafelland	тафля, столова, таблична країна
Tafellandküste	тафлеве побереже
Tafellandtal	тафлева долина
Tafelscholle	столова скиба, плоска скиба
Tafelschollengebirge	плоскоскибові гори
Tafelschollenland	плоскоскибова країна
Tafelstufe	столовий ступень
Tafoni	вивітріла діра
Tagesmittel der Temperatur	середна денна температура
Tagesschwankung	денне колибане
Tal	долина
Tal anarregmatisches	анарреґматична долина
Tal antezedentes	антецедентна долина
Tal asymmetrisches	асиметрична долина
Tal atektonisches	атектонічна долина
Tal bikataklastisches	бікатаклястична долина
Tal blindes	глуха долина
Tal epigenetisches	епіґенетична долина
Tal erosives	ерозійна долина, вислоя
Tal geschlossenes	замкнена долина
Tal heterotypisches	гетеротипічна долина
Tal heteroptygmatisches	гетероптиґматична долина
Tal homotypisches	гомотипічна долина
Tal inneres	внутрішна долина
Tal interkollines, intermontanes	межигірська долина
Tal kleines	долинка, продолинка
Tal negatives	неґативна долина

Digitized by Google

Tal offenes	отверта долина
Tal paraklastisches	параклястична долина
Tal primordiales	долинище, прімордіяльна долина
Tal selbstständiges	самостійна долина
Tal submarines	підморська долина
Tal symptygmatisches	симптиґматична долина
Tal tektonisches	тектонічна долина
Tal totes	мертва долина
Tal untermeerisches	підморська долина
Tal zusammengesetztes	зложена долина
Talanordnung gegenständige	противуположне впорядковане долин
Talanordnung wechselständige	поперемінне впорядковане долин
Talausgang teilweiser	частковий долинний вихід
Talbecken	долинне заглублене
Talbeginn	початок долини
Talbildung	творба долин
Talboden	підошва долини
Talbucht	долинний залив
Talzirkus	долинний цирк
Taleingang	вхід долини
Talenge	долинна вузина
Talfurche	долинна борозда
Talgabelung	розвилене долини
Talgebiet	долїшне сточище
Talgefälle	спад долини
Talgehänge	збіч долини
Talgletscher	долинний ледняк
Talhöhe	долинна висота
Talk	тальк, лояк
Talkessel	долинний котел, межигіре
Talknoten	долинний узол
Talkschiefer	тальковий лупак
Tallänge	довгота долини
Tallandschaft	долинна країна
Talleiste	долинна лиштва
Talmündung gleichsohlige	рівне долинне усте
Talmulde	долинна лотка
Talnetz	долинна сїть
Talpass	долинний провал
Talrichtung	напрям долини
Talriegel	перегорода долини

Digitized by Google

Talschluss	замкнене, конець долини
Talsee	долинне озеро
Talsohle	поділ, підошва
Talsporn	кінчик
Talstufe	долинний ступень
Talsystem	долинова система
Taltrog	долинне корито
Talung	долинище, розділ
Talwanne	долинова ванна
Talwasserscheide	долиновий вододіл
Talweg	долинний шлях
Talweitung	розділе
Talwendepunkt	зворотна точка долини
Talwind	долиновий вітер
Talzug	долиниця
Tangentialkraft	стична сила
Tau	роса
Taupunkt	точка роси
Tauwetter	відволога, відволода, відволож, відельґа, відлига, відлога, відліж, зільга, відмяк, помяк, тепінь
Teich	став
Teifun	тайфун
Teilminimum	часткове мінімум
Tektonik	тектоніка
Tektonisch	тектонічний
Temperatur	температура
Temperaturabnahme	уйма, менчане температури
Temperaturgegensatz	температурна противуположність
Temperaturkorrektion	поправка температури
Temperaturkurve	температурна кривина
Temperaturmittel	середна температура
Temperaturumkehr	відворот температури
Temperaturzone	температурна полоса
Tephrit	тефріт
Terra rossa	червонозем
Terrain	поземеле, терен
Terrasse	тераса
Thermaltheorie	термальна теорія
Therme	теплиця, горяче жерело
Thermodynamik	термодинаміка

Digitized by Google

Thermoisodrome	термоізодрома
Thermometer	термометер, тепломір
Thermomultiplikator	термомультіплїкатор
Tiden	времена, тіди
Tiefdruckgebiet	область низкого тисненя
Tiefe	глубина, глубокість, глубінь, тоня, тань, прість
Tiefebene	низовина, низина
Tiefenerosion	вглубна ерозія
Tiefengestein	глубинна скала
Tiefenlinie	глубинна лїнїя
Tiefenlot	глубинне грузило
Tiefenmessung	помір глубини
Tiefenstufe geothermische	ґеотермічний степень
Tiefentemperatur	глубинна температура
Tiefenzersetzung	глубинне звітріне
Tiefland	низ
Tieflandfluss	низова ріка
Tiefsee	глубокоморе
Tiefseeablagerung	глубокоморське відложене
Tiefseebecken	глубокоморська кітловина
Tiefseegebiet	глубокоморська область
Tiefseeregion	глубинний простір
Tiefseeschlamm	глубинний намул
Tiefseetafel	глубинна плита
Tiefseeton	глубинний ил
Tiefseethermometer	глубинний термометер
Tiefsenke	депресія
Tieftal	глубока долина
Tiefwassertiden	глубинні времена
Tobel	прірва
Ton	ил, глей
Tonalit	тоналїт
Tonboden	ляста почва
Tongestein	глиняк
Tonglimmerschiefer	филїт, пралупак
Tonschiefer	илак, иловий лупак
Töpferton	лїпна, ґончарська глина, лїп
Topfstein	горшковина, здїнь
Torf	торф, болотина
Torfmoor	руда, рудавина

Digitized by Google

Torsion	торзія, скручене
Totalintensität	загальна натуга
Trachyt	трахит, шорохан
Trachytisch	трахитовий
Tragkraft	сила несеня
Tragplatz, Tragstelle	переволока, волок
Transgression	трансґрессія
Transgressionsmeer	трансґрессійне море
Transgressionscholle	трансґрессійна скиба
Translation	трансляція, перенесене
Transmissionskoeffizient	трансмісійний сочинник
Transport	транспорт, перевіз, перенос
Transversalkamm	поперечний хребет
Transversalküste	поперечне побереже
Transversaltal	поперечна долина
Trappgranulit	траповий ґранулїт
Trass	трас
Travertin	травертин
Treibeis	крижище, мандрівний лїд
Treibeisgrenze	границя мандрівного леду
Tremor	тремор
Treppenkamm	сходовий хребет
Treppenkar	сходовий кар
Trias	тріяс
Trichit	тріхіт
Trichterbucht	лїйкастий залив
Trichterloch	лїйка, воронка
Trichtertal	лїйкаста долина, вертеп
Tridymit	тріднміт
Trochoide	трохоіда
Trockenboden	суха почва, сухмене
Trockental periodisches	періодичний суходіл
Trockental permanentes	постійний суходіл
Trocknungsriss	посушна розсїлина
Trog	корито
Trogwanne	коритова ванна
Tropenklima	тропікальний клїмат
Tromometrisch	тромометричний
Tropfenkegel	каплевий стіжок
Tropfsteinbildung	каплинцевий твір
Trum	кадовб, брус

Digitized by Google

Trümmergestein	окрушинець
Trümmerhaufen	звал грузу
Trümmerhöhle	грузова печера
Tschernosjom	чориозем
Tuff	туф
Tuffboden	туфова почва
Tuffgestein	туфова скалина
Tuffvulkan	туфовий вулькан
Tümpel	баюра
Tundra	тундра
Tunnel	тунель
Turmalin	турмалїн
Turmalingranit	турмалїновий ґранїт
Turon	турон

U.

Überdeckungsscholle	накривна скиба, накрив
Überfallsquelle	переливне жерело
Überflussdurchbruch	переливний пролім
Übergang	перехід
Übergangsfläche	переходова, перехідна верхня
Übergangskegel	переходовий стіжок
Übergangsklima	переходовий клїмат
Übergusstafelland	вилита, лита тафля
Überkippung	перевалене, перевал
Überschiebung	насунене, насув
Überschwemmung	повінь, вилив, розлив, залива, повіде, затопа, затоп (?)
Überschwemmungsgebiet	пійма
Überschwemmungsland	повінна країна
Überschwemmungsrest	останок повени
Übersprung	перескок, пересув
Überwallungstal	чільна долина
Überwassermoor	суха руда
Ufer	беріг
Ufer eingestürztes	залома
Ufer unterwaschenes	підрив, підполоч, помило, помия
Uferbildung	бережний твір, творба берегів
Uferböschung	бережний похил, обрив
Uferform	форма берега

Digitized by Google

Uferklippe	рипа
Uferland	уаріче, поріче
Uferlandschaft	береговина
Ufermoräne	бережна морена
Uferrutschung	бережна завязь, усув
Umbildung, Umformung	переобразоване
Umfang	обвід
Umgestaltung	перелицьоване
Umlagerung	перелавлене, переложене
Umrandung	обрамлене, окаймлене
Umriss	зачерк
Umrissgestalt	обрис, очерк
Umschüttungsberg	обсипана гора
Umschüttungssenke	обсипана западина
Umschüttungswanne	обсипана ванна
Umsetzung	переміщене
Umwallungsstrasse	обвалована вузина
Umwallungswanne	обвалована ванна
Undulatorisch	филястий
Undurchlässig	непропускальний
Unebenheit	нерівність
Ungleichförmig	неодностайний, неоднородний
Ungleichheit halbmonatliche	півмісячна нерівність
Ungleichheit parallaktische	параляктична нерівність
Ungleichheit tägliche	денна нерівність
Unlösbar	нерозпускальний
Unterbau	підбудоване, підснова, основа, підстава
Unterbrochen	перерваний
Unterdevon	долїшний девон
Unterflussdurchbruch	підпливний пролім
Untergrabungshöhle	підрита печера
Untergrund	підложе, підґрунте, мертвиця
Unterkarbon	долїшний карбон
Unterkreide	долїшна крейда
Unterlauf	долїшна течва
Untersilur	долїшний сілюр
Untertauchungsstrasse	занурена вузина
Unterwassermoor	підводна руда
Unterwasserrinne	підводна жолобина
Unterwühlung	підрите, підрив

Digitized by Google

Untiefe	міль, відміл, обміль, мілина, мілковідє (затін, затопа, гружавина)
Uralit	уралїт
Uralitporphyr	уралїтовий порфир
Urgebirge	прагори
Urgranit	праґранїт
Urzeit	правік, первовік
Uvala	увал

V.

Vallone	вальона
Vallonestrasse	вальонова вузина
Vegetationsboden	ростинна почва
Variation	варіяція
Variolith	варіолїт
Veränderlichkeit	змінчивість
Verbiegung	гнутє, зігненє
Verbiegungsland	гнута країна
Verbiegungssenke	гнута заглубина
Verbiegungswanne	гнута ванна
Verdampfung	пароване
Verdunstung	пароване
Verdunstungsfläche	верхня парованя
Vergletscherung	обледенїнє
Vermoderung	спорохнавінє, зігнитє
Versenkungsbecken	западинна кітловина
Versenkungswanne	западинна ванна
Versteinerung	скаменїлість, окаменїлість, нерість, поєвина (?)
Versteinerungsmasse	окаменизна
Vertiefung	вглубленє, заглубина
Verwerfung	лім, облім, залім, скид
Verwerfungsküste	лімне побереже
Verwerfungsquelle	лімне жерело
Verwerfungssee	лімне озеро
Verwesungsboden	порховина, порохнячка
Verwitterung	вітрінє
Verwitterung akkumulative	аккумулятивне вітрінє
Verwitterung chemische	хемічне вітрінє
Verwitterung mechanische	механїчне вітрінє
Verwitterung schalenförmige	чашинне вітрінє

Digitized by Google

Verwitterungsform	форма вітріня
Verwitterungshöhlung	вивітріла діра, яма
Verwitterungskruste	кора звітріня
Verwitterungslehm	глина (звітріла)
Verwitterungsprodukt	вислід, продукт звітріня
Verwitterungsschutt	звітрілий груз
Verwitterungsterrasse	тераса звітріня
Virgation	вірґація
Vollform	вигнута, повна форма
Volumen	обєм
Volumberechnung	обчислене обєму
Vorberge	підгіре
Vorderseite	передна, чільна сторона
Vorgebirge	ріг
Vorhafen	висунена пристань
Vorland	передище, чоло
Vorlandgletscher	начільний ледняк
Vorlandsebene	начільна рівня
Vorlandsee	начільне озеро
Vorlandssenke	начільна западина
Vorsprung	виступ, вишибок, кінчик, причілок
Vorwinter	зазимки
Vulkan	вулькан
Vulkan gemeiner	звичайний вулькан
Vulkan homogener	гомоґенний, одноцільний вулькан
Vulkan monogenetischer	моноґенний, однородний вулькан
Vulkan polygenetischer	поліґенний вулькан
Vulkan zentraler	центральний вулькан
Vulkanberg aufgedeckter	відкрита вульканічна гора
Vulkanberginsel	вульканічно-гірський остров
Vulkangebirge	вульканічна верховина
Vulkaninsel	вульканічний остров
Vulkanismus	вульканізм
Vulkanlandschaft	вульканічна країна
Vulkanprofil	профіль вулькана
Vulkanrumpf	вульканічний кадовб
Vulkanrumpfinsel	вульканічно-кадовбовий остров

W.

Wacke	полонка
Wadi	ваді

Digitized by Google

Wagram	охабище
Waldebene	лїсиста рівня
Waldgebirge	лїсисті гори, лїсиста верховина
Wallbecken	валова заглубина
Wallhafen	валова пристань
Wallpass	валовий пролом
Wallriff	валовий риф
Wanderblock	наметняк
Wanderdüne	мандрівна надма
Wanne	ванна
Wanne abgedämmte	загачена ванна
Wanne aufgebaute	вибудована ванна
Wanne aufgesetzte	насаджена ванна
Wanne ausgearbeitete	вироблена ванна
Wanne leere	порожна ванна
Wannenbildung	творба вани
Wannenlandschaft	ваннова країна
Wärme latente	вкрите тепло
Wärme strahlende	лучисте тепло
Wärmeausstrahlung	проміньоване, визаряне тепла
Wärmeaustausch	виміна тепла
Wärmedurchlässigkeit	перетеплене, перетеплність, діатерманність
Wärmegewitter	тепляна буря
Wärmekapazität	вмістимість, поємність тепла
Wärmeleiter	провідник тепла
Wärmeleitung	провід тепла
Wärmeleitungsvermögen	здібність проводу тепла
Wärmemenge	скількість тепла
Wärmequelle	жерело тепла
Wärmeschichtung	уверствлене теплоти
Wärmeschwankung	колибане теплоти
Wärmeverlust	втрата тепла
Wärmeverteilung	розміщене тепла
Wärmezufuhr	достава тепла
Wasser	вода
Wasser stehendes	нетеч, нетеча, нетечина
Wasserbassin	водойма
Wasserbewegung	рух води
Wasserdampf	водяна пара
Wasserfall	водопад, перебій, пробій

Digitized by Google

Wasserfall rückschreitender	вспятний водопад
Wasserfall stabiler	постійний водопад
Wasserfläche	поверхня води
Wasserführung	водовміст
Wassergeschwindigkeit	скорість води
Wasserhalbkugel	водяна півкуля
Wasserhohlkugel	водяна оболока
Wasserhose	водяна труба
Wasserlosigkeit	безвіде, безводність
Wassermasse	скількість, стан води
Wasserriss	ритвина
Wasserscheide	вододіл, водний діл, розточе
Wasserscheide angepasste	примінений, приноровлений вододіл
Wasserscheide antezedente	антецедентний вододіл
Wasserscheide bestimmte	означений вододіл
Wasserscheide durchgreifende	перехватний вододіл
Wasserscheide ozeanische	океанїчний вододіл
Wasserscheide überspringende	перехватний вододіл
Wasserscheide unbestimmte	неозначений вододіл
Wasserscheide ursprüngliche	первісний вододіл
Wasserscheide zusammengesetzte	зложений вододіл
Wasserstand	водостан, стан води
Wasserstandschwankung	колибане водостану
Wasserstandsmarke	водний знак
Wasserteilung	розділ води
Watt	ватт
Wattenebene	ваттова рівня
Wattenhafen	ваттова пристань
Wattenküste	ваттове побереже
Wechsel	повздовжний лім, пересув
Wechsellagerung	поперемінне верствоване
Wechsellauf	змінна течва
Wechselpass	поперемінний провал
Weingeistthermometer	алькоголевий термометер
Wehr	запора, гать, забора, заїз
Welle	филя, хвиля, струма
Welle kapillare	волосна, капілярна хвиля
Welle stehende	стояча филя
Wellenberg	филева гора
Wellenförmig	филястий, заточистий (?)
Wellenfurche	борозда хвилї

Digitized by Google

Wellenhöhe	висота филї
Wellenlänge	довгота филї
Wellental	долина филї
Wellungsebene	филяста рівня
Weltenraum	сьвітовий простір
Weltteil	часть сьвіта
Wetter	погода, погідє, веремя; красне: ведро, година; лихе: гавра, зузлоба, сквира; мрачне і мокре: мриво, мрево, хляка
Wetterkarte	карта погоди
Wetterleuchten	суха лискавка, мовня
Wetzschiefer	брусковий лупак
Wiesenmoor	низовинна руда, лаз
Wildbach	бистриця, дебринець, дебрянець
Wildwasser	дика вода
Wind	вітер
Wind lauer	легіт
Wind lokaler	льокальний, місцевий вітер
Wind mässiger	мірний вітер
Wind schwacher	слабий вітер
Wind starker	міцний вітер
Wind steifer	тугий вітер
Winddrehungsgesetz	закон обороту вітрів
Winddruck	тиск вітру
Winderosion	вітрова ерозія
Windfläche	вітрова верхня
Windgeschwindigkeit	скорість вітру
Windgesetz	закон вітрів
Windgürtel	вітрова полоса
Windhose	воздушна труба
Windlahne	вітрова лявіна
Windregion	вітрова область
Windscheide	дїл вітрів, вітродїл
Windschirm	затише, затула, защиток
Windschliff	вітровий шлюф, виглад
Windsee	вітрова филя
Windstärke	сила вітру
Windstau	вітрове сперте води
Windstille	безвітрє, тишина
Windtisch	вітровий стіл

Digitized by Google

Windtransport	вітровий транспорт
Windtrift	вітровий дріфт
Windung	закрут, крутіж, виток
Windwirkung	діяльність вітру
Winter	зима
Wintergewitter	зимова буря
Winterregen	зимовий дощ
Wirbelgewitter	вирова буря
Wirbelwind	игрець
Wolke	хмара
Wolkenzug	гін хмар
Wulst	плахітка, опушки
Wurzel	тектонічний корінь
Wurzellos	безкорінний
Wüste	пустиня
Wüstengürtel	пустинний пояс
Wüstensalz	пустинна сіль

Z.

Zackenkamm	зубчастий хребет
Zackenwinkel	клесовий кут
Zechstein	цехштайн
Zeigerbarometer	пишучий барометер
Zeitkurve	кривина часу
Zellig	клїтинистий, клїтинний, клїтчастий
Zeolith	зеолїт
Zerfallen	розпадане
Zentraldepression	центральна депресія
Zentralferne mittlere	середна віддаль центра
Zentralkegel	центральний стіжок
Zergliederungswanne	розчленена ванна
Zerklüftung	щелистість
Zersetzung	розклад
Zertrümmerung	розторощене
Zeuge	сьвідок
Zickzackfalte	клесова фалда
Zirkon	ціркон
Zirkonsyenit	цірконовий сиенїт
Zirkus, Zirkustal	цирк, кар
Zone	полоса

Digitized by Google

Zone gemässigte	**умірена полоса**
Zone warme	**тепла полоса**
Zonenverteilung	**полосове розміщене**
Zoophor	**зоофорний**
Zufluss	**притока, доплив**
Zugangsbreite relative	**зглядна ширина доступу**
Zugangsquerschnitt	**проріз доступу**
Zugangstal	**доступова долина**
Zugangstiefe	**глубина доступу**
Zugstrasse	**шлях**
Zurückwerfung	**відбите**
Zusammenfluss	**сплив, сутич, сутіч**
Zusammensackung	**осідане**
Zusammenschub	**зісув**
Zustand adiabatischer	**адіябатичний стан**
Zwillingsfluss	**близнюча ріка**
Zwillingsstufe	**близнючий ступень**
Zwischengebirgstal	**межигірська долина**
Zwischeninsel	**проміжний остров**
Zwischeninselmeer	**міжостровне море**
Zwischenland	**проміжна, перехідна суша**
Zwischenmeer	**проміжне море**
Zwischensenke	**проміжна западина**
Zwischenwanne	**проміжна ванна**
Zyklone	**циклон, циклона**
Zyklus geographischer	**ґеоґрафічний цикль.**

Digitized by Google

III. Біольоґічна ґеоґрафія.

A.

Abbauten	сукромі будинки
Abrundung	заокруглене
Abstammung	походжене, накорінок
Abstammungslehre	десцеденційна теорія
Abyssalregion	глубинний реґіон
Ackerbau	хліборобство, земледїльство
Ackerbaukolonie	хліборобська кольонія
Ackerbauland	хліборобська країна
Adventivpflanze	зайшла ростина
Agave	аґава
Agrume	аґрума
Akklimatisation	аклїматізація
Alm	полонина
Alpenpflanze	альпейська ростина
Altertumskunde	археольоґія
Anemochor	анемохорний
Anemophil	анемофільний, вітролюбний
Angiosperm	окритонасїнний
Animismus	анїмізм
Anpassung	примінене, приноровлене
Ansiedelung	поселене; селитьба, оселя, садиба, осада
Ansiedelung ungleichmässige	нерівномірне поселене
Ansiedlungszentrum	осередок населеня
Anspruchssphaere	сфера інтересів, претензий
Antarktisch	антарктичний
Anthropogeographie	антропоґеоґрафія
Anthropologie	антропольоґія
Anthropometrie	антропометрія
Anthropozoisch	антропозойський
Antipode	антіпод, противоножець
Antoeke	антек
Aphotisch	безсьвітлий
Arbeitsteilung	поділ праці
Archamazona	архамазона
Archäologie	археольоґія

Digitized by Google

Archhelenis	архгеленїда
Archinotis	архінотіда
Archiplata	архіплята
Areal	обсяг, область
Areca	арека
Arktisch	арктичний
Arktogäa	арктоґеа
Arrowroot	арроврут
Art	порода
Art vorherrschende	володїюча порода
Artbegriff	понятє породи
Artemisiasteppe	полиновий степ
Artenstatistik	статистика пород
Artgebiet	область породи
Au	левада, болонє
Aufnahme	знимка
Ausbreitung	розширенє, розповсюдненє
Ausbreitungstendenz	наклін до розширеня
Ausrodung	викорчованє
Aussenbesitzung	внїшна посїлість
Aussenhandel	внїшна, загранична торговля
Aussterben	вимиранє
Autochthon	автохтон, туболець

B.

Bambuswald	бамбусовий лїс
Banane	банан
Barrengrounds	мохова тундра
Batate	батат
Baum	дерево, деревина
Baumfarnwald	папоротняковий лїс
Baumgrenze polare	полярна границя деревини
Baumgruppe	перелїсок
Baumwolle	бавовна, заполоч; заполочник зелистий
Beamtenstadt	урядниче місто
Beförderungsmittel	середник переміщеня (здвигня)
Behaart	волохатий, мохнатий
Benetzung	орошенє
Benthos	бентос
Berechnung	обчисленє

Digitized by Google

Bergbahn	гірська желїзниця
Bergwald	сигла (бруль)
Bergwerk	копня, копальня
Bergwerkstadt	гірняче місто
Berufsart	зване, занятє
Berufsart bodenständig	землестійне зване
Berufsart ortsständig	місцеве зване
Berufsgliederung	розклад званя
Bestand	стан, постатень
Bestäubung	запилене
Betäubungsmittel	дурійка, наркотик
Beuteltier	торбун
Bevölkerung	населене
Bevölkerungsdichte	густота населеня
Bevölkerungsklasse	кляса населеня
Bevölkerungszunahme	приріст населеня
Bewässerung künstliche	штучне наводнене, орошене
Bewegung	рух
Bewegungsorgan	руховий орґан
Bewohnbar	мешкальний
Bewohner	житель, жилець, мешканець
Bezirk	повіт, уїзд
Bezirksamt	повітовий уряд
Binnenhandel	межикраєва торговля
Binnenkanal	внутрішний, межирічний канал
Binnenlage	межикраєве положене
Binnenland	внутрішна країна
Binnenprovinz	внутрішна провінція
Binnenschiffahrt	річна плавба
Biogeographie	біоґеоґрафія
Biologie	біольоґія
Biosphaere	біосфера
Blattlos	безлистий
Blattwechselnd	лїтовий
Boden	почва, земля
Boreal	бореальний, північний
Brachykephal	брахикефаль, круглоголовець, короткоголовець
Brachyprosop	брахипрозопний, коротколиций
Brahmaismus	брамаізм
Brandstätte	погар, погарик, вигар, чертїж

Digitized by Google

Breitgesicht	широколиций
Briefverkehr	листовий оборот, обхід
Bromatorisch	бромaторний
Brotfruchtbaum	хлїбовець
Bruch	луг, лаз
Brücke	міст
Brückenstadt	мостовий город
Brunnen	керниця, криниця, колодязь, студня
Brutgebiet	вилягова область
Buche	бук, бучина
Buchweizen	гречка
Buddhismus	буддізм
Bundesstaat	звязкова держава
Büschelhaarig	пучковолосий
Busch	корч, кущ, хащ, хворост, чагарник*
Buschland	чагарна країна, чагари
Buschwald	підшитий ліс, байрак

C.

Callunaheide	вересач
Campos	кампоси
Canton	кантон
Cassave	кассава
Catingawald	катінґовий ліс
Chaparal	чапораль
Chinarindenbaum	хіновець
Chorologie	хорольоґія
Citrone	цитрина
Coir	кокосове волокно
Country	графство

D.

Dampfschiff	пароплав, паровик, паровий корабель
Dampfschiffahrt	парова плавба
Dampfschiffahrtslinie	пароплавна лінія
Dattelpalme	дахтильник, дахтильна пальма
Datumsgrenze	границя дат
Demarkationslinie	демаркаційна лінїя
Demokratie	демократія

Digitized by Google

Desjatine	десятина
Despotie	деспотія
Deszendenzlehre	десценденційна теорія
Dialekt	діялект, наріче
Dikotylen	двопрозябцеві
Disjunkt	розлучений
Divergent	розбіжний
Dolichokephal	доліхокефаль, довгоголовий
Dolichoprosop	доліхопрозопний, довголиций
Dorf	село
Dornwald	тернистий ліс
Dromedar	дромедар
Dschungel	джунґля
Düngung	гноєнє
Durchfuhrhandel	перевозова торговля
Durrha	дурра, муриньське просо

E.

Edaphisch	едафічний
Edelmetall	благородний метаь
Einheitsstaat	одноцільна держава
Einöde	пустка
Einsilbig	односкладний
Einverleibend	влучаючий
Einzelhof	дворище, хутір
Einzelsiedelung	усадьба
Eisenbahn	желїзниця, зелїзниця, чугунка
Eisenbahnkarte	зелїзнича карта
Eisenbahnnetz	зелїзнича сїть
Eiswüste	ледяна пустиня
Eiszeit	ледова доба
Elephant	слон
Elfenbein	слонівка
Endemisch	ендемічний
Endemismus	ендеміам
Entwickelung	розвиток, розвій
Entwickelungszentrum	осередок розвитку
Epiphyt	епіфит
Erdnuss	земний оріх
Erhebung	вивід

Digitized by Google

Eroberungskolonie	добута кольонія
Esel	осел
Ethnographie	етноґрафія, народопись
Ethnologie	етнольоґія

F.

Fahrrad	колесо
Fahrweg	возова дорога
Familie	родина, сїмя, семейство
Farbepflanze	закрасна ростина
Farbholz	закрасне дерево
Fauna	фауна
Feige	фіґа, смоква
Feldweg	пільна дорога
Fetischismus	фетішізм
Fischervolk	рибальський нарід
Flachköpfig	плоскоголовий
Flachmoor	млака
Flachseezone	плиткоморська полоса
Flechtentundra	обрісникова тундра
Fleischfresser	мясоїд
Flora	фльора, рістня, ростинність
Flora alpine	альпейська фльора
Flora arktische	арктична фльора
Florenreich	ростинна, ботанїчна країна
Florenreich boreales	північна ростинна країна
Florenreich notiales	полуднева ростинна країна
Florenreich tropisches	тропікальна ростинна країна
Florenvermischung	змішане фльор
Flotte	фльота
Fluvialregion	флювіяльна, річна область
Formation	формація
Formation edaphische	едафічна формація
Formation geschlossene	замкнена формація
Formation offene	отверта формація
Formationsgrenze	границя формацій
Formationswandel	зміна формації
Freistaat	републїка, вільна держава
Frohnwirtschaft	панщина
Furt	брід

Digitized by Google

Fussgänger	піхотинець, пішоход
Fusspfad	стежка, бер, перть
Fussverkehr	піший обхід, оборот

G.

Galeriewald	ґалерієвий ліс
Gartenbau	огородництво
Gattung	порода
Gau	волость
Gebiet	область
Gebietsgliederung	резчленене области
Gebietsgrösse	величина области
Gebirgsbahn	гірська зелїзниця
Gebirgsflora	гірська фльора
Gebüsch	гущавник, гущавина
Gegenfüssler	противоножець, антіпод
Gegenwohner	противмешканець
Gehölz	байрак, лїсок
Gemeinde	громада
Generalhandel	загальна торговля
Genetisch	ґенетичний
Genossenschaft	спілка, товариство, звязь, артїль
Genussmittel	вжиток
Geobotanik	ґеоботанїка
Geographie biologische	біольоґічна ґеоґрафія
Geographie historische	історична ґеоґрафія
Geographie politische	полїтична ґеоґрафія
Geradzähnig	прямозубий
Geschlecht	рід
Gesellig	товариський
Gesträuch	гущавина
Gespinstpflanze	прядивна ростина
Getreide	збіже
Getreideart	рід збіжа
Getreidebau	управа збіжа
Getreidegrenze	границя збіжа
Getreidekammer	житниця
Gewürznelkenbaum	гвоздикове дерево
Gewürzpflanze	корінна ростина
Goldfeld	золоте поле

Digitized by Google

Goldseife	золотоносна наплавина
Gondwanaland	ґондванська суша
Grafschaft	графство
Grasflur	трависта нива, лука, травник, мурава
Grasland	трависта країна
Grassteppe	травистий степ
Grenzabstand	гранична віддаль
Grenze	границя, межа
Grenze natürliche	природна границя
Grenze politische	політична границя
Grenzentwickelung	розвиток границь
Grenzfläche	гранична верхня
Grenzgebiet	гранична область
Grenzgliederung	розчленене границь
Grenzgürtel	граничний пояс
Grenzkommission	гранична комісія
Grenzlandschaft	окраїна
Grenzlinie	гранична лінїя
Grenzmarke	граничний знак
Grenzsaum	гранична смуга, готар
Grenzstreckenentwicklung	розчленене границь
Grenzstrich	промежина
Grenzverlauf	перебіг границї
Grenzwall	граничний вал
Grossfamilie	ширша родина
Grossmacht	велика держава
Grossräumig	великопростірний
Grossstaat	велика держава
Grosstadt	велике місто
Grundkarte bevölkerungsstatistische	основна статистична карта
Gruppe	ґрупа, громада*
Gruppensiedelung	збірна, громадна оселя
Güteraustausch	виміна добра
Gymnospermen	нагонасїнні

H.

Haarwuchs	ріст волося
Hackbau	мотикове хлїборобство
Hafer	овес

Digitized by Google

Halbkultur	півкультура
Halbkulturvolk	півкультурний нарід
Halophyt	гальофит
Handelsflotte	торговельна фльота
Handelskolonie	торговельна кольонїя
Handelsstadt	торговельне місто
Handelsstatistik	торговельна статистика
Handelsvolk	торговельний нарід
Hanf	конопля
Haufendorf	громадне село
Hauptstadt	столиця, головне місто
Haustier	домашне зьвіря
Hauswirtschaft	домашне хозяйство, ґаздівство, господарство
Heerstrasse	військова, воєнна дорога, гостинець
Heide	гала, вересач, пустара
Heide	поганець, поганин
Heimatsbezirk	повіт, округ
Hirse	просо
Hirtenstamm	скотарське племя
Hirtenvolk	скотарський нарід
Hochköpfig	високоголовий
Hochmoor	високе торфище
Hochseeregion	пеляґічна область
Hochwald	високопенний ліс
Höhengrenze	висотна границя
Höhengürtel	висотний пояс
Höhenstufe anthropogeographische	антропоґеоґрафічний висотний ступень
Hohlweg	вивіз
Hopfen	хміль
Hülsenfrucht	струкова ростина
Hygrophyt	гиґрофит
Hypsikephal	гипсікефальний

I, J.

Jägervolk	ловецький нарід
Immergrün	всезелений
Immigrant	захожий
Immigration	іммиґрація

Digitized by Google

Indigo	індіґо
Industrieland	промислова країна
Industriestadt	промислове місто
Ingwer	імбір
Inkorporieren	влученє
Insektenfresser	комахоїд
Inselstaat	островна держава
Interessensphäre	сфера інтересів
Isochron	ізохрон
Isochronenkarte	карта ізохронів
Isohemere	ізогемера
Isolation	ізоляція, відосібненє

K.

Kabel unterseeisches	підморський кабель
Kaffee	кава
Kalkpflanze	вапнолюбна ростина
Kakaobaum	какаовець
Kampf ums Dasein	боротьба о єствованє
Kampf um Raum	борба о простір
Kamel	верблюд, верхоблюд
Kamelstunde	верблюдна година
Kanal intermariner	межиморський канал
Kanton	кантон
Karavane	каравана
Karavanenverkehr	караванний оборот, обхід
Karnivor	мясоїд
Kartoffel	картофля, бульба, бараболя, мандибурка etc.
Kastanie	каштан
Kaste	каста
Kautschuk	кавчук
Kerngebiet	черенна область
Kieselpflanze	кремолюбна ростина
Kjökkenmödding	кеккенмеддінґ
Kirchspiel	парохія
Klasse	кляса
Kleinräumig	малопросторий
Kleinsiedelung	дрібна селитьба
Kleinstaat	дрібна держава

Digitized by Google

Kleinstadt	місточко, городок
Kleinverkehr	дрібний оборот, обхід
Knollenfrucht	бульвиста ростина
Kohlenstation	углева стація
Koka	кока
Kokospalme	кокосова пальма
Kolanuss	оріх коля
Kolonialbesitz	кольоніяльна посілість
Kolonialreich	кольоніяльна держава
Kolonie	кольонія
Kolonisation	кольонізація
Komplexion	комплексія
Konstitution	констітуція
Kontinentalstaat	контінентальна держава
Kontinentalzusammenhang	контінентальна звязь
Kopalharz	копаль
Kopra	копра
Kornkammer	житниця
Körpergewicht	вага тіла
Körpergrösse	зріст, ріст
Körpermerkmal	тілесне знамя, признак
Kosmopolit	космополіт
Kraniometrie	краніометрія
Kraushaarig	кучерявий
Krautmatte	полонина
Krautsteppe	зільний степ
Kreis	округ
Kreuzweg	роздороже, розхресте, перехресте, перепуте
Krummholzbestand	жерепник
Küchenabfall	кухонний відпад
Kultivation	культівація
Kultivationsgebiet	культіваційна область, господарська кольонія
Kultur	культура, управа
Kulturboden	управна почва
Kulturgeographie	ґеоґрафія культури
Kulturherd	огнище культури
Kulturkreis	культурний круг
Kulturland	культурна країна
Kulturmittelpunkt	культурний осередок

Digitized by Google

Kulturpflanze	управна ростина
Kulturstufe	культурний степень
Kulturvolk	культурний нарід
Kunststrasse	гостинець, бита дорога, мурованка
Kurzköpfig	короткоголовий, круглоголовий
Küstenfahrt	прибережна плавба, каботаж

L.

Lage politische	політичне положене
Lamaismus	лямаізм
Landschaft	країна, сторона
Landstadt	провінціональне місто, заштатний город
Landtiergruppe	зьвіринна ґрупа
Landungsplatz	причал
Landweg	бічна дорога
Langköpfig	довгоголовий
Lasttier	вючне зьвіря
Laubwald	листковий ліс
Läufer	бігун
Laut	звук
Lebensbedingung	житева условина
Lebensbezirk	житева, біольоґічна область
Lebensbezirk pelagischer	пеляґічна житева область
Lebensfunktion	житева функція, чинність*
Leibeigenschaft	кріпацтво
Lichtbedürfnis	потреба сьвітла
Lichtung	поляна, прогаль, галява, галявина
Limonitmoor	ржія
Littoralzone	прибережна полоса
Llanos	ліяноси
Lockenhaarig	кудрявий

M.

Macchie	макіси
Mahagoni	магонь
Mais	кукурудза
Mandioka	мандіока
Mangrovewald	маньґровний ліс

Digitized by Google

Manilahanf	банан ткальний
Maniok	маньок
Maqui	макі
Mark	мархія, окраїна
Markt	торг; місточко, городок
Marktflecken	місточко, городок
Marsch	марш
Marschdorf	маршеве село
Massentransport	масовий перевіз
Massenverkehr	масовий оборот, обхід
Maultier	мул
Menschengeschlecht	людський рід, людство
Menschenrasse	раса
Mesokephal	мезокефаль, середноголовий
Milchwirtschaft	молочне хозяйство
Militärgrenze	військова границя
Millionenstadt	мілїонове місто
Mischform	мішана форма
Mischkultur	мішана культура
Mischling	мішанець
Mittelköpfig	середноголовий
Mittelräumig	середнопросторий
Mittelstaat	середна держава
Mittelstadt	середне місто
Monarchie	монархія
Monokotyl	однопрозябцевий
Monotheismus	монотеїзм
Monotremata	стекуни
Moorboden	торфиста почва
Moor	торфище, руда, рудавина
Moorgegend	плаве, плавя
Moostundra	мохова тундра
Moosmoor	моховище, моховиско
Motorwagen	самоїзд
Mundart	наріче
Muskatbaum	мушкательне дерево

N.

Nachrichtenverkehr	звістковий оборот, обхід
Nadelwald	шпильковий ліс, бір

Digitized by Google

Nährpflanze	стравна, кормова ростина
Nahrung	пожива, корм, страва, пожива, харч
Nahrungserwerb	добуване поживи
Nahständig	близкостійний
Nahverkehr	близкий оборот, обхід
Nation	нація, народ
Nationalität	національність, народність
Nationalstaat	національна держава
Naturname	природне имя
Naturreligion	природна релігія
Naturvolk	природний, первісний, дикий нарід
Naturweg	природна дорога
Nebenland	прилучений край
Negroid	неґроїдний
Nekton	нектон
Neolithisch	неолітичний
Niederungsmoor	низовинне торфище
Nomade	кочевик
Nordwelt	північний сьвіт
Notial	нотіяльний, полудневий
Nutzpflanze	ужитна ростина
Nutztier	ужитне зьвіря

O.

Oase	оаза
Ödland	неужиток, пустара
Oekumene	вселенна
Ökologisch	екольоґічний
Ölbaum	оливник
Ölpalme	оливна пальма
Ölpflanze	оливна ростина
Olive	маслина, оливка
Omnivor	всеїд
Opium	опій
Ordnung	діл, ряд; лад, порядок
Organismus	орґанїзм, устрій
Organ	орґан, стрій, знаряд
Orthodox	православний, правовірний
Orthognathie	ортоґнатія
Ortschaft	місцевість

Digitized by Google

Ortslage	містоположенє
Ortsname	имя місцевости
Ortsständig	місцевий
Ortszeichen	місцевостний знак

P.

Palaearktisch	палеарктичний
Paläolithisch	палеолїтичний
Palmenwald	пальмовий лїс
Pampas	пампаси
Paraguaytee	параґвайський чай, мате
Parklandschaft	паркова, лугова країна
Pelagisch	пеляґічний
Pelztier	шубне зьвіря
Perioeke	періек, окресний мешканець
Permanenz	постійність
Personenverkehr	особовий обхід, перевіз осіб
Pfeffer	перець
Pferd	кінь
Pflanze	ростина
Pflanzendecke	ростинна крівля
Pflanzenfresser	ростиноїд
Pflanzengenossenschaft	ростинне товариство
Pflanzengeographie	ґеоґрафія ростин
Pflanzenphaenologie	ростинна фенольоґія
Pflanzenregion	ростинна область, реґіон
Pflanzenverein	ростинна спілка
Pflanzenwanderung	ростинна мандрівка
Pflanzenwelt	ростинний сьвіт, ростинне царство
Pflanzenzone	ростинна полоса
Pflanzung	плянтація, плянтаж
Pflanzungsbau	плянтаційне хазяйство
Pflanzungskolonie	плянтажна кольонїя
Phaenologie	фенольоґія
Pilgerfahrt	паломництво
Plain	плен
Plankton	плянктон
Plantagenbau	плянтажне хозяйство
Platykephal	плятикефаль, плоскоголовий
Polytheismus	полїтеїзм

Digitized by Google

Population	популяція, населене
Post	пошта
Poststrasse	поштова дорога
Postverkehr	поштовий оборот, обхід
Prairie	прерія
Prognathie	проґнатія
Provinz	провінція

Q.

Quellenort	жерельна місцевість

R.

Radfahrer	наколесник
Radfahrerkarte	наколеснича карта
Randlage	окрайне положене
Randvolk	окрайний нарід
Rasen	мурава, моріґ, дернина
Rasse	раса
Raum politischer	політичний простір
Raumbewältigung	поборене, перемога простору
Regenwald	дощевий ліс
Region biogeographische	біоґеоґрафічна область, реґіон
Reihendorf	рядове село
Reis	риж
Reiseweg	дорога, шлях подорожи
Reittier	верхове зьвіря
Reitweg	плай
Religion	віра, релїґія
Religionsgebiet	релїґійна область
Religionsgemeinschaft	релїґійна спілка
Rentier	рен
Republik	републїка
Restvolk	рештовий, злишковий нарід
Ried	торфище, руда, ринда
Rindvieh	товар, рогата худоба, скот
Robbe	тюлень
Robbenschlägerei	лівля тюленїв
Rodung	чертеж, погар, погарик, корчунок, бутин

Digitized by Google

Rohrsumpf	очеретище, тростник
Rosine	розинок
Route	рута
Rübenzucker	бураковий цукор
Runddorf	кругле село

S.

Sagopalme	саґівниця
Salzpflanze	солелюбна ростина
Sambaquis	самбакіси
Sammelvolk	збираючий нарід
Sandsteppe	пісчуга
Saumverkehr	вючний оборот
Saumweg	плай
Savanne	саванна
Schädel	череп, чашка
Schädelindex	черепний індекс
Schädelinnenraum	нутро черепа
Schädelkapazität	вміст, зміст, обєм черепа
Schaf	вівця
Schamanismus	шаманїзм
Schätzung	оцїнка
Scheitelkanal	вершинний канал
Schiefzähnig	скіснозубий
Schienenweg	рельсова дорога
Schiit	шіит
Schlichthaarig	гладковолосий
Schlitten	сани
Schnellverkehr	скорий обхід, оборот
Schranke biogeographische	біоґеоґрафічна застава
Schutz	охорона, захист, затула
Schutzeinrichtung	охоронний прилад
Schutzfarbe	охоронна масть, краска, барва
Schutzhütte	колиба
Schutzlage	захистне положенє
Schutzort	захист
Schutzstaat	зависима, ленна держава
Schweinezucht	годівля свиний, свинарство
Schwemmgold	наплавне золото
Seefischerei	морське рибальство

Digitized by Google

Seemacht	морська держава
Seeotter	морська видра
Seeplatz	надморська місцевість
Seeschiffahrtskanal	межиморський канал
Seeweg	морський шлях
Seestadt	морське місто
Segelschiffahrt	вітрильна плавба
Segelschiffahrtsweg	вітрильний шлях
Seidenraupe	шовковик
Sesam	сезам
Sesshaftigkeit	осїлість
Shintoismus	шінтоізм
Siedelung	селитьба, оселя, осада
Siedelungsdichte	густота селитьб
Siedelungskarte	карта селитьб
Siedelungskolonie	поселеньська кольонїя
Siedelungskunde	ґеоґрафія селитьб
Silbergrube	копня срібла
Sippe	рідня
Sklaverei	невільництво
Skrub	скруб
Sommergrün	лїтовий, лїтом зелений
Sommerregengebiet	область лїтних дощів
Sommerschlaf	лїтний сон
Sonderfamilie	узша родина
Sonderung räumliche	простірне віддїлене, відокремлене
Sorghum	дурра
Spezialhandel	спеціяльна, подрібна торговля
Spielraum	простір, простороиь, поле
Spiralhaarig	спіральноволосий, крутоволосий*
Sprache	мова, язик
Sprachstamm	язикове кодло
Sprachverschiedenheit	язикова ріжність
Spurweg	рельсова дорога, рельсовий шлях
Staat	держава
Staatenkunde	ґеоґрафія держав
Staatsgebiet	державна область
Staatsgrundmacht	основна могутність держави
Staatsterritorium	державна теріторія
Stadt	місто, город
Städtelage	положене міст

Digitized by Google

Stadtstaat	городова, мійська держава
Stadtwirtschaft	мійська господарка
Stafettendienst	штафетна служба
Stamm	племя
Standort	становище
Standortsformation	місцева формація
Station	стація, станиця
Statistik	статистика
Steinkohle	камінний уголь
Steinzeit	камяна доба
Steppe	степ
Steppengürtel	степова полоса
Steppentrift	одая
Stockfisch	вахня, тарань
Straffhaarig	простоволосий
Strandvegetation	бережинна рістня
Strandwald	бережинний ліс
Strasse	шлях, дорога, вулиця
Strassenbau	будова доріг
Strassendorf	вуличне село
Strauchhalde	гущавник, байрак
Stützpunkt kolonialer	кольоніяльна точка опору
Subantarktisch	субантарктичний
Subarktisch	субарктичний
Suboekumenisch	субекуменьський
Subregion	підобласть
Subtropisch	субтропічний
Succulente Gewächse	товстиші
Südwanderung	південна мандрівка; вирій
Südwelt	південний сьвіт
Sumpf	багно, млака, мокляк, мочар; багновище, багнище, багновиця, багнюка, багрина, балта; млаковина, моклавина, мокравина; дреговина, дряговина; грузовина, грязюка; перемулина; ревня; твань, тваня; пржавець; гниловоди
Sumpfloch	бакай
Sumpfwald	плавня
Sumpfwiese	поплава
Sunnit	суніт

Digitized by Google

Süsswasserregion	солодководний реґіон
Süsswassergebiet	солодководна область

T.

Tabak	тютюн, бакун
Tabellenstatistik	табелярна статистика
Taoismus	таоізм
Taro	таро
Telegraph	телеґраф
Telegraphennetz	телеґрафна сїть
Tiergeographie	ґеоґрафія зьвірят
Tierklasse	зьвіринна кляса
Tierphaenologie	зьвіринна фенольоґія
Tierreich	зьвіринне царство
Tierwelt	зьвіринний сьвіт
Tikbaum	тік
Torfmoostundra	торфиста тундра
Trägerverkehr	ношацький оборот, обхід
Tragplatz	переволока, волок
Transkontinentalbahn	трансконтінентальна зелїзниця
Transportmittel	середник перевозу, транспорту
Trockengebiet	посушна область
Trockenwald	сухолїс
Tropenwald	тропікальний лїс
Tropophyt	тропофит
Tundra	тундра
Tundrengürtel	полоса тундр
Tunnel	тунель

U.

Übergangsform	переходова форма
Übergangsgebiet	переходова область
Überlandtelegraph	трансконтінентальний телеґраф
Übervölkerung	перелюднене
Uferflora	набережна рістня
Umwohner	окресний мешканець, перієк
Urwald	праліс, темей

V.

Vanille	ваніля
Varietät	відмінок

Digitized by Google

Vegetation	веґетація, рістня, ростинність
Vegetationsformation	ростинна формація
Vegetationsgürtel	ростинний пояс
Vegetationslinie	ростинна лінія
Vegetationsperiode	веґетаційний період
Vegetationsregion	веґетаційний реґіон, область
Vegetationstypus	тип веґетації
Vegetationszone	ростинна полоса
Verbreitung	розширене, розміщене
Verbreitungsbedingung	условина розширеня
Verbreitungsmittel	середник розширеня
Verbreitungstypus	тип розширеня
Verbreitungsweise	спосіб розширеня
Verdichtung	згущене
Vererbung	дідичність
Verkehr	комунікація, обхід, оборот, лучба, зносина
Verkehrsbett	русло обходу
Verkehrsgeographie	ґеоґрафія обходу
Verkehrshindernis	перешкода обходу
Verkehrslage	обходове положене
Verkehrslinie	лінія обходу
Verkehrsmittel	середник обходу
Verkehrsnetz	сіть обходу
Verkehrsweg	обходова дорога
Verteilung	розділ, розміщене, розположене
Verwaltungseinheit	одиниця управи
Viehzuchtkolonie	скотарська кольонія
Vizinalweg	доґздова дорога
Vliesshaarig	руноволосий
Volk	нарід, люд
Völkergedanke	народна думка
Völkerkreis	ґрупа, круг народів
Völkerkunde	народознавство, народопись
Völkersitz	осідок народу
Völkerverschiebung	пересуване народів
Völkerwanderung	мандрівка народів
Volksdichte	густота населеня
Volksdichtekarte	карта густоти населеня
Volkswirtschaft	народне газдівство, хазяйство
Volkszählung	перепись населеня

Digitized by Google

Vollkultur	повна культура
Vorposten biogeographischer	біоґеоґрафічний передовик

W.

Wagenverkehr	возовий обхід
Wald	ліс, бір; підмоклий: сегла, сигла; пустий: бугаш, темей; рідкий: рідколіс
Waldgrenze	лісова границя
Waldgürtel	лісовий пояс
Waldhufendorf	лісове село
Waldkluft	нетра, тенетра, потемея
Waldland	лісова країна, полісє
Waldlichtung	поляна, пролісок
Waldrand	узлісє, залісок
Waldwechsel	зміна ліса
Waldwiese	луг, лаз
Waldzone	лісова полоса
Wanderung innere	внутрішна мандрівка
Wärmebedürfnis	потреба тепла
Wasserreis	водяний риж
Wasserweg	водяний шлях, водна дорога
Weg	дорога, шлях, путь
Wegegattung	рід дороги
Wegekarte	дорожна карта
Wegsamkeit	доступність, перехідність
Weichbild	область города, поземлиця (?)
Weide	пасовиско, пастівник
Weiler	присілок (слобода, воля)
Weizen	пшениця
Welthandel	сьвітова торговля
Weltreich	сьвітова держава
Weltverkehr	сьвітовий обхід, оборот
Weltwirthschaft	сьвітове хозяйство
Wiese	лука, сіножать
Wiesenmoor	низовинне торфище, руда, поплава
Wildnis	пустара, оступ, остеп
Wildtier	дике зьвіря
Windbruch	виверт, вивертень, ломіж, валежник
Winterregengebiet	область зимових дощів

Digitized by Google

Winterschlaf	зимовий сон
Wirtschaftsform	форма, спосіб хозяйства
Wirtschaftsgebiet	область хозяйства
Wirtschaftsgeographie	економічна ґеоґрафія
Wirtschaftsstufe	ступень газдівства, хозяйства
Wohndichte	густота замешканя
Wohngebiet	область замешканя
Wohnplatz	селитьба, оселя
Wohnraum	простір замешканя
Wohnstätte	осїдок, домівка
Wollhaarig	вовнистоволосий
Wurzelfrucht	бульвиста ростина
Wüste	пустиня, пустара, пустар, пустарник, пустир, пустош, пустошак
Wüstensteppe	пустинний степ

X.

Xerophil	ксерофільний
Xerophyt	ксерофит

Z.

Zentrum der Bevölkerung	осередок, центр населеня
Ziege	коза
Zimmtbaum	цинамонник
Zobel	соболь
Zone vegetative	ростинна полоса
Zoogeographie	зооґеоґрафія
Zuchtwahl geschlechtliche	половий добір
Zuchtwahl natürliche	природний добір
Zuckerrohr	цукрова трость
Zufluchtstätte	захист, затула
Zugstrasse (der Vögel)	вирійна дорога
Zugtier	тягле зьвіря
Zugvogel	прилетна, мандрівна, перелетна птиця
Zuwachsberechnung	обчисленє приросту
Zwergstaat	мізильна держава
Zwergstrauchhalde	мізильний байрак
Zwergvolk	карловатний нарід
Zwischenlage	проміжне положенє.

Digitized by Google

Digitized by Google

Клим Глїбовицький

(згадка посмертна)

написав Др Володимир Левицький.

24. цьвітня 1907. р. помер Клим Глїбовицький, а з ним убув оден з невеликої горстки фахових українських математиків, що побіч свого буденного занятя находять час і волю трудити ся успішно над розвитком сеї величавої науки, яка у нас доперва від пару літ — мимо браку відповідних умов — починає зискувати що раз то нових адептів, нових тружеників.

Бл. п. Глїбовицькому судьба ціле коротке житє була мачохою; в цьвіті віку, бо ледви в 33. році житя скосила немилосердно його молодече житє, а однак і за сей короткий час вспів Покійник зробити дуже много на поли улюбленої своєї науки і лишити по собі в науці українській великий слїд, що буде будучим труженикам певно довго присьвічувати.

Уроджений в р. 1875. в Махнївцях, бережанського повіту, де батько єго був парохом, вступив Покійний до ґімназиї в Бережанах і тут вже дав пізнати ся скоро яко визначний математик. По скінченю ґімназиї вступив на університет у Львові, де посьвятив ся специяльно студиям математики під проводом проф. Пузини; тут відразу дав ся пізнати як дуже спосібний математик, що не лиш для хлїба, для будучої кариєри вибрав собі се доволї тяжке студиюм. Бо бл. п. Глїбовицький був математиком з покликаня, математиком-ентузиястом, якому математика є дійсно „царицею усїх наук“, що для єї і ціле житє посьвятити варта. Вже тодї снував Покійний мрії, як по укінченю студий буде міг свобідно заняти ся математикою, як колись виїде за границю, де у найперших майстрів сеї могучої науки віддасть ся специяльним студиям.

Digitized by Google

Час студий університетских (1892—1896) перебув Покійний на безпереривній праці, так що в рік по окінченю університету міг приступити до іспиту учительского, який і зложив в р. 1898 з дуже хорошим успіхом.

Іменований заступником учителя в ґімназиї в Тернополи перебув тут два роки (1896—1898) і дав пізнати ся яко дуже добрий, совістний учитель, яко добрий товариш, приятель молодіжи і яко дуже визначна сила в тернопільскій українській громаді. В р. 1898. 24. червня молоденький, бо ледви 23-літний Глїбовицький, зістав іменований дійсним учителем математики і фізики в українській ґімназиї в Перемишли і на тій позициї оставав через 10 літ аж до своєї передвчасної смерти. На тім становиску виступили єго прикмети громадяньскі і учительскі ще красше, ще в повнїйшім сьвітлї. Як учитель визначав ся глубоким знанєм фаховим, совістною працею, ясним, прозорим викладом. Але за се і від учеників жадав совістної праці, бо виходив з заложеня, що українській суспільности, більше як кождій иншій, треба в будучности совістних, розумних робітників. Молодіж очевидно не все розуміла інтенциї свого учителя, що мимо великих своїх вимог був великим єї приятелем і добродієм, і через се доходило нераз до непорозумінь, які однак скоро і легко укладались, бо молодіж пізнала, що учитель бажає її лиш добра. Бо Він і по за школою трудив ся для повіреної собі молодіжи; через увесь час свого побуту в Перемишли був він касиєром бурси для молодіжи, запомагав бідних учеників з власних своїх фондів, а попри науку молодіжи старав ся також виховувати єї, виробляти в ній почутє естетичне та знанє форм, яке кождому культурному чоловікови є конче потрібне.

Покійний був також взірцевим громадянином українським. Так за часів тернопільских, як і пізнїйше в Перемишли працював по змозї для своєї суспільности; не було товариства в Перемишли, якого би Покійний не був членом і то не лиш членом, що платив вкладки, але членом вельми діяльним. В Перемишли був касиєром бурси, директором Народного Дому, до якого заснованя дав почин разом з иншими патріотами перемискими, і де лиш міг, старав ся справі українській принести поміч і користь.

З природи дуже слабосильний западав Покійний дуже часто на здоровлю, а ціле Єго коротке житє — то лиш одна борба зі смертю. Пару разів мусів шукати Покійний покріпленя слабого свого орґанізму за границею; то в Мерані, то в Абациї, то на мори Північнім шукав пільги на хоробу серця, що з малку підкопувала вже і так філїґрановий Єго орґанізм. Та до всего став ся бл. п. Клим жертвою великої катастрофи; ще в памяти всїх атентат молодця, що в приступі божевіля кинув ся на бувшого свого учителя і майже смертельно Єго ранив. Від

Digitized by Google

сеї хвилї Покійний нїколи не прийшов цїлком до себе; бо хотяй і подужав, то послїдні два роки Єго житя були лиш пасованем зі смертию. До всего ще прийшла нечаянна смерть дорогої Єго матери, яка приневолила Покійного перервати курацию в Абациї і вертати до Галичини. А хотяй опісля двигнув ся троха бл. п. Клим і виїхав до Цїріху в Швайцариї, де студиював науки суспільно-економічні, а специяльно справи асекурацийні та справу використаня сили гірских потоків як моторів до порушуваня фабрик — розуміючи, що у нас в Галичинї, де тілько є богацтв і де тільки марнує ся енерґії, укритої в гірских потоках, ся справа є перворядної ваги, — то однак се було вже веґетоване, а не житє. Покійний мусїв перервати свої студиї і вернути до Галичини, де вскорі закінчив своє житє в Куликові в домі свого брата Дениса.

Та хотяй як коротке було Єго житє, хотяй все і все бороти ся мусїв з недугою, то однак Покійний нїколи не залишав студий і працї в улюбленій царинї наук математичних, чого доказом цїлий ряд наукових Єго розвідок, з яких деякі мають первостепенну вартість. Вартість тих робіт лиш сей зможе оцїнити, хто знає, як тяжко на провінциї, здалека від бібліотек і від усяких товариств наукових, серед обставин, які радше усьому сприяють, лиш не науковій роботї, трудити ся науково. Одну з тих розвідок приняла Єму колеґія професорів унїверситету львівского як докторску дісертацию, но Покійний вже не був в силї дійти до осягненя степеня академічного; друга стрінулась з признанем властий шкільних, чого доказом нагорода грошева, признана авторови через мінїстерию Просьвіти. Дїяльність Покійного оцїнила і наша секция, предкладаючи Єго видїлови до іменованя дїйсним членом Наук. Товариства ім. Шевченка (звичайним був Покійний від ряду лїт), та на жаль Покійний не діждав ся сеї почести.

В житю товарискім був Покійний звісний яко особа високо образована, одиниця культурна та ідейна. Бл. п. Клим потягав кождого, хто мав нагоду близше Єго пізнати, своєю нїжностию, делїкатностию почувань, щиростию та сердечностию. Хто — як автор сих стрічок — мав нагоду близько з ним жити, мав нагоду дискутувати усякі квестиї суспільні та наукові, того особа Покійного мусїла до себе потягати і привязувати на все.

Менї на все остане в памяти Твоя сердечна, щира, без слїду еґоїзму вдача, дорогий Товаришу, Твоє прихильне, щире серце. Ти все був сердечним, добрим Товаришом, тож найже Тобі легкою буде та земля, яку Ти так дуже любив; найже Твоя бідна, схоріла душа найде супокій в горі, коли тут на земли Ти того супокою не міг найти. Твоя робота не піде на марно, а Твої працї будуть грядучим поколїням при-

Digitized by Google

міром, як трудити ся для добра того народа, про якого добро Ти все мрів. Честь Твоїй памяти, Твоїм трудам та знаганям!

Наукові роботи Глїбовицького обнимають в першій лїнії теорию рівнань альґебраїчних, а головно квестию їх альґебраїчної розвязки, теорию рівнань ріжничкових та функций. Ось спис хронольоґічний тих розвідок.

1) Рівнане пятого степеня (Збірник секциї мат.-прир.-лїк. Наук. Тов. ім. Шевченка, том II. 1897. ст. 1—36).

2) O niemożebności algebraicznego rozwiązania równań ogólnych stopnia wyższego nad czwarty (Sprawozdanie Dyrekcyi c. k. wyższ. gimnazyum w Tarnopolu, 1898. ст. 1—26).

3) Права руху маятника (Збірник мат. прир. лїк., том III, випуск II, 1898. ст. 1—14).

4) Інтеґрали рівнань ріжничкових першого ряду в точках особливих, n-кратних (Справоздане дирекциї ц. к. II. ґімн. в Перемишли, 1899 (ст. 1—30).

5) Микола Генрих Абель і єго значінє в математицї Збірник мат. прир. лїк., том IX. 1903. ст. 1—88).

Перейдїм по черзї тї розвідки.

Перша розвідка складає ся зі вступу і двох частий; одна подає загальну квестию розвязки альґебраїчної рівнань степеня висшого, як четвертий, друга теорию рівнаня пятого степеня.

По короткім історичнім оглядї переводить автор теорию Абеля, а іменно твердженє, що рівнанє дає ся лиш тодї альґебраїчно розвязати, наколи корінь рівнаня є таким вираженєм, що кожда функция, яка в се вираженє входить, є вимірною функциєю корінїв даного рівнаня. З відси на основі теориї субституций доходимо до заключеня, що загальне рівнанє альґебраїчне степеня $n > 4$ не має розвязки альґебраїчної. Далеко коротший є доказ, поданий через Galois (ст. 14—16 розвідки), що так як рівнанє степеня $n > 4$ має ґрупу, якої т. зв. чинники зложеня не є числами первими, то і розвязка альґебраїчна є неможлива.

Друга часть сеї розвідки (ст. 17—36) посьвячена є дослїдам Hermite'a, що опираючи ся на звісній формі Bring-Jerrard'a рівнаня 5. степеня:

$$x^5 + x + b = o$$

доказав, що рівнанє 5 степеня дасть ся розвязати при помочи функций переступних, а іменно еліптичних, наколи зведемо єго до відповідної форми:

Digitized by Google

$$x^5 - x - \frac{2}{\sqrt[4]{5^3}} \frac{1+u^8}{u^2(1-u^8)^{\frac{1}{2}}} = 0,$$

де:

$u = \sqrt{2} q^{\frac{1}{8}}(1 - q^{2m-1} + \ldots \ldots)$, $q = e^{\varrho \pi i}$, а таке уведенє все дасть ся довершити.

І друга розвідка автора тикає ся також тої самої квестиї розвязки альґебраічної рівнань степеня $n > 4$. Но тут попри теорию Абеля і Galois подає ще автор теорию Ruffini'ого з р. 1799 та доказ Wantzel'a.

В розвідці третій розбирає автор теорию руху маятника на основі функций еліптичних, а іменно виходячи зі звісних рівнань руху маятника доходить до загального рівнаня форми:

$$\frac{du}{d\left(t\frac{\sqrt{g}\sqrt{\alpha+\gamma}}{l}\right)} = \sqrt{1-u^2}\sqrt{1-ku^2},$$

яке розвязує ся при помочи функций еліптичних, а іменно звісної функциї

$$\sigma(u) = u \prod \left(1 - \frac{u}{w}\right) e^{\frac{u}{w} + \frac{1}{2}\frac{u^2}{w^2}}$$

і т. з. квотів функций $\sigma(u)$.

Ціла та розвідка переведена є в дусї теориї функций еліптичних Вейерштрасса, а хотяй не подає нічо ориґінального, однак задля своєї прозорости з одного боку, а трудностий дістати ориґінальні роботи Вейерштрасса з другого боку — трудности, якій доперва тепер в части запобігла академія берлїньска виданєм творів Вейерштрасса — розвідка та може — особливо початкуючим математикам — дуже стати в пригоді.

Розвідка четверта є лиш рефератом з відповідних уступів дуже інтересної та дуже важної книжки: M. P. Painlevé: Leçons sur la théorie analytique des équations differentielles; заслуга автора, що звернув своєю розвідкою увагу математиків на сей визначний твір математика французького.

Послїдна розвідка автора і розміром і значінєм з праць автора найважнїйша. Коли сьвіт науковий в р. 1902. сьвяткував память одного з найбільших математиків XIX. віку, вважав автор відповідним, щоби і Тов. Шевченка почтило сего незвичайного ученого; тому-то посьвятив єму велику свою розвідку, тим більше, що занимаючи ся від давна теориями Абеля був до написаня такої розвідки найбільше компетентний.

По короткій біоґрафії Абеля, украшеній портретом (репродукованим з Acta matematica т. I), де автор дуже уміло і симпатично пред-

Digitized by Google

ставив сильветку великого ґенія скандинавского, переходить автор до огляду всїх творів Абеля від початкових до послїдних, представляє всї здобутки і методи великого математика, та задержує ся особливо над капітальними працями Абеля в царинї рівнань альґебраїчних та функций еліптичних, що єму та Jacobi'му завдячують своє істноване.

Годї в кількох стрічках представити цїлий зміст сеї величезної що до змісту і вартости розвідки автора; хто цікавить ся квестиями математики висшої, а власне історию єї, той певно не залишить перестудиювати сю студию про Абеля. Менї вистане сказати, що тим твором почтив автор, як не мож красше, память сего математика, який Покійному цїле житє був примірем, та якого траґічна судьба много схожа з судьбою пок. Глїбовицького.

Сим послїдним твором завершив Покійний свої працї математичні; неумолима судьба не дозволила єму плекати дальше улюбленої своєї науки. Правда — добуток науковий по Покійнім не дуже великий; але хто знав близше охоту і ентузиязм бл. п. Глїбовицького, той знає, що він серед инших обставин певно був би підніс престіж математики на українській нові. Тож цїлком вірно дадуть ся до него примінити слова, які сказав в своїй розвідцї про Абеля (ст. 4): „Колиб був пожив довше, то не одно єще булиб про него почули“.

Львів в лютім 1908.

Digitized by Google

Бібліоґрафія і хроніка математично-фізична.

Др. Володимир Левицкий і Петро Огоновский. — Альґебра для висших кляс шкіл середних (часть I. на V. клясу ст. IV+167. Львів 1906 і часть II. на VI і VII клясу ст. VIII+268. Львів 1908).

Недостачі жадного підручника не відчувано в школї так дїймаючо як власне альґебри для висших кляс, бо попередний підручник був і цїлком вичерпаний і не вповнї відповідав вимогам, які треба було ставити в школї в тій материї. Тож ученики з конечности мусїли послугуватись підручниками польских шкіл і такий стан тревав на жаль довгий час. Поява проте першої вже части стрівула ся так з боку учеників як і учителїв з некритою радостию тим більше, що учебник сей перейшов найвибагливійші постуляти, які ставити можна до сего рода підручників. А треба тямити, що написанє альґебри, що не має внедовзї відтак пійти на склад задля браку методичного представленя ї уґрупованя материялу не сходячи притім з наукового позему, на якім всеж таки мусить удержати ся, справа не така легка. Вже в тім місци можна сказати, що автори вивязались з задачі як не мож гарнїйше. — В першім роздїлї подано головні дїланя простї, додаванє і множенє. При поясненю многократи подано однак не цїлком точно дефінїциї на вирази одноіменні і ріжноіменні, бо числа $3a$ і $5a^2$ хотяй не мають ріжних чисел загальних а прецїнь не суть одноіменними, так само означенє одночлена одноіменного і ріжноіменного, бо два одночлени, що ріжнять ся лиш сочинниками, не конечно мусять бути одноіменними як і противно. Відниманє і дїленє представлено поправно як також по тім дуже рационально приступлено до представленя дробів, де навіть впроваджено на означенє чисел безконечно великих і безконечно малих символ lim (limes границя). По тім після мого погляду було би вказанним писати дальше о дробах,

Digitized by Google

а уклади чисельні і подільність чисел переставити перед відношенями або навіть і потім. Рахунок ланцуховий і спілки можна було пропустити, бо се аж до знуди є предметом попередної кляси. В рівнанях першого степеня о більше незвісних впроваджено крім чотирох метод, з якими доволї познакомлено учеників вже на попереднім степени науки, єще методу визначників і ту відповідно широко розвинено. І після мене при науцї повинно ся чим скорше перейти попередні знані методи, а виключно заняти учеників тою методою. Кінцевий уступ сеї части про нерівности услівні після мене злишний.

В части другій зачинаєсь науку о степенях; річ представлено коротко і ясно. Відтак ідуть корінї, де піднести з признанем належить, що введено індукцийний спосіб доказів поодиноких твердженъ, бо то як раз відповідає теперішним вимогам спільної працї учеників з учителем вже навіть при викладї. При представленю чисел мнимив і злучених не поминено триґонометричного їх представленя, як також коріня числа злученого, через що науку о тих числах можна значно поглубити і значінє їх розширити. Відтак іде наука о льоґаритмах, з котрими навязано зараз про рівнаня переступні і тим наглядніїше представлено їх користь. Науку о рівнанях висшостепенних розведено дуже широко і обємисто, впроваджено понятя, методи і способи, яких в ніяких підручниках не стрічаєсь, як розвязку рівнаня квадратного методою ґоніометричною, рівнаня двочленні, загальні рівнаня третого і четвертого степеня о однїй незвісній і короткий погляд на теорию рівнань; річи дуже хосенні, бо хоть й би їх в школї навіть вповнї не можна було взяти, то всеж таки можуть бути предметом студий цікавійших і талановитших учеників, котрі доси задля браку такого материялу попросту тратили запал до сего предмету. При рядах впроваджено ряди аритметичні висших степенів, як також ряди ґеометрично-аритметичні. Послїдні роздїли, де говорить ся про теорию сполук, рахунок імовірности і єго приміненя зредуковано до можливого мінїма без затрати зрозуміня і ясности даної матерві. Додати треба, що при всїх роздїлах додано відповідні потрібні приміри, що до тих однак треба замітити, що їх в першій части рішучо за мало і они за легкі, в другій вже їх достаточне число, лиш они в більшій части з вислїдом не простим а запутаним. Рівнож добре би було при тяжших задачах подати вислїд. Термінольоґія поправна, не стрічаєсь нїде сьвіжих разячих висловів. Історія математики в відповідних місцях належито узгляднена. Переробляючи в школї з сего підручника відразу пізнає ся, що укладала єго спілка, бо повна все і всюди гармонїя між теориєю, яку репрезентує Др. Володимир Левицкий, а практикою, яку безперечно заступав Петро Огоновский. Сердечна вдяка належить ся без сумнїву авторам так від учеників як і учителїв, як також від руського громадяньства.

С. Матвіяс.

Digitized by Google

Др. Е. М. Савицкий. — Ґеометрия для висших кляс ґімназияльних (ціна 3 К 80 сот. у Львові 1908. сторін 246).

Давно очікуваний підручник появив ся вкінци з початком сего року шкільного і сказати можна сьміло, що не завів надій і вимог, які можна ставити до сего рода учебників. Переходячи по черзі кождий діл ґеометриї ствердити належить, що плянїметрия оброблена старанно, дефініциї подано ясно, докази переведено на фіґурах по части ориґінальних з всякою прецизиєю. На перший план в тій партиї висуває ся розвязка задач конструкцийних, де одні і ті самі задачі переведено аж в потрійний спосіб методою місць ґеометричних, методою фіґур помічних і фіґур подібних. Поступлено тут цілком методично зачинаючи від лекших задач переходячи до щораз труднїйших, через що улекшено значно роботу учителя. Та часть плянїметриї безперечно найтруднїйша навіть для ученика, що слухає викладів в школї учителя а майже недоступна для ученика приватиста; з сего учебника однак може кождий без знеохоти ідучи з ступіня на ступінь розвязати всї задачі маючи на тямці ті, що перероблені в книжці. Порядок уступів в тій части є більш натуральний як до тепер так, що нема тверджень, котрих не можна би доказати на підставі попередних. При важнїйших твердженях і формулах згадано рівнож імя автора і час єго діяльности.

В стереометриї усунено, що з признанєм піднести належить, непотрібний баляст. Цілком ориґінально перевів автор теорему Ейлєра, де не залишив згадати потрібного застереженя. В триґонометриї не богато стрічаємо змін, одно що можна після мовї гадки еще пропустити, то дорогу, яка веде до обчисленя *sin* 1″. В аналїтицї впроваджено з користию рівнаня місць ґеометричних, рівнаня вершкові лїнїй стіжкових, рівнаня бігунові не тілько лїнїї прямої але еліпси, гіперболї і параболї а що найважнїйше — то розбір загального рівнаня другого степеня з двома незвісними, через що підносить ся при науцї позем цілої аналїтики значно висше, бо позвалявсь ученикови в рівнаню другого степеня добачувати після єго виду одну з кривих лїнїй. Зате можна було пропустити конструкцию точок еліпси на підставі пропорциї $a:b=\sqrt{a^2-x^2}:y$, бо ледви чи хто тим способом схоче рисувати еліпсу. Що однак робить цінним сей підручник, то многість і добір численних задач, які слїдують по кождій замкненій для себе цілости тверджень так в плянїметриї, як в стереометриї, триґонометриї і аналїтицї. В триґонометриї надто зіставлено задачі в таблички, де обчислено всї величини, а приймаючи одні за звісні вишукує ся другі, через що контроля висліду наглядна. При примірах добачити можна ту злу сторону, що не упорядковано їх поступаючи від лекших до труднїйших, через що праця совісного учителя утруднена, бо мусить сам переробляти вперед задачу, щоби переконати ся, скілько часу може она при виробі домашнім забрати ученикови. Вправдї труднїйші задачі означені зьвіздкою, але то не всї і не все. Не згадую тут про похибки друкарскі в задачах, котрі би належало при другім виданю справити, а стати ся може то в сей спосіб,

Digitized by Google

що кождий учитель переробляючи задачі чито в школї чи сам помічені похибки запише і перешле їх авторови. Що до термінольоґії, то стрічаємо назву рішучо разячу „кол“ другий відмінок числа многого від коло; також полишено назви латиньскі *„subtang, subnorm“*, що знова назвати їх доволї легко, бо вже ті назви стрічаємо в термінольоґії Дра В. Левицкого. З перегляду цїлої материї в підручнику і способу єї подання прийти мусить ся з вдоволенєм до того переконання, що учебник сей не тілько не уступає в нічім підручникам інших шкіл, але під кождим зглядом їм дорівнує, а навіть перевисшає.

С. Матвіяс.

Микола Чайківський. Розвій чисельних системів в історії людскої культури (Альманах „Січ“, у Львові 1908. ст. 67—95).

Наша математична література є так убога, що кожду найменьшу роботу в тій царині треба з радістию привитати. Перед нами лежить розвідка молодого математика, що відносить ся до історії математики; розвідка писана популярно (хотяй з деяким апаратом научним), скорше в формі реферату, однак не можна єї поминути мовчком. Бо і зміст і спосіб представленя дуже гарний і інтересний навіть для тих, що зі страхом привикли дивити ся на усякі знаки математичні. Пр. уступ про символїку та містику чисел дуже добре написаний. Шкода лиш, що автор згадуючи про шісьтьдесяткову систему не сказав, чому число 60 приняло ся і досі удержує ся ще в деяких мірах (ст. 81) і не дає ся усунути (число 60 є подїльне через 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 30, 60, отже меньші части з того легко утворити, наколи 10 є подїльне лиш через 2, 5, 10); однак ся маленька дрібниця не зменьшає вартости сеї розвідки, яка повинна в окремій відбитцї найти ся в обороті книгарскім.

В. Л.

Stanisław Kępiński. Podręcznik równań różniczkowych. (Lwów, Biblioteka politechniczna, tom XVIII; часть I. 1907. ст. VIII.+195. часть II. 1907. ст. V.+199).

Серед підручників, виданих послїдними роками через Бібліотеку політехнічну, книжка пок. професора Кемпіньского займає безперечно одно з перших місць, а се так через наукове в сучаснім дусї представленє теорий рівнань ріжничкових, як і через велику скількість практичних задач і примірів, що особливо для фізиків і технїків є дуже придатне. В точне представленє богатого змісту сеї книжки не можемо входити, вистане однак для єї характеристики сказати, що в цїлім переведеню автор стоїть на становиску Фухса, Вейерштрасса, Poincaré, Painlevé, Picard'a, Goursat'a та инших творців сучасної теорії рівнань ріжничкових. В першій части, що обіймає теорию рівнань ріжничкових звичайних, подає автор теорию рівнань ріжничкових звичайних ряду першого, так поодиноких,

Digitized by Google

як і укладів двох і n рівнань, теорию точок особливих рівнань поодиноких і укладів рівнань (так сталих, як і движимих точок дійсно і недійсно особливих), теорию особливих точок рівнань однородних та теорию рівнань ряду 2 і n. Численні приміри з механіки та техніки, як пр. функциї кулї, теория перепливу течи, теория маятника, лінії ланцухової, канонічні рівнаня Hamilton'a та рівнаня Ейлера, причиняють ся до ясного зілюстрованя поодиноких теорий. Часть друга представляє теорию рівнань ріжничкових частних ряду першого та другого; особливо сей другий тип, так важний в приміненях, трактований дуже обширно (рівнаня Monge'a і Ampère'a, рівнаня Riemann'a та Green'a, рівнаня Laplace'a, теория потенциялу, рухи течий та тепла, дрогання бальок, струн та болон та т. п. квестиї). Яко додаток додана теория якобіяну, теория інтеґралів Fourier'a, функциї кулї Bessel'a та короткий, але дуже гарний начерк теориї інтеґралів та функций еліптичних після Вейерштрасса і Legendre'a.

Побіч великого та прекрасного трактату проф. Дзівіньского п. з. „Wykład matematyki" книжка проф. Кемпіньского являєсь важним вкладом в польску літературу математичну.

Л. В.

Karol Czajkowski. Zasady umiejętnego (szybkiego i dokładnego) rachowania. (Lwów, B. Połoniecki, Warszawa, E. Wende i sp. 1908. ст. 148).

Сама в собі книжка, де автор зібрав і зіставив ріжні методи і способи скороченого численя, є доволї інтересна. Автор хоче подати способи рационального, улекшеного і скорого рахованя, та способи сконтрольованя і справдженя вислїдів. Чи однак сї способи можна назвати „szybkimi" і чи в загалї хтось завдасть собі труду вивчити ся на память тих всїх способів, так щоби без труду міг їх сейчас примінювати, референт позваляє собі сумнївати ся; чи в більшости случаїв „улекшеня" подані автором не будуть радше „утрудненями" в численю, се бодай для референта річ майже певна. Там де іде дійсно о скоре численє, кождий певно буде волїв придержувати ся „старих" способів, які перейшли єму в „кров і кости", як нових поданих автором.

В. Л.

Dr. Siegfried Valentiner. — Vektoranalysis. (Leipzig, Sammlung Göschen, 1907. ст. 163).

Невелика, але дуже інструктивна книжочка, складає ся зі вступу і трох частий. Часть перша подає загальні правила рахунку векторами (додаванє, відниманє, множенє, понятє добутка скалярів і векторів, ділене, ріжничкованє, твердженє Gauss'a, понятє розбіжности (divergenz) та обороту (curl), твердженє Stokes'a та многократне застосованє операциї ∇); часть друга подає деякі приміненя

Digitized by Google

рахунку векториального до фізики, а власне до теориї потенциялу, гідродинаміки, електромаґнетної теориї Maxwell'a Lorentz'a та електричної поляризациї, часть трета подає поняте лінійних векторових функций та вводить читача в рахунок двійками (диадами), — Книжочка може сьміло станути яко підручник побіч подібних компендіїв Bucherer'a (Vektoranalysis) та Gans'a (Einführung in die Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathematische Physik).

В. Л.

W. Weitbrecht. Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate (Leipzig, Sammlung Göschen 1906, ст. 180+2 таблиці).

Книжочка подає поняте похибок та теорию їх вирівнаня після методи найменших квадратів; всї задачі вирівнаня похибок поділені тут на три катеґориї, а власне вирівнане безпосередних помічань, посередні помічаня та помічаня умовні. Велика скількість практичних завдань, особливо з ґеодезиї, улекшує орієнтацию та надає сїй книжочці практичну вартість.

В. Л.

G. Kowalewski. Einführung in die Infinitesimalrechnung mit einer historischen Übersicht (B. G. Teubner, Leipzig 1908. ст. 126).

Є се оден томик з добре звісного видавництва „Aus Natur und Geisteswelt". Автор, професор унїверситету в Бонн, знаний з своїх розслїдів в теориї ґруп, подає основні понятя з теориї рахунку ріжничкового і інтеґрального; тому то ся книжочка може принести особливо початкуючим студентам математики великий хосен. Інтересний огляд історичний про повстане рахунку інфінітезімального кінчить сей томик.

В. Л.

Dr. W. Ahrens. Mathematische Spiele (ibid. 1907. ст. 118).

Автор подає тут інтересну збірку усяких задач і ігор, які можна при помочи математичної комбінаторики вияснити і зрозуміти (пр. рух коника шахового, маґічні квадрати і т. п.). Книжочка ся розмірами менша від тритомового твору Schubert'a: Mathematische Mussesstunden, тож подає лиш певну скількість задач; однак яко, так сказатиб, книжочка рекреацийна для математиків, заслугує на близше пізнане, бо автор вміє зацікавити і збудити інтерес читача.

В. Л.

Digitized by Google

Roberto Bonola. Die nichteuklidische Geometrie (autorisierte deutsche Ausgabe von Dr. H. Liebmann, Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1908, ст. VIII+244).

Книжка ся має переважно закраску історичну, в чотирох перших розділах подані тут проби доказів на правдивість славного V. постуляту Евклїда у Греків, Арабів та в часї ренесансу, далї схарактеризовані попередники неевклїдової ґеометриї (як Saccheri, Lambert, Legendre, Bolyai, Wachter), вкінци розвиток сеї ґеометриї від Gauss'a, Лобачевского та Івана Bolyai до нинїшного часу. Розділ пятий подає основно оба напрями, в яких розвивала ся ґеометрия неевклїдова, а се напрям ріжничково ґеометричний та напрям метовий; докази на неможливість доказаня постуляту Евклїда (головно на основі поглядів Cayley'a) кінчать сей уступ. Книжку кінчать три додатки: перший про рівнобіжні і верхні Clifford'a та про проблем Clifford'a і Klein'a (визначенє всїх дворозмірних множінний о сталій кривинї, що всюди є правильні), другий про звязь статики з постулятом Евклїда (засада підойми, складанє сил в одній точцї, неевклїдова статика), третий про неевклїдові конструкциї рівнобіжних.

Книжка написана дуже гарно і інструктивно, перевід взірцевий, як також і зверхний вигляд книжки; книжка в нїмецкім виданю є IV. томом знаменитого виданя „Wissenschaft und Hypothese, що виходить накладом сьвітової фірми B. G. Teubner".

В. Л.

Dr. Wilhelm Bahrdt. Physikalische Messungsmethoden. (Leipzig, Sammlung Göschen 1906. ст. 147).

Кого не стати на більші компендия, як пр. Kohlrausch'a, Wiedemann'a і Ebert'a, сей найде в сїй книжочцї дуже добрий підручник до пізнаня головних метод мірничих, уживаних нинї в фізицї експериментальній. Особливо початкуючим адептам фізики можна поручити сю збірку, тим більше, що всї фіґури є представлені схематично і дуже прозоро.

В. Л.

E. Rutherford. Die Radioactivität, autorisierte deutsche Ausgabe von Dr. E. Aschkinass (Berlin, J. Springer 1907. ст. VIII+597).

Книжка ся появила ся дуже на часї; нові досліди над тїлами лучистими прибувають майже з дня на день, так що серед величезної лїтератури і ново пізнаних фактів тяжко приходить зориентувати ся. Тож такий огляд всїх квестий з царини тїл лучистих, як сей, що лежить перед нами, був конче потрібний. А про велику его вартість рішає імя автора, який і в дослїдах і в теориї тїл лучистих побіч Curie та Ramsay'a занимає одно з перших місць. Єго книжка подає в 14 уступах і двох додатках все, що зроблено на

Digitized by Google

поли досьвіднім та теоретичнім під хвилї відкритя тїл лучистих аж до хвилї епохального відкритя Ramsay'a переміни еманациї в гель (очивидно нові працї Ramsay'a про переміну первнів в книжці сій ще не могли найти поміщеня, так як англїйский оригінал появив ся в 2. виданю ще в р. 1905). Переводчик, професор унїверситету берлїньского, обмежив ся не лиш на сам перевід, але всюди в примітках подав нові відкритя і факти, пізнані від хвилї, коли вийшов англїйский оригінал. І через се книжка має тим більшу вартість; кождий, що працює в царині тїл лучистих, не обійде ся без сего підручника, де найде і досьвіди і теоретичні виводи і богату лїтературу. Що до вигляду зверхного книжка представляє ся дуже гарно.

В. Л.

Dr. Paul. Gruner. Die radioactiven Substanzen und die Theorie des Atomzerfalles (Bern, A. Francke 1906. ст. 103).

Wilhelm Frommel. Radioactivität (Sammlung Göschen, Leipzig 1907. ст. 94).

Dr. Heinrich Greinacher. Radium (Leipzig, Veit et Comp. 1907. ст, 64).

Всї ті книжочки подають в коротшім або обширнїйшім начерку так актуальні нинї квестиї з теориї лучистости. Найлїпша безперечно є книжочка Gruner'a, де квестиї лучистости представлені не лиш експериментально, але і теоретично, та де в додатку подано цїлу лїтературу, яку від хвилї відкритя Бекереля в електроніцї опублїковано.

В. Л.

R. Nowicki und Hans Mayer. Flüssige Luft (R. Papauschek, M. Ostrau 1906. 2 Aufl. ст. 59)

Дуже цікава книжочка, де подані інтересні досьвіди, які можна довершити при помочи плинного воздуха; книжочка прикрашена гарно викінченими малюнками.

В. Л.

Dr. Gustav Jäger. Theoretische Physik (Bd. IV. Sammlung Göschen, Leipzig 1908. ст. 173).

Сей том є четвертим з ряду томом книжки Jäger'a, проф. віденьскої технїки; три томи, що обіймали загальну механїку, оптику, термодинаміку та електричність, вийшли ще в р. 1902. Автор хотїв однак додати ще оден том, який дававби огляд найновійших теориї фізики, що в попередних томах не могли ще найти місця. В тім томі подає він електромагнетну теорию сьвітла, теорию лучів сьвітляних, тепляних та електричних, та обширну теорию сучасної електроніки

Digitized by Google

(теориї електронів). В кінци яко додаток поданий короткий начерк теориї пружиности. Книжочка чисто теоретична подає коротко але ясно і точно всї ті поняя і погляди, які сучасний фізик мусить пізнати, наколи хоче мати вірний образ теперішного стану наук фізичних.

В. Л.

Dr. Paul Köthner. Aus der Chemie des Ungreifbaren (видавництво „Die Natur", том II. Verlag von A. W. Zickfeldt, Osterwieck, Harz, ст. 147).

Видавництво „die Natur", се одно з великого числа більше і менше популярних видавництв, які, як пр. Teubner'a Aus Natur und Geisteswelt, Göschen'a Sammlung, Bernstein'a Naturwissenschaftliche Volksbücher і т. п., від недавного часу появились в Німеччинї і ширять замиловане до наук серед ширших мас. Зверхним виглядом, гарним викінченем і гарними малюнками видавництво „Die Natur" дуже добре презентує ся. Сей томик, якого заголовок висше поданий, посьвячений головно хемії атмосфери, системі Менделеєва, спектроскопії, лучам катодальним і Рентґена та електронам. Річ трактована історично, тому тим більше інтересна, бо подробиць історичних в цїли пізнаня, якими шляхами ішов ум людский до пізнаня прав природи, дуже рідко можна найти в більших книжках і підручниках. — Рік виданя книжки не поданий, але вийшла послїдними часами.

В. Л.

Dr. Raimund Nimführ. Leitfaden der Luftschiffahrt und Flugtechnik. (A. Hartleben, Wien u. Leipzig, 1909. XIV+444).

Нема нинї квестиї технїчної, якаби більше інтересувала ширші круги, як аеротехнїка. Імена такі, як братів Wright, Farman, Santos-Dumont, Zeppelin, Lebaudy, Parseval, Gross т. и. стали завдяки більше або менше вдатним їздам воздушним дуже популярні. Відірвати ся від землї, побороти єї притяганє, знести границї держав і свобідно посувати ся в безмежнім океанї воздушнім без ніяких перепон, се мрія, яка послїдними роками великим кроком іде до зреалїзованя. І тому книжка автора, звісного також з деяких удатних проб построєня аероплянів (т. зв. Schraubenflieger), являє ся вповнї на часї. Обширна та моноґрафія подїлена є на три части; в першій части подані дати так історичні, як і технїчні, що відносять ся до лету бальонами (лет аеростатичний) і то так кулистими, що виключно зависять від струй атмосферичних, як і бальонів до кермованя (систем штивний, нештивний, півштивний). Часть друга занимає ся летом аеродинамічним (засада: „тяжший від воздуха"); отже в тій части стрічаємо ся з найважнїйшими системами такого руху, а се: похова (Gleit- und Segel-flieger), апарати шрубові (Schraubenflieger), апарати з крилами, та найважнїйші апарати змієві

Digitized by Google

(Drachenflieger), яким завдяки змаганям братів Wright т. и. здаєсь призначена остаточна розвязка квестиї літаня. Третя часть (323—424) посьвячена теоретичній аеронавтиці, отже правилам опору воздуха і тиску вітру, правилам спаду прямого і скісного, правилам гідродинаміки та приміненям сих правил до поодиноких проблемів аеротехніки та поодиноких типів апаратів до літаня. Короткий додаток в ціли введеня читача в відповідну фахову літературу кінчить сю інтересну книжку. Численні, гарно викінчені ілюстрациї і фотографії прикрашують ту моноґрафію, яку може перечитати кождий — абстрагуючи від квестий чисто теоретичних — що інтересує ся новими шляхами, які завдяки остатним змаганям аеронавтів стелять ся перед людством.

В. Л.

Graf Ferdinand v. Zeppelin u. a. Die Luftschiffahrt, dem heutigen Stande der Wissenschaft entsprechend dargestellt (Stuttgart, Franckh'sche Verlagshandlung, 1908, ст. 157).

Інтересна, гарно ілюстрована книжочка, видана громадою ріжних аеронавтів, де представлено популярно ріжні моменти з розвитку аеронавтики. Найбільше місця посьвячено бальонам, що мають значінє в німецькій техніці воєнній, отже в першій мірі бальонам Zeppelin'a, Parseval'a, Gross'a. Машинам до літаня присьвячено сорозмірно немного місця (головно машині Hofmann'a); про найновійші подвиги Wright'ів нема ще в тій книжці згадки.

В. Л.

Augusto Righi. Neuere Anschauungen über die Struktur der Materie (übers. von Dr. Fraenckel, Leipzig, J. A. Barth, 1908. ст. 54).

Виклад знаменитого ученого італійского, професора університету в Больонії, читаний в Пармі (25/10 1907) про нові погляди на будову материї, отже про йони, електрони, переміну первнів, розтвори кольоідальні і плинні кристали.

В. Л.

Dr. W. Bein. Elemente und Akkumulatoren, ihre Theorie und Technik (Leipzig, J. A. Barth 1908 ст. VII+241).

Книжка ся є семим томом нового видавництва „Wissen und Können", присьвяченого наукам природописним і технічним. Складає ся она з двох частий, теоретичної і практичної; перша часть занимає ся теориєю проводу електричного і електролїтичного, теориєю диссоциациї та ґальванічних елементів. Часть друга подає перегляд усїх важнійших звен ґальванічних та спис акумуляторів (їх уряджене, поміри, ділане, переміни в їх внутрі та приміненє). Цікавий

Digitized by Google

є опис акумуляторів нових типів, де олово заступлено иншими металями (акумулятори Lalande'a, ґазові, Edison'a, Jungner'a т. п). В книжці зібрані усі дати, що відносять ся до звен ґальванїчних, акумуляторів та їх теориї, тому книжку сю можна припоручити електротехнікам та тим фізикам, що специяльно хотять запізнати ся з тими справами. Видане се, як в загалї „Wissen und Können", дуже гарне і під зглядом зверхним.

В. Л.

Др. Володимир Левицкий. Машини електростатичні (відбитка з „Учителя", Львів 1906 ст. 24).

Короткий популярний опис ріжних типів машин електростатичних і їх приміненя; брошурка ілюстрована.

В. Л.

Dr. Herman Kobold. Der Bau des Fixsternsystems (Braunschweig, F. Vieweg u. Sohn 1906 ст. XI+256).

Яко XI. том славного видавництва „Die Wissenschaft" являє ся сей твір професора Kobold'a, знаного астронома кільского. Кольосальний розвиток механіки неба, астрофізики і астрометриї отворив нові шляхи в найвеличавійшій з поміж наук, астрономії. І тому се огляд сих нових метод і шляхів, зроблений таким фаховим астрономом, як Kobold, є для лїтератури астрономічної важним придбанем. В сїй книжцї зіставлені методи означеня положеня зьвізд, їх ясности, краски, дуговини, віддаленя та руху, будова дороги молочної після Seeliger'a, Easton'a Стратонова, Ristenpart'a т. и., будова вселенної після Herschel'a, Struve'a, Gylden'a, рухи вселенної (Argelander, Mädler). До книжки додана таблиця зьвізд зі звісною параляксою, таблиця зьвізд з великим власним рухом та огляд лїтератури. Зрозуміне сеї книжки вимагає знаня аналїзи висшої і тому може бути читана лиш фаховими.

В. Л.

Marcin Ernst. Kosmografia. (Warszawa, E. Wende i S-ka 1908. ст. IV+182).

Книжка ся має бути підручником для шкіл середних і тому подає в елементарний спосіб головні понятя і правила астрономії математичної та астрофізики. Очевидно після наших шкільних приписів, де на космоґрафію не много лишає ся часу, сей підручник рішучо за обширний для шкіл середних, за се дуже добре надає ся яко початкове студіюм для кандидатів на учителїв шкіл середних, що посьвячують ся ґеоґрафії, а не мають спромоги віддати ся правильним та основним студиям астрономічним. Для них сю книжочку можна сьміло припоручити. Фіґури, яких в сїй книжцї є доволї

Digitized by Google

много, під зглядом викінченя не визначують ся артизмом, але за се є схематичні і прозорі та через се можуть читаючим принести велику користь.

В. Л.

Władysław Natanson. Odczyty i szkice (Warszawa, E. Wende i S-ka, 1908. ст. 131).

Книжка ся вводить читача пятьома відчитами в сьвіт найновійших поглядів і теорий сучасної фізики — способом елементарним, популярним. Короткий зміст відчитів є слідуючий: погляд на роди явищ в материяльній вселенній, інерция і коерция, теориї материй, ескізи з фізики електронової, сьвіт з точки погляду електричного. Зміст книжочки цікавий, стиль гарний, хотяй місцями занадто поетичний.

В. Л.

A. Kistner. Geschichte der Physik. (Sammlung Göschen, Leipzig, Bd. I. 1906. ст, 117. Bd. II. 1906. ст. 130).

Dr. Hugo Bauer. Geschichte der Chemie. (ibid., Bd. I. 1905 ст. 94., Bd. II. 1906 ст. 125).

Дуже добре написані компендия по історії фізики і хемії.

A. Kistner. Deutsche Physiker und Chemiker (Verlag Kösel, Kempten und München 1908. ст, VIII+168).

Подане тут житє і значінє в науці найвизначнійших фізиків і хеміків німецких, як Guericke, Leibniz, Fraunhofer, R. Mayer, Gauss, Helmholtz, Siemens, Liebig, Bunsen і Krupp. Книжочка прикрашена гарно викінченими портретами.

В. Л.

A. F. Holleman. Podręcznik chemii nieorganicznej (z 3. niemieckiego wydania przełożył K. Jabłczyński, Warszawa, E. Wende i S-ka 1907. ст. X+392).

Є се оден з найлїпших підручників хемії неорґанічної, які появились останніми роками; про велику стійність сего підручника нідерляндского професора (Големан є професором університету в Gröningen) сьвідчить найлїпше се, що сего року (1908) вийшло вже шесте німецке виданє сеї книжки. Минувшого року вийшла ся книжка в Варшаві в переводї польскім, а що в нашій лїтературі нема ще підручника хемії, проте сей перевід припоручаємо в першій мірі нашим кандидатам на учителїв шкіл середних. Підручник узглядняє всї нові здобутки сучасної хемії (теорию йонів, правило фаз Gibbs'a,

Digitized by Google

електрохемію, теорию розтворів, систему періодичну і т. п.) Бажати би треба, щоби в скорі появив ся перевід і орґанічної хемії того самого автора.

В. Л.

F. A. Rossmässler. Toxikologie oder die Lehre von den Giften (Hartleben, Wien und Leipzig 1908. ст. VIII+136).

Є се 309 том хемічно-технічної бібліотеки; поданий тут опис і ділане всїх отруй неорґанічних і орґанічних, як також спосіб їх викритя. Книжочка цікава не лиш для хеміка, але і для лікаря, якому не раз може стати в пригоді.

В. Л.

L. Poincaré. Die moderne Physik (übertragen von Dr. M. und Dr. Brahn, Leipzig, Quelle und Mayer, 1908. ст. VIII+260).

В сучасній фізиці послїдними роками прибуло тілько нового материялу, повстало тілько нових струй і теорий, що чоловікови, який не має під рукою цїлого материялу, або який не має на стільки часу, щоби сам увесь материял переглянув, прийшлоби ся хиба загубити і стратити цїлковито евіденцию. Тому то такий перегляд від часу до часу, як сей поданий Poincaré'м, є дуже на часї і дуже корисний. В прекрасній моноґрафії подає автор огляд всїх сучасних поглядів на фізику і єї методи (міри, засади фізики, теорию станів материї, теорию розтворів, етеру, йонів, лучистости та т. п.) та в кінци вигляди на будуче для нинїшної фізики. Кого інтересує фізика, не яко збірка поодиноких, неповязаних з собою фактів, лиш яко цїлість, яко „фільософія природи", як кажуть Англійцї, сей буде певно вдячний авторови сеї книжки і певно перечитає єї з інтересом і користию для себе.

В. Л.

Henri Poincaré. Wissenschaft und Hypothese (autoris. deutsche Ausgabe von F. u. L. Lindemann, Leipzig B. G. Teubner 1904. ст. XVI+342).

Henri Poincaré. Der Wert der Wissenschaft (übertragen von E. Weber u. H. Weber, ibid. 1906 ст. IV+252).

Обі книжки знаменитого математика француского доповняють ся; в головнім заложеню належать они до фільософії, до наук математично-фізичних належать они однак через се, що автор порушає в них всї основні питаня і прінціпи, які стали послїдними роками предметом глубоких дослїдів фільософів і математиків. Не тут місце подавати зміст і оцїнку тих chef d'oeuvre'ів великого ґенія математичного; їх треба перечитати самому, а само вже перечитане справить правдиву радість і вдоволене. Для характе-

Digitized by Google

ристики вистане навести слова славного W. Ostwald'а про першу з тих книжок: „Dies Buch gehört zu den Werken, in denen die Naturphilosophie eine sachgemässe Darstellung findet... Das Buch des berühmten Mathematikers... ist so anregend klar und gedankenreich, dass es jedem modernen Gebildeten eine Fülle von Genuss und Belehrung bieten wird. Es behandelt in den Hauptstücken. Zahl und Grösse, den Raum, die Kraft, die Natur, die Mathematik, Geometrie, Mechanik und einige Kapitel der Physik". Такі уступи, як уступ VI. другої з тих книжок (про астрономію), VIII. (про сучасну кризу математичної фізики) IX. (про будучність математичної фізики) вводять читачів в прегарний сьвіт природи, так далекий від буденних справ, що варто їх не раз, але кілька разів перечитати. Нові горизонти, яні відкривають ся при читаню сих книжок, се царини, до яких лиш такий ум, як Poincaré, може читача ввести без страху, щоби сей попав на манївці.

В виданю нїмецкім обі книжки заосмотрені прекрасними коментарами переводчиків, які самі є прикрасою сучасної науки. Величезному вражіню, які ті книжки викликують, і они не оперли ся, тож і вступ і коментарі, ними додані, повні ентузиязму і для автора і для предмету. Варто приміром перечитати вірш Шілера, цитований Вебером на ст. 245 (Wert der Wissenschaft) і слова Novalis'а (ibid. ст. 246), щоби пізнати, як манять ум людский ті сьвітляні царини духа, які на жаль не всім є доступні.

Для повноти додамо, що деякі уступи з другої з сих книжок подав в переводї в своїй брошурі п. з. „Що то таке людске думанє" (Львів 1906) Др. Іван Копач, який від черги лїт старає ся нашій суспільности подати бодай в коротцї до відомости важнїйші прояви духа людского і ввести єї також в сучасну культуру.

В. Л.

Dr, Getrud Woker. Probleme der katalytischen Forschung (Leipzig, Veit u. Comp. 1907 ст. 48).

Є се вступний виклад доцентки унїверситету в Бернї (Швайцария); в нїм авторка порушує велику ролю прояв каталїтичних в житю орґанїчнім і розвиває нові погляди на ті прояви, особливо на витворюванє токсин і антітоксин. Брошурка стоїть на висотї сучасних дослїдів, тому заслугує на особлившу увагу.

В. Л.

Інструктивного видавництва Herders Jahrbücher вийшов XXIII. том п. з. Jahrbuch der Naturwissenschaften 1907—1908. (Freiburg i. Breisgau 1908. ст. XI+509), де поміщені всї здобутки наук природописних в часї 1907—1908. Особливо обширно є трактована фізика (ст. 1—80), хемія (80—118), астрономія і метеорольоґія (ст. 119—176), та механїка і технїка (ст. 367—434).

Digitized by Google

Гарно також заступлений відділ біоґрафічний природників, що померли в часї від 1906—1908 р. Сей том зредаґований Д-ром Максом Вільдерманом.

Index du repertoire bibliographique des sciences mathématiques (nouvelle édition, Amsterdam, H. C. Delsman, Paris, Gauthier — Villars 1908. ст. 110).

Є се додаток до звісного журнала бібліоґрафічного п. заг. Revue semestrielle des publications mathématiques. В книжцї сїй подана точна клясифікация всїх наук математичних, яка від 15 лїт т. є. від конґресу математичного в Паряжи обовязує в сьвітї математичнім. Се нове видане індексу вийшло під проводом славного H. Poincaré, що є президентом сталої комісиї бібліоґрафічної математичної. Індекс сей повинен находити ся в руках кождого математика, так як він віддає неоцїнені прислуги, коли ходить о орієнтацію серед лїтератури і продукциї математичної, яка від черги лїт — особливо від хвилї великого побільшеня журналїв математичних — дуже сильно зросла.

В. Л.

Енциклєопедиї математичної, яка виходить від р. 1898. в виданю нїмецкім п. з. Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften (B. G. Teubner, Leipzig) і рівночасно в францускім п. з. Encyclopédie des Sciences Mathématiques pures et appliquées (Gauthier—Villars, Paris), та яка обчислена на 7 томів в 13 частях має обнимати цїлість всїх наук математичних, вийшли дотепер слїдуючі части в виданю нїмецкім: том I. (аритметика і альґебра, під ред. W. Fr. Mayer'a) в цїлости (2 части); том II. (аналїза, під ред. H. Burkhardt'a і W. Wirtinger'a) часть I. 1—6 і II.1.; том III. (ґеометрия, під ред. W. Fr. Meyer'a) часть I. 1—2, II. 1—2; том IV. (механїка, під ред. F. Klein'a і C. H. Müller'a), часть I. 1—4, I_2 1, II_1 1—3, II_2 1—2; том V. (фізика, під ред. A. Sommerfeld'a,) часть I. 1—4, II. 1—2; том VI. 1 (ґеодезия і ґеофізика, під ред. Ph. Furtwängler'a і E. Wiechert'a) 1—3; том VI. 2. (астрономія, під ред. K. Schwarzschild'a) 1—4. Величезний сей твір має закінчити том VII. (історня, фільософія і дидактика) під ред. F. Klein'a і C. H. Müller'a.

Едмунд Ляндау і єго дослїди. З поміж молодих математиків нїмецких одно з перших місць заняв послїдними часами Ляндау, професор унїверситету берлїньского. Єго продукция математична є незвичайно велика, а єго дослїди в теориї чисел (іменно в теориї функциї ζ (s) і функций аналїтичних є перворядного значіня. На тім місци подаємо деякі важнїйші з єго робіт, оголошених послїдними роками, і їх вислїди:

I.) Über eine Verallgemeinerung des Picard'schen Satzes (Sitzungsb. der k. preuss. Akad. der Wissensch. Berlin. 1904, p. 1118—1133).

Digitized by Google

Узагальнюючи звісне твердженє Picard'a доходить автор до слідуючого важного твердженя „Наколи маємо цілу переступну функцию: $F(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \ldots\ldots$, де $a_0 \gtrless o$, $a_0 \gtrless 1$, $a_1 \lessgtr 1$, то істнує таке число x, що сповняє рівнанє: $F(x)[1-F(x)] = o$, а кромі сего істнує таке число $R = R(a_0 a_1)$, залежне лиш від a_0 і a_1, що в колї $|x| < R$ повисше рівнанє має що найменше оден корінь".

До тої самої теми відносить ся величезна моноґрафія Ляндау'а п. з. „Über den Picard'schen Satz" (Vierteljahreschrift der naturforsch. Gesell. in Zürich 1906 т. 51 ст. 252—318), де автор обширно подає працї Picard'a, Borel'a, Hurwitz'a, Schottky-го, Boutroux т. и., які відносять ся до теорему Picard'a; кромі сего подає цїлу серию нових тверджень, а між ними одно твердженє з теориї рівнань альґебраїчних, схоже з теоремом Picard'a, а се;

Кожде рівнанє тричленне форми:

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_n x^n = o \quad n \geq 2, \quad a_1 \lessgtr o$$

має в колї $|x| < \varrho(a_0 a_1)$ бодай оден корінь, твердженє, яке дасть ся узагальнити і для рівнаня:

$$F(x) = a_0 + a_1 x + a_m x^m + a_n x^n = o, \; 2 < m < n.$$

II. До аналїтичної теориї чисел відносять ся слїдуючі моноґрафії:

1) Beiträge zur analytischen Zahlentheorie (Rend. dei circolo matem. di Palermo 1908. том 26 ст. 1—134). В тій моноґрафії доказує автор цїлий ряд тверджень, що відносять ся до функциї $\zeta(s)$, а іменно що:

$|\zeta(1+ti)| > \frac{1}{a_8} \frac{1}{log^6 t} \quad t > 2$, твердженє, яке дасть ся розширити на границю:

$$|\zeta(1+ti)| > \frac{1}{a_8} \frac{1}{log^5 t} \quad t > 2;$$

дальше подає доказ що:

$\zeta(s) \neq o$ для $s = \sigma + ti$, де $t \geq 2$, $\sigma \geq 1 - \frac{1}{a_{10}} \frac{1}{log\, t}$

Дальшим твердженєм, доказаним через Ляндау'а є твердженє:

Наколи ряд Dirichlet'a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n^s}$, де b_n є дїйсні сочинники, має засяг збіжности, т. є коли $b_n = O(x^c)$ c const., та наколи b_n має долїшну границю скінчену, т. є.

$$b_n \geq -g \quad (g \text{ const.}),$$

та коли в обсягу збіжности функция $f(s)$, здефініованя повисшим рядом, є для $\Re(s) > 1$ правильна і сповняє нерівність: $|f(s)| < Bt^k$, $t > 1$, $\sigma \geq 1$, B, k const., то тодї істнує границя:

$$\lim_{x=\infty} \frac{b_1 + b_2 + \ldots + b_x}{x} = 0$$

Digitized by Google

Дальше доказує автор коротшим способом славне твердженє de la Valée Poussin'a з теориї чисел, а се:

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{du}{\log u} + O\left(x\, e^{-\frac{1}{a_{15}}\sqrt{\log x}}\right)$$

де $\pi(x)$ є скількість чисел первих $< x$, а O є певна означена функция.

2) Neue Beiträge zur analytischen Zahlentheorie (ibid. 1909 том 27 ст. 1—13). Автор доповняє свої попередні досліди і доходить до результату:

$$\pi(x) = \int_2^x \frac{du}{\log u} + O\left(x^{\Theta + \delta}\right), \text{ де } \frac{1}{2} \leqq \Theta < 1,\ \delta > 0.$$

3) Neuer Beweis der Riemannschen Primzahlformel (Sitz. der k. preuss. Akad. der Wiss. 1908. т. 36. ст. 737—745). Новий доказ твердженя Riemann'a, що:

$$f(x) = Li(x) - \sum_{\varrho'\varrho'_{,}} [Li(x^{\varrho'}) + Li(x^{\varrho''})] + \int_x^\infty \frac{1}{y^2 - 1}\, \frac{dy}{y \log y} - 2$$

4) Zwei neue Herleitungen für die asymptotische Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grenze (ibid. 1908. т. 36. ст. 746—764). Новий доказ твердженя:

$$\lim \frac{\pi(x) \log x}{x} = \lim_{x=\infty} \frac{\delta(x)}{x} = 1$$

5) Über eine Anwendung der Primzahltheorie auf das Waringsche Problem in der elementaren Zahlentheorie (Math. Annalen 1908, Bd. 66. ст. 102—105). Розширенє теорему Waring'a і доказ, „що кожде додатне цілковите число дасть ся представити як сума означеної скількости десятих степений".

В. Л.

Четвертий конґрес міжнародний математичний відбув ся в Римі в часї від 6. до 11. цьвітня 1908 р. На конґрес зїхало ся до 600 учасників з Европи, Америки і Япону, між ними Poincaré, Picard, Jordan, Darboux, Hadamard, Borel, Noether, Gordan, Dyck, Forsyth, Newcomb, Mittag-Leffler т. и. (кромі великого — очевидно — числа математиків італійских). Засїдань загальних було пять; засїданя секцийні відбували ся в пятьох секциях: 1) секция аналїзи, 2) секция ґеометриї, 3 а) секция механїки і фізики математичної, 3 б) секция приміненої математики, 4) секция фільософії, історії і дидактики. Засїданя відбували ся в салях академії dei Lincei.

Digitized by Google

На засіданях пленарних виголосили відчити: Volterra о математиці в Італії в другій половині 19. століття, Mittag-Leffler: о представленю аналітичнім функций аналітичних загальних змінчивої зложеної, Forsyth: про сучасний стан теориї рівнань ріжничкових частних другого ряду з огляду на формальне інтеґроване, Darboux: про методи і проблеми з ґеометриї інфінїтезімальної, Newcomb: про теорию рухів місяця, єї історию і стан сучасний, H. A. Lorentz: розділ енерґії між материю тяжку і етер, Poincaré: про будучність математики і Picard: звязь аналїзи з математичною фізикою. В поодиноких секциях виголосили усякі учені по кількадесять рефератів і комунікатів.

Конґрес математичний признав нагороду (золотий медаль) Французови Severi (відповідно до конкурсу III. конґресу математичного в Гайдельберзї в р. 1904) за праці в царині поверхний альґебраїчних і кривих і рішив: 1) видати всї твори Euler'a (ініциятива вийшла від товариства природописцїв швайцарских) 2) припоручити проф. Klein'ови, Greenhill'ови і Fehr'ови постарати ся о утворене міжнародного комітету до справ научаня математики. 3) утворити міжнародну комісию до уніфікациї векторових означень. 4) утворити міжнародне товариство математичне (се має прийти як перша точка слїдуючого конґресу математичного) 5) утворити на будучім конґресї специяльну секцию математики приміненої до наук інженірских. 6) відбути слїдуючий конґрес в р. 1912 в Cambridge.

З усїх відчитів найважнїйший був безперечно відчит Poincaré (відчитаний через Darboux) про будучність математики, де великий учений по при квестиї загальні порушує подрібно найважнїйші квестиї і шляхи, які ждуть математиків в аритметиці, альґебрі, теориї рівнань ріжничкових, в теориї функций Абеля, в загальній теориї функций n змінчивих, в теориї ґруп Lie і Galois, в ґеометриї та в теориї множіний Cantora, а в кінци в розслїдї аксіомів і постулятів, до чого такий гарний почин дав D. Hilbert.

З нагоди сего конґресу видала звісна фірма B. G. Teubner в Липську великий катальоґ п. з. „B. G. Teubners Verlag auf dem Gebiete der Mathematik, Naturwissenschaften, Technik und Grenzwissenschaften" (April 1908 ст. CXXXI+392+92), де поміщені всї твори з поданих висше наук, видані сею фірмою від часу єї істнованя. В тім катальозї поданий у вступі історичний огляд розвою математичної лїтератури нїмецької, а на кінци книжки поданий памятник усїх математиків на кождий день року пера проф. F. Müller'a. Катальоґ прикрашений гарно викінченими портретами Ґалїлея, H Bruns'a, M. Cantor'a, F. Helmert'a, F. Klein'a, F. Kohlrausch'a, K. Kraepelin'a, C. Neumann'a, A. Penck'a та A. Wüllner'a. Цїна катальоґа одна марка.

Незнаний твір Архімеда відкрив недавно дуньский професор Heiberg в бібліотецї монастира сьв. Гроба в Царгородї

Digitized by Google

між мінускулами з X ст. Кромі частий деяких звісних уже творів Архімеда находять ся в сій рукописи більші уступи твору про плаваючі тіла, який дотепер був звісний лиш в переводі латиньскім, дальше початок незвісного до тепер твору про гру ребусову (Vexierspiel) з фіґурами ґеометричними і велика часть незвісної роботи про теориї механічні, посьвяченої Ератостенови. З сеї послідної роботи звісна була дотепер лиш коротенька записка у автора византийского Свідаса. З вислідів, поданих в сій роботі, видко, що Архімед, хотяй ще не знав рахунку інтеґрального, однак — так сказатиб — передчував его істнованє. Німецкий перевід сеї роботи Архімеда подав Heiberg в часописи „Bibliotheca mathematica".

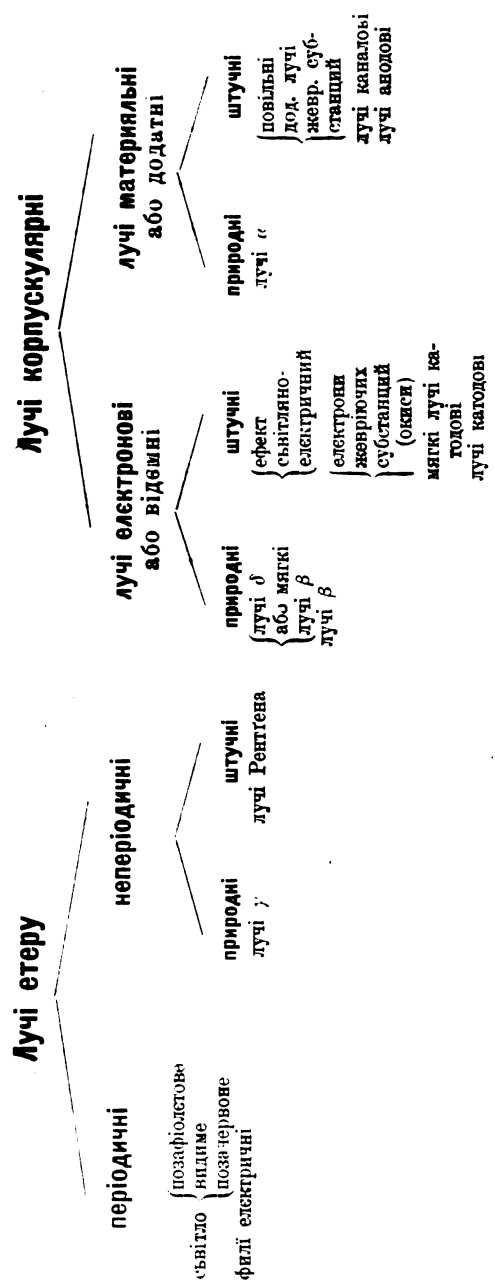
Твердженє Fermat'a В р. 1665 помер в Тулюзї славний математик Pierre Fermat, звісний з численних тверджень в теориї чисел. Свої розслїди подавав він без доказів на берегах примірника „Arithmetica" Діофанта; всї ті твердженя опісля доказано. Одного в тих тверджень нїхто до нинї не доказав, а се твердженя, що рівнанє $x^n + y^n = z^n$ (де n є число цїле додатне і $n > 2$) не дасть ся розвязати через числа цїлї; Fermat в своїй нотатцї зазначив, що найшов на се твердженє дуже цїкавий доказ, але его не подав. Твердженє се для $n = 5$ доказав Legendre (1823), а Kummer (1849) подав умови, які мусїлоб n сповняти, колиби се рівнанє мало розвязки цїлї, однак рівночасно доказав, що n мусїлоби тодї бути що найменше трициферне. Доказу однак на правдивість або неправдивість сего твердженя до нинї нема. Недавно тому проф. Dr. Paul Wolfskehl (Дармштадт) вмираючи записав 100.000 марок для ґетінґеньского товариства наук, яко нагороду для того, хтоби твердженє Fermata доказав. На засїданє академії наук у Відни вплинуло вже 16. січня 1908. запечатане письмо панни Ельфріди Бішофф п. з. „Fermat. $x^n + y^n = z^n$" в цїли зарезервованя собі першеньства. Чи однак се письмо подає розвязку тв. Fermat'a, покищо не знати.

Молекулярні рухи Brown'a. Ботанїк Brown відкрив, що дрібні частинки деяких субстанций (пр. туш), завішені в течи відбувають дрогаючі рухи, які можна замітити при помочи ультрамікроскопу. В послїдних часах доказав Molisch, що рухи ті можна бачити і без мікроскопу. Коли даний обєкт уставимо відповідно зглядом ока і осьвітлимо сьвітлом сонїчним, можна заобсервувати ті рухи під видом гарних явищ інтерференцийних. Так само Molisch ствердив відкритє Ehrenhaft'a, що рухи Бровна виступають в ґазах і що можна їх обсервувати звичайним мікроскопом. Що до історії тих рухів, що треба згадати, що рухи ті видів вже Бодашевский в димі з тютюну, а рухи Бровна в ґазах предсказав Смолюховский на основі чисто теоретичних розслїдів.

(Wszechświat 1907).

Digitized by Google

Клясифікация лучів. H. Greinacher подає в Naturwiss. Rundschau 1908. 2. 3. слідуючий перегляд звісних до тепер лучів:



Digitized by Google

Переміна первнїв. Вже в р. 1903. відкрили Ramsay і Soddy, що еманация раду своєвільно перемінює ся в гель. Теперже в р. 1907. відкрив Ramsay, що наколи еманация раду остає в контактї з водою або наколи розпустить ся в водї, то перетворює ся в неон (побіч слїдів гелю). Колиж місто води возьмемо насичений розтвір сїрчану міди, то яко головний перетвір еманациї дістанемо арґон. Наколи з сего розтвору виділимо мідь звичайним способом, то осталий фільтрат — по переміні в пару — показує дуговину Na і Ca, але притім слабу, але дуже виразьну червону лінїю лїту. Се сконстатував Ramsay пару разів при задержаню усїх середників осторожности. Дослїди при контактї еманациї з водою або з азотаном олова не виказали нїяких слїдів лїту. Ramsay думає, що величезна скількість енерґії, яку віддає еманация при перетвореню, деґрадує мідь на перший елемент відповідної ґрупи періодичної системи, а се лїт. Наколи еманация істнує сама або стикає ся з H і O, то часть еманациї перетворює ся під впливом енерґії, яку віддає друга часть еманациї, в найнизший первень ґрупи, до якої еманация сама належить, а се в гель. В присутности води повстає в той сам спосіб з еманациї неон, в присутности сїрчану міди арґон. Чи Na і K походять також з дїланя еманациї, годї рішити, бо оба ті первнї находять ся в склї начиня.

(Physik. Zeitsch. 1907.)

Дальші розслїди в тій самій справі, ведені через Ramsay'a і Cameron'a, спонукують їх до слїдуючої гіпотези. 1. Гель не є ідентичний з частинками α. 1. Гель творить ся через деґрадацию великої дробини еманациї під впливом зіткненя ся з частинками α. 3. Та деґрадация веде, наколи еманация є сама, або змішена з H і O, до найнизшого члена ґрупи, до якої належить еманация, а се до гелю. 4. Наколи еманация є змішана з більшими частинками, як H і O, а іменно з водою, тодї деґрадация є менше совершенна і повстає неон. 5. Наколи частинки є більше скомплїковані і ще тяжші, як пр. $CuSO_4$ то продуктом деґрадациї є арґон. Автори думають, що і мідь підлягає деґрадациї і редукує ся на найнизший член своєї ґрупи, себто лїт. Досьвіди над ґазами, що повстають з азотану тору, вказують, що одним з продуктів є двоокис угля (CO_2); се можна витолкувати після тої самої гіпотези, наколи приймем, що уголь творить ся через деґрадацию тору, що є найвисшим членом ґрупи угля.

(Naturwiss. Rundschau 1908. 2.)

Панї Curie і п-а Gleditsch повтаряли дослїди Ramsay'a, причім старали ся всї похибки виелїмінувати, бо показало ся, що Li є всюди присутний; навіть вода дестильована замкнена в склянім начиню, по 24 годинах виказувала слїду лїту. Тому то панї Curie повторювала дослїди Ramsay'a в начинях плятинових з такою самою скількостию соли мідяної і еманациї раду, як Ramsay; вислїд був

Digitized by Google

однак неґативний, коли тимчасом скількість літу, яку Ramsay одержав, мала виносити $1 \cdot 7 . 10^4$ mg.

(Comptes rendus 1908. 147.)

Діланє раду на корунд. В жовтни 1907. представив Lapparent академії париській досліди проф. Bordas над перемінною корунду в инші дорогі каміні під впливом раду. Именно під впливом бромаку раду — відповідно до часу діланя — корунд і єго відміни зміняють краску в слідуючім порядку: червона — фіолетова — синя — зелена — жовта (ясна і темна). Пр. синій шафір став ся зелений, ясно жовтий, а вкінци темно-жовтий. Діланє раду зависить від часу, від сили препарату, від віддаленя каміня від тіла лучистого. Цікаве в кінци і се, що так одержані каміні не є лучисті і під впливом тепла не тратять своєї нової краски.

(Comptes rendus 1907. 28. X.)

Дальші досьвіди Bordas'а над діланєм бромаку раду лучистости 1,800.000 (уран металїчний = 1) на відміни корунду вказують ось-що: 1) звичайний корунд по кількох днях переходить в топаз. 2) звичайні топази і рубіни з природи слабо закрашені, набирають виразнїйших красок. 3) кульочки стопленого окису глину ($Al_2 O_3$) в яких находить ся невелика скількість $K_2 Cr_2 O_7$, під впливом раду дістають рожеву, а опісля червону-жовту краску. Щоби пересьвідчити ся, чи се закрашенє не походить з якихсь чисто механїчних реакций (пр. витворенє ся окисів металїчних), піддавав Bordas безбарвний корунд діланю раду в температурі плинного азоту (— 200° C); в тих умовах творив ся також топаз, що виключає якесь окисанє металїчне, бо в так низькій температурі металї пр. Na не окисають ся.

(ibid. 1907. 11. XI.)

Йонїзация воздуха понад океаном була предметом розслїдів S. Eve в часї подорожи з Montreal до Лїверпулю (21.—30. VI. 1906.) Йонїзация показалась однака в Европі і Північній Америці. Скількість раду у водї морскій є дуже мала, ледви $\frac{1}{500} - \frac{1}{2000}$ тої скількости, яку Strutt відкрив в ріжних мінералах осадових і плютонїчних. 1 g води морскої має всего 5.10^{-16} g раду, отже скількість за мала, щоби бути причиною йонїзациї воздуха над океаном; треба проте приняти, що вітер жене еманацию з над континенту понад море. А що і при принятю тої гіпотези йонїзация над морем є ще більша, то можливо, що скількість йонів, які назад лучать ся, є над морем менша, як над континентом.

(Zeitsch. für phys. u. chem. Unterricht 1907. V.)

Digitized by Google

Годинник з раду. R. Strutt сконструував в Ґлезго (Glasgow) дуже інтересний знаряд. Є се збірник скляний, з якого усунено воздух; в нім находить ся скляна рурочка, прикріплена до штабки кварцу, а наповнена бромаком раду. Ся рурочка є зверха потягнена верствою соли фосфорової і закінчена з долини двома золотими листочками. Наслідком лучистости раду листочки ті наряджують ся і віддаляють ся від себе так довго, аж дійдуть до означених точок і діткнуть двох металевих контактів, почім опадають і цїлий процес зачинає ся знова. Час між двома розрядженями триває точно 3 мінути 15 секунд; сей час залежить очевидно від сили еманациї раду, т. є. єго активности. Через довгу обсервацию сего годинника показуєсь, що сей час стає ся що раз то довший, щоби доказувало зменшеня активности раду.

(Wszechświat 1908.)

Скорість і енерґія частинок α. Після дослідів Rutherforda скорість частинок α, викинених через лучисті тїла, лежить між $1{\cdot}56.\ 10^9$ а $2{\cdot}25.\ 10^9\ cs^{-1}$; найбільшу скорість мають частинки α тору C, найменшу частинки α урану і раду. Цїлковита енерґія увільнена через постепенний розпад атому раду є менша, як відповідна вартість для атому тору, а більша як для актину. В загалї початкова скорість частинок α меншає для кождої лучистої родини в тій мірі, як меншає час єї перетвореня. Наколи упорядкуємо продукти родини раду після скорости частинок α, дістанемо ряд: уран, рад, рад F, еманация, рад A (рад C); відповідний час перетвореня є 10^9 лїт, 1300 лїт, 140 днів, 3·8 днів, 3 мінути (10 мінут); рад C не дасть ся втягнути в сей ряд, що однак можна витолкувати істнованєм якогось нелучистого посередного продукту. Анальоґічний ряд істнує і для тору. А що час перетвореня якогось продукту є відворотний до тревалости відповідного атому, що з того слїдує, що початкова скорість частинки α зависить від тревалости атому і є найменша для найпостійнїйшого атому.

Енерґію кіметичну частинки α, яка є $\frac{mv^2}{2} = \frac{1}{2}\frac{mv^2}{e}$ (e=наряд), де $\frac{mv^2}{e}$ дасть ся обчислити зі звісної вартости v і квота $\frac{e}{m}$ можна виразити в e. Rutherford обчисляє, що енерґія частинки α, що виділює ся через постепенну переміну атомів, виносить для раду $12{\cdot}5.10^{14}e$ ерґів, для тору $17{\cdot}7.10^{14}e$, для актіну $14.10^{14}e$ ерґів. З поміру зглядної лучистости тору і урану з огляду на рад слїдує, що емісия тепла на ґрам раду є около 2.10^6 разів більша, як відповідна вартість для урану і тору.

(Zeitschr. für physik. u. chem. Unterricht 1907. V.)

Енерґія тепляна раду. J. Precht означував енерґію бромака раду, що був цїлком сухий і був перехований 6 місяців

Digitized by Google

в рурці скляній, при помочи ледового кальориметру. Тепло, яке виділює сам рад, порівнував Precht з теплом, яке виділює рад, замкнений в ослоні з олова. Рад без ослона виділює в годині на 1 ґрам 122·2 кальорий, в ослоні з олова грубій на 0·94 mm кальорий було 126·9, грубій на 2·9 mm 134·4 кальорий, зн. ся, через замкнене раду скількість тепла збільшила ся о 10%. Через абсорбцию в олові з цілого проміньованя раду перетворило ся в тепло 12·2 кальорий на 1 ґрам і 1 годину.

(ibidem.)

Лучистість опадів атмосферичних (сніг, дощ) розслїджували G. Constanzo і C. Negro; показало ся, що ті опади є все лучисті, але по яких двох годинах лучистість гине. Найбільшу лучистість мають опади в часї бурий.

(Physik. Zeitsch. 1906.)

Вже давнїйше сконстатовано, що **лучі α тратять** в воздусї три головні свійства, а се: дїланє йонїзацийне, фосфоризацийне і фотоґрафічне, наколи перейшли через верству воздуха або іншого тїла, грубу на кілька центиметрів. W. Duane заняв ся в виду сего в лябораториї п. Curie досьвідами, чи в таких самих обставинах лучі α тратять і інші свійства, як пр. наряд додатний, переміну кінетичної енерґії в тепло, витворюванє другорядних лучів і т. п. Досьвіди перевів він в скринцї мосяжній, яка мала віконце з тонкої верстви міки; перед віконцем находила ся невелика скількість хльорака раду. Лучі α падали на електроду, приміщену в середині скринки і получену з електрометром. З помірів виходить, що йонїзация в середині скринки устає, коли рад був віддалений від скринки о 2cm; так само наряд додатний частинок α в тих обставинах не доходив вже до електроди. Пізнїйші дослїди Duane'a ствердили також заниканє і другорядної лучистости при тім самім віддаленю препаратів раду від скринки.

(Comptes rendus 1908 p. 958. i p. 1088.)

Лучистість олова. Elster і Geitel перевели ряд дослїдів над лучистостию олова; віддїлили іменно хемічно лучисту материю від олова і ствердили, що лучисті препарати, які виділює звичайне олово, завдячують свою лучистість в першій мірі радови F. Олово не має проте якоїсь окремої лучистости, а тим самим відпадає арґумент про загальну лучистість материї. Кромі раду і єго походних мають своєрідну слабу лучистість лиш Ka і Rb, як се ствердили Campbell і Wood; їх соли викликують на плитї фотоґрафічній, закритій чорним папером, протягом 190 днїв такі наслїдки, як окис урану в пятьох годинах, так що лучі Ka мають напругу, рівну около $\frac{1}{1000}$ напруги лучів окису урану.

(Physik. Zeitschrift 1908.)

Digitized by Google

Емана́ция раду, відкрита в р. 1900. через Dorn'a і Rutherford'a, є ґазом, який підлягає праву Boyle'a, і постійно перемінює ся в гель. Як усі ґази ґрупи Ar, так і емана́ция є ґаз пассивний; тому-то належить она імовірно до ґрупи арґону, єї частинки є імовірно одноатомові, а єї тягар атомовий округло 216·5. Через остудженє до —185° конденсує ся, єї температура кипіня виносить —150°; низше —185° замерзає, але ще виділює пару. Она висилає лиш лучі α, а єї постійна переполовлена (Halbierungskonstante), т. є. час, в якім емана́ция розпадає ся до половини, виносить 3·8 днів (Curie, Bumsteed, Wheeler, Sackur, Rutherford і Soddy). Тепло, яке виділює рад, походить головно від розпаду емана́ций; емана́ция, виділена через 1 ґрам раду, витворює в годині 75 кальорий. Цілковите тепло, яке 1 cm^3 емана́ций за час свого житя виділює, виносить около 7.10^6 ґрамових кальорий. — Емана́ция, коли стикає ся з водою, може єї розложити, причім виділює ся **надмір водня**, явище, якого покищо не вдало ся витолкувати (Ramsay).

(*Herders Jahrbücher т. XXIII. 1908*).

Ще в р. 1903. сконстатували Rutherford і Soddy, що **емана́ция раду** заховує ся як ґаз і дає ся сконденсувати в температурі —130°. То само сконстатовано і для **емана́ций тору**, яка починає вже в температурі —120° C процес конденсаций; цілковита конденсация наступає в температурі —150° C. Ті самі дати одержав недавно S. Kinoshita в лябораториї Rutherford'a для **емана́ций актину**. Температури ті лиш дуже мало зміняють ся, наколи тиск збільшає ся. Емана́ция тору конденсує ся в температурі 2—3° висшій, як емана́ция актину, а вплив тиску є такий сам для тору, як для актину.

(*Naturw. Rundschau 1908 Nr. 41*).

Після розслїдів Boltwood'a **актин** Debierne'a є продуктом розпаду між ураном а радом.

(*ibid. 1907*).

Нове тіло лучисте. B. Boltwood, проф. унїверситету в Yale, відкрив в мінералах ґрупи уранової нове тіло лучисте, відмінне від знаних уже тіл лучистих. З єго досьвідів виходить, що Al абсорбує лучі α того тіла сильнійше, як лучі α польону; сочинник абсорбциї зглядом Al є 1·8. Лучі β того тіла проникають менше, як лучі урану. Єго лучистість в порівнаню з радом має виносити 0,8, отже то тіло стоялоб в ряді між ураном а радом. Boltwood пропонує назвати се тіло „ionium".

(*Nature 1907*).

Новий погляд про лучі Рентґена і лучі γ подає W. H. Bragg. Після него є се частинки матеріяльні, електрично невтральні.

(*Naturwiss. Rundschau 1908. 3.*)

Digitized by Google

Засада Доплера, а лучі ситові (каналові) Як звісно, лучі ті дістанемо, коли катоду подіравимо; тоді йони додатні переходять через ті дірочки з великою скоростию, вдаряють по дорозі в частинки розрідженого ґазу і викликують сьвітло. Наколи се сьвітло дійсно походить від йонів, то до його дуговини повинна відносити ся засада Доплера. І дійсно вже Stark постеріг в дуговині сьвітла йонів в атмосфері H пересуненя лінїй в сторону краски фіолетової (після засади Доплера), наколи дуговину обсервуємо в напрямі руху; дуговина обсервована прямовісно до напряму руху остає без зміни. Те саме явище ствердженo пізнїйше в атмосфері N, пар Hg, K, Na, CO, CO_2, ацетилену і т. п. В послїдних часах постеріг се Дорн і для атмосфери Ar і He; Дорн подає, що пересунене сконстатував для лінїй β, γ, δ, ε, ς водня, для 10 лінїй He і для 20 лінїй Ar.

(Physik. Zeitsch. 1907.)

З дальших розслїдів над засадою Доплера для лучів ситових заключає Stark, що „дуговини лінїові первнїв хемічних походять від додатних атом — йонів, т. є. атомів, які стратили оден або більше йонів відємних, а за се систем невтральний т. є. додатний атом йон + відємний електрон при поворотній заміні на невтральний атом висилає дуговину смугову“. З відси приходить автор до заключеня, що кожда флюоресценция якогось тїла потягає за собою відповідну абсорбцию в дуговинї смуговій. Се правило ствердив автор для усїх тїл, які мають флюоресценцию і дуговину абсорбцийну, навіть для таких сполук, як пара йоду, азотан уранїльовий в водї, антрацен в алькоголю. Ся звязь між абсорбциєю а флюоресценциєю може послужити до відкритя нових случаїв флюоресценциї, особливо в партиях позачервоних і позафіолетових. Автор виказав се пр. для алькоголїчного розтвору бензолю, який має в партиї позафіолетовій між 271 а 233 $\mu\mu$ сім поясів абсорбцийних.

(ibid. 1907.)

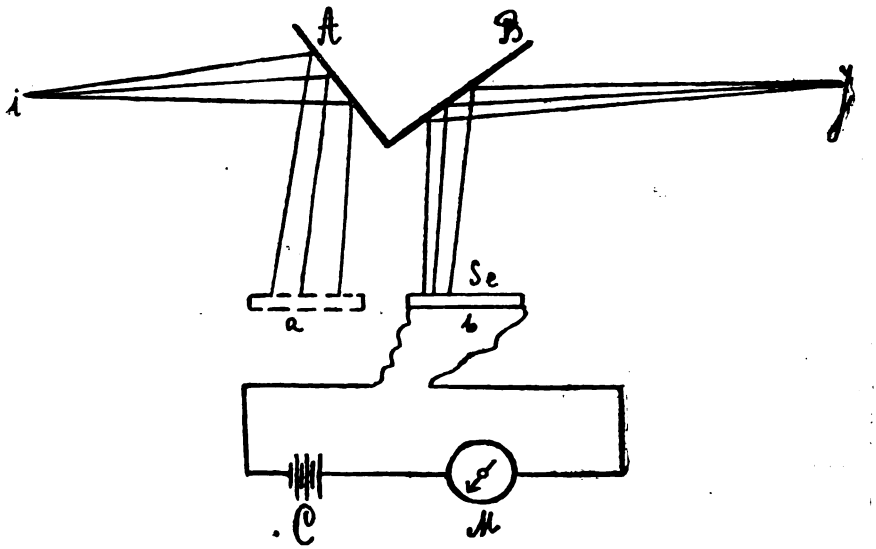
Нова теория сьвітла полярного. Недавно померший A. Paulsen, директор обсерваторії метеорольоґічної в Копенгаґен, поставив на основі своїх дослїдів в Ісляндиї (1899 – 1901) нову теорию полярного сьвітла. Він відріжнює два типи сего сяєва: 1) сьвітло без будови лучистої, 2) сьвітло з будовою лучистою. Перший тип повстає дуже високо, бо яких 400 — 500 km., отже в висотах, де воздух є так рідкий, що в нїм не можуть вже повставати розрядженя і люмінїсценциї електричні. Причиною сьвітла полярного є після Paulsen'а велика йонїзация відємна горішних верств воздуха висше т. зв. пояса найбільшости сьвітла полярного. Лучі катодові, висилані через сонце, проникають за дня в атмосферу, йонїзують єї і наряджують горішнї верстви воздуха відємно. Потім Paulsen принимає істноване т. зв. „материї сьвітла полярного“, себ-то мішанину частинок воздуха і відємних корпускулів. Непра-

Digitized by Google

сильні рухи сеї материї спричиняють удар йонів відємних і частинок воздуха з йонами додатними — а наслідком сего є люмінїсценция сьвітла полярного. — Погляди Paulsen'а ствердив Huggins, який доказав, що азот зйонїзований лучами раду (без співучасти внїшних сил електричних) дає люмінїсценцию, подібну до сьвітла полярного.

(Wszechświat 1907).

Фотометр селеновий описує E. Presser. Два зеркала A і B відбивають сьвітло, що приходить з двох жерел *i* і *J*. Відбиті



лучі падуть на клїтку селенову Se, яка скоро порушає ся між двома крайними позициями *a* і *b*, так що на переміну падуть на ню лучі з *i* і *J*. Клїтинка Se получена є з апаратом мірничим M і батериєю C. Наколи лучі, що ідуть з *i* і *J* є однако сильні, то сказівка в M стоїть постійно на відповідній точцї подїлка; коли ж лучі не є однако сильні, то сказівка починає дрогати, а величина тих дрогань зависить від ріжницї натуг сьвітла. Наколи віддаленя обох жерел сьвітла так урегулюємо, що рухи сказівки в M устануть, то осьвітленє клїтинки через *i* і *J* тепер стає однаке, а напругу сьвітла можемо обчислити на основі правила квадратів віддаленя. Сей фотометр дає ся ужити і для сьвітла закрашеного.

(Zeitsch. für phys. u. chem. Unterricht 1907. VI.)

Метода Lumierè'а фотоґрафованя красок. До давнїйших метод Lippmann'а фотоґрафованя красок прилучує ся нова метода Lumière'а при помочи плит, потягнених незвичайно

Digitized by Google

малими закрашеними зернятами мучиці. В окремих сепараторах продукує ся з мучиці барабольної зернята розміру 1/100 mm.; часть їх закрашує ся на червоно, часть на зелено, часть на синьо. Сі зернята добре перемішує ся і наклеює ся на гладких плитках скляних, так що зернята находять ся побіч себе, а не на собі. Плити вкладає ся до праси і стискає ся так, щоби зерна стали плоскі і щоби між ними не було відступів. Се потягає ся верствою фільтру, а на верх дає ся чутку емульсию бромака срібла. Зернята є так маленькі, що на 1 mm^2 випадає їх до 8000. Образ одержує ся від сторони скляної через верству тих зернят і жовту шибу (за плитою), а по викликаню повстає неґатива в красках доповняючих до ориґіналу. Щоби дістати позитив з власними красками, розпускає ся срібло, виділене через викликач, в розтворі $KMnO_4$ а опісля редукує ся решту незміненого бромака срібла в амідолю. Обі послідні операциї робить ся на сьвітлї деннім. Образ так утревалений представляє ся в красках природних, бо трибарвні елементи кождої части образу, що лежать густо побіч себе, злучують ся в нашім оцї в одно однобарвне вражінє. Одна хиба в тім, що покищо образи одержує ся на склї, а не можна їх копювати.

(Prometheus 1907.)

Діланє зимна на орґанїзм. Звісний проф. Pictet піддавав діланю дуже низької температури ріжні зьвірята. З єго дослїдів виходить, що низші орґанїзми переносять далеко лекше низьку температуру, чим висші. Риби можна остудити до —20° C, так що замерзнуть і домлять ся, але наколи їх обтопимо, вертають назад до житя. Жаби можна остудити до —28° C, їх яйця навіть до —60° C, а мимо то не гинуть, ужі гинуть доперва при —35° C, ногастки видержують температуру —50° C, деякі слимаки навіть —120° C, яйця шовковика остуджені до —40° C опісля на весні розвивають ся нормально, що більше гусїльниці з тих яєчок не підлягають нїяким хоробам, які звичайно кидають ся на шовковика. Ще лїпше видержують температуру низші ростини, пр. глїни і бактериї; їм не шкодить, коли цїлими тижнями виставимо їх на діланє температури —200° C.

(Stein d. Weisen 1907.)

Температури полуміний. Після помірів проф. Féry виносить температура ріжних полуміний, як слїдує:

Пальник Бунзена	1871° C
полумінь ацетильну	2548° C
полумінь спіритусу	1705° C
пальник Denayrouze ($^1/_2$ нафти $^1/_2$ спіритусу) .	2053° C
полумінь H (свобідного)	1900° C
„ ґазу (з доплином O)	2200° C

Digitized by Google

полумінь мішанини H і O . . . . . 2420° C
Очивидно подані тут лиш максимальні температури.

(Костов 1907.)

Переміна металїв в пару і обчислене їх точок кипіня була послїдною роботою помершого недавно великого хеміка француского Анрі Моассана (Moissan). Єго досьвіди при помочи печи електричної доказують, що всї металї в відповідній температурі дадуть ся перемінити в ґаз, так що нинї вже всї тїла знаємо в трох станах скупности (виїмком є лише гель, який не дав ся ще замінити в теч, хотяй Ольшевский остудив єго вже до температури 1·7° скалї абсолютної). Після Моассана найлекше переходить в пару Cu; 230 g Cu під впливом току о напрузї 300 амперів, а силї 110 вольтів переходять в ґаз в 8 мінутах. Тяжше кипить Au. 500—700 амперів, а 110 вольтів вистарчає, щоби металї ґрупи платинової (Pt, Os, Rh) перемінити в ґаз; но наколи ток о напрузї 500 амперів, а силї 110 вольтів перемінює 150 g Au в пару в 5 мінутах, то за сей час переходить в пару лиш 12 g Pt. З металїв нешляхотних найнизшу точку кипіня має Mn, дальше Ni і Cr; Fe дуже тяжко переходить в пару. Найвисшу точку кипіня має Mo і W; сей послїдний починає доперва кипіти, наколи огріваємо єго через 20 мінут луком Вольти о напрузї 700 амперів а 110 вольтів.

(Костов 1907.)

Нові поміри температури топленя первнїв ґрупи зелїза перевело „Bureau of Standards of Washington". Досьвіди роблено в сей спосіб, що маленькі скількости первня (0·001 mg) поміщувано на бляшочцї Pt і розпалювано єї током електричним. Температуру бляшки Pt означувано пирометром оптичним, а результати зведено до звісних точок топленя ся металїв: Zn 419° C, Sb 630·5° C, Cu 1084° C і Pt 1753° C. З тих помірів випали слїдуючі точки топленя ся: для Fe 1505° C, Cr 1489° C, Co 1464° C, Ni 1435° C, Mn 1207° C.

(Wszechświat 1907.)

Свійства танталю. Танталь, якого тепер залюбки уживаєсь на лямпи жарові, є тїлом кристалїчним о густотї 12·79, краски білої. Є він дуже твердий; підданий через три дни і три ночи дїланю сверла диямантового, що обертав ся 5000 разів на мінуту, стратив всего 1 mm з своєї грубости. Топить ся в температурі 2250°—2300° C. Єго опір електричний росте з температурою; в температурі звичайній Та о перерізї 1 mm² має опір 0·165 Ω, в температурі жару 0·850Ω. Єго видержність проти зірваня є дуже велика, в звичайних обставинах виносить она 93 $\frac{kg}{mm^2}$, наколи у дроту

Digitized by Google

сталевого є она всего 70—80 $\frac{kg}{mm^2}$. В високих температурах єго видержність є далеко менша; огрітий дріт Та по пару годинах легко перериває ся. Волокна, яких вживає ся до лямп жарових електричних, мають промір 0·05—0·035 mm.; в першім случаю до лямпи о силї 25 сьвічок і 110 вольтах треба волокна довгого на 650 mm о тягарі 0·022 g. Один kg Та вистане на 45000 лямпок.

(Wszechświat 1907.)

Новий первень: lutecium. Urbain доказав недавно, що первень ітерб не є первнем, але сполукою двох инших первнів. Оден з них є свійствами подібний до теперішного ітербу; Urbain називає його „neo-ytterbium" і дає єму знак Ny. Другий елемент називає Urbain „lutecium" від старої назви Парижа (Lutetia Parisiorum).

(Comptes rendus 1907. 4. XI.)

Річна продукция квасу сїрчаного виносить около 5·1 мілїона тон на земли. З того на саму Англїю випадає 1·1 мілїона тон, на Німеччину 900000 тон, на Сполучені Держави 850000, Францию 500000, Італїю і Австрию по 200000, Бельґію 165000, Росию 125000, Япан 50000 тон. Продукция инших держав є невелика.

(La Nature 1906.)

Т. зв. рідкі металї, як Та, Os, V, Mo, W і и. перестають вже ними бути. На них можна ствердити правило, що наколи наука або технїка найде для якогось, хотяйби дуже рідкого, матеріялу примінене, то все вдасть ся в дуже короткім часї видістати більші екількости сего материялу. Ось пр. Та; метал сей належав до недавна до найрідших. Відколи однак Bolton подав спосіб, як Та одержувати в станї чистім і перерабляти на ниточки до жарівок, збільшила ся єго продукция так значно, що в р. 1905. сама Австралїя дала 70 t танталїту. Так само W, уживаний в послїдних часах при фабрикациї стали, а в нових часах до жарівок, виказує в р. 1905. продукцию 3500 t (в р. 1900 лиш 150 t). Продукция Мо виносила в Австралїї в р. 1906. 70 t. Рідким є покищо осм, уживаний до жарівок (здаєсь дуже корисно), ванад, уживаний в Швециї і Франциї при фабрикациї стали, та в кінци уран, якого Krupp уживає при фабрикациї плит корабельних.

(Prometheus 1908.)

Начиня з маґнезиї. Королївска фабрика порцеляни в Берлїнї винайшла спосіб фабрикациї дуже тревалих начинь з маґнезиї; їх вигляд подібний є до порцеляни, але їх видержність є далеко

Digitized by Google

більша. Они не пукають при наглім огрітю і не зміняють своєї форми. Рури з маґнезиї о промірі 7 cm, грубі на 7·5 mm не псують ся навіть в печах електричних при температурі 1750° C і не підлягають в них електролізі.

(Prometheus 1907.)

Ціна плятини в р. 1906. Наколи ціна плятини в р. 1880. виносила ще 390·3 марок за 1 kg, то опісля ціна єї ішла постійно в гору, в р. 1901 1 kg коштував вже 1374·5 марок, а в р. 1904/5 2455 марок. В р. 1906 ціна сирої плятини росла з дня на день, а іменно виносила за 1 kg:

в січню	2886	марок
в цьвітню	3014	„
в липню	3145	„
в серпню	3275	„
в вересню	3535	„
в жовтню	4445	„

т. є. два рази більше як золото. Причиною сего зросту ціни є з одного боку спекуляция, а з другого боку величезне запотребоване плятини, яке росте — особливо з електротехніці — з дня на день. Найвисша продукция Pt на Уралю виносила 6373 kg в р. 1901.; инші держави мають лиш невелике значіне, бо пр. Сполучені Держави дали в р. 1887. лиш 13·9 kg, а британска Колюмбія в р. 1889. 47 kg Pt.

Продукция сирого зелїза на кулї земскій після річного звіту біржи металевої Ню Йорку виносила в р. 1906. 59 665 мілїонів тон (в р. 1905. 54·74 міл.), зн. продукция та постійно росте. З того випало (числа в скобках відносять ся до р. 1905.) в мілїонах тон на:

Сполучені Держави:	25·80	(23·36)
Німеччину:	12·19	(10·98)
Велику Британїю:	10·26	(9·75)
Францию:	3·15	(3·05)
Росию:	3·05	(2·976)
Австро-Угорщину:	1·83	(1·52)
Бельґію:	1·42	(1·35)
Швецию:	0·558	(0·528)
Канаду:	0·558	(0·477)
Еспанию:	0·406	(0·383)
Італїю:	0·127	(0·122)
Япан:	0·051	(0·0335)
Прочі держави:	0·265	(0·2205)

Вплив температури на видержність зелїза і сталі. Обниженє температури дуже зменшає видержність зелїза і сталі. Она зменшає ся о $\frac{5}{8}$ первісної величини при остудженю з +20° C на −20° C. Зелїзо вальцоване, яке в звичайній темпера-

Digitized by Google

турі дає ся легко скрутити в обруч, стає ся в температурі —80° C так крихке як скло; за се хромонікелева сталь при —80° C зменшає свою видержність лиш о $\frac{1}{8}$. Через огріте майже всї роди стали збільшають свою видержність; maximum збільшеня виступає в температурі + 100° до + 200° C, в температурі 400° C до 500° C она зменшає ся, в висшій температурі знов росте. За се сталь хромонікелева стало збільшає свою видержність, навіть в температурі 400° C до 500° C.

(Frometheus 1907.)

Терміт, винайдений Goldschmidt'ом в Ессен, став підставою т. зв. алюмінотермії, т. є. методи одержаня чистих металїв, які тяжко топлять ся. Є се мішанина спорошкованого Al і окису зелїза; мішанина та запалена горить дальше і витворює температуру 3000° C, якій нїякий метал не в силї оперти ся. На тій дорозї можна дістати Fe вільне від угля, чистий Ni, Mn, Cr і т. п., можна швейсувати рури, шини і т. п. Терміт сам тяжко запалює ся, тому посипує єго з верха мішаниною Al і надокису бару; та мішанина легко запалює ся і приводить терміт до температури жару.

(Kosmos 1908.)

Скількість шляхотних ґазів в атмосфері виносить після Ramsay'a: Kr = 0·028%, Xe = 0·005%; He що до тягару виносить в воздусї 0·000056%, що до обєму 0·00040%, Ne що до тягару 0·00086, що до обєму 0·00123%.

(Naturw. Rundschau 1908. Nr. 40.)

Одержанє арґону з воздуха. З поміж пяти шляхотних ґазів (He, Ne, Ar, Kr, Xe) в воздусї сорозмірно найбільше находить ся арґону. Дотеперішні методи виділюваня арґону з воздуха (пр. діланєм іскри електричної і усуванєм з воздуха окисів азоту і осталого кисня) є однак за довгі, а результат невеликий. Тепер однак подали Fr. Fischer і O. Ringe спосіб сорозмірно легкого виділеня арґону при помочи карбіду ($Ca\,C_2$). Коли іменно в температурі 800° C воздух стріне ся з $Ca\,C_2$, то O і N вповнї зістане абсорбований; а іменно азот переходить в цианоамід ваповий при рівночаснім виділеню C, т. є.:

$$Ca\,C_2 + N_2 = N \equiv C\,N > Ca + C.$$

Через змішанє карбіду з 10%-овим безводним $Ca\,Cl_2$ азот остане цїлком усунений. Кисень творить з карбідом $Ca\,O$ і CO_2; CO_2 переходить через дальше діланє карбіду в CO і C, т. є.:

$$CO_2 + Ca\,C_2 = Ca\,O + 2\,C + C\,O$$

$$C\,O + Ca\,C_2 = Ca\,O + 3\,C.$$

Щоби ще усунути H і углеводнї, які находять ся в воздусї, осталий арґон, коли перейшов вже через карбід, перепускає ся

Digitized by Google

через розжарений CuO, далї через KHO і через сконцентрований H_2SO_4 та пятиокис фосфору. Карбід, якого при сїй операциї уживає ся, находить ся в спеціяльнім начиню зелїзнім з холодником і огріває ся до 800°. При помочи такого урядженя можна протягом двох днїв при зужитю 7 kg карбіду дістати 11 лїтрів арґону. Означена авторами густота так одержаного арґону виносить 19·91 (O = 16), наколи цїлком чистий арґон повинен мати густоту 19·95; т. є. арґон одержаний з карбіду має несповна 0·1% азоту — результат вповнї вдоволяючий.

(Naturw. Rundschau 1908. Nr. 38.)

Висота а температура. До найбільшої висоти піднїс ся бальон реґістрацийний, пущений 3. серпня 1905. р. в Гамбурзї; осягнув він висоту 25800 метрів (найвисшу висоту передше осягнув такийже бальон 4. грудня 1902., бо 22290 метрів). Міжнародна комісия аеронавтична подає на основі автоматичних записок того бальону слїдуючі дати:

Висота	Температура
140 метрів	+16·8°
1640 „	+14·2°
3710 „	+ 3·7°
4120 „	+ 3·4°
5130 „	+ 0·1°
14490 „	− 62·7°
15000 „	−58·0°
19000 „	−49·4°
22000 „	− 47·3°
25000 „	−40·0°

З сего слїдує, що в найвисших районах атмосфери істнує теплїйша верства (що впрочім і инші бальони ствердили). Мінїмум температури випадає на висотї 14490 метрів, почім температура зрастає, так що сей приріст виносить 17·3°. Се доказує наглядно істнованя теплїйшої верстви воздуха в горі, чого й не догадувавсь нїхто. — Зглядна вогкість, яка на поверхнї землї виносила 88%, осягнула minimum 29% на висотї 4950 метрів, опісля до висоти 7000 метрів зрастала (до 45%), від 10000 метрів майже не змінила ся (між 37% а 42%).

(Naturwiss. Wochenschrift 1908.)

Maximum барометричне в р. 1907. Як всїм в памяти, в січни 1907. виступило величезне тиснене барометричне, спричинене антициклоною на океанї північнім. Отже проф. астрономії в Кракові Rudzki подає в Meteorol. Zeitschr. 1907. V., що се maximum виносило в Кракові дня 23. січня о год. 10ª 794 mm при температурі t = −20·4° C, а о год 5ᵖ 793·3mm при t = −18·4° C, (вітер східний). Такого тисненя обсерваторія краківска від р. 1792., коли зачали ся постійні обсервациї, не занотувала. Найвисше ноговане

Digitized by Google

тисненє випало 7. лютого 1821 р., а се 28" 4·6''' при t = −2·2° R і при західнім вітрі; со зредуковане до моря дає 789·8 mm. Рівночасно у Відни нотовано в тім часї тисненє 29" 2''' 2·1'''', також при західнім вітрі.

Клїматичні відносини Марса. Stentzel (Гамбурґ) переводить наглядні обчисленя температури Марса в журналю Prometheus (1907. ч. 46). Після Angot'а сочинник трансмісиї тепла сонїчного для атмосфери земскої виносить 0·6, зн. ся земля з цїлого тепла сонїчного, яке до неї доходить, дістає 44% (стала сонїчна після Langley'а = 3 кальориї). Принявши для атмосфери Марса сочинник трансмісиї 0·7 — 0·8 (атмосфера Марса є рідша і більше перепускає, як земска), дістанемо для поверхнї Марса 60% цїлої енерґії тепляної, яка до него доходить отже — з огляду на віддаленє від сонця — 1·0344 разів тілько, що для поверхнї землї. Річна ізотерма для рівника земского виносить 26·4° C, отже для рівника Марса 36·7° C; річна ізотерма для бігуна земского виносить —20° C, на Марсї —11° C. Середна температура цїлої землї виносить 14·4° C, Марса 23·77° C. Бігун зимна землї (Верхояньск) виказує найнизшу температуру —70° C, деякі пустинні околицї (Сагара, Арабія і т. п.) виказують найвисшу температуру 50° C; анальоґічні точки Марса малиби −47° C, згл. +72° C. В полосї горячій на земли денна амплїтуда температури виносить 12° C, на пустинях 14° — 16° C, а навіть 20° — 30° C; анальоґічно амплїтуда температури в полосї горячій Марса виносить до 30° C, так що там в день панує велике горячо, в ночи неприємне зимно. Околицї бігунів Марса, на яких виступають білі плями, є покриті снїгом і ледом, а не — як деякі астрономи думають — плинним CO_2. Більша часть Марса має характер пустинний (що вже пізнати можна по червонім сьвітлї), бо температура полос тропікальних і субтропікальних є незвичайно висока. Однак умови для істнованя житя орґанїчного на Марсї безперечно істнують, фльора і фавна на нїм розвивають ся. Сїть ґеометрична (канали), які виступають на поверхнї Марса роблять вражінє плянової роботи, яка імовірно походить від розумних істот.

Червона пляма на Юпітері, як се виходить з мікрометричних поміток E. Lau'а в Копенгазї (весна 1908), є твором, що належить до висших верств атмосфери сеї планети. Т. зв. темна „занавіса", що находить ся в рівній висотї, та яка порушає ся скорше від червоної плями, зменшує — як здає ся — свою скорість, коли пережене червону пляму. Прояви, що виступають під хмарною покривою червоної плями, мають після Lau'а много схожости з переходом цїпкого предмету через вир.

(Astr. Nachrichten Bd. 178. S. 198.)

Digitized by Google

Велику протуберанцію сонічну обсервонано 18. лютого 1908. в обсерваториї Kodaikanal в Індиях. Виставала она 450.000 km над східний край сонця. Наколи о год. 8 *h* 23 *m* (час індийский) не було ще сліду єї, то вже о 9 *h* 38 *m* находив ся єї вершок 81" над берегом сонця, а єї блеск і висота зрастали аж до заходу сонця о 18 *h*; в тім часі сягала она 585" над берег сонця. Початкова скорість вибуху сеї протуберанциї (між 10 *h* а 11 *h*) виносила 1·2 km і зростала так, що між 17 *h* а 18 *h* дійшла до 84 km.

(Naturwiss. Rundschau 1908. Nr. 33.)

Звізда полярна є — як звісно — звіздою подвійною; єї трабант є 10 величини. Головна звізда є спектроскопічно звіздою потрійною; дві з тих звізд обігають в періоді 3·97 днів довкола спільного осередка тяжести, який зачеркує велику дорогу довкола третої звізди. Після обсерваций в обсерваториї Lick'а скорість в сій великій дорозї є така сама, як в р. 1906, з чого би слідувала періода не много ріжна від 12 літ.

(Naturwiss. Rundschau 1908. Nr. 35.)

Нова планетоіда. Як відомо, в р. 1908 відкрито плянетоіду Ерос, якої дорога — відмінно як у инших планетоід — перебігає в части між Землею а Марсом, в части між Марсом а Юпітером. В р. 1906. (лютий) відкрив M. Wolf (Heidelberg) плянету — яку провізорично назначено „T G" — яка перебігає в части між Марсом а Юпітером, а в части виобігає поза дорогу Юпітера. Після Berberich'а час обігу виносить 12,02 літ, віддалене в перігелїюм 3·91, в афелїюм 4,61 віддаленя землї; єї промір виносить 110 km, отже поверхня так велика, як поверхня Голяндиї.

(Prometheus 1906.)

Цікаву відомість приносить обсерваторня в Женеві, а іменно, що довкола **ясних перстенїв Сатурна** находить ся зверхний **темний** перстень, анальоґічний до темного внутрішного перстеня.

(Naturw. Rundschau, 1908. Nr. 43.)

Зміни в перстенях Сатурна. Проф. Pickering доносить, що Campbell обсервував в жовтни 1907. виразні ясні узли в перстенях Сатурна; узли ті були розложені симетрично, два від заходу, два від сходу.

(Nature 1907.)

300.000 вольтів. Товариство General Electric Co. в Америцї построїло два трансформатори головно для цїлий досьвідних; ті трансформатори мають оливну ізоляцию, двураменний якор і просте

Digitized by Google

первичне навинене провідника. Вторичне навинене має лиш 50 скругів, так ізольованих, що ізоляция може видержати 10.000 вольтів. Ті трансформатори мають ефекти 300 кільоватів при 60 періодах: напруга первична має 2300—4600 вольтів при 65 амперах, вторична 300000 вольтів при 1 амперi. Видатність тих трансформаторів сягає до 97·4%.

(Prometheus 1908.)

Турбіни при Ніяґарі. Найбільші дотепер турбіни при Ніяґарі, построєні фірмою Escher, Wyss et Co. (Цірих) для Canadian Niagara Power Co., мали силу 10000 HP, а построєні фірмою J. M. Voith (Heidenheim) для Ontario Power Co. 11340 HP. Тепер будує J. B. Marris Co. (Філядельфія) для тов. Electrical Development Co. of Ontario чотири турбіни о силї 13000 HP; дві з них є вже готові. Турбіни ті при спаді 41 m мають 250 оборотів на мінуту; є се подвійні турбіни на прямовісній оси і получені з ґенератором для токів перемінних о ефектї 1000 кільоваттів.

(Prometheus 1907.)

Величина филь морских. Поміром филь морских заняв ся в послїдних часах M. Bertin. Найдовша, ним обсервована филя була довга на 842 m, єї амплїтуда 16 m і тревала 23 секунд. Висота звичайних филь виносить пересїчно 16 m, лиш в полудневих морях обсервовано висоту троха більшу. Коли филя з повного моря підходить під берег, то єї висота значно росте, особливо коли вдарить о перепону; пр. при лїхтарнї Eddystone обсервовано филї короткі о висотї 32 m. Филї дуже довгі є рідкі; пересїчно филї є довгі від 52 до 107 m, тревають 6 - 8 секунд і мають амплїтуду що найвисше 11 m. Роскази о дуже високих филях являють ся в виду помірів Bertin'a дуже пересадними.

(Stein d. Weisen 1907.)

Скорість филь при землетрясеню. Филї, що повстають при землетрясеню, можуть протягом трох годин окружити цїлу поверхню землї. В часї послїдного великого землетрясеня в Сан Францїско дійшла филя — як вказують діяґрами сейсмоґрафічні — з С. Францїско до Birmingham і Брукселї в 12 мінутах, троха пізнїйше до Любляни. Обчисленя осциляций в Birmingham, переведені Dawison'ом, вказують, що друге зареґістроване филь наступило в 3 години 10 мінут пізнїйше, зн. ся, в тім часї филя довершила подорож довкола землї.

(Stein d. Weisen 1907.)

Ядро землї. Герман Thiene представляє в книжцї п. з. „Temperatur und Zustand des Erdinnern" (Jena, G. Fischer 1907.),

Digitized by Google

нагородженій через фільософічний факультет університету в Єні, всї дотеперішні погляди на внутр землї (Descartes, Newton, Poisson, Leibniz, de la Rive, Lyell, Halley, Franklin, Leslie, Lamont, Thomson, Naumann, Delaunay, Tammann т. и.) і приходить до слїдуючих заключень: Чи ядро землї находить ся в станї ізотропнім чи анізотропнім, сего нинї покищо розслїдити не можемо, бо нам не достає ще дат про поведенє субстанций при високім тисненю і високій температурі. Імовірно ядро землї находить ся в станї плястичнім анізотропнім, а коли тиск устає, то сей стан може перейти в ізотропний плинний, а навіть і ґазовий. Ядро землї складає ся з нїклю і зелїза, кора земска є зложена з кременів, а між обома верствами находить ся тонка переходова верства богата в зелїзо. Кора цїпка має вид склепіня і є в міру глубини що раз плястичнїйша і переходить в маси, що находять ся в станї півкристалїчнім. Чим близше до середини землї, тим більший є тиск, а через се частинки тим менше можуть пересувати ся, так що центральні партиї поводять ся зглядом зверхних впливів мов цїпкі.

(Naturwiss. Rundschau 1900.)

Поступи в здобутю бігуна північного. Ось коротке зіставленє постепенного приближеня до бігуна північного:

Час	Назвиско	Околиця	Ширина геогр. північна
1553	Chancellor, Durforth і Willogby (Анґлїя)	Півн. Европа	71° 10'
1587	Davis (Анґлїя)	Край Baffin'a	72° 20'
1594	Barents (Голяндия)	Новая Земля	77° 55'
1596	Той сам	Шпіцберґ	80° 11'
1607	Hudson (Анґлїя)	Сх. Ґренляндия	80° 28'
1773	Phipps (Анґлїя)	Шпіцберґ	80° 48'
1806	Ст. Scoresby (Анґлїя)	Сх. Ґренляндия	81° 30'
1817	Молодий Scoresby	Сх. Ґренляндия	82°
23/7 1827	Parry (Анґлїя)	на півн. від Шпіцберґу	82° 45'
1822	Молодий Scoresby	Сх. Ґренляндия	83°
1834	Graah (Данїя)	Сх. Ґренляндия	83°
12/5 1876	Markham (Анґлїя)	Пів. зах. Ґренляндия	83° 20'
13/5 1882	Lockwood (Америка)	Пів. Ґренляндия	83° 24'
7/4 1895	Nansen (Норвеґія)	на п. в. кр. Фр. Йосифа	86° 14'
25/4 1900	Cagni (Італїя)	на пів. від Шпіцберґу	86° 33'
1906	Peary (Америка)	на пів. від Ґренляндиї	87° 6'

Digitized by Google

Найважнійшим портом на сьвіті є Гонґконґ; привіз і вивіз виносив (разом) в р. 1903. 19,204.889 тон. На другім місци стоїть Льондон (18,639.159 тон), дальше Антверпія (18,139.184 тон), Ню Йорк (17,900.168), Гамбурґ (16,466.639), Ліверпуль (14,716.790) і Роттердам (13,597.819 тон).

(Prometheus 1906.)

Струї в Океані Індийскім. Wood-Jones (Enfield) вкинув дня 15. падолиста 1905. в море коло атолю Кокосового на океані Індийскім (полудн ширина ґеоґр. 12° 04' 24", довжина східна 95° 55' 19") кілька фляшок закоркованих. Одну з них найдено 27. мая 1906., а другу 11. червня 1907. коло Brary (італійский край Сомалї, шир півн. 1° 06' 08", довж. 44° 01' 52"), що доказує, що в тій части океану індийского істнують постійні струї морскі.

(Nature 1907.)

Льорд Kelvin (Sir William Thomson). В грудни 1907 р. понесла наука велику страту через смерть найбільшого сучасного фізика, що помер в Glasgow в 83 році житя. Уроджений в р. 1824. в Belfast, де єго отець був професором математики, переніс ся разом з вітцем до Ґлезґова і тут по скінченю студий в Кембрідж і Парижи остав ся на стало; вже в 22 р. житя обняв місце професора теоретичної фізики в університеті в Ґлезґо і остав ся на тім урядї аж до смерти. За величезні заслуги іменувала єго королева Вікторія льордом Кельвіном (1892). Від р. 1890 аж до смерти був президентом англійского королївского товариства. Єго заслуги є величезні на всїх областях фізики, так теоретичної, як експериментальної і технїчної. Він то опрацював теорию електричности (побіч Maxwell'a і Helmholtz'a), подав важну методу т. зв. образів електричних, обчислив час дроганя при осциляцийних розрядженях кондензатора та відкрив термоелектричний ефект. Наука термодинаміки також завдячує єму дуже много; він то разом з R. Mayer'ом, Joule'ом та Clausius'ом занимає ся термодинамічним рівноважником, подає другу засаду термодинаміки (ентропія), творить абсолютну термодинамічну скалю температури, обчисляє на основі звісного приросту температури землї від поверхнї до єї внутра єї вік (час, потрібний на се, щоби температура землї від 1890° C — при якій деякі камінї вже є плинні — зменшила ся до нинїшної температури, подає він на $24^1/_2$ мілїонів лїт), та подає форми для напруги пар на кривій поверхнї і для т. зв. конвективної рівноваги при спадї температури разом з висотою — важні в метеорольоґії. В механїцї подає він нову т. зв. перстеневу теорию атомів та формули для припливу і відпливу моря. — Фізика експериментальна завдячує єму цїлий ряд дуже гарних

Digitized by Google

метод мірничих; тут належить пр. т. зв. подвійний місток Thomson'а до поміров малих електричних опорів, помірка потенциялів при розрядженю плоских та кулистих електрод, відкрите точки звороту термоелектричної сили. Технічна фізика завдячує єму т. зв. квадрантовий електрометер, без якого нині ніякий інститут фізикальний не може обійти ся, дальше незвичайно прецизний електрометер абсолютний до абсолютного поміру електричних потенциялів, дальше конденсатори о змінній поємности (т. зв. плятиметри) і конденсатори вальцеві. Він є винахідником ґальванометрів до поміру дуже слабих електричних токів, ґальванометрів незвичайно чутких, які найшли примінене в телеґрафії підморскій. Він звернув цілу свою увагу на свойства каблів і єго то досьвідам завдячує телеґрафія підморска поборене технічних трудностий, іменно від хвилї, коли він до ґальванометрів впровадив астатичні маґнетні системи і ухоронив голки маґнетні від впливів зверхних маґнетних через утворене маґнетних заслон. Він є також винахідником нормальних елементів, компасу морского о малім збоченю та знаряду до міреня глубини морскої. Термінольоґія технічна єму много завдячує, а загальне введене абсолютного системи мір се в великій мірі єго заслуга.

Був се чоловік нечуваної праці і ґеніяльної концепциї, а найкрасше в тій мірі сьвідоцтво виставив єму особистий єго приятель, великий Гельмгольтц в своїх листах до знакомих і родини. Вільні хвилї посьвячував Кельвін далеким подорожам на парусних кораблях, так як в загалї море і навтика були улюбленим предметом єго дослідів. Імя єго остане на все записане золотими буквами в історії фізики, а єго роботи, поміщувані переважно в „Philosophical Magazine" і в трудах корол. товариств в Льондонї і Едінбурґу остануть на все взором праць наукових. Одним з більших єго творів був виклад фізики, виданий разом з Tait'ом п. з. „Treatise on natural philosophy" 1883 – 1887, який одчак не вийшов на жаль в цілости (перевід німецкий Helmholtz'а і Wertheim'а); дальше заслугують на увагу єго популярні виклади і промови (вийшли в переводї німецкім в р. 1891.) і иньші.

Дмитро Менделеєв. Найбільший хемік Славянщини розпращав ся зі сьвітом 2. лютого 1907. в 73 році житя. Єго імя на все є звязане з відкритєм т. зв. системи періодичної первнів (свійства первнів є функциєю періодичною їх тягарів атомових) (1871 р.), на основі якої предсказав істноване незвісних первнів (ґаль, сканд, ґерман). В ту систему намагав ся М. втягнути і етер сьвітляний (о чім в своїм часї була згадка в Збірнику), вважаючи єго першим з первнів ґрупи зерової о тягарі атомовім між $9{\cdot}6.10^{-7}$ а $5{\cdot}3\ 10^{-11}$; дальшими членами сеї ґрупи є після М. coronium (в коронї сонїчній), He, Ne, Ar, Kr, Xe. Не менше важні є праці Менделєєва над сполуками орґанїчними, як пр. єго інтересна теория повставаня в природі углеводнїв і нафти (та теория не приняла ся однак в науцї, а місто неї удержала ся теория Енґлера). Як автор лишив по собі

Digitized by Google

М. більше як півтора сотки фахових розвідок, брошур і підручників; єго підручник хемії неорґанічної переведено майже на всї язики европейскі. Як чоловік відзначав ся М. лїберальними поглядами, через що увійшов в конфлікти з державними росийскими властями, коли обстоював за студентами університетскими; наслїдком сего була єго димисия з катедри хемії, яку занимав довгі лїта з великою користю для науки росийскої в технольоґічнім інституті в Петербурзї.

Маркиз Berthelot, великий хемік і фільософ француский, член „Інституту" і постійний секретар академії наук в Парижи, помер 18. марта 1907. в 80 році житя. Полишив по собі з яких 1000 праць менших і велику скількість більших творів, з яких заслугують на увагу: la Synthèse chimique (1875), la Chimie végétale et agricole (4 томи 1899). Science et Philosophie (1886), Science et libre Pensée (1905) і много инших. Свої дослїди хемічні довершив в перворядній лябораториї в Meudon, яку для него специяльно построено (в р. 1884).

Henry Moissan, другий великий хемік француский, професор париской Сорбони, ур. в р. 1852., помер в Парижи 20. лютого 1908. Славні є єго дослїди над флюором, який він перший одержав в станї чистім, дальше працї над витворюванем штучних диямантів (через кристалізацию угля в ляві желїзній під великим тиском в високій температурі). Він то впровадив до хемії піч електричну, яка хемії технольоґічній віддає величезні услуги (пр. фабрикация карбіду, карборунду і т. п.). В р. 1906 одержав Moisson нагороду Нобля.

Henri Becquerel, професор фізики в Парижи, дожизненний секретар академії наук, член ріжних наукових товариств за границею Франциї, помер 25. серпня 1908. в 56 році житя. Через смерть єго понесла наука в загалї, а наука француска специяльно, величезну страту. Він то як звісно відкрив перший лучистість урану, відкритє, що стало почином до нових поглядів на істоту материї і електричности. В єго лябораториї асистент єго P. Curie (що недавно так траґічно скінчив в Парижи) зі своєю жінкою відкрили в блєндї смолистій рад і єго цікаві свійства. За свої працї одержав Becquerel перед пару роками нагороду ім. Нобля.

Герман Vogel, директор астрофізикальної обсерваториї в Потсдамі, автор численних робіт поміщуваних в „Astronomische Nachrichten" та публікациях астрофізикальної обсерваториї, ур. 1841 в Липску, помер 13. серпня 1907. в Потсдамі. Єго найважнїйша праця п. з. „Untersuchungen über die Spektra der Planeten". Своє сьвітове значінє завдячує обсерваторія в Потсдамі лиш Vogel'ови, що від р. 1874. був обсерватором, а від р. 1882. директором сеї інституциї

Digitized by Google

Pierre Janssen, славний астрофізик француский, директор обсерваторії в Meudon, помер з початком р. 1908., проживши літ 84. Єго праці і розсліди обнимають в першій мірі фізику сонця; він брав участь в численних експедициях, яких ціль була обсервувати перехід Венери і повні затьміня сонця, він подав спосіб обсервациї протуберанций в кождій порі, він перевів численні досліди актінометричні і спектральні сонця і єго корони. Єму завдячує обсерватория на шпилю Montblanc своє повстане (1892 р.). Також положив великі заслуги своїми студиями над вульканізмом.

Asaph Hall, визначний астроном північно-американьский, помер в падолисті 1907. в Annapolis в 79. році житя. Єго імя звязане з відкритєм (в р. 1887.) обох місяців Марса, обчисленєм часу обороту Сатурна (на основі відкритої через него плями) та теориєю руху місяців Сатурна, головно Гіпериона.

Digitized by Google

Digitized by Google

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIII.

під редакциєю

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО і Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIII.

REDIGIRT VON

JOHANN VERCHRATSKYJ u. Dr. VLADIMIR LEVYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1909.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарнї Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

Digitized by Google

Книгарня Наукового Товариства імени Шевченка

у Львові, Ринок ч. 10.

має на складі між иньшими отсї книжки і брошури:

	корон
Бобяк Григорий. Про наші губи	0·30
— Причинки до лїхенольоґії східної Галичини	0·45
Брайтенбах В. Біольоґія в XIX. в.	0·25
Верхратский Іван. Зоольоґія (на низші кляси)	3·—
Верхратский-Ростафіньский. Ботанїка для висших кляс	2·40
Візнер Ю. Жите ростин у морі	0·15
— Ботанїка (на низші кляси)	3·20
— Мінеральоґія (вичерпане)	—·—
— Соматольоґія	1·80
— Начерк соматольоґії	3·—
— Нічна лївка мотилїв (вичерпане)	—·—
Вовк Хв. Антропомитричні дослїде	1·50
Гірняк Ю. Роля сталої, плинної і ґазової фази в хемічній рівновазї	0·45
Гінтер С. Історія ґеоґрафічних відкрить у XV—XVI в.	2·20
Глїбовицкий Клим. Микола Г. Абель і его значіне в математицї	2·—
Др. Горбачевский Іван. Уваги о термінольоґії хемічній	0·10
— Загальний метод добуваня нуклеїнного квасу з орґанів	0·10
Др. Дакура Осип. Зі шпитальної казуістики за рік 1899	0·20
— Інтересний случай новотвору середгрудного	0·20
Збірник секциї математично-природописно-лїкарскої Наукового Товариства імени Шевченка. Том I.	3·—
— Том II.	3·—
— Том III. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том III. випуск II. Часть математично-природописна	2·—
— Том IV. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том IV. випуск II. Часть математична	1·—
— Том V. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том V. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VI. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VI. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VII. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том VIII. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том VIII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том IX.	5·—
— Том X.	5·—
— Том XI.	5·—
— Том XII.	5·—
Левицкий Володимир. Еліптичні модулові функциї	0·60
— Про переступ чисел e і π	1·20
— Електромаґнетна теория сьвітла і причинок до подїлу рівнань 2-го степеня	1·60
— Клясифікация наук математичних	0·35
— Короткий начерк теориї функций автоморфних	0·75
— Теория перстеня Сатурна	1·—
— Додаток до теориї дробів тяглих та ґрупи модулової	0·20
— Найновійші працї з теориї функций аналїтичних	0·25
— Математика теоретична а практична	0·30
— Ґеометрия метова в оптицї ґеометричній після теориї Ф. Клайна	0·40
— Иньший сьвіт	0·30
— Машини електростатичні	0·25
— Відношене ґеометриї метричної до метової	0·25

Digitized by Google

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIII.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО і Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIII.

REDIGIRT VON

JOHANN VERCHRATSKYJ u. Dr. VLADIMIR LEVYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1909.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

Digitized by Google

Digitized by Google

Зміст.

	Стор.
1. *Володимир Кучер.* Основи електроніки . . .	1—68
2. *Др. Юліян Гірняк.* Замітки до рівнань моно- і бімолекулярної хемічної кінетики	1—29
3. *Др. Юліян Гірняк.* Вплив температури на скорість декількох хемічних реакций	1—19
4. *Іван Верхратский.* Виразня мінеральоґічна . .	1—64
5. Бібліоґрафія	1—37

INHALT.

	Seite
1. *Wladimir Kučer.* Die Grundlagen der Elektronik . .	1—68
2. *Dr. Julian Hirniak.* Bemerkungen zu den Gleichungen der mono- und bimolekularen chemischen Kinetik .	1—29
3. *Dr. Julian Hirniak.* Einfluss der Temperatur auf die Geschwindigkeit einiger chemischen Reaktionen . .	1—19
4. *Johann Werchratskij.* Mineralogische Nomenklatur . .	
5. Bibliographie	1—37

Digitized by Google

Digitized by Google

Основи електроніки.

написав

Володимир Кучер.

ЧАСТЬ I.

Електричні розрядженя в ґазах.

Вступ.

З елементарної науки електричности знаємо, що під зглядом єї проводу металї займають перше місце, значить ся, они розпроваджують добре енерґію електричну. Мідяна штабка діткнена наелектризованою кулькою, електризує ся сейчас не лише в місци зіткненя кульки, але на цїлій своїй поверхнї. Тому отже називаємо металї добрими провідниками електричности або кондукторами та послугуємось ними тодї, коли ходить о перенесенє сеї енерґії на дальший простір, пр. до практичного приміненя.

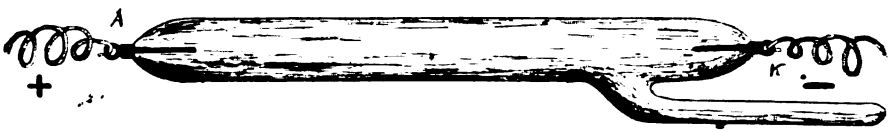
Зовсїм противно поводять ся під тим зглядом ґази. О них можна би сказати, що се тїла, які майже зовсїм не розпроваджують електричности. Ся цїха ґазів має своє значінє так в практицї, як і в теориї. Наколиб пр. воздух розпроваджував так само добре електричність, як металї, тодї годїби подумати о якімсь нагромадженю електричности в більшій скількости на однім місци, а всякі уряджения електричні булиби безуспішними. З другої сторони не можна би науково слїдити сеї сили природи; в сїм случаю потерпілаб теория електричности та не моглаби так розвинутись як в послїдних часах. Ґази ставляють розпроваджуваням електричности великий опір і тому є они добрими ізоляторами (діелектриками). Тому то потрібно нераз ужити високого потенциялу на електродах індуктора Румкорфа, щоби пробити зовсїм негрубу верству воздуха між елек-

Digitized by Google

тродами. Тоді іскра електрична розриває верству воздуха; се послідне є явищем осциляцийним і тревае дуже коротко, бо ледви 10^{-5} *sec.* Се явище називаємо розрядженєм електричности в нормальнім стані воздуха, значить ся під 760 *mm* тисненя барометричного при $0^0 C$.

Явища в рурках Ґайслера.

Зі зміною стану барометричного воздуха, як взагалі инших ґазів, зміняє ся і повисше згадана їх ціха, про що переконав ся перший раз фізик француський Gassiot в р. 1854. Опісля в р. 1858 проф. унів. в Bonni Plücker[1]) розвязав се явище дорогою чисто експериментальною. Він уживав до сего рурки скляної осмотрено-



фіґ. 1. до помпи

плятиновими електродами, які получив з індуктором Румкорфа. З початку мимо високого потенциялу не слідувало ніяке виладоване електричне в рурці. Коли однак розрідив воздух в рурці до 45—50 *mm* тисненя, тоді виступило на обох електродах фіолетове сьвітло, яке видовжалось щораз-більше, в міру сего, як щораз більше розріджував він воздух в рурці. Коли тиснене воздуха обнизилось до 6·8 *mm*, тоді згадані сьвітла зближались до себе щораз то більше, аж вкінци утворилось ясне фіолетове сьвітляне пасмо, яке тяглось від одної електроди до другої. З розрідженєм воздуха до 5—1 *mm*, пасмо се зачало розширяти ся на боки і виповняти весь простір рурки. Таких рурок скляних з розрідженими ґазами доставляв Plücker-ови скляр з Bonn Ґайслер (Geissler) і відси походить назва „рурки Ґайслера". Послідний надавав рурками своїм для окраси нераз дуже фантастичні види.

Явища в ґайслерівських рурках мають своє значінє в розвою оптики, а іменно в спектральній аналізі. Ґази як водень, кисень, хльор, гель і т. и. впроваджені в такі рурки, значить ся під тисненєм 3—1 *mm* сьвітять, кождий собі властивою краскою. В сей спосіб можна розслідити спектроскопом дуговину ґазу і пізнати его ціхи.

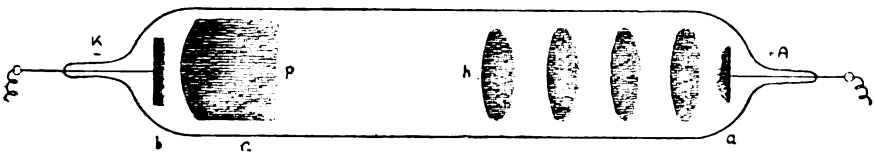
---

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 1859 p. 77. 1862 p. 45; Hittorf. Pogg. A. 1869 p. 8.

Digitized by Google

Розряджене електричне в дуже розріджених ґазах [1]).

Коли тиснене в рурцї зійде до 1 *mm*, тодї побачимо зовсїм інший образ як передше. Від анодн *A* розходять ся червонаво сьві-



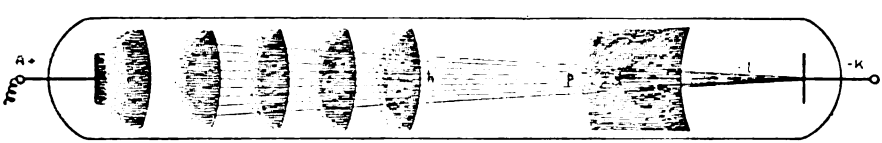
фіґ. 2.

тячі верстви, попереділювані між собою темними пасками; від скла рурки відділяє їх темний пояс на 1 *mm* широкий. Се світляне явище називають „сьвітлом додатним". По нїм слїдує темний простір *p h*, так званий „темний простір Faraday'a. Катода покриває ся тонкою жовтою сьвітячою верствою *b*. За сим слїдує „темний простір катодовий", а опісля сьвітло фіолетове *G*, зване „сьвітлом відємним" (сяєво).

Наколиб рурка не була виповнена воздухом, але іншим ґазом, тодї слїдувалиб явища майже ті самі, але краски змінилиби ся; кождий отже ґаз [2]) сьвітивби собі характеристичною барвою, так пр. для пар кадму в обох сьвітлах можна найти майже всї краски від рожевої до фіолетової.

Лучі катодові [3]).

Коли будемо рурку щораз більше випорожняти, тодї сьвітло відємне віддаляє ся від катоди *K*, а сьвітло додатне приближаєсь



фіґ. 3.

до анодн. Темний простір зачинає рости, а з середини катоди виступає фіолетовий жмуток лучів *l*, звернений в сторону анодн. Лучі

---

[1]) I. I. Thomson; Elektricitätsdurchgang in Gasen übersetzt v. E. Marx, 1906. p. 451. — G. C. Schmidt: Die Katodenstrahlen p. 18. 1907.

[2]) G. C. Schmidt, l. c.

[3]) I. I. Thomson: l. c. p. 509. — G. C. Schmidt l. c. p. 20. Stark: Elektricität in Gasen 1900. p, 301. dtto: Winkelmann: Handbuch der Physik Bd. VI.

Digitized by Google

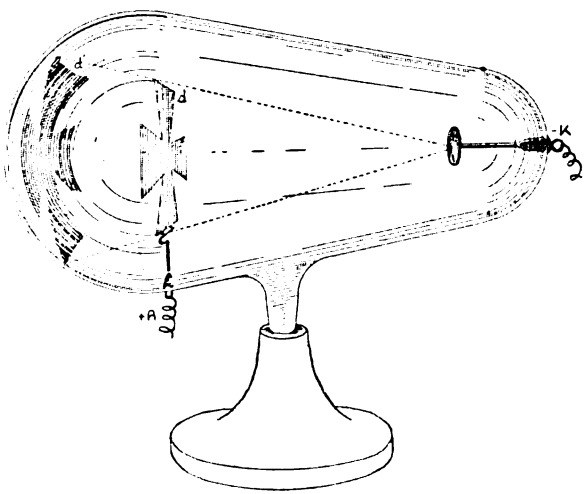
сї переходять через сьвітло відемне, простір Faraday'a, сьвітло додатне, та спричиняють флюоресценцию скла рурки в місци, на котре падуть.

З розрідженем воздуха до кілька десяточних *mm*, оба сьвітла щораз більше посувають ся в сторону аноди, аж вкінци зовсїм зникають, а темний простір катодовий виповняє весь простір рурки. Скло рурки зачинає тодї флюоризувати, а найяснїйше місце є напротив катоди. Катода мусить отже висилати якісь темні лучі, які спричиняють флюоресценцию скла. Сей рід лучів темних називаємо **лучами катодовими**. Plücker [1]) перший відкрив їх. Декотрі приписують відкритє їх не Plücker'ови, але єго ученикови Hittorf'ови [2]) і відси походить назва їх „лучі Hittorf'a"; Англїйцї називають їх лучами Crookes'a, позаяк він перший старав ся пояснити їх суть, а рурку-руркою Crookes'a.

Свійства лучів катодових [3]).

Лучі катодові посїдають дуже цїкаві цїхи а іменно:

Передовсїм спричиняють они, як вже вперед згадалисьмо, флюоресценцию скла. Чеське скло сьвітить зеленавим сьвітлом, а англїйське синявим. Також й мінерали, котрі посїдають певні дані до флюоресценциї, як пр.: рубин, смарагд, мармор, лоснак іт.і. сьвітять ріжними барвами під дїланем лучів катодових; і так: рубин сьвітить червоно, смарагд карміново-червоно, а мармор жовто.



фіг. 4.

Лучі катодові розходять ся в рурцї Crookes'a в лїнїях прямих від катоди і нормально до неї, без огляду на положенє аноди. Можна отже аноду умістити і з боку. Умістім

[1]) Plücker: Pogg. Annalen, 107. p. 77. 1859. 116. p. 45. 1862.
[2]) Hittorf: Pogg. Annalen 136. p. 8. 1869.
[3]) I. I. Thomson: l, c. p. p. 511—534. G. C. Schmidt: l. c. p. 21—25.

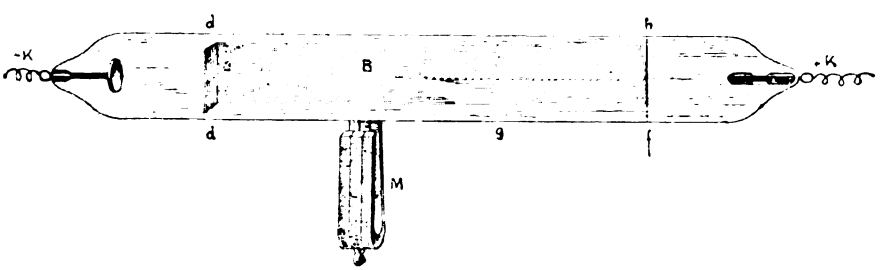
Digitized by Google

на аноді *A* алюмінґовий хрест *d*, тоді на стіні рурки заслоненій ним побачимо тінь хреста *d'*. Се вислідив самий Crookes [1]). Колибисьмо противно, замість хреста поставили заслону металеву з отвором в середині в виді хреста, тодї простір рурки за заслоною буде темний, тілько місце протилежне отворови буде світити. Се вказує не лише на прямолїнїйне розходженя ся лучів катодових, але також на се, що они не в силї перейти тїл цїпких.

Лучі катодові дїлають хемічно на тїла. Так пр. чорнять моментально плиту фотоґрафічну та заміняють барву декотрих солий металевих.

До дальших прикмет лучів катодових належить дїланє термічне, а іменно они підвисшають температуру сего місця, на яке дїлають. Скло рурки в згаданім місци огріваєсь а навіть зачинає мякнути. Сю прикмету лучів катодових можна в сей спосіб викрити: Коли катоді надамо вигляд вгнутого зеркала, тодї виходячі з неї лучі зберуть ся в огнищи зеркала. Вставлений в таке огнище дротик плятиновий зачинає жаріти до білости.

Пулюй [2]) та Crookes [3]) дослїдили, що лучі канодові дїлають також і механїчно на тїла. Сю цїху вислїдили они в сей спосіб: У внутрі рурки умістили легенький вітрачок, осаджений на оси, який легко дає ся обертати. В наслїдок дїланя лучів катодових такий вітрачок починає досить скоро обертати ся.



фіґ. 5.

Одною з найважнїйших прикмет лучів катодових є відклонюванє ся їх в поли маґнетнім. Прикмету сю відкрив Hittorf. Від ка-

---

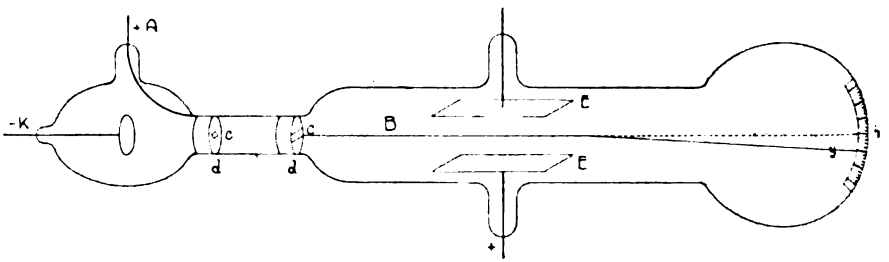
[1]) Crookes: Phil. Trans. Pt. II. p. 645- 1879.

[2]) Puluj: Radiant Elektroda Matter Physical Societys Repriort of Memoirs p. 275 [3]) Crookes: Phil. Trans. 1879. pt. I. p. 152.

Digitized by Google

тоди K виходить вязка лучів і паде на металеву заслону $d\ d$ з малим отвором в середині c; в наслідок сего лише дуже вузкий жмуток лучів входить в простір B і спричиняє флюоресценцию на заслоні f покритій флюризуючою материєю. Коли однак вставимо чинну рурку в сильне поле маґнетне так, що лінії сил его будуть мати напрям нормальний до напряму лучів катодових, тоді лучі відхилять ся зі своєї дороги і приймуть напрям $c\ g$; они скривлять свою дорогу в напрямі північного бігуна маґнету N. З переміною бігунів маґнету лучі відклонять ся в сторону противну.

В наслідок діланя сил електричних лучі катодові зміняють також свій напрям. Вязка лучів по переході через отвір c заслони



фіґ. 6.

$d\ d$ спричиняє флюоресценцию заслони $f\ f$ в місцях h. По уміщеню однак в рурці плит конденсатора $E\ E$ о високім потенциялї, жмуток скривить свій напрям в сторону додатної плити і побачимо ясну пляму місто в h, в місци y.

Goldstein [1]) доказав дальше, що тїла відємно наелектризовані відпихають лучі катодові. Се явище назвав Goldstein **деФлексиєю** лучів катодових (Deflexion).

З послїдних двох прикмет заключаємо, що лучі катодові несуть з собою відємний електричний наряд. Наколиб ми умістилиби в нутрі чинної рурки Crookesa циліндер Faraday'a, звернений в сторону катоди, так щоби лучі катодові в него падали, а опісля получили з ґальванометром, тоді его голка викаже наряд відємний.

---

[1]) Goldstein: Eine neue Form der elektrischen Abstossung.

Digitized by Google

В перших роках розслїджуваня лучів катодових придержувано ся сеї думки, що они не в силї переходити анї через скло рурки, анї через найнїжнїйші плитки метальні. З часом однак Hertz [1]) показав, що лучі катодові перехолять через дуже тонкі плитки глину (0·001 *mm*). В слїд за сим спостереженем удалось Ленардови [2]) видістати їх через вставлене віконце з тоненької плитки глину в рурцї напротив катоди, поза рурку в атмосферу та дальше їх слїдити.

Важною цїхою лучів катодових є йонїзоване [3]) ґазів ними. Ґаз, через який они переходять, стає добрим провідником електричности. Внаслїдок дїланя лучів катодових мусять молекули невтральні ґазу дїлити ся на йони електричні. Лучі катодові стають ся в сей спосіб йонїзатором ґазу. Ся цїха лучів залежить головно від ріжницї потенциялу на електродах рурки.

В кінци треба зачислити до прикмети лучів катодових і се явище, що тїла цїпкі трафлені ними стають ся в тім місци жерелом нових лучів, званих лучами *X*, або лучами Рентґена, про які буде мова пізнїйше.

Теоретичні погляди на лучі катодові.

В перших часах по відкритю лучів катодових, кождий з фізиків, які займались тодї розрядженями електричности в ґазах, як Hittorf, Crookes, Пулюй, Schuster, Goldstein, Hertz, Lenard і і. ставили свої теориї що до лучів катодових. Годї однак всї теориї переходити в порядку, бо они дадуть ся звести до двох теорий, а іменно до: емісийної і ундуляцийної [4]).

Головним корифеєм емісийної теориї був Crookes [5]). Для виясненя явищ, які заходять при розрядженю електричнім в рурцї Hittor'fa поставив Crookes на позір дуже фантастичну гіпотезу, що материя в таких рурках находить ся в четвертім станї скупности, а імено, в станї материї промінюючої; йому здавало ся, що ся ма-

---

[1]) Hertz: Wiedem: Annalen 1892, 14 p. 28.
[2]) Lenard: Wied: Annalen 1894. p. 225. 51.
[3]) I. I. Thomson, l. c. p. 236.
[4]) Abraham: Theorie der Elektricität Bd. II. p. 5–7.
[5]) Crookes: Phil. Trans: Pt. I. 1879. p. 135, II p. 641.

Digitized by Google

терия посїдає певні цїхи, які нагадують на лучі сьвітляні і тепляні. Опираючи ся на дїланях динамічних та термічних лучів катодових старав ся Crookes пояснити їх яко рух материяльних частинок так званих корпускул, які катода відкидує з дуже великою силою. Сї корпускули набирають на катодї відємного електричного наряду, опісля яко дві маси однаково електрично наладовані відпихають ся взаїмно; в наслїдок наданої їм сили через імпульс порушають ся они дальше в рурцї з великою скоростию. Гіпотеза ся згоджувалась зовсїм з цїхою механїчного дїланя лучів катодових.

Нїмецькі фізики однак не хотїли узнати теориї Crookesa. Фізики нїмецькі, як Hertz, E. Wiedemann, Goldstein і і. були думки, що лучі катодові — се филї електромаґнетні, анальоґічні до филь сьвітла лише много коротші і слабші. Hertz приймав навіть, що лучі катодові се електомаґнетні филї, але поздовжні. Здавалось, що без сумнїву побіду віднесла ундульцийна теория з відкритєм Hertza, що тонкі плитки металеві є прозорі для лучів катодових.

Серед таких отже обставин мусїла емісийна теория уступити на якийсь час ундуляцийній, щоби опісля знов прийти до значіня, лише в дещо відновленій одежи.

Не довго однак тревав триюмф ундуляцийної теориї. Змодифікована емісийна теория J. J. Thomson'ом [1]), Wiechert'ом [2]), Kaufmann'ом [3]) та і. тїшилась щораз більшим поводженєм, аж в кінци єї суперниця зовсїм уступила.

Нинї уважаємо лучі катодові за рій материяльних частинок, осмотрених відємним електричним нарядом, яких величина є о много менша від атому, бо $\frac{1}{2000}$ часть атому водня. Частинки сї називаємо електронами. [Назву сю впровадив перший раз Stoney]. Лучі катодові — се рух свобідних електронів, в прямих лїніях від катоди. Се нагадує нам ток електричний, який від току ґальванїчного ріжнить ся позірно лише тим, що не має материяльного підкладу, о чім переконав ся Rowland [4]). Відси легко зрозуміти відклонене лучів катодових в поли маґнетнім і електростатичнім.

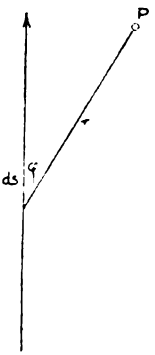
---

[1]) J. J. Thomson: Phil. Mag. 44. p. 293. 1897.
[2]) E. Wiechert: Nachrichten der Gött. Ges. der Wissensch. 1898 p. 87. u. 260.
[3]) W. Kaufmann: Ann. der. Phyl. 61. p. 544. 1897.
[4]) Töppl-Abraham: Theor. d. Elektr. B. I. p. 425. B. II. p. 38.

Digitized by Google

Лучі катодові в полї маґнетнім [1]).

Коли на лучі катодові дїлає поле сильного маґнету, якого лінії сил стоять нормально до напряму луча, тодї можемо ту примінити права з електромаґнетизму. Представмо собі елемент провідника ds, в якім пливе ток електричний о натузї i; най дїлав на него з P в віддаленю r маґнет о масї m. Тодї силу dF, з якою дїлають взаїмно на себе елемент току і маґнет подає право Biota-Savarta, а іменно:



фіґ. 7.

$$dF = \frac{m \cdot i \cdot ds \sin \varphi}{r^2} \quad . \; . \quad 1)\ ^{2})$$

φ кут, який заключає ds з r. Величину $\frac{m}{r^2}$ означаємо звичайно через H; она називає ся силою маґнетною поля.

Наколи возьмем случай, що кут $\varphi = \pi/_2$, тодї дістанемо:

$$dF = i \cdot H \cdot ds \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; , \; . \; . \quad 2)$$

Електрон о нарядї e, а о скорости v заховуватись-ме анальоґічно під дїланем маґнету.

Представмо собі ds розложене на три складові dx, dy, dz в напрямі трох осий прямокутного укладу, складовими поля маґнетичного най будуть λ, μ, ν. Тодї сила F, яка дїлає на елемент току $i\ ds$ буде складати ся з таких:

$$\left.\begin{aligned} L &= i(\mu\, dz - \nu\, dy) \\ M &= i(\nu\, dx - \lambda\, dz) \\ N &= i(\lambda\, dy - \mu\, dx) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

В нашім случаю місто елементу току ids маємо рух електрону о нарядї e зі скоростию v: т. є. ev. Коли складовими v будуть: $\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}$, тодї складові елементу току будуть ось такі:

---

[1]) G. C. Schmidt, l. c. p. 58.; G. Jäger: Theoretische Physik B. IV. Bucherer: Math. Einf. in d. Elektronentheorie 1904 p. 60. §. 6.; A. H. Lorentz: Problem und Ergebn. d. Elth: p. 9—13.

[2]) H. Jäger: Theoret. Physik B. III. p. 88.

Digitized by Google

$$\left.\begin{aligned} i\,dx &= e\frac{dx}{dt} \\ i\,dy &= e\frac{dy}{dt} \\ i\,dz &= e\frac{dz}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Рівнаня (3) приберуть такий вид:

$$\left.\begin{aligned} L &= e\left(\mu\frac{dz}{dt} - \nu\frac{dy}{dt}\right) \\ M &= e\left(\nu\frac{dx}{dt} - \lambda\frac{dz}{dt}\right) \\ N &= e\left(\lambda\frac{dy}{dt} - \mu\frac{dx}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

З другої сторони мусять сповнятись для руху електрону рівнаня динамічні:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= L \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= M \\ m\frac{d^2z}{dt^2} &= N \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

де m означає масу електрону. Величини L, M, N будуть зависимі від натуги поля маґнетного і від скорости електрону та тому дорога, яку зачеркнувби електрон, булаб дуже скомплікованою.

Простійше представляє ся справа, наколи маємо до діла з полем однородним маґнетним. Приймім, що лінії сил маґнетного поля є рівнобіжними до x-оси, тоді:

$$H = \lambda, \quad \mu = \nu = 0.$$

В часї $t = 0$ най електрон находить ся в місци де $x = y = 0$, значить ся, він порушає ся по оси z; возьмім, що електрон взніс ся до $z = h$. Приймім дальше, що в тім самім часї має електрон такі складові своєї скорости:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha, \quad \frac{dy}{dt} = \beta, \quad \frac{dz}{dt} = 0.$$

Digitized by Google

Електрон мусить порушатись в такім разї рівнобіжно до (x, y)-площі. Зі зложеня рівнань (5), (6) дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= O \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{e}{m} H \frac{dz}{dt} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{e}{m} H \frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

По зінтеґрованю тих рівнань оказуєсь, що:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{e}{m} Hz + \beta_1$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{e}{m} Hy + \gamma_1.$$

Складова скорости в напрямі x є постійною α, незалежною отже від часу t, що дійсно згоджує ся з попередними заложенями.

Ходить тепер о означене відклоненя електрону h. Приймім, що h обралисьмо так, що постійні β_1 і γ_1 при інтеґрованю рівнань 7) рівнають ся зерам, тодї:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -\frac{e}{m} Hz \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{e}{m} Hy \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

З першого рівнаня дістанемо:

$$\frac{dy}{dt} = \beta = -\frac{e}{m} Hz = \frac{e}{m} Hh$$

або: $$h = -\frac{m\beta}{eH}.$$

Підставляючи 8) в 7) дістанемо рівнаня ріжничкові:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{e^2}{m^2} H^2 y \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{e^2}{m^2} H^2 z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

Digitized by Google

які вказують, що сорядні y і z є гармонічними функциями часу. Позаяк для часу $t=0$, також $y=0$, тоді можемо написати, що:

$$y = R \sin a t$$

а дальше: $\frac{dy}{dt} = R a \cos a t$ і

$$\frac{d^2y}{dt} = - R a^2 \sin at.$$

По зложеню першого рівнаня з 9) і послїдного, переконуємо ся, що:

$$a = \frac{e}{m} H,$$

з чого: $y = R \sin \frac{e}{m} H t.$

Дальше буде:

$$\frac{dy}{dt} = - \frac{e}{m} H z = + R \frac{e}{m} H \cos \frac{e}{m} H t$$

або: $z = h = - R \cos \frac{e}{m} H t.$

Утворім: $y^2 + z^2$, то сейчас оказуєсь, що: $y^2 + z^2 = R^2$.

Послїдне рівнанє означає нам коло о лучу R; електрон отже відхиляючись в однороднім маґнетнім поли, якого лінії сил стоять нормально до напряму руху єго, зачеркне коло о лучу R. Для $y=0$ отримуємо:

$$z = h = \pm R$$

або: $R = - h = \frac{m\beta}{eH}$ . . . . . 10)

З повисшого взору читаємо, що відклоненє луча катодового буде залежати від скорости електрону β і від сили маґнетного поля H.

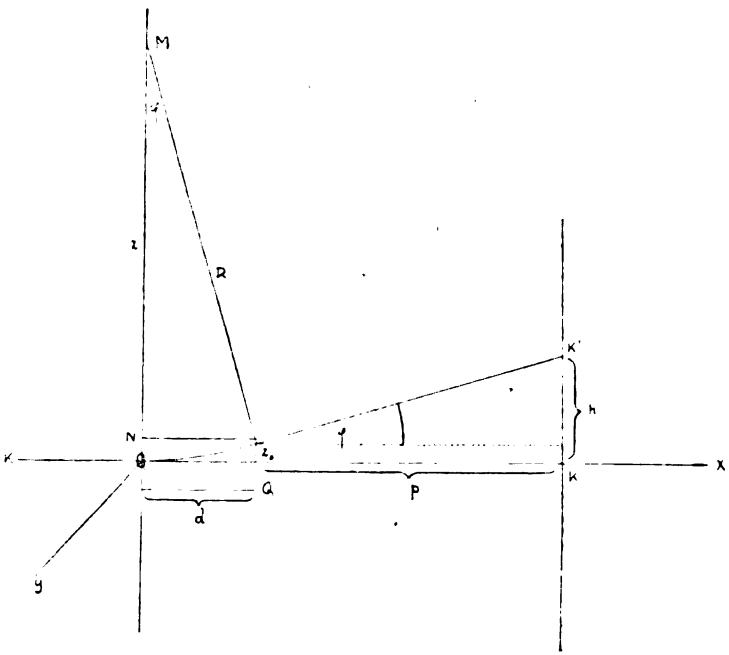
Електрон в однороднім маґнетнім поли буде порушати ся рівнобіжно до x-оси з постійною скоростию α, а з другої сторони рівнобіжно до $(y\ z)$ — площі буде зачеркати лінії колові о лучу R з постійною скоростию β. З сего слїдує, що електрон буде порушати ся по дорозї шрубовій.

Digitized by Google

З 10) можна означити властивий наряд електрону, або скількість електричности на одиницю тягару $\frac{e}{m}$, а іменно:

$$\frac{e}{m}=\frac{\frac{dy}{dt}}{RH} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 11)$$

Тепер можна буде означити відклонене луча катодового в однороднім маґнетнім поли. Вязка лучів катодових розходить ся рівно-



фіґ. 8.

біжно до x-оси (фіґ. 8.), а на ню ділає маґнетне поле, якого лінії сил є рівнобіжними до y, але о напрямі противнім. Приймім, що поле маґнетне ділає від O до Q. Коли електрон війде в простір ділання маґнетного поля, тоді в наслідок сего відклонить ся він в гору зачеркуючи коло о лучу

$$R=\frac{mV}{eH},$$

де v означає скорість лучів катодових.

Digitized by Google

Відклонене, якого дізнали катодові лучі в Q по переходї через поле маґнетне буде:

$$z_0 = R - MN.$$

Після твердженя Пітаґора знов:

$$MN = \sqrt{R^2 - d^2}\, R \sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}.$$

Розвиваючи дальше $\sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}$ після взору Newton-а отримаємо:

$$MN = R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2}\right)$$

при опущеню висших степенів членів ряду; се зробити нам вільно з огляду на невеликі відклоненя, з якими стрічаємось при експериментї. Підставляючи послїдне до взору на z_0, дістанемо:

$$z_0 = R - R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2}\right)$$

або: $$z_0 = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R}.$$

Коли поставимо в віддаленю p від діланя маґнетного поля заслону з материї флюоризуючої, тодї вязка лучів катодових не викличе флюоресценциї в місци K, але K'. В сей спосіб дістались ьмо відклонене h:

$$h = z_0 + p\, tg\, \varphi$$

де φ означає кут між дорогою першою а відхиленою вязки лучів. Позаяк кут φ є малим кутом, тому можемо $tg\,\varphi$ заступити через $sin\,\varphi$, отже:

$$tg\,\varphi = \frac{d}{R}.$$

В такий спосіб:

$$h = z_0 + \frac{pd}{R} = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R} + \frac{pd}{R}$$

або: $$h = \frac{d}{R}\left(p + \frac{d}{2}\right) = \frac{eHd}{mv}\left(p + \frac{d}{2}\right) \quad . \; . \; . \; . \quad 12)$$

Digitized by Google

З сего можна обчислити також відношенє $\frac{e}{m}$, а іменно:

$$\frac{e}{m} = \frac{v \cdot h}{Hd\left(p + \frac{d}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13)$$

Лучі катодові в поли електростатичнім [1]).

Нім однак прийдем до захованя ся лучів катодових, розглянемо вперед, як заховуватись-ме електрон в електростатичнім поли. Приймім, що електрон порушає ся між двома плитами сильного конденсатора. Поле електростатичне E буде однородне, якого складові будуть: E_x, E_y, E_z рівнобіжні до трох сорядних ортоґонального укладу. Назвім наряд електрону через e, масу через m, тоді після засад механіки означимо рівнаня руху електрону в такий спосіб:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= eE_x \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= eE_y \\ m\frac{d^2z}{dt^2} &= eE_z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14)$$

Після попередних заложень вільно нам рівнанє (14) інтеґрувати; дістанемо отже:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{eE_x}{m}t + \alpha \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{eE_y}{m}t + \beta \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{eE_z}{m}t + \gamma \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 15)$$

де α, β, γ є постійними при інтеґрованю; они означають складові скорости електрону для часу $t = 0$. Дістались-мо отже в рівнанях (15) складові скорости електрону для часу t.

---

[1]) C. G. Schmidt l. c. p. 48.; Lorentz, Bucherer, G. Jäger, як висше.

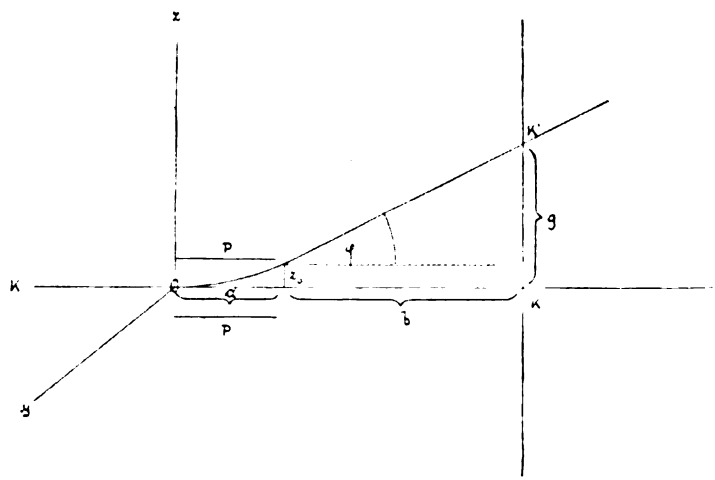
Digitized by Google

Ходить нам тепер о означене дороги, яку зачеркне електрон в однороднім електростатичнім поли при даних скоростях. До сего дійдем, наколи рівнаня (15) щераз зінтеґруєм. Так отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{eE_x}{2m}t^2 + \alpha t + \alpha_1 \\ y &= \frac{eE_y}{2m}t^2 + \beta t + \beta_1 \\ z &= \frac{eE_z}{2m}t^2 + \gamma t + \gamma_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 16)$$

де α_1, β_1, γ_1 є постійними інтеґрованя, і означають положене електрону в часї $t=0$. Рівнаня (16) подають положене електрону в часї t; они нагадують нам рівнаня параболь, які отримуємо при метї скіснім під діланем сили тяжести. З сего слїдує, що електрон в однороднім електростатичнім поли порушатись-ме по дорозї параболїчній, анальоґічно, як тїло при метї скіснім в однороднім поли загальної тяжести.

Лучі катодові — як ми вперед згадали — се рій електронів відємних в прямих лініях від катоди. Приймім, що жмуток лучів катодових KK переходить зі скоростию v рівнобіжно до x-оси між



фіґ. 9.

двома плитами конденсатора PP. В наслїдок дїланя однородного електростатичного поля слїдує відклонене лучів. Приймім, що лінії сил дїлають з гори на долину: $E_z = -E$, тодї відхилене слїдує до гори (фіґ. 9.) Дві інші складові E: $E_x = E_y = 0$.

Digitized by Google

Тепер треба означити дорогу електрону і відхилене. Дорогу зачинаємо числити від сеї хвилї, в якій електрон війшов в поле електростатичне. Для часу $t=0$, маємо отже: $x=y=z=0$. Опісля луч катодовий входить в електростатичне поле зі скоростию постійною:

$$\frac{dx}{dt}=v.$$

Сила одинока, яка дїлає тодї на електрон, остає:

$$m\frac{d^2z}{dt^2}=-E_z e=eE \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17)$$

(Наряд електрону уважаємо за відємний).

По двократнім зінтеґрованю 17) дістанемо:

$$\frac{dz}{dt}=\frac{eE}{m}t$$

$$z=\frac{eE}{2m}t^2 \qquad \text{а з} \quad \frac{dx}{dt}=v$$

$$x=vt.$$

В наслїдок дїланя поля електростатичного взнесе ся електрон на параболїчній дорозї до висоти $z=z_0$. По переходї поля електростатичного, якого ширина виносить a, входить електрон в простір свобідний від лїній сил і повинен порушатись дальше свобідно по прямолїнійній дорозї.

Ширина електростатичного поля була:

$$a=x=vt$$

або:

$$t=\frac{a}{v}.$$

По підставленю за t в z дістанемо:

$$z_0=\frac{eEa^2}{2mv^2}.$$

Відконене лучів катодових в поли електростатичнім стоїть отже в прямім відношеню до сили електричної E, а відворотнім до скорости v. З послїдного взірця можемо означити $\frac{e}{m}$ а також скорість лучів катодових.

Digitized by Google

Коли в віддаленю b уставилибисьмо заслону з флюоризуючої материї S, тоді побачилибисьмо ясну пляму не в місци K, але в K'. Відклонене y означимо так:

$$y = z_1 + b\,tg\,\varphi$$

де φ є кутом, який заключає прямолїнійна часть луча катодового з осею x.

Знаємо однак, що:

$$tg\,\alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{\frac{dz}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e.\,Ea}{mv^2};$$

в такім разї:

$$y = \frac{eEa}{mv^2}b + \frac{eEa^2}{2mv^2} = \frac{eEa}{mv^2}\left(b + \frac{a}{2}\right).$$

З відси отримаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{yv^2}{Ea\left(b + \frac{a}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 18)$$

а дальше через зложене 18) з 13) скорість лучів катодових.

Енерґія катодових лучів [1]).

Енерґія кінетична електрону в рурцї Crookes'а буде залежати від ріжницї потенциялу обох електрод V. Праця, яку виконує на електронї сила електрична є Ve, а она рівнає ся енерґії кінетичній електрону:

$$eV = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

Комбінуючи рівнанє 6) і 11) дістаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{R^2H^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

а також:

$$v = \frac{2V}{RH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 21)$$

---

[1]) P. C. Schmidt, l. c. p. 62.

Digitized by Google

Енерґію кінетичну електрону означилисьмо через 11); можна однак єї означити ще в инший спосіб, а се: Лучі катодові падучи на тіло ціпке віддають єму енерґію свою, яка обявляє ся в підвисшеню температури. Коли в одній секунді ударяє n електронів о згадане тіло, тоді їх енерґія буде:

$$W = \frac{nmv^2}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 22)$$

она має ся рівнати теплу, якого достарчають n електронів, в одиницях абсолютних. З другої сторони лучі катодові представляють ток електричний:

$$i = ne \qquad \text{з чого } n = \frac{i}{e}.$$

По вставленю в 14):

$$W = \frac{i}{2e} mv^2 \text{ або:}$$

$$\frac{mv^2}{2e} = \frac{W}{i} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 23)$$

По полученю 6) з 15) отримаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2W}{iH^2R^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 24)$$

і

$$v = \frac{2W}{iHR} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 25).$$

Відношенє $\frac{e}{m}$ і скорість лучів катодових [1]).

З відклоненя лучів катодових в поли електростатичнім можна означити вартість $\frac{e}{m}$ і скорість v електрону. Найімовірнїйша вартість $\frac{e}{m}$, обчислена при ріжниці потенциялів 10.000 вольтів подана Simon'ом виносить: $\frac{e}{m} = 1{\cdot}865.10^7$ в електромаґнетних одиницях. Вар-

---

[1]) I. I. Thomson. Elektr. Durchg. in Gasen 1906. p. 99. Bucherer: l. c. §. 6.; Lorentz. l. c. p. 15.

Digitized by Google

тість $\frac{e}{m}$ оказалась незалежною від ґазу, виповняючого рурку і від материї електрод.

Обсерватор	Дата	$\frac{e}{m}.10^7$ в *Е. М. О.* [1]
Schuster	1890	0·1
Kaufmann	1897/8	1·86
J. J. Thomson	1897	1.17
Lenard	1898	0·68
„	1900	1·15
Reiger	1905	1·68
Simon	1899	1·685

Скорість лучів катодових залежить від розрідженя ґазу в рурці і від ріжниці потенциялу на обох електродах. Wiechert [2]) і DesCoudres [3]) подають єї в границях від $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{3}$ скорости сьвітла; отже при $V=10.000$ вольтів $v=0{\cdot}61.10^{10}\frac{cm}{sec}$. Є се найбільша скорість материяльних мас на сьвіті. Як великою є скорість електронів в рурці Crookes'a, окаже ся тоді, коли згадаєсь, що пересічна скорість нашої землї виносить 29·5 $\frac{km}{sec}$; електрон отже о скорости $\frac{1}{3}$ скорости сьвітла вспівби в часї $\frac{1}{2}$ секунди облетїти наоколо землю.

Маса електрону [4]).

Проф. Kaufmann доказав, що $\frac{e}{m}$ зміняє ся зі зміною скорости. Зміна однак ся була дуже мала так, що годї було єї означити навіть при найсильнїйших розрядженях електричних в рурках Croo-

[1]) G. C, Schmidt: l. c. p. 89.

[2]) Wiechert; Wiedem. Ann. 1899. p. 739.

[3]) Coudres: Verh. der phys. Ges. 1895. p. 86.

[4]) G. C. Schmidt: l. c. p. 89.; Abraham: l. c. B. II. p. 137—139.; Wien: Über Elektr. 1906. p. 15, 16. Lorentz: l. c. p. 19—21.

Digitized by Google

kes'a. Свої поміри зробив Kaufmann[1]) на β-лучах тїл радіоактивних, (анальоґічних до лучів катодових), в яких скорість електронів є значно більша. Зміна $\frac{e}{m}$ з v представляєсь після Kaufmann'a так:[2])

$v \cdot 10^{10}$	$\frac{e}{m} \cdot 10^7$
2·36	1·31
2·48	1·17
2·59	0·935
2·72	0·77
2·83	0·66

Вартість відношеня $\frac{e}{m}$ малїє зі скоростию. Наколи так, тодї можуть зайти дві можливости а іменно: e малїє, або m росте. Позаяк наряд e оказавсь після обчислень I. I. Thomson'a[3]), C. T. Wilson'a[4]) та других постійним і рівим нарядови йону водня при електролїзї, то в такім разї маса m електону мусить рости. Се спротивляє ся понятю маси, яке подав Newton, а дальше законам механїки. Маса однак електрону є масою з зовсїм іншою натурою. Розважмо се в сей спосіб:

Наряд e в спочинку витворює около себе поле електростатичне; коли змінить свій стан спочинку в рух, тодї витворює він около себе поле електромаґнетне в етері; по затриманю ся такого електрону тратить він енерґію електромаґнетну, а задержує знов електричну. З відси бачимо, що потрібно працї на се, щоби електрон спровадити з одного стану в другий. Кождий приріст скорости вимагати-ме все якоїсь працї, а кожде зменшене скорости спричиняє відплив енерґії. В сей спосіб наряд стає ся безвладним через свою самоіндукцию. Ся інертність електромаґнетна відповідає тому, що в механїцї називаємо масою. Електрон посїдає якраз таку безвладність, а дальше масу, яка ріжнить ся від маси материяльної та тому слїдами Thomson'a, Heavisead'a, Kaufmann'a приписемо електронови масу мниму, електромаґнетну (scheinbare elektromagnetische Masse).

Приймім, що електрон порушає ся рухом рівномірно поступовим і є свобідним від всякого руху оборотового, тодї рух такий буде відбувати ся лише в наслїдок електромаґнетного імпульсу $\mathfrak{G}$, який рівнає ся в *е. т. о.*:

---

[1]) W. Kaufmann u. Abraham. Phys. Zeitschr. 1902. p. 54—57.
[2]) G. C. Schmidt: l. c. p. 03,
[3]) Там само p. 86.
[4]) A. H. Wilson: Phil. Mag. 1903. p. 429.

Digitized by Google

$$\mathfrak{G} = \frac{1}{c^2} \iiint \mathfrak{S}\, dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 26)^{1})$$

де dv означає елемент обєму, c скорість сьвітла, а $\mathfrak{S}$ величину випливу енерґії електромаґнетної на одиницю поверхні, є то отже „вектор Poyting'a", який означаємо:

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi} [\mathfrak{E}. \mathfrak{H}].$$

В такім разї:

$$\mathfrak{G} = \frac{1}{c4\pi} \iiint [\mathfrak{E}. \mathfrak{H}]\, dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 27)$$

причім $\mathfrak{E}$ означає силу електричну, а $\mathfrak{H}$ маґнетну.

Коли трансляция є рівномірна, то вектор $\mathfrak{G}$ не зміняє ся з часом і напрям єго буде все згідний з напрямом руху. Приймім, що електрон порушає ся рівнобіжно до оси x, тодї:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_x; \ \mathfrak{G}_y = \mathfrak{G}_z = 0.$$

Можна також доказати рахунком, що:

$$\mathfrak{G} = \frac{d(W_m - W_e)}{du} = \frac{dL}{du}; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 28)^{2})$$

W_m означає енерґію маґнетну, а W_e електричну; ріжницю $W_m - W_e$ через анальоґію до механіки означає Abraham яко L функцию Lagrange'a енерґії. Електростатичним способом обчислив дальше Abraham, що:

$$L = -\frac{3}{5}\frac{e^2}{a}\left(\frac{1-\beta^2}{2\beta}\right) log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) \quad . \quad . \quad . \quad 29)^{3})$$

для $\beta = \frac{u}{c}$; a означає луч електрону, u скорість єго, а c скорість сьвітла. Зазначити при 29) також треба, що беремо лише під увагу наряд обєму.

В наслїдок сего імпульс $\mathfrak{G}$ буде рівнатись:

$$\mathfrak{G} = \frac{dL}{du} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{ac} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot \left\{ \left(\frac{1+\beta^2}{2\beta}\right) log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) - 1 \right\} \quad . \quad 30)$$

---

[1]) Abraham: Theorie der Elektricität B. II. p. 28. 152.
[2]) ibidem: p. 174, 175.
[3]) Annalen d. Physik 1903. Abraham: Dynamik d. 26. p. 147.

Digitized by Google

Наколи імпульс $\mathfrak{G}$ змінятись-ме з часом, тоді се спричиняти мусить якась сила зовнішна, яку назвемо:

$$\mathfrak{K} = \frac{d\mathfrak{G}}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 31)$$

Сю силу $\mathfrak{K}$ можемо розложити на дві складові: одну в напрямі стичнім до напряму руху $\mathfrak{K}_s$, а другу в нормальнім напрямі $\mathfrak{K}_r$. Перша викликує приріст складової стичної імпульсу $\mathfrak{G}$, а друга зміну в напрямі імпульсу. Позаяк $\mathfrak{G}$ і u мають згідні напрями з напрямами руху, тому складова стична сила буде:

$$\mathfrak{K}_s = \frac{d\mathfrak{G}}{dt} = \frac{dG}{du} \cdot \frac{du}{dt} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 32)$$

З другої сторони однак знаємо, що після основ механіки:

$$\mathfrak{K}_s = m_s \frac{du}{dt}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 33)$$

коли u буде скоростию частинки материяльної m_s. З порівнаня 32) та 33) слідує, що:

$$m_s = \frac{dG}{du}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 34)$$

відношенє отже приросту імпульсу до приросту скорости електрону дає нам се, що називаємо єго поздовжною масою (longitudinale Masse).

Складову нормальну обчислимо в сей спосіб: Імпульс $\mathfrak{G}$ має все напрям рівний з напрямом руху; в наслідок діланя $\mathfrak{K}_r$ змінить він свій напрям в просторі зі скоростию кутовою $\frac{u}{r}$ (r = луч закривленя). Тоді:

$$\mathfrak{K}_r = \mathfrak{G} \frac{u}{r} = G \frac{u}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 35)$$

але також: $\mathfrak{K}_r = m_r \frac{u^2}{r} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 36)$

З порівнаня 35) і 36) отримуємо:

$$m_r \frac{u^2}{r} = G \frac{u}{r}$$

або: $$m_r = \frac{G}{u}; \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 37)$$

Digitized by Google

відношене отже імпульсу руху до скорости електрону дає нам єго трансверсальну або поперечну масу (transversale Masse).

Підставляючи за $\mathfrak{G}$ взір (30) і ріжничкуючи після змінної u, дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} m_s &= \frac{e^2}{2ac^2}\cdot\frac{1}{\beta}\left\{-\frac{1}{\beta}\log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)+\frac{2}{1-\beta^2}\right\} \\ m_r &= \frac{e^2}{2ac^2}\cdot\frac{1}{\beta^2}\left\{\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta}\right)\log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)-1\right\} \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; 38)$$

Назвім: $\frac{1}{\beta^2}\left\{-\frac{1}{\beta}\log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)+\frac{2}{1-\beta^2}\right\}=\varphi(\beta)$

а: $\frac{1}{\beta^2}\left\{\frac{1+\beta^2}{2\beta}\log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)-1\right\}=\psi(\beta).$

Для малої скорости електрону в порівнаню зі скоростию сьвітла можна $\beta^2=\frac{u^2}{c^2}$ в порівнаню до 1 зовсім пропустити, тоді для вартости обох мас отримуємо:

$$m_s = m_r = m_0 = \frac{2}{3}\frac{e^2}{ac^2} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 30)$$

Рівнаня (38) тепер напишемо так:

$$m_s = m_0 \cdot \frac{3}{4}\,\varphi(\beta)$$

$$m_r = m_0 \frac{3}{4}\,\psi(\beta)$$

Розвиваючи $\varphi(\beta)$ і $\psi(\beta)$ на ряди, отримуємо:

$$m_s = m_0\left(1+\frac{5}{6}\beta^2+\frac{9}{7}\beta^4+\ldots\right)$$

$$m_r = m_0\left(1+\frac{6}{3.5}\beta^2+\frac{9}{5.7}\beta^4+\ldots\right);$$

ряди ті є збіжними. З порівнаня m_s і m_r бачимо, що при зростаючім u m_s все буде більшим від m_r.

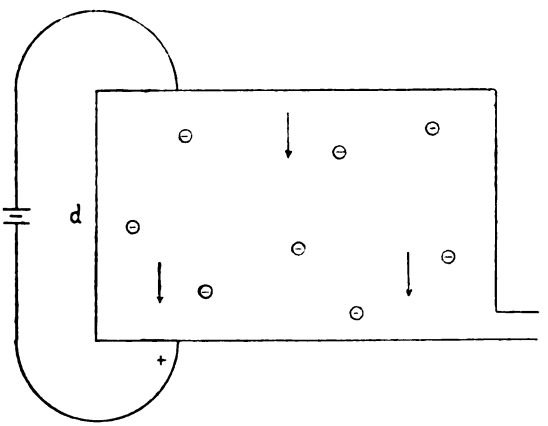
З тих всїх розслїджувань видимо, що маса електрону не є величиною скалярною і постійною, як в механїцї Newtona, але величиною векторовою та змінною зі зміною скорости. Наколи так справа стоїть, то приймаючи електрон за праатом матерні, мусимо признати, що три засади механїки Newton'a є захитаними і требаби піддати їх ревізиї, як сего вимагає динаміка електрону.

Digitized by Google

Поміри наряду електрону.

Означенєм наряду електрону занялись передовсїм I. I. Thomson та C. T. R. Wilson. Так як метода першого є досить тяжка з технїчних зглядів, тому глянемо на спосіб обчисленя e другим. Возьмім під увагу простір π межи двома плитами металевими і витворім там йони електричні через лучі Рентґена (о яких ще буде мова низше). Опісля розширім нагло, але адіябатичною дорогою обєм π на π_1 так, щоби $\frac{\pi_1}{\pi} = 1 : 1{\cdot}25$, тодї пара водна буде скроплюватись на електронах відємних. В разї браку електронів конденсация зовсїм би не слїдувала, аж при розширеню обєму адіябатично до $1 : 1{\cdot}36$. Каплї води спадати-муть тодї зі скоростию $v = \frac{2}{3}\frac{g a^2}{\mu}$.

Се право викрив Stokes експериментально, де μ значить сочинник прилипаня, a луч каплї, g прискорене ґравітацийне. Наколи маємо дану скорість каплї, значить ся електрону, тодї можемо означити луч електрону a. Получім тепер обі плити з батериєю, то в наслїдок витвореного поля електричного, електрони з тим більшою скоростию будуть спадати; нових йонів не буде, позаяк йонїзатор (лямпу Рентґена) усунулисьмо. Коли назвемо потенциял обох плит V, а віддалене між ними d, тодї сила, яка дїлати ме на електрон буде:



фіґ. 10.

$$E = e\frac{V}{d}. \text{ (у Wilson'a } V = 2000 \text{ Volt).}$$

Скорість електрону перед полученєм плит з батериєю була $v_0 = k m g$, а по полученю $v_1 = k\left(m g + e\frac{V}{d}\right)$. По утвореню відношеня

Digitized by Google

$\frac{v_0}{v_1} = \frac{mg}{mg + \frac{eV}{a}}$, бачимо, що маємо всї величини крім одного e знані.

Можна отже обчислити звідси $e = 3{\cdot}1.10^{-10}$ електростатичних одиниць. I. I. Thomson означує $e = 3{\cdot}4.10^{-10}$ es.

Відношенє маси атому водня до електрону.

З електролїзи знаємо, що відношенє $\frac{e}{m_H} = 9660.3.10^{10} = 2{\cdot}90.10^{14} es$ (де m_H означує масу водня). Так як наряд e є тотожний з нарядом електрону, то в такий спосіб отримаємо:

$m_H = 10^{-24}$. По спровадженю

$\frac{e}{m} = 1{\cdot}865.10^7$ до es буде:

$\frac{e}{m} = 5{\cdot}60.10^{17}$; [1])

з чого слїдує порівнанє маси водня з електроном: $\frac{m_H}{m} = 1930$ або *circa* $= 2000$.

Дійшлисьмо отже до заключеня, що маса водня є около 2000 разів більшою від маси електрону. Так означили масу атому водня Kaufmann і Abraham; фізики англїйські, а передовсїм I. I. Thomson [2]) означують масу атому водня лише 1000 разів більшу від маси електрону.

Лучі ситові (каналові) [3]).

В лучах катодових виступав атом відємної електричности — електрон. Приймаючи отже послїдний за праатоми матерні спитаємо, чи лише маємо самі відємні електрони, чи може є електрони додатні? Були справдї фізики, як Drude, котрий приймав додатні і відємні електрони; новійші однак працї під тим зглядом, як Lorentza [4])

---

[1]) Abraham: l. c. II. p. 12. (9a).

[2]) J. J. Thomson: El. Durchg. in Gasen 1906. p. 131.

[3]) i. c. 534. G. C. Schmidt: l. c. p. 114.; Abraham l. c. p. 12.

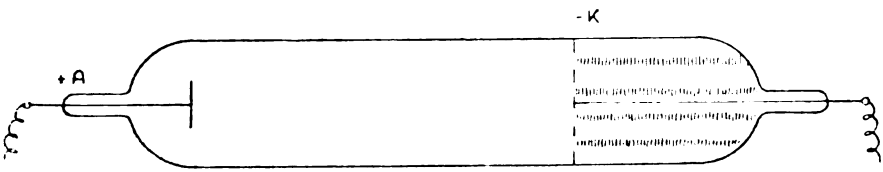
[4]) A. H. Lorentz: Über positive u. negative Elektronen — Jahrbuch d. Radioact. 1908.

Digitized by Google

доказали, що додатних електронів анальоґічних до відємних нема. Знаємо тілько додатні йони електричні, яких маса рівнаєсь масі атому водня. Через йон додатний треба розуміти атом електричний, якому бракує один відємний електрон; коли такий електрон причіпить ся до невтрального атому, тоді сей атом має вже за богато о один електрон — буде се отже йон відємний. Такі йони додатні виступають також в лучах в рурці Crookes'a, але іншого рода, що дійсно завважав Goldstein в р. 1896. [1])

Goldstein уживав до свого досліду катоди з малими отворами. Коли розріджене ґазу в рурці дійшло до сего степеня, що виступили лучі катодові, тоді з кождого отвору катоди по противній стороні, почали виходити ясні смуги. Ті смуги відкриті Goldstein'ом є новим типом лучів, які звичайно називають лучами Goldstein'a, каналовими (Kanalstrahlen) або отворовими (від отворів катоди), ситовими. Як лучі катодові були невидимі для нашого ока, так послідні можна доглянути, а іменно они спричиняють флюоресценцию ґазу в рурці. Чистий воздух сьвітить в наслідок сего сьвітлом червоно-жовтим.

Так само, як лучі катодові розходить ся сей рід лучів в лініях прямих від катоди, і нормально до неї. Скло та інші тіла



фіґ. 11.

спосібні до флюоресценциї флюоризують в наслідок діланя лучів каналових. Під діланєм сильного маґнету або поля електростатичного відхиляють ся они зі свого напряму і то зовсім в противну сторону, як лучі катодові. З сего слідує, що лучі сї мусять з собою нести додатний наряд електричний, о чім переконав ся Wien. [2])

Виходячи з сего заключив Wien, що лучі отворові є рухом додатних частинок електричних, яких маса рівнає ся масі атомовій — є то отже додатні йони. З відхиленя в поли електростатичнім

---

[1]) Goldstein: Wied: Ann. 1898. p. 45.
[2]) Wien: Wied. Ann. 1898. p. 445.

Digitized by Google

та маґнетнім означив Wien $\frac{e}{m}$ і скорість v. Пра помірах оказались вартости досить ріжні між собою; найбільша з них виносила $\frac{e}{m} = 9.10^3$ е. м. о. [1]). Так як наряд e оказав ся постійним, значить ся такий, як електрону, то з сего слїдує, що маса додатного йону в лучах творових рівнаєсь масї атому водня. З відси легко зрозуміти, що й скорість їх мусить бути о много меньша від лучів катодових. З помірів пересїчна скорість для лучів каналових оказалась: $v = 10^8$ cm/sec.

В р. 1905. зробив I. Stark [2]) цікаве відкритє в захованю лучів ситових. Приймаючи, що йони додатні о скорости $v = 10^8 \frac{cm}{sec}$ становлять причину лїнії в дуговинї, впав він на здогад, що до лучів отворових можна примінити засаду Dopplera. Лучі сьвітла висилані нормально до напряму йонів, повинні дати лїнії дугові острі о филї λ_p, докладно означеній що до єї довготи; лучі висилані рівнобіжно до напряму йонів булиб о филї коротшій $\lambda_г$, яка цїхувалаб ся більшою скількостию дрогань; лїнія дугова пересунулаб ся тодї до сторони фіолєтового сьвітла. В сей спосіб повиненби повстати пояс між λ_p та $\lambda_г$, якийби відповідав скорости йонів $v = 10^8$ $cm\ sec^{-1}$. Наколи назвем скількість дрогань филї λ_p через n_p, а филї $\lambda_г$ через $n_г$, то після засади Dopplera: [3])

$$n_г = n_p\left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 40)$$

Але $\lambda = c\,t = \frac{c}{n}$, отже:

$$\frac{c}{\lambda_г} = \frac{c}{\lambda_p}\,\frac{c+v}{c} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 41)$$

або:

$$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_p - \lambda_г}{\lambda_г} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 42)$$

Величина пересуненя лїнії дугової $\frac{\lambda_p - \lambda_г}{\lambda_г}$ залежить від відношеня скорости йонів до скорости филь сьвітла.

---

[1]) Wien: l. c. p. 440.

[2]) Stark: Phys. Zeitsch. 1905. p. 892.

[3]) G. Jäger: l. c. B. I § 72.

Digitized by Google

Досьвід Stark'а над приміненем засади Dopplera до лучів ситових має велике значінє не тілько в теориї лучів ситових, але також для теориї проміньованя темного. Для лучів ситових обчислена відси скорість виносить: $v = 2.10^7 \ldots 6.10^7$.

Наконець насуваєсь питанє, відки беруть ся лучі ситові;[1]) що спричиняє рух йонів через отвори катоди? — Жерелом додатних йонів є сьвітло катодове. Електрони відємні відлїтають від катоди зі зрастаючою скоростию в наслїдок поля електричного. В сьвітлї відємнім або катодовім скорість їх, а тим самим і енерґія є так велика, що розбивають невтральні молекули ґазу на електрони і додатні йони. В сей спосіб витворені йони додатні в наслїдок дїланя сильного поля електричного порушають ся до катоди з великою скоростию, перелїтають отвори єї та таким чином стають ся жерелом лучів ситових.

Лучі анодові[2]).

В найновійших часах відкрили Gehrke і Reichenheim, що огріта анода з металевих солий, як з содового вугляну або хльораку, хльораку літу і т. і. висилає дуже інтензивне сьвітло о характеристичнім забарвленю з дуговинами тих металів, з яких зроблена анода. Сей новий тип лучів назвали они **лучами анодовими**. Аноди з чистого металю і з окисів алькалїчних земель оказались нечинними.

Лучі сї розходять ся в лїнїях прямих від аноди без огляду на єї положенє в рурцї Crookes'а та спричиняють флюоресценцию скла і інших мінералів. Коли зберемо їх до цилїндра Faraday'а полученого з електрометром, тодї послїдний окаже наряд додатний. Проби з сильним полем маґнетним та електростатичним оказали відхиленє лучів анодових в ту саму сторону, що лучів ситових. Що до ефекту Stark'а, то оказують єго так само, як лучі ситові.

З відхиленя маґнетного удалось означити $\frac{e}{m}$ і скоріст v для лучів анодових; поміри оказали числа, які вповнї годять ся з числами отриманими при лучах ситових. З чого заключаємо, що лучі

---

[1]) I. I. Thomson: El. Dur. in Gasen 1906. p. 536.

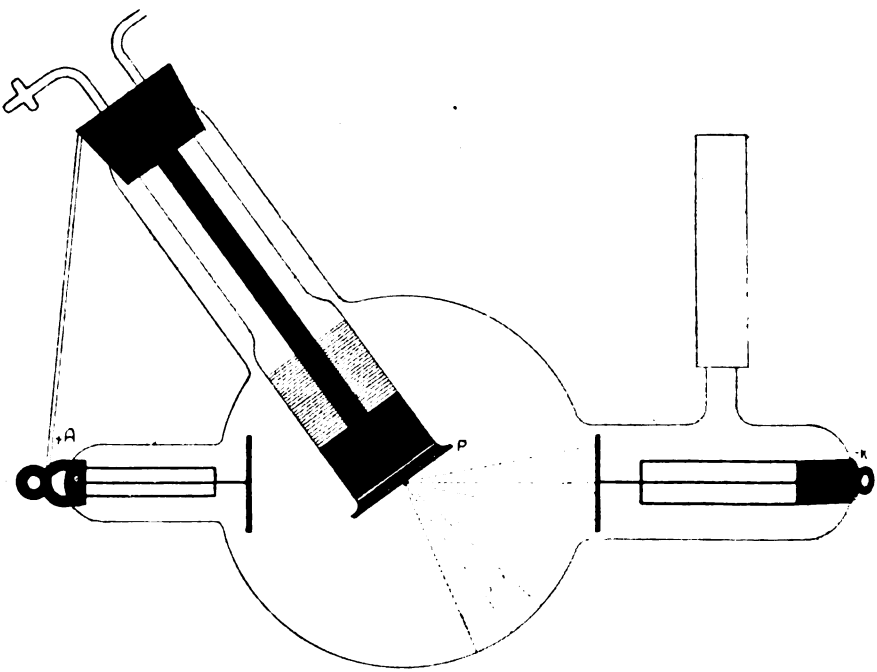
[2]) Gehrke u. Reichenheim: Ann. d. Phys. 1908. 25. 15. Heft.

Digitized by Google

анодові є також рухом додатних йонів, які беруть свій початок з самої аноди. Лучі анодові є отже в своїй сути рівнобіжними до лучів ситових тілько, що повставанє одних є ріжне від других.

Лучі Рентґена [1]).

Вже при обговорюваню прикмет лучів катодових сказалисьмо, що они трафляючи на якесь тіло ціпке, стають ся жерелом нових лучів, званих лучами Рентґена. Як сама назва вказує, що відкрив їх проф. Рентґен р. 1895. Він завважав, що скло ударене лучами катодовими висилає якісь нові лучі, котрі проникають скло рурки, чорнять плиту фотоґрафічну обвинену в чорний папір, та спричиняють флюоресценцию. Ново відкриті темні лучі назвав Рентґен лучами X (незнаними).



фіґ. 12.

Емісия сих лучів через тіло ціпке стоїть в прямім відношеню до густоти сего тіла; тому отже вибирають до емісиї X лучів тіло

[1]) I. I. Thomson l. c. p. 539. i p. 553. — Winkelmann: Handbuch der Physik B. VI. (1906). Stark, Elektr. in Gasen p. 473. 1900.

Digitized by Google

дуже густе, звичайно плятину. Рентґен зробив специяльну лямпу до витворювання *X*-лучів, званою єго іменем. В специяльно видутій рурці Crookes'a (фіґура 12.) умістив він против катоди *K* в виді вгнутого зеркала плитку плятинову так, що лучі катодові зібрані в огнище зеркала падуть на ню під кутом 45°. Плитка ся звана антікатодою висилає лучі Рентґена на всї сторони.

Свійства лучів Рентґена.

Зараз при відкритю спостеріг Рентґен, що відкриті ним лучі переходять через тїла цїпкі. Дерево, папір, тканки тїла людского та легкі металї є для них зовсїм прозорими, але вже плитки тяжких металїв, навіть досить тонкі не пропускають лучів Рентґена. Прикмета ся залежить отже він тягару атомового тїла.

Опісля завважав Рентґен, що лучі *X* дїлають хемічно, а іменно чорнять сейчас плиту фотоґрафічну. Цїха та лучів *X* залежить від вглотаня їх через тїла, на які дїлають.

Повисші дві прикмети надали лучам Рентґена богато популярности, а в першій мірі так звані рентґенівські фотоґрафії. Коли умістимо між лямпою чинною Рентґена а клїшою фотоґрафічною, що находить ся в картоновій касетцї, який предмет, тодї повстає на клїші тїнь єго: части меньше прозорі дадуть образ зовїм чорний, а більше прозорі яснїйший. Сам Рентґен зробив проби такої фотоґрафії з рукою. Кости оказались по відкопйованю на папери темними, а тканки тїла майже ясними. В тім напрямі немалі заслуги поклав проф, І. Пулюй[1]). При помочи своєї лямпи, яка висилає сильні лучі *X*, одержав він дуже гарні знимки фотоґрафічні, що піднесли нїмецькі та французькі часописи. Таке фотоґрафоване лучами *X* має велике значінє в медицинї. Всякі чужі тїла, боляки і т. і. в серединї людського орґанїзму можна тим способом викрити, а опісля усунути.

Характер лучів Рентґена залежить головно від двох чинників, а се: від тисненя воздуха в лямпі і ріжницї потенциялу на обох електродах. Чим меньше тиснене воздуха в рурцї, а більша ріжниця потенциялу, тим лекше лучі проникають від тих лучів, які повстають при висшім тисненю, а меншій ріжницї потенциялу. Перший тип лучів називаємо твердими, а другий мягкими лучами

---

[1]) „Зоря" 1896 ч. 6.

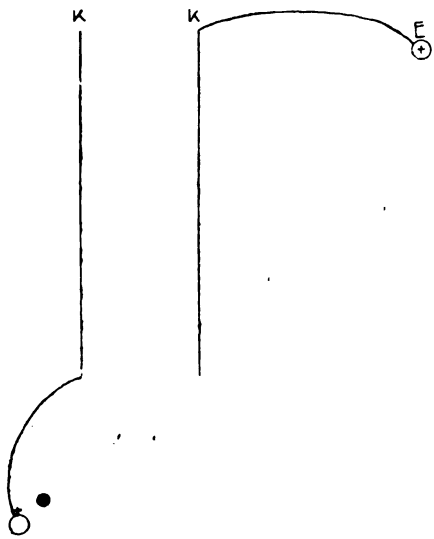
Digitized by Google

Рентґена. В медичних приміненях уживає ся звичайно середного степеня твердоти лямпи Рентґена, значить ся лямпа мусить слати лучі, що їх тканки мясні не дуже вглотають, але через кости они зовсїм не мають переходити.

Лучі Рентґена спричиняють флюоресценцию скла та інших тїл, як також їх хемічних сполук, які посїдають певну спромогу до сього, як пр. баровий, ваповий або маґновий цпаняк плятиновий. Подібно як лучі фіолєтового сьвітла уділяють проміні *X* деяким тїлам свійства термолюмінїсценциї [1]).

Лучі Рентґена дїлаючи на тїла цїпкі огрівають се місце, на яке падуть. Тепло се можна змірити при помочи лїбелї тиснень, або больометру. В перпім случаю замикає ся в склянім начинию певне число листків плятинових, а на них уміщує ся лїбелю. Скоро лучі *X* зачнуть дїлати на листки, тодї лїбеля оказує вихилене з рівноваги. В сей спосіб обчислив Dorn згадане тепло на 0·18—0·3 *cal. mg.* Rutherford і Mc Clung уживали другої методи больометричної та подали се тепло на 0·19 *cal. mg.*

Одною з найважнїйших цїх лучів Рентґена є йонїзация материї. Невтральні частинки дїлять ся в наслїдок їх дїланя на електрони і додатні йони. Всякі ґази та інші дієлєктрики стають добрими провідниками електричности. Луч Рентґена уділяє електронови невтрального атому так великої енерґії кінетичної, що він відриває ся від атому та в сей спосіб повстає відємний електрон і додатний йон. — Наколи позволимо лучам Рентґена падати на наелєктризований електроскоп, тодї атоми воздуха, який ізолював наряд електроскопу, дїлять ся на електрони і додатні йони; воздух стає в сей спосіб добрим провідником електричности, тому листки електроскопу опадають. Возьмім під увагу дві плитки конденсатора; одну лучимо з землею, а другу



фіґ. 13.

[1]) Stark. Elektr. in Gasen, Handbuch der Physik Winkelmanns B. VI. 1906.

Digitized by Google

з електрометром і наряджуємо. Як тілько зачнуть падати лучі X, тоді електрометр тратить наряд. Воздух, який був діелектриком межи плитами, став добрим провідником і відпровадив наряд до землі.

Наколи мягкі, але дуже інтензивні лучі Рентґена ділати-муть на тіло людске, тоді викликують они в місци діланя запалене наскірка, яке гоїть ся нераз дуже довго. Himstedt завважав, що лучі Рентґена спричиняють в темноті в сьвіжім оці вражінє сьвітла. До фізиольоґічних ділань X лучів треба додати також й се, що они нищать мікроорґанізми.

Sagnac [1]) відкрив, що лучі Рентґена ділають на якесь тіло, не конечно ціпке в сей спосіб, що побуджають єго до висиланя нових лучів, подібних до лучів X, які він назвав вторичними лучами, о чім ще буде мова низше.

В наслідок діланя сил маґнетних і електричних лучі Рентґена не зміняють свого напряму. Те саме вже вказує, що они не несуть з собою ніякого наряду електричного.

Начерк теорий лучів Рентґена [2]).

В слід за послідною прикметою лучів X поставив в р. 1898. Walter [3]) гіпотезу, що се лучі катодові, яких корпускули стратили на антікатоді наряд електричний та якраз тому не є вражливі на сили маґнетні і електричні. Ся однак гіпотеза не остала ся.

Нині майже всі придержують ся що до істоти лучів Рентґена іншої теориї, опертої на ширших фізичних і математичних основах, яку поставив Sir George Stokes ще в р. 1896. Після него лучі Рентґена — се поодинокі заколоти всесьвітного етеру. Сьвітло сонічне повстає з ряду правильних филь, які слідують по собі в периодичних інтервалах. Лучі Рентґена однак є то звичайні заколоти етеру неперіодичні — є то так звані филї імпульсивні, много коротші від найкоротших филь сьвітла.

Після теориї Maxwell'a, сьвітло — се ряд періодичних електромаґнетних филь; лучі Рентґена — се анальоґічні електромаґнетні заколоти етеру неперіодичні, що повстають тоді, коли лучі катодові, значить ся електрони, ударяють о антікатоду.

---

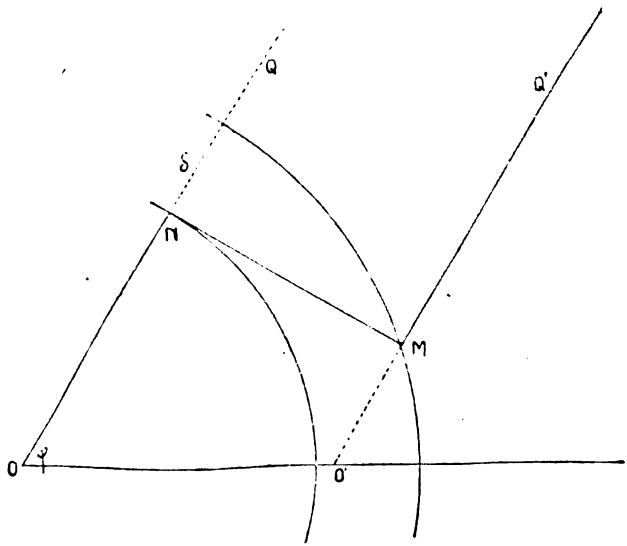
[1]) I. I. Thomson l. c. p. 268

[2]) Abraham l. c. II. p. 7, 16, 81, 102, 120, 230. I. I. Thomson l. c. p. 564.

[3]) Walter, Wied. Ann. 1898. p. 74.

Digitized by Google

Возьмім під увагу електрон, який порушає ся з якоюсь скоростию одностайно; електричні і маґнетні лінії сил поля, яке в сей спосіб повстало, будуть також розділені одностайно. Коли електрон вдарить нагло о якесь тіло цїпке пр. антікатоду, повстає заколот в всесьвітнім етері, який розходить ся зі скоростию w. Лінії сил



фіґ. 14.

електромаґнетного поля будуть однак дальше порушати ся зі скоростию w до хвилї, в якій згаданий заколот дійде до них. Нагле стрясене спричиняє заломане лїній сил, які по заломаню порушати-муть ся так, начеб вийшли з місця пересуненого рівнобіжно.

Придивім ся отже лїням сил перед і по заколотї у всесьвітнім етері. Колиб заколоту не було, тодї лїнїї сил розходилиб ся в напрямі OQ (фіґ. 14). Приймім, що таке забурене електромаґнетне о ширинї δ посуне ся в часї t від O о wt. В місцях перед стрясенем лїнії сил не улягли ніякій змінї; они дальше порушають ся зі скоростию w, лишаючи за собою дорогу wt. В місцях поза стрясенем знов порушають ся они в прямій лїнії лише пересуненій рівнобіжно до попередної. Заходить тепер питане, що стало ся на границї самого заколоту? Лїнії сил не можуть бути там розірвані; мусить отже наступити там остре заломане їх так, що они прибли-

Digitized by Google

рають напрям своєї складової стичної. Бачимо отже, що наглий удар електрону о ціпку стіну спричиняє складову стичну сили електричної $\mathfrak{E}$.

Ширину заломаня δ приймаємо яко $f(t)$ і дуже мале. Тепер можна буде обчислити складову стичну сили електричної. Коли назвемо силу електричну стичну через $\mathfrak{E}_s$, а нормальну через $\mathfrak{E}_r$, тоді:

$$\frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_r} = \frac{wt \sin \varphi.}{\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 43)$$

Сила $\mathfrak{E}_r$ в віддаленю r від електрону рівнає ся:

$$\mathfrak{E}_r = \frac{e}{r^2};$$

а що заколот в етері розходить ся зі скоростию w, то: $r = wt$, а тоді складова стична сили електричної:

$$\mathfrak{E}_s = \frac{ew \sin \varphi}{r\delta v} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 44)$$

Сила електрична мусить спричиняти також силу маґнетну $\mathfrak{H}$, нормальну до неї і напряму розходженя ся їх обох.

З рівнань Maxwell'а для електромаґнетного поля в етері можна вивести, що:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= [\mathfrak{v}\mathfrak{H}] \\ \text{і навідворот: } \mathfrak{H} &= [\mathfrak{v}\mathfrak{E}] \end{aligned}\right\}$$

Позаяк $\mathfrak{E}$ стоїть нормально до $\mathfrak{H}$, то можемо пропустити [ ] і написати:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{v}\mathfrak{H}, \; \mathfrak{H} = \mathfrak{v}\mathfrak{E},$$

з чого: $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{v}}$.

Вставляючи в послідний взір вартість на $\mathfrak{E}_s$ з (44), дістанемо:

$$\mathfrak{H} = \frac{we \sin \varphi}{r\delta} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 45)$$

З зіставленя одержаних величин $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$, бачимо, що они є відворотно пропорциональні до віддаленя r, наколи перед забуренєм $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ були пропорциональні до r^2. З сего слідує, що сила електрична та маґнетна в часї забуреня спричиненого ударом елек-

Digitized by Google

трону о цїпку стїну є дуже велика. Чим меньше буде δ, тим інтензивнїйшою буде електромаґнетна сила заколоту. В такий спосіб утворений заколот в етері творить імпульсивну електромаґнетну филю, яка тревае дуже коротко. Такі як раз филї є лучами Рентґена.

Обчислене енерґії електромаґнетної імпульсу рентґенівского.

Знаємо, що енерґія електромаґнетного поля рівнаєсь:

$$W = \frac{1}{8\pi}\iiint(\varepsilon\mathfrak{E}^2 + \mu\mathfrak{H}^2)\,dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

причім ε означає постійну електричну, а μ маґнетну. А що все відбуває ся в етері, то:

$\varepsilon = \mu = 1$, а рівнане енерґії напише ся:

$$W = \frac{1}{8\pi}\iiint(\mathfrak{E}^2 + \mathfrak{H}^2)\,dv.$$

При електромаґнетнім імпульсї маємо до дїла з филястою сферою, а в такій обі сили так електрична, як і маґнетна є собі рівні, отже: $\mathfrak{E} = \mathfrak{H}$, а тодї енерґія буде:

$$W = \frac{1}{4\pi}\iiint\mathfrak{H}^2\,dv.$$

По підставленю вартости за $\mathfrak{H}$ з (45) і по інтеґрованю над цїлим простором dv, доходимо, що енерґія рентґенівського імпульсу рівнає ся:

$$W = \frac{2}{3}\frac{e^2w^2}{\delta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 47)$$

де e, w, δ мають своє попереднє значінє.

З рівнаня 47) бачимо, що енерґія імпульсу стоїть в відворотнім відношеню до ширини імпульсу δ. Послїдна залежить від наглости задержаня електрону; чим наглїйше електрон задержить ся, тим меньше буде δ і тим більша буде енерґія електромаґнетного імпульсу. Коли δ прибере вартість $2a$ с. є. проміру електрону, тодї вся енерґія електрону випромінює; для імпульсів, яких $\delta > 2a$, часть енерґії випромінює, а часть зістане поглощена через цїпке тїло, о яке електрон ударяє.

Digitized by Google

Скорість розходженя ся лучів Рентґена [1]).

Коли проміні Рентґена є електромаґнетними филями анальоґічними до лучів сьвітла, в такім разї і скорість їх мусить рівнати ся скорости сьвітла $c = 3.10^{10}$ *cm. sec*$^{-1}$. Перший раз піднялись оказати се експериментом Brunhes і Blondlot в р. 1902. Обчисленя їх опирались на йонїзациї, спричиненій лучами *X* та тому є досить неточні. Доперва в р. 1906. E. Marx подав докладну методу обчисленя скорости тих лучів, так звану методу зерову, при помочи якої дійшов до результатів, що скорість *X* лучів $c = 3.10^{10} \frac{cm}{sec}$.

Інтерференция і угинанє лучів Рентґена.

Доказом на се, що лучі Рентґена є електромаґнетними филями, булоб вислїджене для них інтерференциї і угинаня. Сам Рентґен [2]) старав ся відкрити згадані явища для них, однак працї єго були безуспішними. Передтим Fomm [3]) зауважав при фотоґрафованю лучів *X* переходячих через дуже вузку шпару оловяної плити темні пруги, які виглядали немов пруги при угинаню. При фотоґрафованю однак ширших шпар такого явища вже не завважав.

Докладне розслїджене угинаня лучів Рентґена довершили Haga і Wind [4]) (1899. р.). Через клиновий отвір в видї букви *V* в досить грубій стїнї з *Al* пустили они лучі *X* на фотоґрафічну клїшу (фіґ. 15. а). В такий спосіб одержали они на плитї фотоґрафічній образ анальоґічний до угинаня сьвітла (фіґ. 15. б). Оказались пруги на переміну, яснї і чорні, які до берегів ставались щораз яснїйші.

З сих дослїдів обчислили Haga і Wind довжину филї рентґенівських лучів, а іменно для лучів твердих $\lambda = 0{\cdot}18 \mu\mu$, а для лучів мягких $\lambda = 0{\cdot}5 \mu\mu$. Филя отже імпульсу Рентґена є 0·001 частиною фіолєтової сьвітляної филї.

Не вдалось однак ще до нинїшних часів відкрити анї відбиваня анї заломаня лучів Рентґена після законів, які подає оптика для сьвітла. Причина сего лежить мабуть в тім, що лучі *X* є филями дуже короткими і неперіодичними.

---

[1]) Bucherer: l. c. §. 13. E. Marx: Phys. Zt. 1905. p. 768.

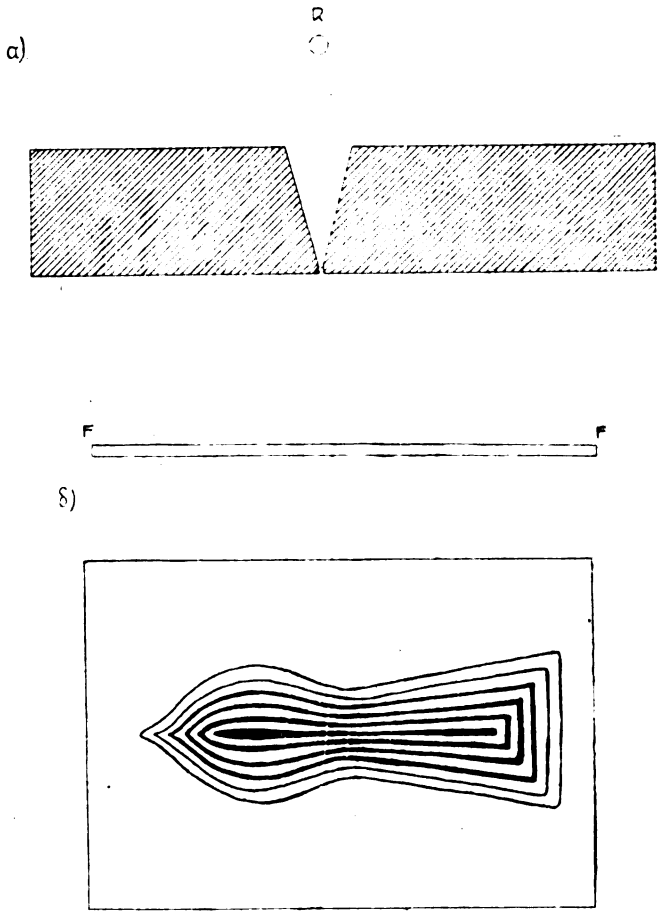
[2]) Röntgen: Ann. d. Phys. 1898, p. 18.

[3]) Fomm; Wied. Ann. 1896. p. 350.

[4]) Haga u. Wind: Wied. An. 1899. p. 884. Wind.: Phys. Zt. 1991. p. 292.

Digitized by Google

В р. 1907. відкрив Barkla [1]), що лучі Рентґена оказують типовий рід поляризациї. Дві плити турмалїнові зложені навхрест є для них



фіґ. 15.

так само прозорими, як в положеню рівнобіжнім. Дальше доказує Barkla, що лучі Рентґена є поперечними дроганями етеру.

Лучі вторичні.

Як ми висше згадали, лучі трафляючи тїло в якім небудь станї, побуджають єго до висиланя так званих лучів вторичних.

[1]) Phil. Trans. 1905. G. Barkla, Polarised Röntgen radiation p. 467.

Digitized by Google

Dorn [1]), що їх слїдив, оказав, що они складають ся з трох родів лучів а іменно: 1) з лучів сьвітла позафіолєтового, 2) з лучів Рентґена та 3) в меньшій части з лучів катодових.

Повставанє лучів вторичних. Первісні лучі Рентґена — се імпульси о великій силї електричній і маґнетній. Такі імпульси дїланєм своїм зміняють стан рівноваги електронів в тїлї та спонукують їх до дрогань. В наслїдок сего повстають періодичні і неперіодичні дроганя, які мають бути лучами вторичними.

Проміні сьвітла позафіолєтового в лучах вторичних поясняють ся в сей спосіб: Імпульс рентґенівський вихилив з рівноваги електрон, який по кількох періодичних дуже коротких дроганях повернув знов до рівноваги. Коли однак імпульс первісний був так сильний, що надав електронови так велике прискоренє, що він дальше до первісного стану рівноваги вернути не може, тодї повстає луч катодовий. Лучі рентґенівскі в лучах вторичних повстають в сей спосіб, що: а) лучі катодові, які повстали в висше згаданий спосіб ударяють о атоми тїла та в сей спосіб творять жерело лучів Рентґена; б) електрон в наслїдок дїланя первісного імпульсу стає ся сам причиною лучів X через короткі та неперіодичні дроганя.

Що до прикмет вторичних лучів, то треба згадати, що они не в силї проникати тїла в такий спосіб, як лучі первісні, але за се є они лїпшим йонїзатором.

Лучі треторядні.

Через насьвітлюванє вторичними лучами плятинової плити удалось Sagnac'ови [2]) отримати треторядні лучі. Сей рід лучів вглотають тїла ще більше, як лучі вторичні. Sagnac заключає з сего дальше, що по кількоразовім повтореню сего процесу можнаб отримати лучі, які посїдалиби прикмети сьвітла. Однак до сего експериментом нїхто ще не дійшов; не удалось найти таких лучів Рентґена, котрі оказувалиби цїхи заломаня при переходї з одного тїла в друге.

Найновійша корпускулярна теория.

Проти імпульсової теориї лучів Рентґена виступив H. W. Bragg [3]) з іншою теориєю чисто корпускулярної натури. Після него рентґенівські лучі повстають в сей спосіб, що електрони в лучах катодо-

---

[1]) Dorn, Jubelband für A. H. Lorentz 1900.

[2]) I. I. Thomson l. c. p. 282.

[3]) W. H. Bragg, Phil. Mag. 1907. p. 429.

Digitized by Google

вих ударяючи о тіло ціпке відбивають ся і сейчас по відбитю невтралїзують ся з додатними йонами, які повстали в наслїдок йонїзациї ґазу в трубцї лучами катодовими. Остаючи при повисшім погляді, можна так само добре пояснити прикмети лучів *X* під заложенєм, що всякі молекулярні сили є електромаґнетної природи. Погляди Bragg'а підтримують також проби Frank'а і Pol'а над скоростию рентґенівських лучів. Повторили они щераз дослїд E. Marx'а та переконались, що послїдним годї приписати скорости сьвітла. Однак й ся послїдна теория Bragg'а є також не без закидів; котра з них двох, чи імпульсова, чи корпускулярна теория побідить, покаже будучність.

ЧАСТЬ II.

Радіоктивність[1]).

(Лучистість).

Відкрите Бекереля.

Флюоресценция, яка виступає під дїланєм, лучів Рентґена на деяких тїлах, була товчком до нових слїджень які мали оказати, чи емісия згаданих лучів не стоїть в якійсь зьвязи з флюоресценциєю. Вже в р. 1896. Henry завважав, що сїрчан цинку насьвітлений сьвітлом сонця дїлає на плиту фотоґрафічну сховану в алюмінїову касетку. Подібні дослїди зробили також Нєвенґльовский і Troost, перший з сїрчаком вапу, а другий з сїрчаком цинку. Опісля Г. Бекерель відкрив, що уранова сіль насьвітлена сонїшним сьвітлом чорнить фотоґрафічну плиту навіть через досить грубий папір. Дїланє се приписував Бекерель флюоресценциї. Таку саму пробу повторив він щераз, але без попередного насьвітлюваня та отримав такий самий результат. Щоби однак переконати ся, чи се дїланє не було спричинене попереднім насьвітленєм, розпустив Бекерель в водї кристал уранового азотану в темнотї; се опісля кристалїзувало також в темнотї. Таким способом одержаний уран

[1]) I. I. Thomson: Elektricitätsdurchgang in Gasen 1906. p. 283—366; Fr. Soddy Radioaktivität: Üb. v. Siebert 1904.; Rutherford: Radioaktivität üb. v. Aschkinass 1907.

Digitized by Google

зовсім нефлюоризуючий ділав також в темноті на фотоґрафічну плиту. Соли уранові були також чинними. Дїйство се лучів приписав Becquerel вже не флюоресценциї, але самій прикметї металю. Уран та єго сполуки, які цїлими місяцями не бачили сьвітла, чорнили фотографічну плиту.

Becquerel пізнав з сего, що має до дїла з якимсь новим родом темних лучів, які шле уран, та які дїлають хемічно. Дальші проби показали, що сї лучі йонїзують ґази, через які переходять; електроскоп наряджений тратить свій наряд в наслїдок їх дїланя без огляду на се, чи наряд був додатний чи відємний. Показалось, що нові лучі переходять через тїла цїпкі пр. тонкі бляшки плятинові, дерева і т. і. Тїла спосібні до флюоресценциї флюоризують ясно під дїланем лучів урану. Сей рід лучів називаємо нинї лучами Becquerela; тїла однак, що висилають лучі анальоґічні до уранових звемо тїлами радіоактивними або лучистими, а їх свійство радіоактивностию або лучистостию [radius = луч].

Тїла радіоактивні (лучисті).

На відкрите Becquerela звернуло увагу богато фізиків; они слїдили, чи нема більше тїл радіоактивних, чи може се малаби бути лише прикмета урану та єго хемічних сполук.

В р. 1898. відкрив Schmidt, що тор та єго хемічні сполуки висилають також такі самі лучі темні, як уран. — Дальші розслїди роблено не лиш над ураном і тором, але також і над мінералами, в яких склад входили згадані первні. Так оказалось, що богато з тих мінералів перевисшають своєю радіоактивностию уран мимо сего, що він находить ся в їх складї в дуже малій скількости. Деякі з тих мінералів оказали 2, 3, 4 а навіть 8 разів сильнїйшу радіоактивність, чим уран; пр. мінерал автуніт (ураново-ваповий фосфорак) був так само радіоактивний, як чистий металїчний уран, а хальколїт (ураново-мідяний фосфорак) перевисшав лучистостию уран $2^1/_2$ разів. Уранова живиця, викопана в Чехії в Йоахімсталю оказувала 4 рази більшу радіоактивність від урану. Панї Curie впала на здогад, що в наведених висше мінералах і їх сполуках мусить находити ся якась материя, якийсь новий первень, який є о много сильнїйше радіоактивний чим уран. Она піддала разом зі своїм мужем Петром Curie основній хемічній аналїзї живицю уранову; они віддїлили ріжні первні що в нїй находили ся, та мірили

Digitized by Google

радіоактивність кождого з окрема. Насамперед виділили они якусь субстанцию, що оказувала зовсім прикмети вісмуту о 100 разів сильнійшій лучистости від урану.

Досліди над чистим вісмутом не доказали єго радіоактивности; тоді п-ство Curie догадувались, що жерелом радіоактивности не є вісмут, але якийсь новий первень получений з ним, якого з початку не удалось відділити хемічно від вісмуту. Сему первневи надала Curie назву польон.

Виділений через Curie в спілці з Bemont'ом з уранової живиці бар оказав ся дуже радіоактивним, наколи сам бар, як й єго соли металічні не оказують такої прикмети. Мусить отже бар виділений з уранованої живиці бути в хемічній сумішці з якимсь новим сильно активним первнем. Сей незнаний нікому первень назвали они радом (Radium) і означили єго *Ra*. Первень сей є дуже подібний до бару, але своєю радіоактивностию перевисшає уран міліон разів. З початку виділити єго з чинних препаратів радових було дуже тяжко. аж опісля удалось отримати єго в в виді хльораку радового ($RaCl_2$). Giesel знов отримав рад з чинних препаратів в виді радового бромаку ($RaBr_2$).

В р. 1899 найшов Debierne в йоахімтальскій живиці радіоактивний первень, який він назвав актыном (Actinium). Опісля в р. 1900 стали Hoffmann і Strauss вказувати, що хемічні сполуки олова з уранової живиці є також радіоактивними (Radioblei). Rutherford однак уважає се за продукт розкладу раду *Ra-D* (о чім ще буде низше).

Слідженя за тілами радіоактивними довели отже до відкритя нових первнів: польону, раду та актину. Для провіреня дійсного істнованя сих первнів піддано їх аналізі спектральній. Сим заняв ся передовсім Damarçay, а також Runge. Перший відкрив дуговину раду; се вказує, що істноване раду яко нового первна не дасть ся оспорити. Але для польону і актину не удалось найти дуговин, а тим самим годі говорити рішучо на певно про їх істноване.

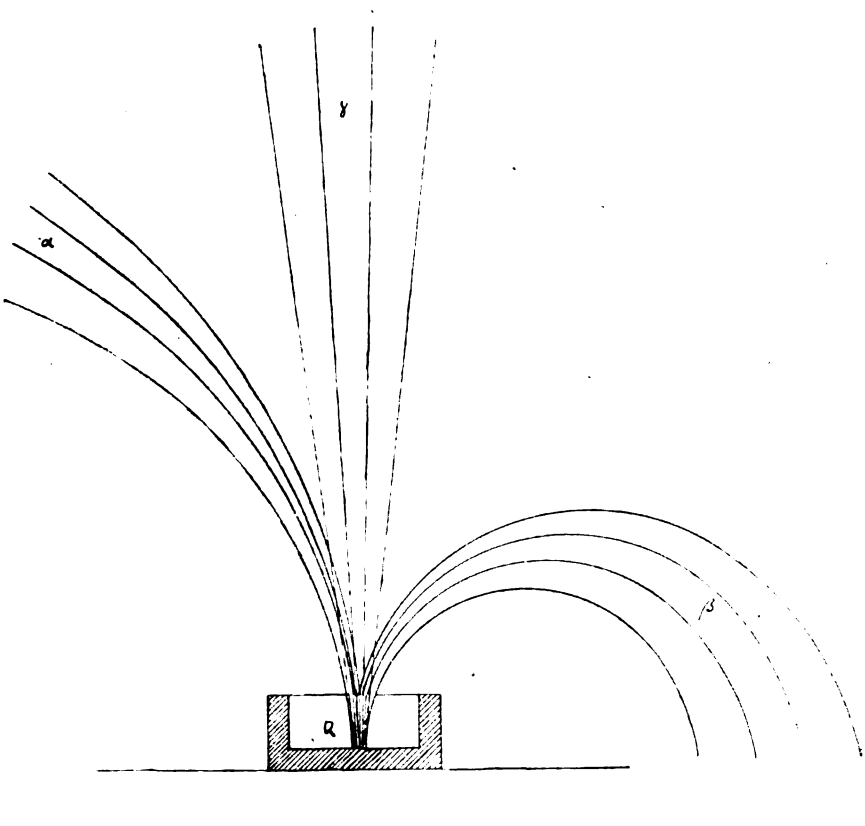
Після дуговини раду схарактеризовано його яко первень, що своїми прикмелами нагадує зовсім бар та якраз тому належить зачислити єго до ґрупи земель алькалічних. Тягар атомовий ряду виносить 225. Під сим зглядом займає рад трете місце між радіоактивними первнями: уран 238, тор 232, рад 225. Вартість хемічна раду 2 (пр. $RaCl_2$). Giesel оказав експериментом, що хльорак раду красить полумінь карміново-червоно.

Digitized by Google

Проф. Марквальд в аналізованю уранової живиці відкрив нове радіоактивне тіло, яке назвав радіотелюром (Radiotellur) тому, що оно під зглядом хемічним оказалось дуже схоже до самого телюру, який зовсім не оказує прикмет радіоактивности. При помочи ріжних хемічних реакций удалось Марквальдови відділити часть лучисту від самого телюру. Найновійші однак досліди показали, що радіотелюр, се — те саме, що польон, а Rutherford уважає його за продукт розкладу раду *Ra-E*.

Природа лучів тіл радіоактивних.

Вже з самого початку було дещо згадане про ціхи лучів урану. Лучі тіл радіоктивних не є явищем однородним, але творять



фіґ. 16.

они проміньоване досить зложене. Возьмім під увагу препарат радовий в начиню з олова *Q* (фіґ. 16.) в сильнім маґнетнім поли, ви-

Digitized by Google

творенім сильними електромаґнетами. Маґнетні лінії сил стоять нормально до розходженя ся лучів раду. В наслідок діланя електромаґнету лучі раду ділять ся на три галузи. Один рід лучів відклонює ся так, як лучі катодові, зачеркуючи дорогу колову. Другий рід відклонює ся в сторону противну до попередних, але не так сильно. Третий рід зовсім не зміняє свого напряму в наслідок діланя маґнету.

З огляду на повисше захованє ся лучів раду в маґнетнім поли, Rutherford розріжняє в них три головні типи лучів, які він назвав початковими буквами грецької азбуки: лучі α, β, γ.

1). Лучі α становлять головну часть проміньованя і є анальоґічними до лучів каналових. Представляють они отже рух додатних йонів виходячих з радіоактивного тіла. В наслідок діланя поля маґнетного, або електростатичного відклонюють ся они незначно в сторону бігуна полудневого маґнету, або в сторону відємної електроди. З відклоненя їх в поли маґнетнім обчислив Des Coudres, що відношенє $\frac{e}{m} = 6{\cdot}4.10^8$, а після Rutherforda $\frac{e}{m} = 6.10^8$ *(em)*. Се вказує, що маса додатних частинок рівнаєсь майже масі звичайного атому водня. Сим можна легко пояснити причину незначного відклоненя лучів α.

Скорість розходженя лучів α виносить після обчислень Des Coudres'a $v = 1{\cdot}65.10^9$ *cm sec*$^{-1}$, після Rutherforda знов $2{\cdot}5.10^9$ *cm sec*$^{-1}$, значить ся $\frac{1}{10}$ скорости сьвітла. Однак мимо досить великої скорости лучі α ділають ледви на кілька міліметрів, бо всі тіла вглощають їх дуже легко, так що картки звичайного паперу они майже не переходять.

2). Другий тип, а се лучі β, дадуть порівнати ся з лучами катодовими; є се отже рух свобідних електронів з тіла радіоактивного. Характер відхиленя їх в наслідок діланя поля маґнетного або електростатичного є зовсім такий самий, як у лучів катодових. Опираючись на сім обчислив Rutherford, що відношенє $\frac{e}{m}$ рівнає ся близько 10^7 *(em)*, а Kaufmann подав єго в границях від $(1{\cdot}21$ до $0{\cdot}83).10^7$ *(em)*

Скорість розходженя ся лучів β після помірів Becquerel-a виносить $v = 1{\cdot}6.10^{10}$ *cm sec*$^{-1}$, а після Kaufmann-a в границях: $(0{\cdot}79 \ldots 2{\cdot}83)10^{10}$ *cm sec*$^{-1}$ с. є. около $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ скорости сьвітла. Велика ся скорість лучів β не позваляє легко на їх абсорбцию тілами

Digitized by Google

на які падуть. Глин, дерево, тканки зьвірячого тіла і т. п. майже їх пропускають; сею саме прикметою ріжнять ся мнимо лучі β від лучів катодових.

3). Третий тип, а се лучі γ, є зовсім не вразливі на діланє сил маґнетних і електростатичних; відзначають ся они дуже великою силою проникапя через тіла ціпкі. Лучі ті є анальоґічні до твердих лучів Рентґена; є то отже електромаґнетні филі імпульсові, неперіодичні та дуже короткі. Лучі Рентґена повстають при ударі лучів катодових о тверду стіну; чим більша була скорість лучів катодових, тим сильнійші були імпульси рентґенівські. Лучі γ повстають при ударі лучів β о атоми радіоактивного тіла, удар такий слідує нагло і дуже скоро; а що скорість лучів β є більша як скорість лучів катодових, тому лучі γ є більше інтензивнійшими імпульсами, як імпульси Рентґена. Легко буде тепер пояснити їх велику силу прониканя через тіла ціпкі, о много більшу як лучів Рентґена. Rutherford дослідив, що лучі γ по переходї через 7 *ст* олова, 19 *ст* желїза і 150 *ст* води ослабляють ся о 1%.

В р. 1904. виступив Paschen з новим поглядом на лучі γ. Після него лучі γ — се також рух електронів, які порушають ся зі скоростию сьвітла та якраз тому не зміняють свого напряму під діланем сил маґнетних і електростатичних. Погляд сей однак стратив на значіню, коли I. I. Thomson доказав, що лучі γ не несуть з собою ніякого наряду електричного.

Проти імпульсової теориї лучів γ виступив в найновійших часах W. H. Bragg [порівнай при теориї лучів Рентґена]. Після него лучі γ не є імпульсивної природи, але корпускулярної. Лучі γ повстають в сей спосіб, що часть лучів β відбиває ся від невтральних атомів радіоактивного тіла, а опісля невтралїзують ся з додатними частинками.

4). Крім сих трох типів лучів відкрив I. I. Thomson ще четвертий тип лучів у тіл радіоактивних, які він назвав лучами δ. Лучі ті виходять з радіоактивного тіла в сумішці з лучами α та ділають на дуже малий простір. Відси треба вносити, що маса тих частинок, які становлять їх суть, рівнає ся масї йонів при електролїзї; лучі δ належать поки що до найменьше розслїджених досї лучів радіоактивних тіл.

Не всї однак тїла радіоактивні висилають всї згадані роди лучів. Головну часть проміньованя творять лучі α і β. Один рад висилає всї роди лучів; польон шле лише лучі α, тор α, β, уран α, β, δ, радіотелюр лише α, актин рівнож лучі α. Послїдна ціха залежить головно від віку, а також і від хемічного складу тіла.

Digitized by Google

Діланя лучів Бекереля.

Діланя лучів Бекереля дадуть ся поділити на діланя: а) електричні, б) хемічні, в) оптичні, г) термічні, ґ) фізиольоґічні та д) механїчні.

а). Електричні діланя лучів становлять дуже важну часть в радіоактивности. Явищем сим є йонїзация тїл через лучі α, β, γ.

Найлїпшим чинником в сїм случаю оказались лучі α, що мимо своєї досить великої маси посїдають велику енерґію руху. Они не йонїзують грубої верстви воздуха, як лучі β і γ, але за се йонїзують її сильно. Лучі радіоактивних тїл трафляючи ґаз або яку іншу субстанцию розбивають своєю енерґією єго атоми на електрони і додатні йони. З кождого cm^3 ґазу витворить ся тодї якась скількість йонів додатних і відємних пр. q. Колиб нїчо більше не дїлало на явище йонїзациї, тодї мусїлоби слїдувати постійне побільшуванє ся йонів з часом, так, що коли скількість хвилева йонів буде n, а лучі Бекереля дїлають рівномірно, малибисьмо тодї:

$$\frac{dn}{dt} = q$$

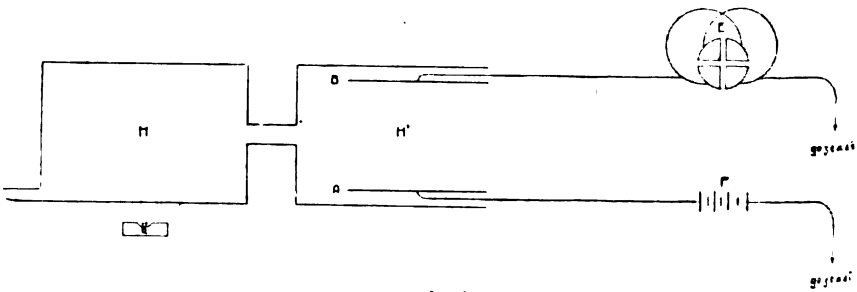
або:

$$n = qt + const.$$

Постійну означимо в сей спосіб: для $t = 0$ маємо $n = 0$, отже $const = 0$; остає:

$$n = qt.$$

Йонїзация отже слїдувалаб в безконечність, мусить проте бути якесь явище, яке єї противдїлає. Що таке явище істнує, можемо переконати ся в сей спосіб:



фіґ. 17.

Ґаз зйонїзований в начиню H (фіґ. 17.) лучами радового препарату R впускаємо до начиня H' між дві плити конденсатора A, B, з яких одна A получена є з батериєю ґальванїчною, друга B з двома

Digitized by Google

чвертками електрометру квадратнового; дві інші чвертки електрометру сполучені з землею. Коли йонів між плитками не було, тоді електрометр не оказував ніякого току. Присутність йонів справляє се, що сказівка електрометру відклонює ся.

Наколи через якийсь час свіжого воздуха з H не впускаємо до H', тоді сказівка електрометру вертає знов до первісного положеня; се сьвідчить, що вже зникли йони в ґазі с. є. зневтралізовались в молекули. Бачимо отже, що є явище, яке противділає йонізациї, явище невтралізованя ся йонів додатних і відємних, яке називає ся **рекомбінациєю**. Явище се виступає при стрічи йону додатного з електроном; число стріч йонів буде тим більше, чим більша буде скількість йонів.

Робимо при тім застереженє, що рівно богато маємо йонів додатних і електронів. Скількість стріч йону додатного з відємними буде пропорциональна до густоти послідних; так отже скількість стріч електрону з йонами додатними буде пропорциональна до густоти електронів. З огляду на се і на попереднє застереженє рекомбінация буде пропорциональна до квадрату числа хвилевого йонів n, отже: an^2.

Треба проте узгляднути також рекомбінацию при зрості йонізациї, отже:

$$\frac{dn}{dt} = q - an^2$$

причім q і a є постійними. Інтеґруючи се рівнанє, дістанемо:

$$\int \frac{dn}{q - an^2} = \int dt + const$$

або:

$$\frac{1}{2\sqrt{q}} \log \frac{\sqrt{q} + n\sqrt{a}}{\sqrt{q} - n\sqrt{a}} = t + const.$$

З послідного взору можемо означити n. Іменно:

$$\sqrt{q} + n\sqrt{a} = (\sqrt{q} - n\sqrt{a})\, e^{2\sqrt{q}(t + const)}$$

або:

$$n\sqrt{a}(1 + e^{2\sqrt{q}(t + const)}) = \sqrt{q}(e^{2\sqrt{q}(t + const)} - 1),$$

а звідси:

$$n = \sqrt{\frac{q}{a}} \frac{Ce^{2\sqrt{q}t} - 1}{Ce^{2\sqrt{q}t} + 1}.$$

Digitized by Google

Крім рекомбінациї треба ще узглядннти також дїланє току електричного, який повстає в наслїдок ріжницї потенциялів V обох плиток конденсатора. Ток спричиняє також зменшуванє ся скількости йонів. Назначім через i натугу току с. є. скількість електричности, яка в 1 *sec* перепливає через 1 cm^2. Наколи наряд йону значити-мемо через e, тодї на кождий cm^2 в одиницї часу припаде $\frac{i}{e}$ йонів. Приймім, що віддаленє обох плит конденсатора виносить l *cm*, то скількість йонів $\frac{i}{e}$ роздїлить ся на l cm^3, а на 1 cm^3 припаде їх $\frac{i}{el}$. Послїдна величина вказує нам скількість йонів, яка убуває в наслїдок дїланя току електричного i. — Рівнанє, яке характеризувалоб нам явище йонїзациї буде тепер виглядати ось так:

$$\frac{dn}{dt} = q - an^2 - \frac{i}{el}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1)$$

Скорість йонів після I. I. Thomsona має бути пропорциональна до спаду потенциялу. Заложенє се, є те саме, що при електролїзї, де йони пересувають ся пропорциональнo до сили, с. є. спаду потенциялу. Для ґазів закон сей буде також важний, але лише в нормальних умовах с. є., коли ґаз є мінїмально розріджений. Назвім скорість йонів додатних v, скорість електронів u; з огляду на повисше заложенє напишемо:

$$v = v_p \frac{V}{l}$$

де v_p означає скорість йону додатного в одиничнім полї, а $\frac{V}{l}$ спад потенциялу. Анальоґічно:

$$u = u_n \frac{V}{l}$$

при чім u_n означає скорість електрону в одиничнім полї.

В одиницї часу пересуне ся через 1 cm^2 перерізу n йонів о нарядї e зі скорости v_p або u_n. Спад потенциялу буде тодї:

$$n(v_p + u_n) \frac{V}{l},$$

а ток електричний назначить ся так:

$$i = ne\ (v_p + u_n) \frac{V}{l}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2)$$

Digitized by Google

З комбінациї рівнаня 1) з 2) дістанемо:

$$\frac{dn}{dt}=q-\alpha\frac{i^2}{\left[e\,(v_p+u_n)\,\frac{V}{l}\right]^2}-\frac{i}{el}.$$

Коли наступить стан рівноваги, тоді:

$$\frac{dn}{dt}=0,\ \text{отже:}$$

$$q=\frac{i^2\alpha}{\left[e(v_p+u_n)\,\frac{V}{l}\right]^2}+\frac{i}{el}\quad\ldots\ldots\quad 3)$$

або:

$$q=\frac{i}{el}\left[\frac{\alpha i}{e(v_p+u_n))\,\frac{V^2}{l^3}}+1\right]\quad\ldots\ldots\quad 3a).$$

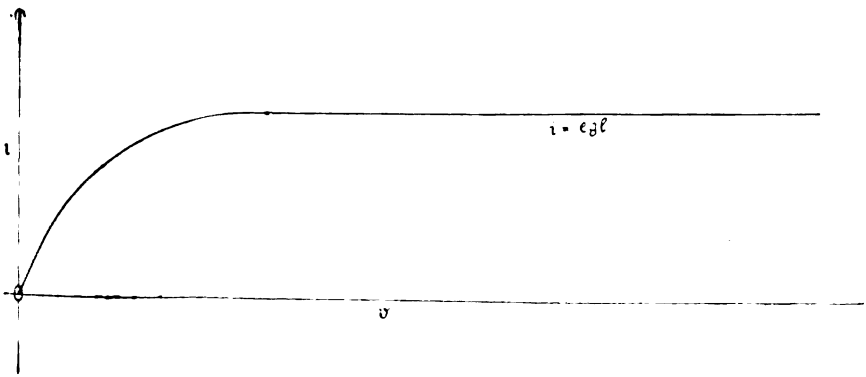
Приймім, що V є дуже мале, тоді можемо другий склад лївої сторони пропустити при складі першім; таким способом:

$$i=e\,(v_p+u_n)\sqrt{\frac{q}{\alpha}}\cdot\frac{V}{l};\quad\ldots\ldots\ldots\quad 4)$$

значить ся, що для малих V натуга току i є пропорциональна до сили електромоторичної $\frac{V}{l}$, значить ся право Ohma остане в сїм случаю.

Коли однак V росте так що, $lim\ V=\infty$, тоді перший склад рівнаня 3a) лївої сторони можемо без ошибки пропустити, а вираженє для току напишемо:

$$i=elq\quad\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\quad 4a)$$



фіґ. 18.

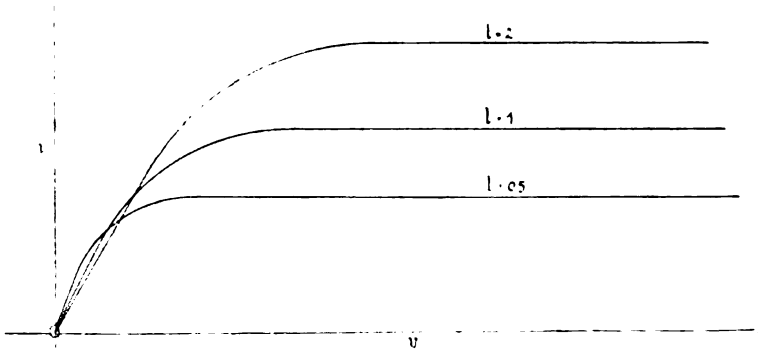
Digitized by Google

Дістались мо ток, який не залежить від ріжниці потенциялу V; мимо зросту V ток сей остане все постійним. Такий ток електричний називаємо **током насичення** (Sättigungsstrom). Як бачимо зі взору, ток сей зависить лише від скількости йонів витворених йонізатором.

Обираючи вісь x-ів (фіґ. 18.) прямокутного укладу сорядних за V, а вісь y-ів за i, можемо ґрафічно представити залежність i від V. Дістанемо тоді криву II-го ряду, яка з початку росте лінійно, а опісля для току насичення дістає напрям рівнобіжний до V.

Коли будемо змінити віддалене обох електрод l, тоді при великім V і l ток буде сильнійшим, як ток при такім самім V, а меньшім віддаленю l (фіґ. 19). Йони тоді вже зовсім не рекомбінують ся, лише зараз по витвореню сейчас осідають на електродах.

Поміри сили току насичення позваляють нам обчислити скількість витворених йонів q; скількість ся є пропорциональна до сили



фіґ. 19.

йонізатора. В такий спосіб можемо ріжні йонізатори порівнувати між собою. Сеї методи якраз уживала Curie до міреня радіоактивности нововідкритих первнів.

До викритя радіоактивности тіл уживали пп. Curie а також Elster і Geitel іншої методи електричної, а іменно ділання лучів на наряджений електроскоп. Послідний тратить свій наряд без огляду на се, як він був наряджений, чи додатно, чи відємно.

Лучі Бекереля йонізують не тілько ґази, але також течі, а навіть тіла цїпкі; у тіл, які вже з природи є добрими провідниками електричности, зменьшають они опір провідництва.

б). З найбільше звісних хемічних ділань лучів Бекереля є чорнене плити фотоґрафічної, через що передовсім сам Бекерель ви-

Digitized by Google

слїдив радіоактивність урану. Найлїпше дїлають в сїм случаю лучі γ, так як они найбільше переходять через тїла цїпкі; в меньшім степени дїлають лучі β, а найменьше α.

Препарат радовий переховуваний в склянім начиню спричиняє закрашенє его на фіолєтово або брунатно. Закрашенє се уступає доперва при огрітю, причім слїдує явище термолюмінїсценциї.

В наслїдок дїланя лучів раду переміняє ся кисень в озон так, як се дїє ся при розрядженю кондензатора. Білий папір, в якім був завинений радовий препарат, жовтїє, а опісля червовіє та стає крихким. Розпущений бромак раду в водї розкладає воду на водень і кисень. Соли гальоідальні барвлять ся під дїланем лучів раду не лише на зверх, але і у внутрі.

в). Лучі радіоактивних тїл спричиняють флюорисценцию тїл подібно як лучі катодові і Рентґена. Картон паперовий потягнений цианяком бароплятиновим сьвітить ясним сьвітлом. Діямант та іньші дорогі каміня сьвітять в сусїдстві раду.

Коли зближимоєь з радовим препаратом до висше згаданого картону, тодї в віддаленю 2 m зачинає картон сьвітити слабим сьвітлом, яке зі зближенєм препарату стає сильнїйшим, аж в кінци переходить в інтензивне сьвітло. Явище се вказує, що всї три роди лучів беруть участь в викликуваню флюоресценциї, але на ріжні материї декотрий тип лучів дїлає сильнїйше, а інший слабше, так пр. на згаданий цианяк дїлають передовсїм лучі β.

Цїкавим явищем є флюоресценция сїрчану цинку (тзв. бленда Sidot'a) під дїланем лучів α: ту не виступає сьвітло тягле. Вдивляючи ся через люпу в таку флюоресценцию відносимо вражінє, немовби поодинокі точки нагло засїяли і знов гасли. Явище се можна дуже добре оглядати в апаратї Stockes'a т. зв. спінтарископі Таку флюоресценцию називаємо блимаючою флюоресценциєю, або блиманєм (Scintillieren, scintellierende Fluoreszenz).

г). В р. 1903. відкрили Curie і Laborde, що рад виділює постійно тепло; з сего слїдує, що рад мусить мати висшу температуру від окруженя. Giesel відкрив своїм специяльним апаратом, що підвисшенє се виносить около 5^0C над температуру окружаючого воздуха. При помочи кальориметру Бунзена удалось обчислити скількість витвореного тепла. Показало ся, що 1 g раду виділює з себе в 1 годинї близько 80 малих кальорий; така сама скількість кальорий заміняє 1 g леду на воду, отже 1 g раду може своїм теплом стопити в 1 годинї 1 g леду на воду. Скількість витвореного радом тепла перевисшає всяке тепло, яке повстає навіть при найсильнїйших хемічних реакциях.

Digitized by Google

Витворюванє ся тепла з тїл радіоактивних на разї не має нїякого практичного приміненя, однак можна з сеї прикмети радіоактивних тїл зробити деякі заключеня що до віку нашої землї. — Після обчислень фізиків (Lord Kelvin, Tait), які приймали, що степенне остудженє землї повставало в наслїдок браку внутрішного допливу тепла, мусїлаб она перед яких 10 або найвисше 15 мілїонами лїт находити ся в станї плиннім. З другої знов сторони біольоґи та ґеольоґи обчислили на підставі своїх дослїдів, що вік землї виносить далеко більше а іменно до 200 мілїонів лїт.

Коли однак возьмемо під увагу, що земля у своїм нутрі посїдає чимало первнів радіоактивних, які витворюють постійно тепло, яке спричиняє опізненє в остудженю кори земскої, тодї обчисленя наші будуть годитись з обчисленями ґеольоґів; вік нашої землї не перевисшає числа 10^9 або 10^{10} лїт.

Упадає також і сей арґумент фізиків, що сонце від 20 мілїонів лїт огріває землю, коли розважимо, що сонце без найменьшого сумнїву посїдає богато раду, отже жерело постійного тепла, якого вік перевисшає числа всяких обчислень.

Тепло яко енерґія само з себе повстати не може, а в сїм случаю також і окруженє не може єго витворити, бо має температуру о много низшу; енерґія ся мусить походити з якоїсь внутрішної переміни в атомах.

ґ). Неменьше цїкаві є фізіольоґічні дїланя лучів раду. Проф. Curie зробив на собі самім постереженє, що рад дїлаючи довший час на наскірок спричиняє сильні запаленя єго, які гоять ся дуже поволи, бо аж по чотирох місяцях. Наслїдки сї однак не слїдують зараз по дїланю, доперва аж по якімсь часї, що дослїдив Бекерель на собі самім. Носив він через 6 годин кілька деціґрамів чинного препарату раду в кишені від камізельки. По 10 днях дістав він в тім місци сильне запаленє наскірка, рана згоїла ся аж по 49 днях.

Коли до прижмуреного ока в темнотї зближимо препарат раду, тодї дістанемо вражінє, немовби ми находили ся в ясно осьвітленій комнатї. Походить се в наслїдок флюоресценциї сїтчанки ока під дїланєм лучів ряду. Після Himstedt'a і Nagel'a цїле око має флюоризувати. Слїпі, що мають здоровий нерв очний, дізнають під дїланєм лучів раду вражіня сьвітла; однак щоби слїпим привернути на ново здоровий зір, о сїм годї й говорити.

Лїкар Daulos слїдив, чи не можнаб ужити лучів раду яко лїку до деяких скірних недуг і дійшов до пізнаня, що під тим зглядом є їх дїланє подібне до лучів Рентґена. Мають они з дуже добрим

Digitized by Google

успіхом лічити рака і т. п. Наука о приміненю лучів раду в медицині становить навіть осібний діл т. зв. радіотерапію.

Показало ся також, що лучі Бекереля нищать всякі мікроорґанізми і бактериї, а навіть на більше зорґанізовані зьвірятка ділають смертельно. Миши, жаби та морскі свинки гинуть виставлені через довший час на ділане згаданих лучів немов спаралїжовані. Після Giesel'a листе ростин жовкне під лучами раду, а потім розпадае ся на дрібні кусні.

д). До механічних ділань лучів Бекереля треба зачислити передовсїм рух частинок матеріяльних лучів α, β. Праця ся обявляе ся в силї переходженя лучів β через тїла цїпкі; механїчних дїлань лучів α безпосередно постеречи не можна. Вложім до рурки скляної невеличку скількість раду і засклепім єї; тодї як лучі β і γ в наслїдок своєї великої енерґії кінетичної перейдуть через скло рурки, так лучі α не в силї вдіяти сего; повстане отже внутр рурки надмір додатного наряду, який буде проявляти ся в видї напору електростатичного на стїни рурки. Сей напір зросте з часом так сильно, що тиснене атмосферичне і скло не в силї его зрівноважити. Тодї скло рурки пукне.

Іньший примір діланя механїчного лучів тїл радіоактивних представляе т. зв. perpetuum mobile Strutt'a. Полягае се на слїдуючій основі: на електроскоп падуть лучі раду; в наслїдок діланя лучів β електроскоп наряджае ся, отже листки алюмінїові розхилять ся, аж доки не діткнуть ся скляної стїни, полученої з землею. Тодї він тратить наряд, а листки знов опадають. Процес сей повтаряе ся дальше.

Еманация радіоактивних тїл.

Rutherford відкрив, що тор висилае крім лучів α і β якусь субстанцию немов якийсь ґаз, котра оказалась також радіоактивною. Сю ново-відкриту материю назвав він еманацию. Dorn відкрив, що рад висилае також якийсь рід еманациї. Те саме вислїдили майже рівночасно пп. Curie для раду і назвали єї exradio. Актин посїдае також свій рід еманациї. Не удало ся однак викрити єї для урану — а польон зовсїм єї не мае. О скілько еманациї згаданих первнїв радіоактивних виріжняють ся між собою, то се питане ще отверте. Досї найбільше розслїджено еманацию раду.

Згадалисьмо вже на самім початку, що еманация мае прикмети ґазу. Так само, як ґаз старае ся еманация виповнити весь простір;

Digitized by Google

струя воздуха може єї перенести з одного місця в друге. Анальоґічно до ґазу еманация дифундує через дірковаті тіля та інші ґази. Зі скорости дифузиї Rutherford і Miss Brooks обчислили густоту еманациї раду = 80 (коли водень приймаємо за одиницю). При зміні тисненя, обєму і температури заховує ся еманация так, як сего вимагають закони для ґазів (закон Boyle'a-Charles'a-Gay-Lussac'a). Rutherford і Soddy виказали, що анї висока температура анї іскра електрична не впливають на зміну хемічного характеру еманациї. Під сим зглядом треба зачислити еманацию до ґрупи ґазів благородних. З огляду на се молекули еманациї мусять бути одноатомові; знаючи се і густоту еманациї можемо обчислити тягар атомовий єї = 160.

Еманация дає ся також згущувати, що зробили Ramsay і Soddy при помочи плинного воздуха (—192°*C*); показало ся, що еманация раду ціпеніє в температурі — 150°*C*, а еманация тору в границях від — 120°*C*. Rutherford і Soddy переконались о тім експериментально. Струя воздуха з окруженя радіоактивного первня була також активною. Сей воздух зібрали они в рурку скляну і вложили до начиня з плинним воздухом. Тодї воздух зі згаданої рурки не був вже чинним, але не було в нїм частинок еманациї; они мусїли в наслїдок сильного остудженя сціпенїти. Опісля по огрітю рурки воздух оказував знов активність як вперед; отже частинки еманациї стали знов молекулами ґазовими.

Не менше цікавим є факт, який вказує на велику силу дїланя еманациї. Curie і Debierne удало ся еманацию так як який небудь ґаз зібрати в маленькій скількости і ізолювати в скляній фляшцї. Скло тодї зовсїм почориїло. Се вказує як раз на велику силу еманациї.

Кожда частинка радіоактивного тїла видає еманацию. Навіть з соли раду або тору она витворює ся; однак до воздуха не дістає ся, але громадить ся там в більшій скількости. Коли таку радіоактивну сіль розпустимо в водї, тодї слїдує сильне видїлюванє еманациї, яка нагромадила ся була внутр тїла. Таку еманацию можна вигнати з води або через огрітє послїдної до кипіня, або через перепровадженє воздуха через воду. Нагромаджену еманацию внутр соли можна вигнати також через сильне огрітє.

В р. 1904 хотїли Ramsay і Soddy витворити дуговину еманациї раду. В тій цїли видїлили они еманацию з розчину радового бромаку, який мав в собі 30 *mgr.* чистої соли. По усуненю отже водня і кисня осталась лише якась скількість ґазу, яка давала дуговину безводника угляного, а коли і сей усунено через виморожене

Digitized by Google

плинним воздухом, осталась лише часть еманациї, яка давала в дуговині лінію D_3 характеристичну лише для знаного вже ґазу, а се гелю. По кількоразовім уважнім повтореню сеї проби отримано цілковиту дуговину гелю. В такий спосіб отримана з раду еманация перетворює ся по кількох днях в знаний первень, гель. Маємо ту перетворюване одного первня — раду в другий — гель. Ramsay'ови і Soddy'ому удало ся отриманий гель навіть ізолювати. Новоотриманий первень не оказував вже ніяких слідів радіоактивности. Гель є отже продуктом розкладу раду. Вислідом тим можна пояснити і се, що гель знаходжено досі також в мінералах, в яких знаходить ся уран і тор.

Коли еманация стріне ся з водою, тоді — після досьвідів Ramsay'а, переходить она місто в гель в другий благородний ґаз, а се неон; колиж еманация стріне ся з розтвором сірчану міди, то — як сконстатував Ramsay — еманация переходить в арґон, а останок сірчану міди виказує лінію літу. Сї явища вказивалиби на можливість переміни (трансмутациї) первнів.

Індукована радіоактивність.

Rutherford постеріг, що тіла виставлені на ділане еманациї тору самі стають радіоактивні. Майже рівночасно вислідили те саме Curie на еманациї раду. Явище се називаємо індукованою радіоактивностию. Сила єї зовсім не залежить від природи тіла, яке єї набуває. Папір пр. виставлений на ділане торової або радової еманациї стає так само радіоактивний, як тор і рад, але тілько часово.

Індукована радіоактивність витворює ся передовсім на тілах відємно наелектризованих. Коли еманация находить ся в замкненім начиню, в якім находить ся дріт о відємнім наряді, тоді еманация громадить ся на нім; дріт сей опісля набуває радіоактивности. Явище се вказує, що еманация мусить повставати з додатних частинок (лучів α). Матеріяльні частинки еманациї осідають на тілї, яке трафляють і творять в сей спосіб радіоактивну верству; однак частинки еманациї є так ніжні, що навіть найдокладнійші ваги не з силї були відкрити утрати на вазї радіоактивного тіла анї приросту ваги тіла о індукованій радіоактивности.

Індукована радіоактивність тору ріжнить ся від радової. Активність еманациї тору спадає в протягу мінути до половини своєї вартости; індукована нею однак радіоактивність потребує 11 годин,

Digitized by Google

щоби змаліти до половини. Еманация раду, яка потребує чотирох днів, щоби змаліти до половини, витворює радіоактивність о много слабшу, бо вже по 28 мінутах спадає она до половини.

Індукована радіоакливність еманациї актину, якої вік виносить одну секунду, тревае так само довго, як раду.

Радіоактивність атмосфери і кори землї.

Досліди над індукованою радіоактивностию показали, що наша атмосфера мусить мати в собі частинки еманациї. Воздух не є ніколи добрим ізолятором; листки наелектризованого електроскопу лише якийсь час позістають розхилені, а опісля знов спадають.

Відси можна заключити, що у воздусї мусять бути деякі слїди радіоактивної материї. Elster і Geitel, які займають ся студиями над атмосферичною електричностию, показали, що дійсно атмосфера посїдає в собі якусь часть еманациї, якої сила залежить від барометричного стану воздуха, напряму вітру і т. і. Не лише свобідний воздух тїшить ся сею прикметою, але також і воздух пивниць, печер і т. і. та тим більше, чим глубше сягає в землю.

Послїдна гадка позваляє на здогад, що ся еманация в атмосфері мусить походити з глубин землї. Кора землї є також радіоактивна. Прикмета ся є взагалї дуже скупа, однак деякі знаки промавляють за тим, що кора нашої землї є богата в лучисті первні. Пр.: вульканїчний попіл уживаний під назвою „fango“ до цїлий лїчничих оказав ся лучистим. „Fango“, як се сконстатувано, має в собі дещо раду, але то в дуже малій скількости. Много жерел, а передовсїм теплих як пр. вода з Карльсбаду, з Баден приносять з собою богато еманациї. Навіть опади атмосферичні: сьніг і дощ посїдають певні слїди радіоактивности, яку однак тратять в короткім часї, бо по пів години, що дослїдив Allen.

Теория радіоактивоости.

Прикмети і дїланя лучів радіоактивних тїл вказують на велике жерело енерґії. Лучі α і β є постійним виділюванем ся електричности і материї. Лучі β є то, як ми вже з самого початку зазначили, материяльні корпускули, які несуть з собою відємну електричність, котра мусїла находити ся з додатною в рівновазї в атомі радіоактивного тїла; яко відємні корпускули увільнившись витворюють

Digitized by Google

через се в атомі хемічнім надмір додатних йонів, з яких саме повстає еманация.

Насуваєсь отже тепер питане, відки бере ся та енерґія, яку лучисті тіла постійно з себе висилають? На перший позір здавалоб ся, що се проміньоване тіл без віякої зовнішної причини стоїть в суперечности з законом природи — з засадою захованя енерґії.

Однак ся мнима суперечність дасть ся оправдати. Ріжні були погляди фізиків на сю справу; дадуть ся они звести до двох головних точок, а іменно: деякі уважають лучисті тіла за трансформатори якоїсь незнаної нам енерґії, яку они вглотають в себе, щоби опісля виділити єї на зверх в виді радіоактивної енерґії. Інші знов є сеї гадки, що енерґія радіоактивних первнїв походить з їх внутрішної переміни в атомах.

Після першого погляду належить приняти, що в окружаючім нас просторі з далеких сторін вселенної пливе постійно якась незнана нам близше енерґія, що переходить через всї тіла крім лучистих. Послїдні вглотають єї, щоби замінити єї в лучі Бекереля. Сей здогад видаєсь так правдивий, що годї єму заперечити, але й досить тяжко доказати. Тому як раз мусимо єго залишити, а приняти другий, що енерґія лучиста лежить у внутрішній переміні атомів радіоактивних первнїв. Після сего погляду атом се не одиниця неподільна, але противно, се тіло, яке дасть ся розложити на праатоми, з яких він колись повстав. Сю гадку виповів перший Crookes в р. 1889, а опісля і I. I. Thomson [1]). Атом представляєть ся отже яко уклад електронів в рівновазї. А що електрони всї мають відємний наряд, отже відпихалиб ся тілько взаїмно, а нїколи не моглаби наступити рівновага; тому мусить бути якась сила, яка рівноважить відємну електричність електронів. Атоми мусять крім відємного наряду електронів посїдати ще і додатну електрічність. О вигляді, як пише I. I. Thomson, в якім додатна електричність виступає, знаємо на разі дуже мало. До нинї не удалось єще викрити корпускулів о додатнім нарядї, меньших що до маси від атому водня (лучі α і ситові). Поки що не знаємо, як виступає електричність в атомі, приймаємо лише за I. I. Thomson'ом, що додатна електричність є рівномірно розміщена в кулї, в якій пливають електрони; додатна електричність притягає електрони до середини, наколи взаїмне відпихане послїдних старає ся їх як найдальше від середини

[1]) I. I. Thomson: Elektricität u. Materie 1904; I. I. Thomson: Korpuscularthe-orie der Materie 1908. Оба переводи з англійского через Siebert-a.

Digitized by Google

віддалити. Електрони укладають ся отже на вершках многокутника вписаного в кулї.

Коли атом складає ся з одного електрону, то він уставить ся в серединї кулї, а коли він складає ся з двох електронів, то вони уставлять ся в прямій напротив себе. Три електрони уложать ся на вершках рівнобічного трикутника, чотири на вершках квадрату, або один в серединї а три на вершках рівнобічного трикутника; пять електронів осяде на вершках пятикутника рівнобічного або чотири на вершках квадрату, а один в серединї і т. д. Наколи в атомі має бути більше електронів, тодї утворять они многокутники співосередні, часом з одним або двома електронами в серединї. Повстануть в сей спосіб електронові перстенї. До такого укладу електронів в атомі дійшов проф. Мауер при помочи малих маґнетів пливаючих у водї.

Електрони в атомі можуть находити ся або в стані спочинку, або в станї руху, відбуваючи оборот около точки осередочної. Приймаючи другий случай, мусимо приняти також і силу відосередну, яка старає ся електрони як найдальше відсунути від осередка. Віддалене електрону від осередочної точки буде залежати лише від скорости оборотової. Чим більша буде ся скорість, тим дальше відлетить електрон від осередка кулї, аж може дійти до границї скорости, при якій електрон найде ся на поверхнї кулї. Дальший зріст скорости спричиняє, що електрон буде порушати ся на поверхнї кулї та в кінци зовсїм може ся від неї відорвати. Щоби однак ніякий електрон не вийшов поза поверхню кулї, тому мусить бути якась скорість критична, якої електрони не повинні переступити, наколи має заховати ся стан рівноваги. Колиж електрони у своїм руху оборотовім коло осередка кулї переступлять сю скорість, на що треба мілїонів лїт часу, тодї слїдує немовби яка експльозия, в наслїдок якої росте енерґія кінетична електронів, а маліє енерґія потенцияльна укладу в атомі. Енерґія кінетична електронів може бути так велика, що може їх зовсїм від укладу відірвати. Атом отже буде висилати енерґію кінетичну коштом енерґії потенцияльної, яку він набув при своїй ґенезї. Тїла радіоактивні є якраз такі, яких атоми находять ся в описанім повисше станї. Енерґія кінетична атомів лучистих обявляє ся в висиланю лучів.

Кінетична енерґія лучів радіоактивних тїл мусить бути нераз більшою від енерґії потенцияльної атому. Вперед вже ми згадали, що йонїзация ґазів, се розкад его атомів на відємні електрони і додатні йони. Але атом невтральний представляє якийсь досить вели-

Digitized by Google

ків засіб енерґії потенцияльної. Щоби отже розділити єго на йони, треба ужити якоїсь праці більшої від енерґії потенцияльного атому. Тоді слідує розклад атому на йони, які набувають великої енерґії кінетичної коштом енерґії потенцияльної свого атому.

Після Rutherford'a і Soddy-го радіоактивний атом о якійсь енерґії потенцияльній переміняє ся дуже поволи в атом іншого первня, але вже о меньшім засобі потенцияльної енерґії, який ще шле лучисту енерґію. З часом знов сей первень перетворює ся в другий, який вже не оказує ніякої лучистости. Дійсно удало ся їм відділити хемічно з тору часть *ThX* сильно активну та часть неактивну *Th*. Лучистість *ThX* спадає поволи, а тору *Th* зрастає і осягає знов первісну активність; тоді *ThX* тратить зовсім свою активність і заміняє ся в якийсь продукт тору вже неактивний. Час, в якім радіоактивність тору *ThX* спаде до половини початкової вартости, рівнає ся часови, якого потребує неактивний *Th* для відзисканя половини своєї лучистости. — З неактивної части можна знов відділити способами хемічними *ThX* від *Th*, який знов переміняє ся в субстанцию вже не радіоактивну.

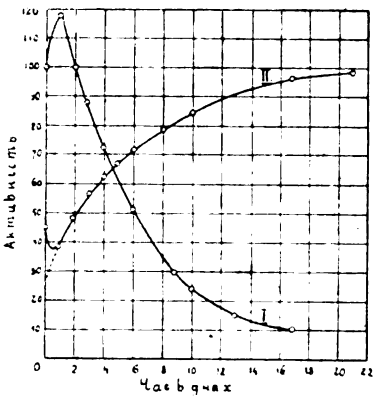
Crookes-ови і Becquerel-еви удало ся розділити уран на часть радіоактивну *UrX* і неактивну *Ur*. З часом *Ur* стає ся знов активний, а з него дасть ся знов відділити *UrX* і *Ur*; процес сей можнаби повторити кілька разів. Зазначити однак треба, що та скількість, яка улягає переміні є так мала, що лучистість тору, як взагалі інших первнів, належить після нашого поділу часу уважати за постійну.

Коли *ThX* уважати-мемо за рід материї, то в ніякий інший спосіб не дасть ся се пояснити, як тілько сим, що тор *Th* переміняє ся в *ThX*, бо щоби оказати, що *Th* є в станї творити *ThX*, годі нам приняти при нинїшнім станї науки. — Принимаючи *ThX* за властивий собі рід материї, приймаємо тим самим, що первень може улячи повільній переміні, яку називаємо радіоактивною переміною. Се є вихідною точкою цїлої теориї розкладу атомів, яко причини радіоактивности. — Коли се можливе, що один первень може через мілїони лїт улячи переміні, тоді легко пояснити явище радіоактивности.

Rutherford і Soddy вказали відношенє, яке заходить між скоростию, з якою активність тору *ThX* спадає, а скоростию, з якою часть неактивна *Th* відзискує радіоактивність. Результати їх ґрафічно представляють ся так: Коли возьмем за віс x-ів час, а за

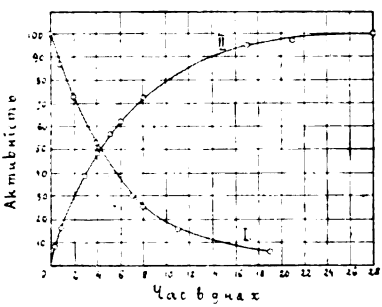
Digitized by Google

віс y-ів активність, тоді крива I. (фіґ. 20.)[1]) представляє спад активности ThX а крива II. приріст тоїж части неактивної Th аж до єї вартости найбільшої.



фіґ. 20.

Цікаве заховане представляють обі субстанциї в першім дни. Активність тору ThX зачинає ся на рисунку від 100; з початку она росте, але лише в першім дни, опісля зачинає малїти і сей стан тревае дальше. Активність ThX малїє після кривої виложничої, як се окаже ся низше з рахунку; активність знов тору Th в першім дни малїє, а опісля росте. Невтральність в першім дни полягає в тім, що тор Th посїдає свою невіддїльну активність. По відкиненю неправильностий крива II. дає (фіґ. 21.) образ відзисканої радіоактивности тору Th, яка від початку до кінця виносить 100. Крива I. подає нам заховане ся активности тору ThX в такім самім проценті і в тім самім часї.



фіґ. 21.

Бачимо отже, що радіоактивности неактивної части тору Th прибуде в якімсь часї саме тілько, скілько змалїє активність у тору ThX. Назвім початкову активність ThX через I_0, а активність по часї t через I_t а maximum осягненої активности через i_∞, тодї:

$$\frac{i_t}{t_\infty} = \frac{I_0 - I_t}{I_0} = 1 - \frac{I_t}{I_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

Досьвідом викрито, що лучистість ThX спадає в ґеометричній проґресиї з часом, а іменно по 4 днях до половини, по 8-ох до $^1/_4$, і т. д., своєї початкової вартости. Рівнанєм означить ся се так:

$$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\lambda t} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

де λ є постійною, а e основою натуральних льоґаритмів. Позаяк для тору ThX: $\frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{2}$ в часї 4 днїв або 345.10^3 *sec.*, то $\lambda = 2.10^{-6}$ (причім час числимо в секундах). По вставленю (2) в (1) дістанемо:

[1]) Повисші рисунки (фіґ. 20. і фіґ. 21.) взяті з книжки Rutherford'a ст. 231, 232.

Digitized by Google

$$\frac{i_t}{i_\infty} = 1 - e^{-\lambda t}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

яко виражене на відзискану з часом активність тору *Th*.

Закон спаду радіоактивности після кривої виложничої для *ThX* відносить ся до всїх радіоактивних субстанций. Знані є субстанциї з характеристичними спадами активности від кількох секунд до мілїонів лїт, які заховують ся після висше згаданого закона. На скорість спаду активности не впливають анї хемічні, анї фізичні дїланя. — Сочинник λ називаємо постійною радіоактивною або лучистою; она є для кождої субстанциї інша і виступає яко характеристика тої субстанциї.

Те саме, що ми сказали про активність тору, можна примінити в такий самий спосіб до урану. Спад активности *UrX* і відзискуване єї через *Ur* відбуває ся рівнож після ґеометричної проґресиї; однак активність *UrX* не спадає, як тору *ThX* в 4 днях до половини, але в 22 днях. Коли час числити-мемо в секундах, то $\lambda = 3.6.10^{-7}$.

Повставане тору *ThX* з означеної скількости *Th* з якоюсь постійною скоростию в данім часї позваляє заключати, що якась скількість атомів тору *Th* в одиниці часу перетворює ся в тор *ThX*, а при тій переміні слїдує висилане лучів α. Зовсїм очистити тор зі своєї радіоактивности є неможливим, хотьби єго піддали яким хемічним процесам. Тор отже мусить посїдати якусь невідлучну лучистість, а те саме доказано також для урану і раду, а можна також піти в тім дальше і сказати, що всї радіоактивні первні мусять посїдати невідлучну активність.

Атом перемінає ся в інший о меншій енерґії потенцияльній через висилане лучів; з чого слїдує, що лучиста материя мусить малїти в своїй скількости. Для слабо радіоактивних елементів, як уран і тор, сего в нашім подїлї часу годї зауважити, позаяк переміна не є сильна, згадані отже первнї видають ся нам зовсїм постійними. Продукти однак їх розкладу *UrX* і *ThX*, які з них повстають, є дуже скупими. Коли сї незначні скількости материї висилають значну скількість лучів, тому мусять они о много скорше перемінятн ся від своїх праелементів та тому активність їх скоро малїє.

Лучистість отже субстанциї в висшім степени активної мусить скоро малїти; чим скорше она спадає, тим сильнїйше стає радіоактивною субстанция. Активности для *ThX* та *UrX* характеризує рівнане

$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\lambda t}$, причім I_t, I_0 λ, t, задержують своє попереднє

Digitized by Google

значінє. — Відношенє $\frac{I_t}{I_0}$ можемо заступити через $\frac{n_t}{n_0}$, наколи n_t означає скількість атомів субстанциї, яка в часї t на одиницю часу переміняє ся, а n_0 вартість початкову сего числа. Отже:

$$\frac{n_t}{n_0} = e^{-\lambda t}.$$

Назвім N_0 всю скількість атомів субстанциї, а N_t скількість атомів, яка не улягла переміні; тодї:

$$N_t = \int_t^\infty n_t \, dt = \frac{n_0}{\lambda} e^{-\lambda t}$$

а:

$$N_0 = N_t \text{ (коли } t = 0),$$

отже:

$$N_0 = \frac{n_0}{\lambda}$$

або:

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t}.$$

Через ріжничкованє дістанемо скорість, з якою зміняє ся первісний систем атомів, а іменно:

$$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t.$$

Коли скількість висланих лучів є мірою для скількости атомів систему, який улягає змінї, то скількість атомів, яка переміняє ся, малїє також після ґеометричної проґресиї. Скількість атомів, яка улягає радіоактивній переміні, є все пропорціональна до скількости атомів, які не переміняють ся. Коли маємо N_t атомів якоїсь лучистої субстанциї, то в 1 *sec.* переміняє ся λN_t атомів, причім λ означає радіоактивну постійну сеї материї. З поданих чисельних вартостий для λ для ThX і UrX оказує ся, що в 1 *sec.* переміняє ся $\frac{1}{500000}$ атомів тору ThX, а $\frac{1}{3000000}$ UrX.

Такі атоми, що улягають радіоактивній переміні, що заховують лише через час свого ограниченого істнованя свої характеристичні, хемічні і фізичні прикмети, та що рівночасно з проміньованєм, отже з висиланєм α і β лучів переміняють ся, назвали Rutherford і Soddy **метаболями** (Metabole). Кождий такий метаболь мусить посїдати якийсь пересїчний вік. Коли N_0 є скіль-

Digitized by Google

кість початкова атомів, а N_t скількість метаболів, які ще в часї t не улягли переміні, тодї отримали ми:

$$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t,$$

λ отже рівнає ся дробови метаболів, який в одиницї часу переміняє ся.

Відворотність єго $\frac{1}{\lambda}$ буде нїчим іншим, як тілько пересїчним віком метаболю даної субстанциї. Що дїйсно так є, дійдемо до сего таким розважанєм: Возьмім під увагу якись час t і в нїм якусь ґрупу атомів; число атомів, яке улягає зміні в дуже короткім інтервалї часу dt, рівнає ся після попередних рівнань $\lambda N_t dt$ або $\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$. Кождий метаболь сеї ґрупи посїдає вік t. Однак маємо взагалї N_0 атомів, так, що для пересїчного віку всїх дістанемо:

$$\int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}.$$

В сей спосіб дійшли ми до пересїчного віку метаболів.

Метаболї радіоактивних елементів ріжнять ся від атомів звичайної материї через свою надзвичайну малу постійність або іншими словами, они улягають скоро переміні. Активність субстанциї є признакою єї постійного розкладу. Рад висилає лучі α, яких маса є атомової величини і лучі β електронові, які вказують на внутрішне бомбардованє єго атомів-метаболів. Постійність переміни препарату раду лежить в тім, що коли одна часть перестане бути радіоактивна, тодї з матерного материялу повстає нова, яка знов промінює. Така переміна, як Rutherford і Soddy показали, відбуває ся з такою самою скоростию, без огляду на се, чи части розкладаючі ся є в сумішцї з нерозкладаючими ся, чи відлучені.

Крім лучів витворює рад еманацию (exradio), яка по 4 днях перетворює ся в інший первень, а іменно в ґаз благородний гель. Так як тягар атомовий раду є 225, а гелю 4, то з сего можна вносити, що увільнені електрони атому о висшій енерґії потенцияльній ґрупують ся знов в атом о далеко меньшій енерґії потенціяльній.

З цїпких продуктів розкладу раду маємо нинї також цїлий ряд. Як знаємо, еманация раду осїдає на тїлах цїпких, спричиняючи в сей спосіб індуковану радіоактивність. Після теориї розпаду атомового активність ся походить з сего, що еманация розпадає ся знов в іншу радіоактивну субстанцию, яка осїдає на сусїднім тїлї. Сей

Digitized by Google

продукт переміни раду названо радом *A* (*RaA*). Дальше показало ся, що він знов перетворює ся знов в рад *B* (*Ra B*) і т. д. аж до букви *F* є знані продукти розкладу раду.

Субстанциї сї однак хемічно представити ся не дадуть; їх можна отримати тілько через постійний розклад раду. В сей спосіб отримує ся їх в так малій скількости, що годї їх розріжнити під зглядом хемічного характеру. Навіть спектральна аналїза відмовляє своєї помочи в сїм случаю. Лише через їх радіоактивність можна їх схарактеризувати. Відріжняють ся они між собою висиланєм поодиноких типів лучів, а по друге своїм віком. Низше подана таблиця[1]) подає нам продукти розкладу раду.

Продукт		λ (*sec*)$^{-1}$	*t*	лучі	Хемічні та фізичні цїхи
Рад		—	1300 лїт	α	Посвояченний хемічно з баром
↓					
Еманация		$2{\cdot}1.10^{-6}$	3·8 днів	α	Ґаз безвладний о високім тягарі молекулярнім. Температура конденсациї — 150° *C*.
↓					
Ra A	Скоро розпадаючі ся продукти	$3{\cdot}85.10^{-3}$	3 мінути	α	
↓					
Ra B		$5{\cdot}38.10^{-4}$	21 „	—	Продукти розкладу еманациї; концентрують ся на катодї. Розпускають ся в сильних квасах. *Ra B* улетучує ся при *circa* 700° *C*; *RaA*, *RaC* при 1000° *C*.
↓					
Ra C		$4{\cdot}13.10^{-4}$	28 „	α, β, γ	
↓					
Ra D	Поволи розпадаючі ся продукти	—	*circa* 40 лїт	—	Розпускає ся в квасах, улетучує ся при 1000° *C*.
↓					
Ra E		$1{\cdot}3.10^{-6}$	6 днів	β, γ	Не улетучує ся при 1000° *C*.
↓					
Ra F		$5{\cdot}610^{-8}$	143 дни	α	Видїляє ся з розтворів на візмутї. Подібні свійства оказує, як польон і радіотелюр — улетучує ся при 1000° *C*.
↓					
?					

[1]) Повисшу таблицю, як і слїдуючі можна знайти в зацитованій книжцї Rutherforda стор. 464.

Digitized by Google

Послідний продукт розкладу раду *RaF* є після Rutherforda нічим іншим, як тілько польоном. Природа однак самого польону досі еще не знана; не знаємо анї єго дуговини, анї єго тягару атомового. Можна о нїм хиба се певне сказати, що він є послідною частию розкладу сильно радіоактивних первнїв. Дальші части розкладу польону оказались неактивними. Нинї приймають, що польон по випроміньованю переміняє ся в візмут о тягарі атомовім 208,5 або олово 206,8, зачим промавляє також ся обставина, що згадані первні виступають так богато в радіоактивних мінералах.

Коли польон мавби замикати ряд продуктів розкладу, то не можна однак сказати, що рад мавби бути початком сего ряду. Рад самий є також продуктом розкладу; на се вказує цїлий ряд дослідів. Здає ся, що уран, якого тягар атомовий є найбільший, є прадідом (parent element) всїх радіоактивних первнїв. Однак лише один продукт єго розкладу є знаний, а іменно *UrX*.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні та хемічні цїхи
Уран	—	—	α	Розпускає ся в вугляні амоновім.
↓				
UrX	$3{\cdot}6.10^{-7}$	22	β, γ	Розпускає ся у водї і етері.
↓				
?	—	—	—	

За тим, що рад мусїв повстати з урану, промавляє ся обставина, що рад находить ся все в товаристві урану, а дальше, що відношенє скількости раду до урану оказалось у всїх радіоактивних мінералах постійне, а іменно одна часть раду припадає все на мілїон частий урану. Після теориї розпаду радіоактивні мінерали мусять бути вже досить старими та якраз тому находять ся они в станї розпаду. З урану, по переходї многих посередних продуктів, нинї не знаних повстає рад, який мілїон разів перевисшає радіоактивностию уран та мусить тілько само разів скорше розпадати ся. Коли отже перемінить ся одна частина раду, тодї на єї місце приходить мілїон частин урану. Рад позістає отже в відношеню до урану, як 1 : 1000000, що доказали Strutt і Boltwood. Розклад однак

Digitized by Google

раду слїдує так поволи, що після нашого подїлу часу треба уважати єго за постійний.

Soddy-ому удалось доказати безпосередне повставанє раду з урану. Він очистив 1 *kg* азотану урану зовсїм від всяких слїдів раду; можна се було пізнати по тім, що еманация раду зовсїм зникла. По $1^1/_2$ роках спостеріг Soddy знов еманацию радову. Скількість сеї еманациї оказалась о много меньша від скількости обчисленої. Незгідність сю можна пояснити тим, що не бралось під увагу постепенних продуктів розкладу, а дальше, що сїрчан раду затримує також часть еманациї.

Що до слабо радіоактивного тору, то з огляду на єго тягар атомовий 232 належить єго умістити між ураном а радом. Тор мабуть повстав перед віками так само, як рад з урану. Не находить ся він однак все в товаристві урану в радіоактивних мінералах і тому вартість відношеня скількости тору до урану не є постійна.

Тор, як Rutherford і Soddy оказали, переміняє ся в *ThX*, який висилає еманацию. Крім *ThX* знані ще інші продукти розкладу тору *ThA*, *ThB* і *ThC*.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні і хемічні цїхи.
Тор *(Th)*	—	—	α	Нерозпускає ся в амоняку.
↓				
ThX	2.10^{-6}	4 дни	α	Розпускає ся в амоняку і водї.
↓				
Еманация	$1{\cdot}3.10^{-2}$	53 *sec.*	α	Безвладний ґаз; температура конденсациї — 120° *C.*
↓				
ThA	$1{\cdot}74.10^{-5}$	11 годин	—	Повстають яко розпади еманациї; осїдають на катодї: розпускають ся в сильних квасах.
↓				
ThB	$2{\cdot}2.10^{-4}$	55 мінут	α, β, γ	
↓				
ThC	?	?	„	?
↓				
?				

Digitized by Google

Після послїдних дослїдів O. Hahn-а тор лише завдяки субстанциї радіотор є активний. Материю сю відкрив недавно Hahn з мінералу торіолїту. Радіотор посїдає ту саму радіоактивну постійну λ і ті самі продукти розкладу, що тор *Th*; ріжниця лише полягає в тім, що радіотор є 500000 разів сильнїйше активним, чим уран; вік єго виносить $t = 10^9$ лїт. Радіотор належить уважати за перший продукт тору та умістити єго між тором *Th* а *ThX*. Тягар атомовий мусить бути малощо меньший від тору 232.

Де саме умістити актин в ряді розкладу первнів, наразї годї сказати, так як не знаємо єго тягару атомового; продукти однак єго розкладу є знані, они повстають подібно, як продукти тору.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні та хемічні цїхи
Актин (*Ac*)	—	—	нїякі	Нерозпускає ся в амоняку.
↓				
AcX	$7{\cdot}8.10^{-7}$	10·2 дня	α, (β?)	Розпускає ся в амоняку.
↓				
Еманация	0·7	3·9 *sec*	α	Заховує ся яко ґаз. Продукти еманациї; осїдають на катодї в поли електричнім. Розпускають ся в амоняку і сильних квасах. Улетучують ся при 1000° *C*. *AcA* і *AcB* через електролїзу дадуть ся від себе віддїлити.
↓				
AcA	$3{\cdot}2.10^{-4}$	36 мінут	нїякі	
↓				
AcA	$3{\cdot}2.10^{-3}$	2·15 мінут	α, β, γ	
↓				
?	?	?	?	

Emanium — ґаз радіоактивний відкритий через Giesel-а і Debierne-а є ідентичним первнем з актином, як се доказав проф. Ґодлевский. До сего ряду розпаду актину зачислити ще треба продукт радіоактин відкритий O. Hahn ом і умістити єго між актином *Ac* і *AcX*. Радіоактин шле лучі α, наколи сам актин не висилає нїяких лучів.

Digitized by Google

Так отже з урану — прадїда всїх первнїв повстав колись перед мілїонами лїт тор, актин, а опісля рад, якого ряд продуктів розкладу замикає польон. Тягар атомовий всїх тих первнїв перевисшає 200. З відси належить вносити, що уклад електронів в атомі сих первнїв не находить ся в рівновазї; атоми їх переходять в інші о більше постійній рівновазї. Насуваєсь тепер питанє, чи атоми лекших первнїв не є також метаболями, але в меньшій скількости. Цїхи материї є прецїнь спільні, а ріжницї заходити можуть лишень в скількости. Не тілько високоатомові первнї розпадають ся, але також і лекшеатомові; є се загальною цїхою материї. Mc. Lennan і Burton доказали експериментально, що всї субстанциї, а передовсїм металї оказують слабі слїди радіоактивности (лучі α у металїв). Послїдне стоїть в зьвязи з тим, що йонїзация ґазів в замкнених начинях залежить від природи стін посуди. Можливе, що деякі субстанциї розпадають ся також, але так як они не висилають лучів Becquerel-a, тому не звернено на них ще уваги.

Радіоактивність мусить бути отже загальною цїхою материї. Як колись вся материя повстала з праатома-електрону, так прийде час, що она в него обернеть ся, однак на се потрібно мілїонів лїт.

При писаню повисшої працї поміг менї неодною вдатною увагою, передовсїм в термінольоґії, проф. Др. Володимир Левицький, за що складаю Єму отсим сердечну подяку.

Львів, в лютім 1909.

Digitized by Google

Замітки до рівнань моно- і бімолекулярної хемічної кінетики.

написав

Др. Юліян Гірняк.

(Реферовано на засіданю мат.-прир.-лїк. секциї дня 10. червня 1909).

Коли розглянемо ся по величезнім експериментальнім матеріялї, нагромадженім дотепер в хемічній кінетицї, а з другої сторони розважимо, що цїлий засіб назбираних відомостий відносить ся ледви до найпростїйших моно- і бімолекулярних типів перемін*), та що реакций постепенних (посередних) перестудиовано розмірно дуже мало, або що радше ту і там ледви найперші початки пороблено, то прийдемо до пересьвідченя, що все дотепер виконане є майже нїчим супроти безлїчи питань і проблемів, які дальше без кінця висувають ся. Та тут може виринути еще одно важне питане. Чи цїла нова область фізикальної хемиї удержить ся і на дальше на тім самім степени заінтересованя, на який вспіла взнести ся відразу по своїм народженю? Бо годї думати, щоби без надзвичайного пієтизму дали ся перевести незлїчимі працї, яко відповіди на виринаючі проблеми. Саме визначене сталого сочинника скорости реаґуючих субстанций, який безусловно належить до цїкавих, питомих характеристик поодиноких хемічних індивідуів, не представляє нинї такого інтересу як давнїйше. Єго незвичайна, а передовсїм ріжнородна зависимість від буквально кождої фізичної і хемічної обставини, робить бодай чим раз більше проблематичною цїлу ролю, яка єму мала би припасти в будучій науцї про хемічне свояцтво.

---

*) Чим висшемолекулярні возьмемо реакциї, тим степенно меньше студиовані.

Digitized by Google

Як можна би нині предвиджувати по найновійших клясичних працях проф. Нернста, в сій науці буде рішати майже головно хемічна статика. Наколиж станемо на становиску, що хемічна кінетика має за виключну ціль осьвітляти самий механізм процесів, то безусловно треба виходити поза звичайні моно- і бімолекулярні процеси і брати ся за скомплїковані постепенні реакциї. Тоді однак вирине поважна перешкода, яку найлїпше сформулувати словами А. Раковского*), що цілий дальший в тім напрямі поступ хемічної кінетики замикає „слїпа" математична „вулиця".

До тої консеквенциї приходить А. Раковский вже на підставі мономолекулярних постепенних реакций, яких ріжничкові рівнаня дають ся навіть дуже легко з'інтеґрувати. Що-ж доперва треба би сказати про висшемолекулярні процеси, для яких інтеґрация ріжничкових рівнань є справді дуже трудна, та для яких в цілій літературі не можна найти ні одного інтеґралу, навіть для найпростійших типів хемічних процесів. Експериментальні проби O. Knoblauch'a**) і W. Federlin'a***) обминати сї трудности показали ся так утяжливими, що дальше видобуванє поодиноких сочинників скорости справді не може оплатити ся в виду висше назначеної їх вартости в свояцтві.

О скілько се нині можна оком обіймити, всї подібно скомплїковані реакциї дають ся представити ріжничковими рівнанями зведеними до лїнїового типу, або, о скілько посередність обмежимо до одного лиш степеня, до дворядної форми:

$$F\left(\frac{d^2y}{dt^2}, \frac{dy}{dt}, y\right) = 0.$$

Самі вже однак лїнїові форми рівнань заключають в собі теоретично безчисленні типи фізикальних феноменів, між якими очивидно можуть найти ся такі, що можуть мати першорядне значінє для хемічної „механїки" процесів. Проф. Wegscheider натрафив вже при своїх рахованях на звісні парадоксони, які вказують на колїзию між заложенями термодинаміки і хемічної кінетики. В моїй попередній розвідцї виказав я можливість періодичних реакций в однороднім системі вже при найпростійших мономолекулярних процесах. Очивидна річ, дальші чисто рахункові студиї могли би довести до предвидженя неодного, може і дуже важного типу феномену.

---

*) Zeitschrift f. physik. Chemie. том 57 стор. 321. — Kinetik der Folgereaktionen erster Ordnung.

**) Zeitschrift f. phys. Chem. B. 26. 1898. 96.

***) W. Federlin. Zeitschr. f. phys. Chem. B. 41. 1902. 565. 565. Die Reaktion zwischen Kaliumpersulfat, HI und H_3PO_3.

Digitized by Google

До того однак видає ся менї конечною річею, культивувати попри експеримент і рахункову, хочби чисто „теоретизуючу“ сторону проблему, яку загал хеміків або мовчки або навіть нерадо приймає. Прецїнь майже перед кождою поважнїйшою експериментальною працею находить ся в публїкациях широка дискусия рівнань, змодифікованих незначно в приміненю до досліду, в яких остаточно „теоретично“ нїчого нового не подає ся. Є і такі працї, де по обємистих виложенях системів рівнань подає ся при кінци, що „на жаль“ вони не дають ся розвязати, і тому цїла експериментальна сторона відносить ся лиш до тої а тої частини. Виходило би з того, що хеміки дуже радо подавали би в математичній шатї свої досліди, бо воно так красше представляє ся. Менї однак здає ся, що специяльно на сїй области треба би конче приложити ся також і до часто рахункової сторони, щоби подекуди не лиш улекшити, але іноді і уможливити дальший поступ.

Низше подаю декілька результатів, до котрих я вспів прийти такою роботою продовжаючи студиї зазначені в моїх двох попередних розвідках. З початку опишу наглядну методу уставлюваня ріжничкових рівнань в деяких загальних случаях, додаючи деякі замітки. Відтак хочу звернути увагу, що мономолекулярні постепенні системи, які А. Раковский*) і Е. Абель**) рахунково обробили, дають ся при деяких обмеженях розтягнути на довільне число бічних реакций та що при тім інтеґрация не є зовсїм утруднена. Наконець подам два прості приміри з области бімолекулярних процесів, в яких інтеґрация не є так проста, але все таки дає ся перевести.

I.

Найзагальнїйше рівнанє хемічної кінетики в однороднім системі дає ся написати після схемату Оствальда:

$$\left.\begin{array}{lll} n_1M_1+n_2M_2+n_3M_3+\ldots & \longrightarrow & \alpha_1M_1+\alpha_2M_2+\alpha_3M_3+\ldots \\ o_1M_1+o_2M_2+o_3M_3+\ldots & \longrightarrow & \beta_1M_1+\beta_2M_2+\beta_3M_3+\ldots \\ p_1M_1+p_2M_2+p_3M_3+\ldots & \longrightarrow & \gamma_1M_2+\gamma_2M_2+\gamma_3M_3+\ldots \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots & & \ldots \quad \ldots \end{array}\right| \quad (1).$$

*) Гл. висше.

**) Zeitsch. f. phys. Chemie B. 56. 558. 1006. Über einen besonderen Fall von Stufenreaktionen.

Digitized by Google

Поодинокі M_1, M_2... і т. д. означують тут хемічні субстанції, які входять в процес. Стрілки означують тут напрям реакциї, n, o, p, α, β, і т. д. є молекулярними факторами, ліві сторони символізують зникаючий, а праві новоповстаючий склад систему. Цілі поодинокі вірші уважає Оствальд за одноцільні т. зв. гильотропові одиниці, і означує їх по порядку x, y, z, і т. д. Тоді скорість реакциї зазначеної першим віршом можна виразити через $\frac{dx}{dt}$, в другім $\frac{dy}{dt}$, і т. д. Означім тепер зменьшеня концентраций поодиноких M_1, M_2, M_3 відповідно через ξ_1, ξ_2, ξ_3 і т. д., то стехіометрична звязь виразить ся туть обовязуючими рівнанями:

$$\left.\begin{array}{l} \xi_1=(n_1-\alpha_1)x+(o_1-\beta_1)y+(p_1-\gamma_1)z+\ldots \\ \xi_2=(n_2-\alpha_2)x+(o_2-\beta_2)y+(p_2-\gamma_2)z+\ldots \\ \xi_3=(n_3-\alpha_3)x+(o_3-\beta_3)y+(p_3-\gamma_3)z+\ldots \\ \ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots\quad\ldots \end{array}\right\} \ldots \qquad \text{(II)}.$$

Возьмім тепер найпростійшу переміну:

$$M_1 \xrightarrow{k_1} M_2$$

концентрацию M_1 на початку переміни приймім A_1, а для M_2 $A_2=0$. Ту буде на основі систему (I)

$$n_1=\alpha_2=1$$

$$n_2=n_3=\ldots=o_1=o_2=\ldots=\alpha_1=\alpha_3=\beta_1=\beta_2=\ldots=\gamma_1=\gamma_2=\ldots=0$$

а заразом на основі систему (II)

$$\xi_1=x,\ \xi_2=-x.$$

Закон активности маси примінений до кінетики дає тут на скорість процесу

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-\xi_1)$$

або на основі попередного, одержуємо також рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=k_1(A_1-\xi_1),\quad \frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1).$$

Перша ріжничкова реляция веде до інтеґралу:

$$\xi_1=A_1\left[1-e^{-k_1t}\right]$$

яким заразом і ξ_2 є визначене на основі $\xi_1=-\xi_2$.

Digitized by Google

При реакциї

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "k_1"] \arrow[d, "k_2"'] & M_2 \\ M_3 & \end{tikzcd}$$

маємо слїдуючі відношеня:

$$n_1 = o_1 = \alpha_2 = \beta_3 = 1, \quad n_2 = n_3 = \alpha_1 = \alpha_3 = o_3 = \beta_1 = \beta_2 = 0.$$

Означивши через x, y сї гильотропові одиниці, до яких відповідно відносять ся чинники k_1, k_2, прийдемо на основі системів (I) і (II) до

$$\xi_1 = x + y, \quad \xi_2 = -x, \quad \xi_3 = -y.$$

Анальоґічно, як в попереднім випадку, приходимо до ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1 + k_2)(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -k_1(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(A_1 - \xi_1)$$

Возьмім тепер дальшу бічну переміну типу:

$$\begin{tikzcd} M_4 & M_1 \arrow[l, "k_3"'] \arrow[r, "k_1"] \arrow[d, "k_2"] & M_2 \\ & M_3 & \end{tikzcd}$$

Тодї так само прийдемо до ріжничкових рівнань:

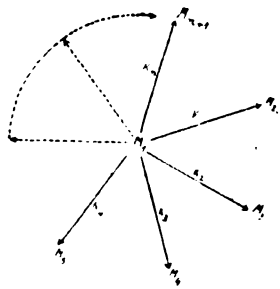
$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1 + k_2 + k_3)(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -k_1(A_1 - \xi_1), \quad \frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt} = -k_3(A_1 - \xi_1).$$

Digitized by Google

Але і найзагальнійший тип бічних перемін, який можна зазначити символічно:



дає ся дуже легко перекласти в систем ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1 + k_2 + \ldots + k_n)(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -\, k_1(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -\, k_2(A_1 - \xi_1)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\frac{d\xi_{n+1}}{dt} = -\, k_n(A_1 - \xi_1)$$

для яких інтеґрали дуже легко визначити, а іменно буде тут:

$$\xi_1 = -\, A_1\left[e^{-\Sigma k.t} - 1\right]$$

$$\xi_2 = \frac{k_1 A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t} - 1\right]$$

$$\xi_3 = \frac{k_2 A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t} - 1\right]$$

$$\ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots$$

$$\xi_{n+1} = \frac{k_n A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t} - 1\right]$$

коли Σk напишемо замість $k_1 + k_2 + k_3 + \ldots + k_n$.

З тих чотирох примірів можна тут вивести слідуючу загальну правильність:

Для мономолекулярних бічних процесів, що виходять з *одної* центральної субстанциї уложене і з'інтеґроване ріжничкових рівнань

Digitized by Google

не представляє ніяких трудностий. Скорість зменьшуваня концентрациї кождої в гру входячої субстанциї дає ся представити тількочленним виражеєм, кілько реакцийних стрілок комунікує з нею в реакцийнім символї. Також і що до альґебраїчного знаку кождого члена кидає ся в очи проста правильність, але стараймо ся провірити єї вперед і на иньшетипових загальних перемінах.

Возьмім тепер реакцию такого типу:

$$\begin{array}{ccc} M_1 & \xrightarrow[x]{k_1} & M_2 \\ k_2 \Big\downarrow y & & k_3 \Big\downarrow z \\ M_3 & & M_4 \end{array}$$

Тут будемо мати такі вартости на молекулярні фактори:

$$n_1 = \alpha_2 = o_1 = \beta_2 = p_3 = \gamma_4 = 1.$$

Всї иньші є зерами. З того слїдує:

$$\xi_1 = x + y,\ \xi_2 = -x + z,\ \xi_3 = -y,\ \xi_4 = -z.$$

Гильотропові зміни дають ся представити рівнанями:

$$\frac{dx}{dt} = k_1(A_1 - x - y)$$

$$\frac{dy}{dt} = k_2(A_1 - x - y)$$

$$\frac{dz}{dt} = k_3(A_2 + x - z)$$

а концентрацийні зміни ріжничковим системом:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1 + k_2)(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = k_3(A_2 - \xi_2) - k_1(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt} = -k_3(A_2 - \xi_2)$$

якого інтеґрация не представляє ніяких трудностий.

Digitized by Google

Зовсім подібно буде для типу:

$$\begin{tikzcd}
M_5 & M_1 \arrow[l, "k_4", "u"'] \arrow[r, "k_1", "x"'] \arrow[d, "k_2", "y"'] & M_2 \arrow[d, "k_3", "z"'] \\
 & M_3 & M_4
\end{tikzcd}$$

$$n_1 = \alpha_2 = o_1 = \beta_3 = p_2 = \gamma_4 = r_1 = \delta_5 = 1$$

$$\xi_1 = x + y + u,\ \xi_2 = -x + z,\ \xi_3 = -y,\ \xi_4 = -z,\ \xi_5 = -u$$

а ріжничкові реляциї:

$$\frac{dx}{dt} = k_1(A_1 - x - y - u) \qquad \frac{d\xi_1}{dt} = (k_1 + k_2 + k_4)(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{dy}{dt} = k_2(A_1 - x - y - u) \qquad \frac{d\xi_2}{dt} = k_3(A_2 - \xi_2) - k_1(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{du}{dt} = k_4(A_1 - x - y - u) \qquad \frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(A_1 - \xi_1)$$

$$\frac{dz}{dt} = k_3(A_2 + x - z) \qquad \frac{d\xi_4}{dt} = -k_3(A_2 - \xi_2)$$

$$\frac{d\xi_5}{dt} = -k_4(A_1 - \xi_1)$$

Возьмім еще такий случай:

$$\begin{tikzcd}
 & M_9 & & M_7 & \\
M_6 & M_1 \arrow[l, "k_5"'] \arrow[u, "k_9"] \arrow[r, "k_1"] \arrow[dl, "k_4"] \arrow[d, "k_2"] & M_2 \arrow[u, "k_6"'] \arrow[r, "k_7"] \arrow[d, "k_3"] & M_8 \\
M_5 & M_3 & M_4 &
\end{tikzcd}$$

Єму будуть відповідати рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1 + k_2 + k_4 + k_5 + k_9)(A_1 - \xi_1)$$

Digitized by Google

$$\frac{d\xi_2}{dt} = (k_3+k_6+k_7)(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

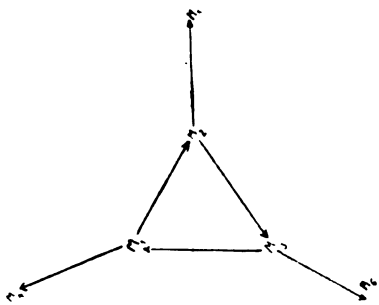
$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_3(A_1-\xi_1), \qquad \frac{d\xi_4}{dt} = -k_3(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_5}{dt} = -k_4(A_1-\xi_1), \qquad \frac{d\xi_6}{dt} = -k_5(A_1 \quad \xi_1)$$

$$\frac{d\xi_7}{dt} = -k_6(A_2-\xi_2), \qquad \frac{d\xi_8}{dt} = -k_7(A_2 \quad \xi_2)$$

$$\frac{d\xi_9}{dt} = -k_8(A_1-\xi_1)$$

а наконець для типу:



$$\frac{d\xi_1}{dt} = k_{12}(A_1-\xi_1)+k_{14}(A_1-\xi_1) \quad k_{31}(A_3 \quad \xi_3)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = (k_{23}+k_{25})(A_2-\xi_2)-k_{12}(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = (k_{36}+k_{31})(A_3-\xi_3)-k_{23}(A_2 \quad \xi_2)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt} = -k_{14}(A_1-\xi_1), \quad \frac{d\xi_5}{dt} = -k_{25}(A_2-\xi_2), \quad \frac{d\xi_6}{dt} = -k_{36}(A_3-\xi_3).$$

З тих всїх примірів видно, що ріжничкові рівнаня для зменьшеня концентраций всїх входячих в процес хемічних субстанций дають ся при мономолекулярних реакциях відразу написати без помочи засадничих системів (I) і (II). Треба передовсїм на загальнім символї, яким характеризуємо цїлий, доволї і без ограниченя скомбінований тип процесу, завважити, кілько

Digitized by Google

стрілок комунїкує з кождою субстанциєю. Кілько їх є, тілько треба взяти членів на вираженє скорости зменьшеня концентрациї відносного індивідуум. Кождий член складає ся зі сталого фактора скорости при даній стрілцї і з ріжницї (A—ξ). Так A як і ξ мають все той самий індекс, який відносить ся все до тої субстанциї, з якої виходить стрілка. Знак + положимо перед членом тодї, як стрілка з відносного індивідуум виходить, а знак — тодї, як стрілка до него прямує.

Думаю, що таке улекшенє уставлюваня ріжничкових рівнань може часом придати ся. Має ся розуміти, експериментатор, який студиює оден специяльний случай, нїколи не потребує послугувати ся аж якимсь улекшенєм при уложеню потрібного ріжничкового рівнаня, бо в системі (I) і (II) має загальну і певну методу. Але річи зовсїм зміняють ся, як розходить ся о теоретичне, скоре зіставленє великого числа ріжних типів, щоби розглянути якусь загальну прикмету. Тодї численє всїх дрібних відношень на основі (I) і (II) є утяжливе і нудне. З того може походити і знеохоченє, якому, думаю, можна евідентними методами раховання бодай в части запобічи.

Розгляньмо тепер, о скілько дає ся перевести інтеґрация. Для мономолекулярних реакций якихнебудь типів системи ріжничкових рівнань дають ся все спровадити до лїнїових рівнань зі сталими факторами. Тому і інтеґрация дає ся в засадї перевести, а остаточна розвязка зводить ся до означеня корінїв звичайних альґебраїчних рівнань. Закон захованя маси, який все представить ся тут:

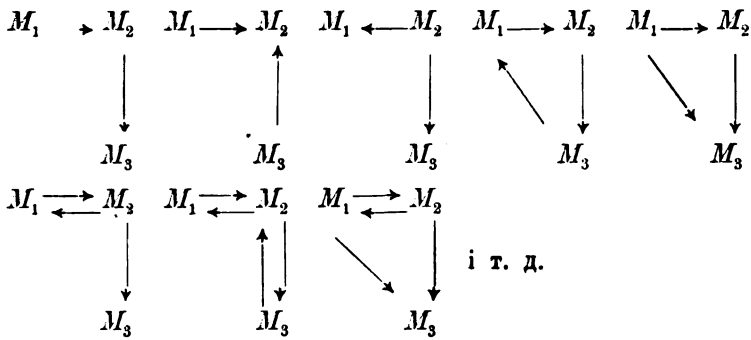
$$\xi_1+\xi_2+\xi_3+\ldots+\xi_n=0$$

редукує о оден ряд лїнїове рівнанє. Тому пр. при переміні, в якій входять в гру три субстанциї, остаточна розвязка вимагає визначеня корінїв рівнаня другого степеня. Для найзагальнїйшого типу такої переміни

$$M_1 \rightleftarrows M_2 \rightleftarrows M_3 \rightleftarrows M_1$$

подав проф. Wegscheider інтеґрал. Але і ту можуть бути, загально беручи, пр. єще такі комбінациї:

Digitized by Google



Уставлюване ріжничкових рівнань на основі висше наведеного буде дуже легке. З трох рівнань треба два вибрати, яко независимі і вистарчаючі до визначеня процесу. Але і дальша елімінация забирає час. Тому, думаю, не буде злишним подати еще слїдуючий схемат до улекшеня розвязки. Як два рівнаня визначимо вже в формі

$$\frac{d\xi_1}{dt}=a\xi_1+b\xi_2+c$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=a'\xi_1+b'\xi_2+c'$$

тодї відразу прийдемо до відповідних лїнїових рівнань на основі елїмінацийного схемату:

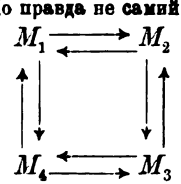
$$\frac{d^2\xi_1}{dt^2}-(b'+a)\frac{d\xi_1}{dt}-(a'b-ab')\xi_1=bc'-b'c$$

$$\frac{d^2\xi_2}{dt^2}-(b'+a)\frac{d\xi_2}{dt}-(a'b-ab')\xi_2=a'c-ac'.$$

По лївій сторонї бачимо відразу між сталими факторами лиш такі вираженя, що є збудовані з самих сочинників скорости процесу. Зате вираженя, що містять в собі початкові концентрациї поодиноких субстанций, перейшли зовсїм на праву сторону. З того вже видко, що вони нїколи не будуть модифікуючо впливати на характер процесу.

Є то загальна правильність для мономолекулярних типів. Пр. для чотирох*) субстанций конечні рівнаня будуть:

*) Що правда не самий перебіг лиш рівноваги, до яких стремлять системи типу



є вже і навіть дуже обширно студийовані експериментально через S. F. Acree (гл. Amer. Chem. Journ. послїдні томи).

Digitized by Google

$$\frac{d\xi_1}{dt}+a_1\xi_1+b_1\xi_2+c_1\xi_3=d_1$$

$$\frac{d\xi_2}{dl}+a_2\xi_1+b_2\xi_2+c_2\xi_3=d_2$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}+a_3\xi_1+b_3\xi_2+c_3\xi_3+d_3.$$

Тут також d_1, d_2, d_3, які виключно містять в собі початкові концентрациї, не будуть впливати на характер розвязки, бо поодинокі інтеґрали ξ_1, ξ_2, ξ_3 представляють ся формою:

$$C_1 e^{\alpha t}+C_2 e^{\beta t}+C_3 e^{\gamma t}$$

α, β, γ є корінями рівнаня третого степеня, що повстає з елімінациї довільних факторів λ_1, λ_2 з систему:

$$(a_1-\varrho)\lambda_1+a_2\lambda_2+a_3=0$$
$$b_1\lambda_1+(b_2-\varrho)\lambda_2+b_3=0$$
$$c_1\lambda_1+c_2\lambda_2+(c_3-\varrho)=0$$

в якім ϱ грає тоді ролю незвісної*). В тім системі вартостий d_1, d_2, d_3 зовсім нема, отже α, β, γ є від них независимі. Розглянемо коротко еще сю реакцию. Через елімінацию λ_1 і λ_2 прийдемо до рівнаня:

$$\varrho^3(b_1-c_1)+\varrho^2[(c_1b_3-b_1c_3)+(a_1+b_2)(c_1-b_1)]+\varrho[(a_1+b_2)(b_1c_3-c_1b_3)-a_1b_2(c_1-b_1)+b_3(c_1b_2-c_2b_1)+b_1a_2(c_1-b_1)]=a_3b_1(c_2b_1-c_1b_2)+b_1a_2(c_1b_3-b_1c_3)+a_1b_3(c_1b_2-c_2b_1)+a_1b_2(b_1c_3-c_1b_3)\ \ldots\ldots\ (a).$$

Вираженє при ϱ^3 назвім A, при ϱ^2 B, при ϱ C, а вільне від ϱ назвім D.

Як впровадимо тепер слідуючі скороченя:

$$3\pi_1=-\frac{B}{A},\ 3\pi_2=-\frac{C}{A},\ 3\pi_3=-\frac{D}{A}$$

і за ϱ положимо $\varrho_1+\pi_1$, то прийдемо до зредукованого рівнаня:

$$\varrho_1^3+3p\varrho_1-2q=0$$

яке лекше дальше розвязувати. В нім $p=\pi_2-\pi^2_1$, а $q=\pi_1^3-\frac{3}{2}\pi_1\pi_2+\frac{1}{2}\pi_3$.

Умова, щоби на корінї рівнаня (a) випали мнимі вартости є:

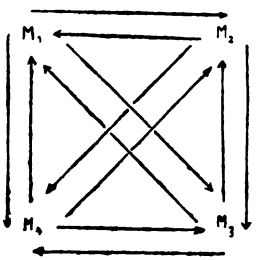
$$q^2+p^3>0.$$

---

*) Гл. А. Раковский loc. cit.

Digitized by Google

Якби така умова заходила, тоді малибисьмо найправдоподібнійше*) періодичну реакцию. Щоби докладно опреділити, коли такий випадок може зайти при перемінї чотирох тїл, требаби довгої роботи в виду великого вже числа самих комбінаций, анальоґічних до зазначених на стор. 10. при трох ізомерах. Там було максимальне число стрілок 6, ту аж 12, як видко з слїдуючого символа:



Наколи однак не всї, то деякі такі случаї дають ся навіть скоро в слїдуючий спосіб проглянути.

Якби p було зером, то услівє $q^2+p^3>0$ зійшло би на:

$$q^2>0.$$

Ся нова умова буде сповнена независимо від того, чи q буде позитивне чи неґативне, бо квадрат все буде позитивний. Цїлком певним можна бути лиш аж по пересьвідченю, що q не сходить ся з зером. Як з одного боку послїдна евентуальність не є виключена, так знов і певною є річею, що вона трафить ся справдї дуже рідко, отже в результатї з тих случаїв, в яких ми тою дорогою припустимо можливість періодичних процесів, не много відпаде через дальшу контролю, о скілько $q \gtrless 0$. Отже приймім за частинну крітерию:

$$p=0$$

або mutatis mutandis:

$$3(b_1-c_1)\,[(a_1+b_2)(b_1c_3-c_1b_3)+(c_1-b_1)\,(b_1a_2-a_1b_2)+b_3(c_1b_2-c_2b_1)] = [(b_1c_3-c_1b_3)+(a_1+b_2)(b_1-c_1)]^2.$$

**) Требаби вперед цїлий довгий рахунок перевести, як я се зробив в попередній розвідцї п. з. „Про періодичні хем. реакциї“. щоби переконати ся дефінїтивно, о скілько всї мнимі фактори до послїдного з цїлого інтеґралу випадають.

Digitized by Google

В простім случаю:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, "k_1"] & M_2 \arrow[d, "k_2"] \\ M_4 \arrow[u, "k_4"] & M_3 \arrow[l, "k_3"] \end{tikzcd}$$

в якім $A_1 = A_1$, $A_2 = A_3 = A_4 = 0$, маємо рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt} + (k_1 + k_4)\xi_1 + k_4\xi_2 + k_4\xi_3 = k_1 A_1$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} \qquad -k_1\xi_1 + k_2\xi_2 \qquad = -k_1 A_1$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} \qquad -k_2\xi_2 + k_3\xi_3 \qquad = 0.$$

Тут є очивидно:

$$a_1 = k_1 + k_4, \quad b_1 = k_4, \quad c_1 = k_4$$

$$a_2 = -k_1 \quad b_2 = k_2, \quad c_2 = 0$$

$$a_3 = 0, \quad b_3 = -k_2, \quad c_3 = k_3$$

З того виходить: $b_1 - c_1 = 0$
або ціла критерия зводить ся до:

$$k_4(k_3 + k_2) = 0$$

що є неможливе в виду того, що всї вартости k мусять з заложеня бути позитивні. В тім проте случаю треба конечно брати загальну критерию

$$q^2 + p^3 > 0$$

до упевненя.

Але для комбінациї:

$$\begin{tikzcd} M_1 \arrow[r, shift left, "k_1"] & M_2 \arrow[l, shift left, "k_5"] \arrow[d, "k_2"] \\ M_4 \arrow[u, "k_4"] & M_3 \arrow[l, "k_3"] \end{tikzcd} \quad A_1 = A_1, \; A_2 = A_3 = A_4 = 0$$

наша частинна критерия вже дає:

Digitized by Google

$$[(k_4-k_5)k_3+k_4k_2-k_5(k_1+k_2+k_4+k_5)]^2=$$
$$=3\{(k_1+k_2+k_4+k_5)[k_5k_3-k_4(k_3+k_2)]+k_1(k_4-k_5)k_5+(k_1+k_4)(k_2+k_5)k_5$$
$$-k_3k_4(k_2+k_5)\}k_5$$

що вже вказує на евентуальну можливість періодичного процесу.

II.

В моїй першій розвідці п. з. „Про вплив синхронічної зміни концентрациї...“ зазначив я при кінци мимоходом, що метода раховання, якою я там послугував ся, дає ся дуже вигідно примінити також до обчислюваня скорости повставаня посередних або постепенних продуктів хемічного процесу. Обмежаючи ся до оказаня сего на однім примірі, відложив я ширше розвинене відносних рахунків до окремої розвідки. Обставина, що я тимчасом звернув ся до иньшого питаня, а іменно до періодичних реакций в однороднім системі, була для мене, як пізнійше я пересьвідчив ся, о стілько корисна, що заощадила мені безпотрібну працю. Діставши відтак в Липську всї потрібні жерела, перечитав я в саму пору працю А. Раковского, що трактує специяльно і майже виключно те саме, що я мав доперва обробити, і з чого часть, а іменно обчислене максімум нагромадженя посередного продукту, була вже в мене готова. Також, як я вже висше згадав, Е. Абель оголосив подібні обчисленя. В виду того сконстатую тепер лиш сумарично, що до тих самих інтеґралів, які оба згадані автори обчисляють більше загальною методою, можна прийти постепенним вираховуванем функций повставаня кождого посередного продукту з попередних субстанций. При тім треба собі представити, що кожда материя, яка переходить на дальшу, змінає синхронїчно свою концентрацию через рівночасне повставане з якоїсь попередної. Слова „синхронїчно“ хочу тут ужити в тім самім значіню, на якім є розвинена цїла моя, висше згадана, розвідка. Таке укладане рівнань та їх інтеґрация не займе більше часу, чим метода Раковского.

Уважаю однак за відповідне додати ту слїдуючу доповняючу замітку.

В однім случаю, як іменно зійдуть ся дві сусїдні скорости, такі, що мають рівну нумеричну вартість, інтеґрали стають безпредметові, бо в однім або і більше знаменниках являє ся зеро. Як іменно буде n посередних перемін, а часову концентрацию означимо z_i, $(i=1, 2, 3, \ldots n)$, відповідну скорість k_i, то після обчислень Абеля поодинокі інтеґрали мають слїдуючу форму:

Digitized by Google

$$z_n = a\left[1 - e^{-k_n t}\right]$$

$$z_{n-1} = a\left[1 + \frac{k_{n-1}}{k_n - k_{n-1}} e^{-k_n t} + \frac{k_n}{k_{n-1} - k_n} e^{-k_{n-1} t}\right]$$

$$z_{n-2} = a\left[1 - \frac{k_{n-1} \cdot k_{n-2}}{(k_n - k_{n-1})(k_n - k_{n-2})} e^{-k_n t} - \right.$$

$$- \frac{k_n k_{n-2}}{(k_{n-1} - k_n)(k_{n-1} - k_{n-2})} e^{-k_{n-1} t} -$$

$$\left. - \frac{k_n k_{n-1}}{(k_{n-2} - k_n)(k_{n-2} - k_{n-1})} e^{-k_{n-2} t}\right]$$

. . . . . .

$$z_1 = a\left[1 + (-1)^n \frac{k_{n-1} k_{n-2} k_{n-3} \ldots k_2 k_1}{(k_n - k_{n-1})(k_n - k_{n-2})(k_n - k_{n-3}) \ldots (k_n - k_1)} e^{-k_n t} + \right.$$

$$+ (-1)^n \frac{k_n k_{n-2} k_{n-3} \ldots k_2 k_1}{(k_{n-1} - k_n)(k_{n-1} - k_{n-2})(k_{n-1} - k_{n-3}) \ldots (k_{n-1} - k_1)} e^{-k_{n-1} t} +$$

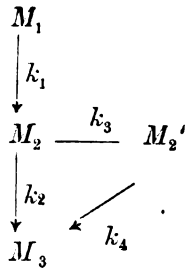
$$+ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\left. + (-1)^n \frac{k_n k_{n-1} k_{n-2} \ldots k_2}{(k_1 - k_n)(k_1 - k_{n-1})(k_1 - k_{n-2}) \ldots (k_1 - k_2)} e^{-k_1 t}\right]$$

Значок a означує ту вартість початкової концентрациї. Як бачимо, інтеґрали тратять змисл в припадках $k_i = k_i \pm 1$ $(i = 1, 2, \ldots n)$.

Тоді треба так поступати, як я се мимоходом зазначив там на стороні 13., зн. окремо і постепенно переводити інтеґрали. Впрочім мій спосіб рахованя накриває ся зовсім з загальним схематом Абеля. Додам лиш тут еще при нагоді, що інтеґрация дає ся перевести також в таких случаях, де узглядняє ся бічні процеси.

Возьмім приміром такий випадок:



Digitized by Google

Як означимо зменьшеня концентраций в часї t для поодиноких M_1, M_2, M_2', M_3 через ξ_1, ξ_2, ξ_2', ξ_3, а початкові вартости $a_1=a_1$, $a_2=a_2'=a_3=0$, то ріжничкові рівнаня для того процесу

$$\frac{d\xi_1}{dt}=k_1(a_1 \quad \xi_1)$$

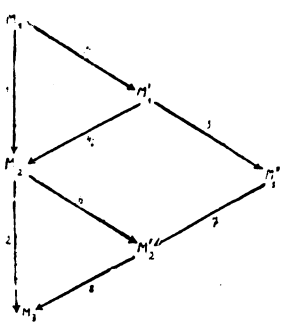
$$\frac{d\xi_2}{dt}=(k_2+k_3)(0 \quad \xi_2)-k_1(a_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2'}{dt}=k_4(0-\xi_3')-k_3(0-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=-k_4(0-\xi_2') \quad k_2(0-\xi_2)$$

дають ся дуже легко розвязати, завдяки специяльно тій обставинї, що одно за другим дає ся з'інтеґрувати. Комплїкация поступає ту систематично, в кожде нове лїнїове рівнане входить звісна функция, обчислена з попередного, не утрудняючи зовсїм дальших квадратур.

Возьмім єще один, далеко більше скомплїкований примір:



Арабскі цифри при стрілках нехай означують відповідно k_1, k_2, k_3 і т. д. Тодї цїлий систем ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_3)(a_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi'_1}{dt}=(k_4+k_5)(0-\xi'_1)-k_3(a_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi''_1}{dt}=k_7(0-\xi''_1)-k_5(0-\xi'_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=(k_2+k_6)(0-\xi_2)-k_1(a_1-\xi_1) \quad k_4(0-\xi'_1)$$

Digitized by Google

$$\frac{d\xi'_2}{dt} = k_8(0-\xi'_2) - k_6(0-\xi_2) - k_7(0-\xi''_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(0 \quad \xi_2) \quad k_8(0-\xi'_2)$$

дає ся так само як попередний постепенно з'інтеґрувати, з тої самої причини. Він сповняє заразом конечну реляцию

$$\Sigma\frac{d\xi}{dt} = 0$$

о чім дуже легко через зсумоване можна переконати ся.

Таке улекшене рахунку дає ся примінити до найзагальнійшого случаю, який тут ad libitum можна скомбінувати. Треба лиш памятати, що стрілки не можуть бути противно звернені, т. зн. реакциї противні або відворотні будуть в міру своєї скількости, а передовсім відповідно до положеня стрілок сю методу рахованя чимраз більше утруднювати.

Утруднене, яке тут маю на думці, лежить не в чім иньшім, як лиш в потребі розвязуваня найзвичайнійших альґебраїчних рівнань щораз висших степенів, до яких провадить звичайна метода рахованя. В повисших двох примірах і в дуже многих иньших случаях, де всї стрілки будуть однако з'орієнтовані, ся трудність зовсім відпаде. В многих навіть случаях, де якесь число стрілок буде також противно з'орієнтоване, те саме улекшене, а в слїд за ним і уможливлене гладкої інтеґрациї дасть ся також перевести.

А тепер звернїм ся до скомбінованих синхронїчних перемін. Хоч в сїй публїкациї присьвячу їм дуже мало місця, то зате зазначу, що на мій погляд, вони будуть колись грати важну ролю при експериментальних студиях механїзмів скомплїкованих постепенних реакций. Сподїю ся, що незадовго буду міг про се окремо і обширнїйше виповісти ся. Тепер возьму лиш під огляд такий тип:

$$\begin{array}{ccc} M_1 & \xrightarrow{k_1} & M_3 \\ k_2 \downarrow\uparrow k_3 & & \\ M_2 & & \end{array}$$

Подумаймо собі, що в часі реакциї M_1 M_2 зміняють синхронїчно свою концентрацию пропорционально до часу. M_1 нехай прирастає зі скоростию m_1, а M_2 зі скоростию m_2. Тодї ріжничкові рівнаня дають ся легко написати в формі:

Digitized by Google

$$\frac{d\xi_1}{dt}+(k_1+k_2)\xi_1-k_3\xi_2=(k_1+k_2)A_1-k_3A_2+[m_1(k_1+k_2)-k_3m_2]t$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}-k_2\xi_1+k_3\xi_2=k_3A_2-k_2A_1+(k_3m_2-k_2m_1)t.$$

Означім цїлу праву сторону першого рівнаня через T_1, а другого через T_2, помножім друге рівнане через l і додаймо до першого, то буде:

$$\frac{d}{dt}(\xi_1+l\xi_2)+\lambda(\xi_1+l\xi_2)=T_1+lT_2$$

під заложенем, що l і λ будуть так дібрані, що сповнять рівнаня:

$$(k_1+k_2)-lk_2=\lambda$$
$$-k_3+lk_3=\lambda l$$

але так, щоби за λ вставити корені λ_1 і λ_2 рівнаня:

$$(k_1+k_2-\lambda)(k_3-\lambda)-k_2k_3=0.$$

Вони мають вартість:

$$\lambda_{1(2)}=\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\pm\sqrt{\frac{(k_1+k_2+k_3)^2}{4}-k_1k_2}$$

Як їх висше вставимо, то на l дістанемо також дві вартости:

$$l_1=\frac{k_1+k_2-k_3}{2k_3}-\frac{1}{k_3}\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\right)^2-k_1k_2}$$

$$l_2=\frac{k_1+k_2-k_3}{2k_3}+\frac{1}{k_3}\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\right)^2-k_1k_2}$$

Комплетні інтеґрали ξ_1 і ξ_2 дають ся тодї легко визначити в формі:

$$(\xi_1+l_1\xi_2)e^{\lambda_1 t}=A_1+\int(T_1+\lambda_1T_2)e^{\lambda_1 t}dt$$

$$(\xi_1+l_2\xi_2)e^{\lambda_2 t}=A_2+\int(T_1+\lambda_2T_2)e^{\lambda_2 t}dt$$

в якій так квадратури, як і всї потрібні елїмінациї сходять на елементарну операцию.

Возьмім тепер під огляд иньший случай, в якім субстанция зміняє свою концентрацию синхронїчно (через зовнїшний доплив, або через розпусканє) пропорционально до часу, т. зн. положім:

$$\varphi(c)=v\,.\,t$$

де v буде сочинником скорости допливу або розпусканя. Як тая

Digitized by Google

субстанция буде в новім системі (пр. під впливом каталїзатора) переміняти ся дальше бімолекулярно, то процес виразить ся рівнанем:

$$\frac{dy}{dt} = k(vt - y)^2 \qquad (a)$$

або по вимноженю:

$$\frac{dy}{dt} - ky^2 + 2kvty - kv^2t^2 = 0.$$

Є то загальне рівнане типу Riccati. Щоби улекшити его інтеґрацию, найлїпше буде впровадити нову змінну, означену після звісної методи звязею

$$y = -\frac{1}{k}\frac{d}{dt}\log z$$

По підставленю та упорядкованю виходить ріжничкове рівнане другого ряду

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2kvt\frac{dz}{dt} + k^2v^2t^2z = 0.$$

Положім $z = w.x$.

Після звісної методи, w має вартість:

$$w = e^{-\frac{1}{2}\int 2kvtdt}$$

а x означує ся з нового помічного ріжничкового рівнаня:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + Ix = 0$$

де знов $I = k^2v^2t^2 - \frac{1}{2}2kv - \frac{1}{4}4k^2v^2t^2 = -kv.$

По підставленю одержуємо рівнане:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - kvx = 0$$

якого інтеґралом є функция:

$$x = Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}.t}$$

Таким чином z дало ся визначити. Перехід до y є дуже легкий. Зльоґаритмуймо вперед обі сторони рівнаня:

$$z = e^{-\frac{kvt^2}{2}}\left[Ae^{-\sqrt{kv}t} + Be^{\sqrt{kv}t}\right]$$

то виходить:

Digitized by Google

$$\log z = -\frac{kvt^2}{2} + \log\left[Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}\right]$$

Ріжничковане після часу дає:

$$\frac{d}{dt}\log z = -kvt + \frac{\sqrt{kv}Be^{\sqrt{kv}\,t} \quad \sqrt{kv}Ae^{-\sqrt{kv}\,t}}{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}}$$

з чого остаточно по подїленю через $-k$ одержуємо:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{k}\,\frac{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} - Be^{\sqrt{kv}\,t}}{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}}}$$

Рівнане (a), з якого ми вийшли, є першого ряду, тому дві сталі A і B в послїднім інтеґралї виглядалиби на суперечність, якби не се, що через подїлене дроба по правій сторонї через $Be^{\sqrt{kv}\,t}$ одна з них випадає. Означім $\frac{A}{B} = C$, то інтеґрал прийме форму:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{k}\,\frac{Ce^{-2t\sqrt{kv}} - 1}{Ce^{-2t\sqrt{kv}} + 1}}$$

З него на основі услівя $t = 0$, $y = 0$ елїмінуємо послїдну сталу $C = 1$, і приходимо в кінци до форми:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{t}\,\frac{e^{-2t\sqrt{kv}} - 1}{e^{-2t\sqrt{kv}} + 1}}$$

яка ідентифікує заложене ріжничкове рівнане (a).

Далеко важнїйше є ріжничкове рівнане, що представляє бімолекулярну посередну переміну, яка є скомбінована з попереджаючою бімолекулярною реакциєю. Такий процес можна представити символом:

$$2M_1 \longrightarrow 2M_2 \longrightarrow M_3 + M_4$$

Ту субстанция M_1 переходить бімолекулярно на M_2, на чім однак реакция не з'упиняє ся, бо M_2 переміняє ся дальше і то знов бімолекулярно на M_3. Переведене інтеґралу є дуже трудне.

Digitized by Google

За почином проф. Оствальда студиював свого часу O. Knoblauch *) процес змилення етильового естру двозасадового бурштинового квасу, змилюючи лугом $NaOH$. Реакция, що хемічно представляє ся взірцем:

$$C_2H_4(CO_2C_2H_5)_2+2NaOH=C_2H_4(CO_2C_2H_5)CO_2Na+C_2H_5OH+NaOH$$

$$C_2H_4(CO_2C_2H_5)CO_2Na+C_2H_5OH+NaOH=C_2H_4(CO_2Na)_2+2C_2H_5OH$$

йде, як видимо, постепенно даючи на першу фазу моноестер. Щоби процес математично виразити означує автор за Оствальдом поодинокі концентрациї:

лугу	$C_1=A-x$
естру	$C_2=B-y$
соли естрового квасу	$C_3=z$
соли бурштинового квасу	$C_4=w$

при чім увзглядняє ся стехіометричну звязь

$$x=z+2w$$

$$y=z+w$$

Тоді систем ріжничкових рівнань процесу формулує ся слідуючо:

$$-\frac{dC_1}{dt}=\frac{dx}{dt}=k_{12}(A-x)(B-x)+k_{13}(A-x)(2y-x)$$

$$-\frac{dC_2}{dt}=\frac{dy}{dt}=k_{12}(A-x)(B-y)$$

По означеню $\frac{k_{13}}{k_{12}}=k$ і по поділеню виходить ту помічнице рівнанє:

$$\frac{dC_1}{dt}:\frac{dC_2}{dt}=(1-2k)+k\frac{C_1-A+2B}{C_2}$$

яке можна з'ідентифікувати реляцією:

$$C_1=cC_2^k+\frac{1-2k}{1-k}C_2+(A-2B).$$

Інтеґральна стала c одержує ту відповідну вартість

$$c=\frac{B^{1-k}}{1-k}$$

---

*) Über die Verseifungsgeschwindigkeit der Ester mehrbasischer Säuren. O. Knoblauch. Zeitschrift f. physikalische Chemie B. 26. стор. 96. 1898.

Digitized by Google

Тепер вставляючи сю реляцию в друге рівнане системи, приходить ся там до квадратури

$$\int \frac{dC_2}{cC_2^{k+1} + \frac{1-2k}{1-k} C_2^2 + (A \quad 2B)C_2} = -k_{12}t + Const.$$

Поминім сю обставину, що практичне примінене „квадратури" до досліду було одним величезним рахунковим амбарасом*), який напевно скорше може відстрашити чим заохотити до дальшої в тім напрямі праці. Так само згадати треба про неможливість досліджуваня переміни, як k_{12} не буде значно більше від k_{13}, бо лиш в тім послїднім припадку можна з більшим або меньшим приближенем дістати одну, конечну до дальших рахунків, вартість k.

Найбільше однак знеохочуючо дїлає ту форма проблематичної квадратури, яка зависимо від (nota bene незвісної) вартости k давати має щораз нові функциї на інтеґрали, так, що властиво требаби зі становиска теориї функций доперва спрецизувати, чи і о скілько всї тут повстаючі функциї будуть представляти однородний бодай тип феномену**). Аж по такім упевненю можнаби приступити до дальшого, зовсїм негладкого рахунку.

Сї причини спонукали мене до того, щоби конечно спробувати перевести замкнений інтеґрал ріжничкового рівнаня. Дотепер се менї не удало ся, мимо довгих проб. Зате подібна реакция, яку я висше зазначив, допускає замкнену інтеґрацию. То повинно бути принайменьше інтересне тому, що однородність феномену дає ся тут напевно сконстатувати, а по друге, що вироблюване методи рахованя, має також своє значінє. Звернїм ся отже до реакциї на стор. 21. Функцию повставаня субстанциї M_3 в процесї:

$$2M_1 \xrightarrow{k_0} 2M_2 \xrightarrow{k} M_3 + M_4$$

або $$2M_1 \xrightarrow{k_0} 2M_2 \xrightarrow{k} 2M_3$$

можна означити ріжничковим рівнанем

$$\frac{dy}{dt} = k(\varphi(t) - y)^2 \qquad (\alpha')$$

*) ibid. пр. вишукуване означених інтеґралів через вирізуване паперових фіґур, означуване їх поверхнї через порівнаюче важене вирізаних простокутників.

**) A priori нема ґваранциї, що при деяких особливих вартостях k, феномен не може не стати „нефізикальним", хочу сказати виключеним через свого рода фальшиву рівновагу або иньшу фізичну прояву системи.

Digitized by Google

в якім $\varphi(t)$ означує синхронічне повставане посередного продукту M_2 з попередної реакциї $2M_1 \longrightarrow 2M_2$. З причини, що ту стрілки не йдуть також в противнім напрямі, $\varphi(t)$ дає ся легко визначити з простого рівнаня

$$\frac{dx}{dt} = k_0(a_1 - x)^2$$

при якім a_1 означує початкову концентрацию вихідної субстанциї M_1. Інтеґрал того рівнаня дає на функцию $\varphi(t)$ по усуненю сталої:

$$x = \frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}$$

В той спосіб рівнане (α') перейде на

$$\frac{dy}{dt} = k\left(\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t} - y\right)^2$$

якого інтеґрация є нашим проблемом. Підставляючи, як в попереднім случаю, реляцию

$$y = -\frac{1}{k}\frac{d}{dt}\log z$$

приходимо по відповіднім упорядкованю до ріжничкового рівнаня другого ряду:

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2k\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\frac{dz}{dt} + k^2\left(\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right)^2 z = 0$$

Так як передше впровадьмо дві функциї w і v

$$z = w.v$$

то w можна означити з рівнаня

$$w = e^{-\frac{1}{2}\int 2k\frac{a_1{}^2 k_0 t dt}{1 + a_1 k_0 t}}$$

а v_0 з нового помічнячого ріжничкового рівнаня:

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} + I v_0 = 0$$

в якім

$$I = k^2\left(\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(2k\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(2k\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right) = -\frac{a_1{}^2 k_0 k}{(1 + a_1 k_0 t)^2}$$

так, що наш проблєм спровадимо до інтеґрациї рівнаня:

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} - \frac{a_1{}^2 k_0 k}{(1 + a_1 k_0 t)^2} v_0 = 0 \qquad (\alpha'').$$

Digitized by Google

Між ріжними методами, які ту можваби запропонувати до розвязки, удало ся мені знайти і успішно примінити слідуючу, скомбіновану зі специяльним ріжничковим рівнанем для чисельника, по пробнім принятю певного знаменника.

Як звісно в лінїовім ріжничковім рівнаню

$$u\frac{d^2y}{dt^2}+v\frac{dy}{dt}+wy=0$$

в якім u, v, w є функциями t, можна операцийний символ на y,

$$u\frac{d^2}{dt^2}+v\frac{d}{dt}+w$$

розложити на продукт подібних операцийних значків

$$\left(p\frac{d}{dt}+q\right)\left(r\frac{d}{dt}+s\right)$$

в котрих p, q, r, s є новими функциями t, але такими, що сповняють конечне услівє, представлене слїдуючими трома рівнанями:

$$\left.\begin{aligned} pr&=u\\ qr+p\left(\frac{dr}{dt}+s\right)&=v\\ qs+p\frac{ds}{dt}&=w \end{aligned}\right\} \qquad (\beta)$$

Положім тепер: $\left(r\frac{d}{dt}+s\right)y=z_1$

то з принятого операцийного добутка виходить рівнанє:

$$p\frac{dz_1}{dt}+qz_1=0$$

отже і $\quad z_1=Ae^{-\int\frac{p}{q}dt}$

В такім случаю і y можна визначити з лїнїового рівнаня

$$r\frac{dy}{dt}+sy=Ae^{-\int\frac{p}{q}dt} \qquad (\beta')$$

Як описану методу схочемо приложити до нашого рівнаня (α''), то три услівні рівнаня (β) по положеню $p=r=1$ перейдуть тут на:

$$pr=1$$
$$q+s=0$$

Digitized by Google

$$-s^2+\frac{ds}{dt}=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2} \qquad (\gamma)$$

Як знайдемо з послїдного рівнаня якийнебудь, хочби партикулярний інтеґрал s, то з попередного визначимо також функцию q, а тодї в виду звісних вже p і r можна буде спробувати, чи цїла метода допроводить до квадратур, якіби дали ся вирахувати.

Приймім за інтеґрал рівнаня (γ) вираженє $\frac{x}{1+a_1k_0t}$, в якім чисельник є незвісний. Вставляючи в (γ) приходимо до ідентичности

$$\frac{(1+a_1k_0t)\frac{dx}{dt}-a_1k_0x-x^2}{(1+a_1k_0t)^2}=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2}$$

з якої виходить ріжничкове рівнанє для чисельника x:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{x^2+a_1k_0x-a_1{}^2kk_0}{1+a_1k_0t} \qquad (\delta)$$

Інтеґралом (δ) буде рівність:

$$Const.-\frac{1}{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}\,ln\frac{a_1k_0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}=\frac{1}{a_1k_0}\,ln(1+a_1k_0t)$$

або:
$$ln\frac{C}{\left(\frac{a_1k^0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}}}=ln\,(1+a_1k_0t)^{\frac{1}{a_1k_0}}$$

а дальше:

$$\frac{a_1k_0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}=\left[\frac{C}{(1+a_1k_0t)^{\frac{1}{a_1k_0}}}\right]^{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}} \qquad (\varepsilon)$$

Означім праву сторону рівнаня через ϱ, а $\sqrt{a_1{}^2k^0(k_0+4k)}$ через w, то x дасть ся легко виймити, а іменно буде

$$x=\frac{\varrho(a_1k_0-w)-w-a_1k_0}{2(1-\varrho)}$$

Вернїм еще раз до (ε). Виложник в знаменнику правої сторони $\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0}$ дає ся стянути на $\frac{k_0+4k}{k_0}$, що означім через b

Digitized by Google

Тоді можна написати

$$\varrho = \frac{C^w}{(1+a_1k_0t)^b}$$

з чого:
$$x = \frac{(a_1k_0 - w)C^w - (w+a_1k_0)(1+a_1k_0t)^b}{2[(1+a_1k_0t)^b - C^w]}$$

Впровадьмо еще скороченя $(a_1k_0 - w)C^w = A$, $w + a_1k_0 = B$, і поділім через $(1+a_1k_0t)$, то прийдемо до інтеґралу рівнаня (γ) ст. 26

$$s = \frac{A - B(1+a_1k_0t)^{b-1}}{2[(1+a_1k_0t)^b - C^w]}$$

З тої форми не прийшло би нам багато хісна, якби не обставина, що нам загальний інтеґрал не конечно потрібний, бо вистарчить і партикулярний. Тому положім $C = 0$, з чого і $A = 0$, а тоді

$$s = -\frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}$$

Послідна помічнича функция q на стор. 25 ріжнить ся від s лиш альґебр. знаком, отже наконець і

$$q = \frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}$$

Маючи тепер всї функциї (p, q, r, s) потрібні до збудованя операцийного добутка на функциї v_0, можемо тепер приступити до висше описаного способу розвязаня нового рівнаня, яке формуємо слїдуючо:

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)\left(\frac{d}{dt} - \frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_0 = 0$$

Отже означім вперед

$$\left(\frac{d}{dt} - \frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_0 \text{ через } v_1 \qquad (\zeta)$$

тоді з рівнаня:

$$\left(\frac{d}{dt} + \frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_1 = 0$$

прийдемо через інтеґрацию до:

$$\log v_1 + \frac{\sqrt{a_1^2k_0(k_0+4k)} + a_1k_0}{2a_1k_0}\log(1+a_1k_0t) = \log C$$

Digitized by Google

звідки по означеню $\frac{a_1 k_0 + \sqrt{a_1^2 k_0 (k_0 + 4k)}}{2 a_1 k_0}$ через β приходимо до

$$v_1 = C_0 (1 + a_1 k_0 t)^{-\beta}$$

Узглядняючи тепер другу часть добутка, пишемо на основі (β')

$$\frac{dv_0}{dt} - \frac{\sqrt{a_1^2 k_0 (k_0 + 4k)} + a_1 k_0}{2(1 + a_1 k_0 t)} v_0 = C_0 (1 + a_1 k_0 t)^{-\beta}$$

якого інтеґрал

$$v_0 = e^{\int_0^t \frac{\sqrt{a_1^2 k_0 (k_0 + 4k)} + a_1 k_0}{2(1 + a_1 k_0 t)} dt} \left| C_1 + \int_0^t e^{-\int_0^t \frac{\sqrt{\quad} + a_1 k_0}{2(1 + a_1 k_0 t)} dt} \cdot C_0 (1 + a_1 k_0 t)^{-\beta} dt \right|$$

не представлає вже рахункових трудностий.

Виконаймо вперед квадратури в обох виложниках, то буде

$$v_0 = (1 + a_1 k_0 t)^{\frac{\sqrt{a_1^2 (k_0 + 4k)} + a_1 k_0}{2 a_1 k_0}} \left[C_1 + C_0 \int_0^t (1 + a_1 k_0 t)^{-\left(\frac{\sqrt{a_1^2 k_0 (k_0 + 4k)} + a_1 k_0}{a_1 k_0} \right)} dt \right]$$

а назначивши $\frac{\sqrt{a_1^2 k_0 (k_0 + 4k)}}{a_1 k_0} = \sqrt{\frac{k_0 + 4k}{k_0}} = b$ $\qquad (\eta)$

одержуємо $v_0 = (1 + a_1 k_0 t)^{\frac{b+1}{2}} \left[C_1 + C_0 \int_0^t (1 + a_1 k_0 t)^{-(b+1)} dt \right]$

Впровадьмо $1 + a_1 k_0 t = \vartheta$, тоді $dt = \frac{d\vartheta}{a_1 k_0}$, а долїшна границя перейде з 0 на 1, так що остаточно по виконаню квадратури і по відворотнім підставленю t замісць ϑ приходимо до:

$$v_0 = (1 + a_1 k_0 t)^{\sqrt{\frac{k_0 + 4k}{k_0}}} \left\{ C_1 + \frac{C_0}{a_1 \sqrt{k_0 (k_0 + 4k)}} \left[1 - \frac{1}{(1 + a_1 k_0 t)^{\sqrt{\frac{k_0 + 4k}{k_0}}}} \right] \right\}$$

або тримаючи ся скороченя (η)

$$v_0 = (1 + a_1 k_0 t)^{\frac{b+1}{2}} \left\{ C_1 + \frac{C_0}{b a_1 k_0} \left(1 - \frac{1}{(1 + a_1 k_0 t)^b} \right) \right\}$$

Щоби пираховати тепер функцию w (стор. 24), розложимо функцию під інтеґральним знаком виложника в слїдуючий спосіб:

Digitized by Google

$$\frac{a_1{}^2 k_0 t dt}{1+a_1 k_0 t} = \left[a_1 - \frac{a_1}{1+a_1 k_0 t} \right] dt.$$

Супроти того, цілий дальший рахунок сходить на елементарні операциї і дає в результаті:

$$w = e^{-ka_1 t} (1+a_1 k_0 t)^{\frac{k}{k_0}}$$

Комплетний інтеґрал ріжничкового рівнаня другого ряду на стор. 24 зводить ся таким способом до форми:

$$z = e^{-ka_1 t} (1+a_1 k_0 t)^{\frac{k}{k_0}} (1+a_1 k_0 t)^{\frac{b+1}{2}} \left\{ C_1 + \frac{C_0}{ba_1 k_0} \left(1 - \frac{1}{(1+a_1 k_0 t)^b} \right) \right\}$$

яку вперед через льоґаритмоване:

$$\log z = -ka_1 t + \left(\frac{k}{k_0} + \frac{b+1}{2} \right) \log(1+a_1 k_0 t) + \log \left\{ C_1 + \frac{C_0}{ba_1 k_0} \left(1 - \frac{1}{(1+a_1 k_0 t)^b} \right) \right\}$$

а відтак через зріжничковане приводимо до вигляду:

$$\frac{d}{dt} \log z = -ka_1 + \left(\frac{k}{k_0} + \frac{b+1}{2} \right) \frac{a_1 k_0}{1+a_1 k_0 t} +$$

$$+ \frac{C_0}{a_1 k_0 (1+a_1 k_0 t)^{+(b+1)} \left\{ C_1 + \frac{C_0}{ba_1 k_0} \left(1 - \frac{1}{(1+a_1 k_0 t)^b} \right) \right\}}$$

Поділенем чисельника і знаменника на правій стороні через C_0 усуваємо одну інтеґральну сталу. Як наконець поділимо через $-k$ ціле нове рівнане, та при помочи услівя $t=0$, $y=0$, виелімінуємо і другу інтеґральну сталу, то прийдемо до інтеґралу заложеного ріжничкового рівнаня (a')

$$y = a_1 - \left(\frac{k}{k_0} + \frac{b+1}{2} \right) \frac{a_1 k_0}{k(1+a_1 k_0 t)} -$$

$$- \frac{1}{ka_1 k_0 (1+a_1 k_0 t)^{+(b+1)} \left\{ C_1 + \frac{1}{ba_1 k_0} \left(1 - \frac{1}{(1+a_1 k_0 t)^b} \right) \right\}}$$

в якім $C_1 = \dfrac{1}{ka_1 k_0 \left[a_1 - \left(\frac{k}{k_0} + \frac{b+1}{2} \right) \frac{a_1 k_0}{2} \right]}$, $b = \sqrt{\dfrac{k_0 + 4k}{k_0}}$

Липськ д. 3. червня 1909.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Вплив температури
на скорість декількох хемічних реакций.

написав

Др. Юлїян Гірняк.

В послїдних часах дає ся завважати більше заінтересоване сочинником температури при скорости хемічних реакций. Завдяки сїй обставинї, що в безглядну вартість скорости хемічного процесу входить безпосередно т. зв. хемічний опір, свого рода міжмолекулярне тертє, спричинене грою атомових сил, цїле питанє є дуже далеке від виясненя, бо про сили свояцтва нинї прямо нїчо не знаємо. Тому нема й бесїди, щоби і вплив температури на скорість реакциї можна нинї чисельно видедукувати з яких теоретичних заложень. Мимо того, появу кількох теоретичних праць, що стремлять до тої цїли[1]), треба радо привитати, а то з двох причин. Сам факт, що з ріжних сторін проявляє ся вже потреба приложити до справи активну працю, говорить много за себе, — бо трудне питанє, треба надїяти ся, не лишить ся вже на довший час нетикальним. Поволи, з часом нагромадило ся на стільки материялу і фактів, що заходить потреба зібрати їх в одну орґанїчну цїлість, а теоретики находять вже точки опертя. Годї також заперечити, щоби згадані проби не кинули одробини нового сьвітла, мимо незначних контроверзий, які вони подекуди викликали.

---

[1]) H. Goldschmidt. Inaugural-Dissertation (Breslau) 1907.

F. Krüger. Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes u. der Reaktionsgeschwindigkeit. Göttinger Nachrichten. Dezember 1908.

M. Trautz. Zeitschr. f. phys. Ch. B. 77. 1909. Z. f. Elektrochemie 1909.

Digitized by Google

Про віддалене однак результатів тих праць від остаточної цїли, до якої вони в сути річи стремлять, сьвідчить наглядно се, що всї три дедукують, (nota bene кожда з иньшого заложеня) лиш загально, великий сочинник температури. І тим результатом мусять вдоволити ся *). Практика однак знає дещо більше. Дослїдом сконстатовано на численних конкретних случаях, що границя вартостий того сочинника є незвичайно велика. Реакциї чисто фотохемічні дають вартість дуже мало висшу від 1. Звичайні реакциї дають, як до случаю, від 1·6 до 5 а навіть 6 (декотрі тавтомерні переміни **)), а ензимові реакциї йдуть єще висше, аж до 7. Якби будучність і дальше не тілько найзагальнїйше потвердила, але і чисельно (хочби навіть зложеною функциєю) виразила звісну антибатию між сочинником температури а абсолютною скоростию процесу, то безсумнївно цїлий інтерес кінетики сконцентрував би ся до певної міри в студиї сочинника температури. Реакциї, що під зглядом скорости стоялиб до себе в відношеню скажім $1 : 10^{10}$, давали би відношене в мірі сочинника температури замкнене в чисельній границї між 10 а 1. Евентуальне перенесене тодї области обсервациї на сочинник температури було би, на меньшу скалю, чимсь анальоґічним до можности кидання на фотоґрафічну плитку в цїлях близшої аналїзи будьто мікроскопових, будьто космічних віддалень між обсервованими точками.

Послїдні часи принесли нову низку цїкавих дослїдів і спостережень. Сам M. Trautz, що сконструував свою теорию сочинника, подав недавно ***) свої дослїди над нереґулярним єго перебігом в деяких случаях, а іменно над максімум того сочинника, яке там виступає між 10^0 а 20^0 Cel. А вже пряме зменьшуване скорости реакциї з температурою сиґналїзує (хоч не перший) проф. M. Bodenstein ****). На такі факти теория Trautz'a має бути приготована. Не меньше цїкаві спостереженя зробив Dr. H. v. Halban.

---

*) Цїкаве се, що кожда з них є консеквентним дальшим виобразованєм поодиноких думок, від себе ріжних, а кинених яко здогади такої міри вченими, як S. Arrhenius [континуує єї H. Goldschmidt, а по части Krüger] і van't Hoff (переводить єї на основі третого теорему термодинаміки, поставленого недавно Nernst'ом, Trautz). Праця F. Krüger'a, після мого погляду найлїпша, унагляднює знаменито погляд Arrhenius'a, кромі того постулює мексуелївский розклад скоростий атомів в молекулї, який много теоретиків уважає нинї за правдоподібний.

**) O. Dimroth. Lieb. Ann. 335, 1—112. 1904.

***) Zeitschr. f. phys. Ch. Гл. висше.

****) Z. f. Elektrochemie. 1909. Bd. 15. p. 695 (при нагодї дискусиї над теориєю M. Trautz'a).

Digitized by Google

Вперед лиш заповідає *), а відтак обширнійше зіставляє **) загальну правильність, яка має заходити між рядом хемічної реакциї, а єї сочинником температури. Після єго погляду реакциї мономолекулярні є ті, що дають переважно високу вартість сочинника. Реакциї висшемолекулярні мають мати взагалі меньший сочинник, чим перші. І той факт хоче вияснити теория Trautz'a.

В минулім році мав я приємну нагоду пізнати в Липську п. H. v. Halban'a, обзнакомити ся з єго поглядами і за єго порадою розпочати отсю працю. Єму отже маю до завдяченя першу думку, методу, впровадженє і неодну поміч в тім часї, в якім він єще задержав ся в Липську. Чую ся обовязаним про се ту з вдячностию згадати.

Наколиби висше згаданий погляд на звязь між рядом а сочинником температури хемічної реакциї був необмежено оправданий, тодї можна би також і в слїдуючий спосіб ту правильність провірити. Можна би бімолекулярну реакцию між двома субстанциями, що заходить в якімсь розчиннику, перевести раз звичайно, а другий раз без того розчинника, що фунґував при першій переміні, беручи за розчинник одну з реаґуючих материй. Реакция піде тодї мономолекулярно. Зіставляючи сочинники температури в обох случаях можна евентуально сконтролювати згадану правильність. Спробувати се на деяких субстанциях, було першою цїлею отсеї працї. До того вибрано реакциї повставаня сільних амонїових сполук, які заходять між амінами а алькільовим йодом. Так війшли до досліду реакциї між дво-метильо-анїлїною $C_6H_5 . N(CH_3)_2$ і дво-етильо анїлїною $C_6H_5 . N . (C_2H_5)_2$ а етильовим йодом C_2H_5I, пізнійше дальші гетероциклькові аміни.

Експериментальне переведенє.

Мірене скорости процесу виконано на слїдуючій основі. Звісно в реакциях:

$$C_6H_5 . N . (CH_3)_2 + C_2H_5 . I = C_6H_5N(CH_3)_2C_2H_5 . I$$
$$C_6H_5 . N . (C_2H_5)_2 + C_2H_5 . I = C_6H_5N(C_2H_5)_3 . I$$

повстають чотирорядні амонїові засади, яко гомольоґи звичайного амону NH_4, злучені з йодом у відповідні соли. Ті послїдні розпускають ся легко в водї, улягаючи електролїтичній диссоциациї. Повста-

*) B. d. d. ch. G. 41, 2417. 1908.
**) Z. f. ph. Ch. B. 68. 1909.

Digitized by Google

ючий йон I дуже легко визначити через мірене розчином $AgNO_3$, беручи до протиміреня розчин родан-амонїюм, а за індикатор желїзо-амонїовий алун.

Щоби при аналїзї не впливали некорисно на індикатуру аміни, або етильовий йод, а головно, щоби спинити дальше повставане аналїзуючої ся соли, треба усунути амін з пробки, що входить до аналїзи. Тоє усунене дає ся вигідно перевести в слїдуючий спосіб. Поодиноку пробку, що є затоплена в невеличку склянну рурку, видуту в серединї в кульку (на обєм 3—5 cm^3), сполїкує ся, по отвореню рурки з обох сторін, водою квантитативно до звичайної склянної грушки ($\pm$100 cm^3) замиканої в горі дуже добре шлїфованим корком, в долинї також можливо добре вишлїфованим закрутком з єнайского скла. До грушки додає ся передтим потрібну скількість етеру. По кількакратнім, скорім витрясеню води з етером, дістаємо в долинї чисту верству води з розпущеною солию, в горі верству етеру з аміном і етильовим йодом. По отвореню закрутка спускаємо водну верству до плиткої порцелянової мисочки, уважаючи, щоби до неї не дістало ся нїчо з верстви етеру.

Закруток має врізаний дуже вузонький, ледви слїдний рівець, що йде з противного кінця від того, який служить до реґульованя, не дальше як до середини своєї довжини. При замкненім положеню закрутка той рівець комунїкує як раз з долїшним кінцем грушки, то є з невеличким продовженєм рурки, що відпроваджує спусканий плин. Як тепер, по першім розділеню верстви води від етеру, при замкненім вже закрутку подуємо легко в рівець, то решта води в долїшнім продовженю рурки до послїдної краплї сплине до мисочки. Тепер можна повторити сполосканє кульки водою, витрясенє з тим самим етером, і відділенє нової порциї води до мисочки. По скінченім спровадженю соли випускає ся в обчисленім в приближеню надмірі з біретн змірену скількість $AgNO_3$ в воднім розчинї, додає ся потрібну (до всїх проб однакову) скількість сильно закрашеного азотовим квасом індикатора і протимірить ся тепер осторожно розчином амонового родану аж до першого червоного закрашеня плину. В такий спосіб аналїза дає ся докладно перевести.

Приладженє реаґуючої мішанини зводило ся до впровадженя з відповідної піпети до важеня першої субстанциї в означеній скількости до скляної флашочки, осмотреної на вузкій і довгій шийцї маркою і шлїфованим корком. Означенє скількости дає ся дуже легко осягнути через подвійне зваженє фляшочки або піпети. Від-

Digitized by Google

так наливає ся осторожно але скоро другу реаґуючу субстанцию, що має служити за розчинник і вкладає опісля до начиня з ледом. В температурі 0° хемічний процес йде дуже поволи, так що через се цїле поступоване не дізнає перешкоди. Тепер піпетує ся з фляшочки однакові скількости мішанини до приготованих склянних, видутих в серединї, рурок, при чім найлїпше послугувати ся відповідно нареґульованою, водною помпою. По скінченій маніпуляциї затоплює ся рурки з другого кінця, звужуючи і видовжуючи при тім рурки в легкі дзюбки. Затоплені рурки завішує ся тепер на мідяних дротиках і вкладає ся всї нараз в термостат, нотуючи в тій самій хвилї час. По упливі відповідної скількости мінут виймає ся одну рурку, вкидає скоро до начиня з ледом, або в міру потреби в остуджуючу мішанину, а по 5 мінутах отвирає ся рурку і переводить скоро цїлу аналїзу. За термостати служили звичайні великі бляшані, в серединї поливані начиня, хоронені зверха грубим фільцом, наповнені водою. Щоби воду охоронити від парованя, прикриває ся єї поверхню верствою плинної парафіни. Термореґулятори були, звичайно уживані, толюольові, термометри сконтрольовані, а постійне мішане води обслугував електромотор. Взагалї термостати функционували зовсїм бездоганно. Всї склянні прилади, які стикали ся з реаґуючими субстанциями, то є фляшки до їх переховуваня, т. зв. кольбки до міреня, видуті рурки, піпетки звичайні і піпетки до важеня, були вперед дуже докладно, при кождій маніпуляциї, вичищені хромово-сїрковим квасом, відтак струєю горячої водної пари, а наконець старанно висушені.

Всї препарати, які війшли до дослїду, були спроваджені з фабрики Kahlbaum'а в Берлїнї. Вони оказали ся доволї чистими, все-ж таки кождий без виїмку був по попереднім відводненю підданий повтореній фракционованій дестиляциї або перекристалїзованю з абсолютного алькоголю (α-нафтохінолїна, три-бензиль-амін). Слїдуючі з них: метильовий алькоголь, піридина, α-піколїна, хінолїна мали марку „Kahlbaum".

Вислїди експерименту.

Добиране відповідних вагових і концентрацийних відношень реаґуючих материй відбувало ся на пробній дорозї. Через провізоричні дослїди доходило ся до „вибираня" скоростий реакций, які дають ся вигідно перемірити. О скілько як раз справдї вигідно справа пішла в поодинокім случаю, сьвідчать о сїм відповідні та-

Digitized by Google

белї. В сїм роздїлї зберу всї поміри, зроблені так в цїли провіреня погляду п. H. v. Halban'a, як і переведені для порівнаня сочинників температури дальших гетероциклькових материй при реакциї з етильовим йодом. Той новий плян працї підняв я в хвили, як упав всякий сумнїв, що вибрані дослїди дають противний результат, чим того вимагав би погляд п. Halban'a. Реакция:

$$C_6H_5N(CH_3)_2 + C_2H_5I = C_2H_5N(CH_3)_2C_2H_5I$$

переведена в температурах 40° і 60° в надмірі (в розчиннику) двометильо-анїлїни, отже мономолекулярно, дала далеко меньший сочинник температури чим тая сама реакция, переведена бімолекулярно в розчиннику метильового алькоголю.

Що до вибраних концентраций і скількости мішанини в поодиноких кульках, скажу ту загально, що до означеня перших служили в міру потреби і в міру скількости приготованого препарату кольбки о обємі 20, 25, 30, 35 і 50 cm^3, а кульки обіймали 2, 3, 4 і 5 cm^3. В поодиноких табелях не подаю тому тих даних, що не входять в суть річи, лиш при мономолекулярних перемінах, які йдуть після рівнаня:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)$$

подаю a, то є вихідну концентранию, в безглядній мірі, то є в ґрамах (перечислену на кожду пробку), а при бімолекулярних після вимаганя ріжничкового рівнаня:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x)$$

а зглядно єго інтеґалу:

$$k = \frac{1}{(a-b)t} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)}$$

подаю a і b при кождій табелї в молярній мірі.

Сталу скорости я обчисляв в міру потреби після взорів:

для мономол. реакций: $k = \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$ або $k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{a-x_0}{a-x}$

для бімол. реакций:

$$k = \frac{1}{(a-b)t} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)} \text{ або } k = \frac{1}{(a-b)(t-t_0)} \log \frac{(b-x_0)(a-x)}{(a-x_0)(b-x)}.$$

Digitized by Google

За пробу, коли перший або другий спосіб перечислюваня був потрібний, нехай послужить слідуюче зіставлене:

Концентрация $AgNO_3$ була така, що:

в 1 cm^3 було 0,003417gr $AgNO_3$, що відповідало: 0·003134 ґрамам етильового йоду. В слідуючих двох табелях a означає початкову концентрацию C_2H_5I в розчиннику дво-етильо-анілїни в ґрамах.

Температура 50° Cel.

a	час		cm^3	$\frac{1}{t} log \frac{a}{a-x}$
0 37725	1288	мінут	9·30	0·0000272
	1470	„	10·65	0·0000273
	1529	„	11·10	0·0000273
	2741	„	18·75	0·0000268
		пересїчна вартість:		0·00002715

Ту, як бачимо, через се, що відступ часу, а за тим і екількість $AgNO_3$ були вже досить великі при першій аналізї, перший спосіб перечислюваня був вистарчаючо докладний. За те в слідуючій табелї:

Температура 60° Cel.

a	час		cm^3	$\frac{1}{t} log \frac{a}{a-x}$
0·158	102	мінут	0·6	(0·0000507)
	297	„	1·6	0·0000470
	1282	„	6·4	0·0000463
	1450	„	7·2	0·0000463
		пересїчна вартість:		0·00004653

були иньші услівя, і тому до пересїчної вартости годї вже було брати перше число (взяте тому в скобки).

З того першого дослїду бачимо однак, що мимо розмірно низької температури, отже і малої вартости k, сочинник температури взагалї є меньший від 2. Значить ся, при бімолекулярній реакциї між тими субстанциями, не можна вже сподївати ся великої ріжницї в сочиннику температури, особливо, в тім змислї, щоби він в другім случаю був значно меньший від першого. Скорше противно, як то справдї виказав дальший дослїд. Щоби дістати вигіднїйші до дослїду скорости, перейшов я дво-метильо-анїлїни і змірив k в більшім інтервалї температури, беручи так само $C_6H_5N(CH_3)_2$ за розчинник.

Digitized by Google

Двометильоанїлїна $C_6H_5N(CH_3)_2$

$t = 40^0$ Cel. $a = 0{\cdot}10758$

Час		cm^3	k
131·5	мінут	4·95	0·0005369
229·5	„	8·3	0·0005377
349·5	„	11·9	0·000528(?)
460·5	„	14·7	0·000534
		пересїчна вартість:	0 0005342

$t = 50^0$ Cel. $a = 0{\cdot}17715$

Час		cm^3	k
38	мінут	5·27	0·001119
136	„	15·65	0·001035
170	„	19·15	0·001057
211	„	22·80	0·001063
274	„	27·5	0·001056
		пересїчна вартість:	0·001066

$t = 60^0$ Cel. $a = 0{\cdot}10758$

Час		cm^3	k
22·6	мінут	3·83	(0·00227)
47·5	„	7·06	0 00210
85·5	„	11·45	0·00206
135·5	„	16·16	0·00205
167·7	„	18·45	0·00205
		пересїчна вартість:	0·002065

$t = 70^0$ Cel. $a = 0{\cdot}11565$

0	мінут	9·61	—
18·7	„	13·85	0·003904
38·7	„	17·46	0·003800
55·7	„	20·17	0·003807
66·7	„	21·83	0·003860
75·7	„	23·05	0·003880
		пересїчна вартість:	0·003841

Digitized by Google

$t = 90^0$ Cel. $a = 0{\cdot}144045$

0·0	мінут	10·04	—
9·75	„	18·35	0·01210
15·39	„	22·44	0·01195
19·39	„	25·00	0·01206
23·3	„	27·06	0·01197
27·3	„	28·92	0·01181
		пересїчна вартість:	0·01198

Ту дослїди дали вистарчаючо докладний результат. Сочинник температури є троха меньший від 2, зі зростом температури зменьшає ся зовсїм нормально:

$$k_{50}/k_{40} = 1{\cdot}995, \quad k_{60}/k_{50} = 1{\cdot}937, \quad k_{70}/k_{60} = 1{\cdot}860, \quad k_{90}/k_{70} = 1{\cdot}766.$$

Тепер перейшов я до реакций бімолекулярних. За розчинник взяв метильовий алькоголь. Трудність при аналїзї в виду присутности алькоголю не виринула. Того можна було побоювати ся в виду того, що присутність алькоголю збільшує значно взаїмну розпускаємість води і етеру, в слїд за чим при аналїзї (утвореної в реакциї) соли бувби присутний також амін і етильовий йод. Можна було отже побоювати ся, що з одної сторони момент переходу в червону краску не виступить так остро, або радше плин стратить ще перед тим моментом свою безбарвність. Тому можна було зарадити, як оказало ся в практицї, повтореним передестильованєм обох субстанций. Що до другого шкідливого впливу, то побої оказали ся так на основі специяльної аналїзи з KCl, як і самої дальшої практики непотрібними. Треба лиш було (більше вже для субєктивної певности) брати до кождої аналїзи більшу скількість етеру і води, так що 2—4 cm^3 входячого алькоголю не входило практично в рахубу.

З дво-метильо-анїлїною мав я ту однак неприємну несподїванку, імовірно через частинний розклад препарату (хоч сьвіжо передестильовував) або який иньший некорисний момент, що усунув ся з моєї контролї — що мимо кількоразового зарядженя дослїду не вдало ся менї усталити скорости k з вистарчаючою докладностию. В слїдуючім зіставленю

$t = 42{\cdot}5^0$ Cel. $a = 2{\cdot}372.$ $b = 2.260$

час $t - t_0$		cm^3	$k(a - b)$
0	мінут	7·64	—
48	„	9·43	0·00000708
1023	„	43·29	0·00000910
1473	„	53·89	0·00000936

Digitized by Google

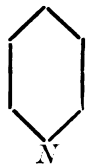
$t = 60^0$ Cel.

0	мінут	10·84	—
30	„	15·30	0·00003
93	„	25·57	0·000035

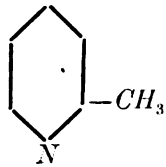
зріст k з ходом процесу є троха за великий, щоби можна єго вартість замкнути в певні границї. Одно лиш певне, що сочинник температури є дуже незначно але більший від 2. В виду того, я дальший плян працї змінив, постановляючи принагідно перевести кілька визначень скорости в мономолекулярних подібних реакциях, щоби сконстатований ту факт провірити на еще якім примірі. Як пiвнїйше окаже ся, мій здогад був вірний.

Питанє, як під зглядом сочинника температури заховують ся треторядні аміни, але в дальших гетероциклькових ґрупах, видало ся менї більше інтересним. Я хотів довідати ся, який вплив на той співчинник буде мати иньше положенє атому N в молекулї. Тому вибрав передовсїм:

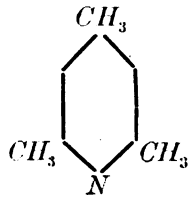
піридину



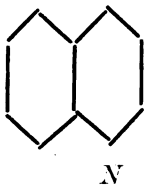
α-піколїну



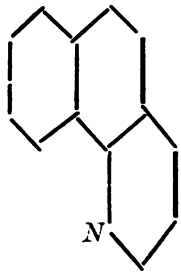
коллїдину



хїнолїну



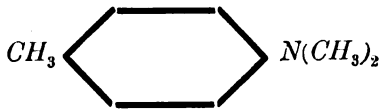
α-нафтохінолїну



в яких азот стоїть в значно тїснїйшим звязаню з иньшими атомами, бо в бензольовім перстїнї, а до порівнаня в виду недокладности дослїду з дво-метильо-анїлїною взяв еще:

Digitized by Google

дво-метильо-пара-толюїдину:



в якій, подібно як в дво-метильо-анілїнї, азот вже находить ся в бічнім положеню.

До дослїдів взяв я той самий розчинник, то є метильовий алькоголь. Розчин $AgNO_3$ був на ново приготований. В виду того, що тут входили в гру майже виключно бімолекулярні реакциї, всї відношеня при аналїзї, і початкові концентрациї мусїли бути раховані в молях. Розчин $AgNO_3$ мав концентрацию: 1 $cm^3 = 0{\cdot}01797$ молїв. В попереднїй табелї числа в колюмнї під „cm" є виражені власне сим еквівалентом.

Загально ту зазначу, що сочинник температури оказав ся в цїлій серії досліду значно висшим від 2, бо перейшов навіть число 3. В міру зложеня і в міру зросту молекулярної ваги субстанциї він зростав систематично. Возьмім вперед дьо-метильо-пара-толюїдину.

Двометильо-пара-толюїдина: $CH_3C_6H_4 . N(CH_3)_2$

$a = 1{\cdot}92234$, $b = 0{\cdot}79119$.

$t = 39{\cdot}8^0$ Cel.

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
0	мінут	4·60	—	
88	„	8·08	0·000277	
148	„	10·24	0·000282	
192	„	11·80	0·000287	
1195	„	31.66	0·000292	
	середна вартість:		0 000285	0·000252

$t = 60{\cdot}7^0$ Cel.

0	мінут	6·65	—	
21·5	„	10·72	0·00149	
43·	„	14·45	0·00154	
132	„	25·30	0·00159	
	середна вартість:		0·00154	0·00136

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 2{\cdot}24$.

Digitized by Google

Як бачимо, він переступив досить значно вартість 2. Для двометильо-анїлїни буде правдоподібно троха меньший. Мимо малого зросту з ходом процесу вартости k, можна сказати, що реакция йде після звичайного рівнаня, без якоїсь комплїкациї.

Піридина C_5H_5N

$a = 1{\cdot}93607$, $b = 0{\cdot}98788$

$t = 42{\cdot}3^0$ Cel.

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
0	мінут	2·84	—	
99	„	4.58	(0·0000890)	
199	„	6·30	0·0000834	
1178	„	20·10	0·0000830	
1339	„	22·08	0·0000845	
	середна вартість:		0 0000836	0·00008816

$t = 60{\cdot}4^0$ Cel.

0	мінут	5·78	—	
96	„	13·91	0·000441	
165	„	18·58	0·000440	
280	„	25·35	0·000445	
	середна вартість:		0·000442	0·004661

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 2{\cdot}51$.

Тут вартість k можна уважати за сталу. Сочинник зріс значно висше.

α-піколїна $CH_3 . C_5H_4 . N$

$a = 2{\cdot}00848$, $b = 0{\cdot}924405$

$t = 39{\cdot}9^0$ Cel.

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
0	мінут	0·70	—	
1011	„	3·52	0·0000134	
1178	„	3·95	0·0000134	
3917	„	10·70	0·0000139	
5462	„	13·60	0·0000135	
	середна вартість:		0·00001355	0·0000125

Digitized by Google

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
$t = 60{\cdot}6^0$ Cel.				
0	мінут	1·10	—	
186·2	„	5·43	0·000111	
1198	„	22 67	0·000124	
1340	„	24 47	0·000125	
1411	„	25·30	0·000125	
	середна вартість:		0·0001212	0·0001118

Сочинник температури $k_{10+t}/k_t = 2{\cdot}882$.

Тут дослід випав найдокладнійше. Скорість змаліла, а сочинник температури підскочив дуже високо.

З початку не мав я наміру брати дальших гомольоґів піридини, але послідний результат заохотив мене до сего. Я спровадив лютідину, але препарат, як окаьало ся, не був одностайний, лиш мішаниною кількох ізомерів. Я проте взяв дальше коллідину, передовсім тому, щоби мати коло атому N в сусідстві з обох сторін ґрупи метильові. Препарат (симетрична три-метиль-піридина) був однакож за дорогий, щоби єго передестильовувати, тому я взяв такий, як був, не беручи повної відвічальности передовсім за абсолютну вартість скорости. Результат був слідуючий:

Температура $39{\cdot}8^0$ Cel. $a = 0{\cdot}42220$, $b = 0{\cdot}33057$

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
4.548	мінут	0·86	0·000001008	
10.080	„	1·83	0·000001010	
	пересічна вартість:		0·000001009	0·000010902

Температура $60{\cdot}9^0$ Cel.

240	мінут	0·5	0·0000109	
1335	„	2·63	0·0000123	
2760	„	5·11	0·0000126	
	пересічна вартість:		0·00001193	0·0001302

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 3{\cdot}239$.

Тут як бачимо абсолютна скорість в порівнаню з α-піколіною єще дальше змаліла, бо при майже тих самих температурах 39·8 і 39·9, маємо $0{\cdot}_4 10902$, $0{\cdot}_4 125$ зате сочинник температури зріс о значну вартість. Пригляньмо ся тепер двом репрезентантам єще дальших гетероциклльових ґруп.

Digitized by Google

Хінолїна $C_6H_4 \cdot C_3H_3 \cdot N$

$a = 2{\cdot}0526$, $b = 1{\cdot}6504$

$t = 42\ 25^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	0·554	—	
135 „	0.98	0·00000300	
1197 „	4·46	0·00000317	
1522 „	5·31	0·00000307	
	пересїчна вартість;	0·00000308	0 00005114

$t = 60^0$ Cel.

0 мінут	2·7	—	
170·5 „	6 17	0·0000206	
1182 „	23·75	0·0000221	
1529 „	28·88	0·0000221	
1598 „	29·77	0·0000228	
	пересїчна вартість:	0·0000219	0 0003637

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 3.019$.

Як бачимо випав він ту меньший, чим при коллїдинї, але є більший нїж при піридинї і α-піколїнї. Значить ся, бензольова ґрупа в сусїдстві атому N збільшує значнїйше сочинник температури, чим одна метильова ґрупа, але меньше, нїж дві метильові ґрупи. Перейдім наконець до еще одного типу.

α-нафтохінолїна

$t = 39{\cdot}9^0$ Cel. $a = 0{\cdot}862521$. $b = 0{\cdot}58803$.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
1283 мінут	0·44	0 00000146	
1679 „	0·53	0·00000135	
2863 „	0·91	0·00000137	
	середна вартість:	0 000001393	0.00000507

$t = 60\ 3^0$ Cel.

180 мінут	0·67	0·0000162	
1273 „	4·36	0·0000168	
1621 „	5·42	0·0000164	
2711 „	8·68	0·0000174	
	середна вартість:	0·0000167	0·0000608

Digitized by Google

Сочинник температури, $k_{10+t}/k_t = 3\,372$ випав тут найбільшим зі всїх, які висше визначено.

На сїм я поки що замкнув серию дослїдів, задумуючи річ дальше континуувати. Хоч може передвчасними моглиби ся видавати консеквенциї витягані з так скупого материялу, то однак безперечно можна сконстатувати одну правильність, що до сочинника температури, яка проявляє ся в порівнаних ґрупах. Насамперед треба ствердити, що так зв. реґула антибатиі між сочинником температури а скоростию процесу тут добре провіряє ся. Проглянь мо єї на слїдуючім уставленю:

	Температура	k	k_{t+10}/k_t	k_{60^0}
толюїдина	39·8° Cel.	0·000252	2·24	
піридина	42·3 „	0·0000882	2·51	
α-піколїна	39·9 „	0·0000125	2·882	
хінолїна	42·25 „	0·00000766	3·019	0·0000545
коллїдина	39·8 „	0·0000109	3·239	0·0901302
α-нафто-хінолїна	39·9 „	0·00000507	3·372	0·0000606

Виїмок становилаби, як бачимо, лиш коллїдина, що має більшу скорість реакциї, чимби вимагало повисше упорядковане. Якбисьмо хотїли обговорюваній антибатиї надати характер конечного постуляту, тоби такі виїмки говорили про себе не мало. При коллїдинї требаби релятивно велику скорість реакциї звести на присутність аж трох „рухливих“ метилїв. Як сю антибатию треба однак розуміти, видко вже з того, що в температурі 60° порядок скоростий реакциї між хінолїною а α нафто-хінолїною вже відвернений, отже о 20° висше маємо вже симбатию. Єще маркантнїйше виходить брак антибатиї при слїдуючих мономолекулярних реакциях, які низше докладнїйше подам:

Реакция	Температура	k	k_{10+t}/k_t
(розчинник:)			
$C_2H_5I + C_6H_5N(CH_3)_2$	40°	0·000534	1·995
C_2H_5I + хінолїна	39·9°	0·00276	2.227
хінолїна + C_2H_5I	39·85°	0·000180	2.511

Digitized by Google

Можна однак сьміло припускати, що при значно низшій температурі, скорість другої реакциї, як раз задля більшого сочинника температури ніж при першій реакциї так спаде, що виступить антибатия.

Вже з сего конклюдую, що сочинники температури подекуди ліпше зіставляти, чим абсолютні скорости реакций в порівнуваних ґрупах. Передовсім впадають в очи великі скоки при переході з одної ґрупи до другої. Порядкови: піридина, хінолїна, α-нафтохінолїна відповідають числа 2·51, 3·019, 3·371. Зн. впровадженю в безпосередне сусїдство атому N одинокого бензольового перстеня на місце атому H відповідає релятивно більше підвисшене сочинника, чим вже дальшого, то є подвійного. Все-ж таки і в другім случаю є він досить великий. Менї здає ся тому, що в α-нафтохінолїнї другий перстїнь находить ся по тім самім боцї, що перший, причиняючи ся до єще дальшого „заслонюваня“ атому N перед зовнішними впливами співреаґуючих атомів чи молекулів. Пр. при β-нафто-хінолїнї можнаби сподївати ся вартоститроха меньшої, чим при α-нафто-хінолїнї, евентуально навіть мало що більшої від хінолїни.

Хоч скорість реакциї при релятивнім „хованю“ або заслонюваню дотичного „реаґуючого центрум“ в глубинї молекула постепенно, але дуже скоро малїє, то однак вплив температури стає ту відворотно чим раз більший. То видко маркантно і правильно на гомольоґах піридини, де порядкови: піридина, α-піколїна, коллїдина відповідають числа; 2·51, 2·88, 3·239 або майже ідентичні ріжниці скоків 0·37, 0·36, чого зовсїм не видко на абсолютних скоростях, бо на двох послїдних маємо раз симбатию, другий раз антибатию (див. передпопередня таблиця). Оба послїдні, рівні числа, говорять на мій погляд дуже много. Факт, що третий метиль в коллїдинї не причинив ся нїчо до піднесеня сочинника, а другий цїлком докладно здвоїв єго вартість в порівнаню до переходу з піридини до α-піколїни вказує недвозначно і ясно дорогу, на якій ту можна дійти до конкретних правильностий, а яких даремно шукати в безглядних скоростях реакциї. Видко би з сего відразу, що лиш сї ґрупи впроваджувані гомольоґічно до реаґуючого типу мають вплив на вартість сочинника температури, які входять в безпосереднє сусїдство з реаґуючим центрум в молекулї. Иньші не грають тут нїякої ролї, хоч на безгляду вартість скорости процесу очевидно впливають.

В звичайних або релятивно досить високих температурах послїдний вплив може бути ріжний (підвисшене або обниженє) а лиш

Digitized by Google

взглядно низьких температурах можна-б a priori приймити, що при якім небудь переходї до висшого гомольоґа можна без виїмку очікувати безглядного обниженя скорости реакциї. Як отже поодинокі ґрупи в молекулах мають і то не даючий ся докладно проглянути вплив на скорість реакциї, так з другого боку справа сочинника температури була-б меньше скомплїкована, бо дала би ся пояснити при стерео хемічнім узглядненю обємів поодиноких ґруп, що находять ся в сусїдстві реаґуючого атома.

Обєми тих ґруп причиняють ся в міру їх нагромадженя до постепенного заслонюваня реаґуючого атома перед зіткненем з другими атомами іньших співреаґуючих молекулів. При такім релятивнім схованю его в глубинї молекули стає він на температуру вражливійший. Думка H. Goldschmidt'a, на якій він розвинув свою теорию *), мала би тут в специяльнім змодифікованю своє добре примінене і з'ілюстроване. Треба би собі так річ з'образувати: приймім, що реакция заходить лиш між тими молекулами етильового йоду і дотичного аміну, яких взаїмна релятивна скорість перевисшає якусь означену мінїмальну границю. Тодї не далеке та не дуже штучне буде вже дальше конклюдоване, що релятивна взаїмна скорість мусить бути тим більша, чим релятивно більше схований буде атом N в молекулї аміну, щоби скорість реакциї могла приймити певну означену вартість. Возьмім під огляд слїдуюче рівнане, до якого він там доходить:

$$k = \frac{konst.}{\alpha}\sqrt{v^2+\alpha^2}\cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

α^2 є тут пропорциональне до абсолютної температури, v означає мінїмальну скорість руху молекулів, вимагану до того, щоби вони стали спосібними до реакциї. Рівнане лишить ся правдоподібно те саме, як під v будемо розуміти релятивну скорість. З него однак легко виходить, що чим більшу вартість з гори положимо за v, в тим більшій мірі зріст α^2 (починаючи особливо від малих вартостий α^2) причиняє ся до зросту k.

Принагідно перевів я еще кілька помірів з хінолїною без розчинника метильового алькоголю, роблячи тим самим реакцию мономолекулярною. Розходило ся менї, як я се висше зазначив о докладнїйше провірене погляду п. H. v. Halban'a в повисших обставинах. Беручи вперед хінолїну за розчинник дістав я слїдуючий результат:

---

*) Гл. loc. cit.

Digitized by Google

Етильовий йод + хінолїна

Температура 39·90 $a = 0·52637$

Час	cm^3	k
0 мінут	4·24	—
94 „	8 95	0·00266
137·2 „	14·00	0·00277
174 „	16·64	0·00285
пересїчна вартість:		0·00276

Температура 60·3°

0 мінут	4·80	—
19 „	11·60	0·014105
43 „	16·24	0·01549
пересїчна вартість:		0·01479

Сочинник температури: 2·227.

Тепер відвернув я порядок відношень в тім змислї, що хінолїну розпустив в етильовім йодї і роблячи тимсамим знов реакцию мономолекулярною, змірив в тихсамих температурах єї скорість. Результат був такий:

Хінолїна + етильовий йод.

Температура 39·85° Cel. $a = 1·2111$

Час	cm^3	k
0 мінут	2·73	—
63 „	4·4	0·000180
136 „	6·21	0·000177
297 „	10·4	0·000184
пересїчна вартість:		0·0001803

Температура 60·5° Cel.

0 мінут	1·7	—
18 „	4·91	0·00119
60 „	11·35	0·00121
114 „	20·09	0·00124
пересїчна вартість:		0·001213

Сочинник температури: 2·511.

Digitized by Google

Як бачимо, в обох случаях випав він великий, але все таки меньший ніж при бімолекулярній реакциї в розчині метильового алькоголю (3-02). Мій здогад оказав ся тут вірний, однак не беручи вже иньших, в літературі численно поданих, примірів, власне з обох послідних табель бачимо виразно, як велику ролю в сочинику температури грає сам розчинник. Мимо проте зовсім иньшого результату, чим на початку я сподівав ся, не хочу поки що займати становиска в тім питаню.

Берлін, в грудни 1909.

Digitized by Google

Digitized by Google

Виразня мінеральоґічна.

написав

Іван Верхратский.

Digitized by Google

Digitized by Google

Виразня мінеральоґічна. Mineralogische Terminologie.

Видівня мінералів. Mineral-Morphologie.

Мінерали скристалїзовані. Krystallisierte Mineralien.

Мінерали безподобні. Gestaltlose oder amorphe Mineralien.

Обмежники кристалів. Begrenzungsstücke der Krystalle.

Площа, площина або стїна. Fläche.

Грана. Kante.

Кін. Ecke.

Форма, скількість і положеня стїн. Form, Zahl und Lage der Flächen.

Фіґури стїн правильні. regelmäßige Figuren der Flächen.

„ „ **сомірні або симетричні.** symmetrische Figuren der Flächen.

„ „ **несомірні або асиметричні.** asymmetrische Figuren der Flächen.

У грани замічає ся:

1. **Фіґура і положене стїн пересїчних.** die Figur und die Lage der Flächen, die sich in der Kante schneiden.

2. **Довгота грани.** die Länge der Kante.

3. **Розхильність грани.** die Grösse der Kante **т. є. кут наклонний (наклонник,** Neigungswinkel) **обох площ зглядом себе творячих грану.**

Грани однакі. gleiche Kanten.

Кутомір. Goniometer.

Кутомір ручний Каранжо́. Carangeau's Handgoniometer.

Кутомір рефлексийний Волястона Wollaston's Reflexionsgoniometer.

Digitized by Google

Гайдінґера метода ґрафічна приближного міреня кутів. Haidingers graphische Metode annähernder Winkelmessungen.

Кони кристалів. Krystallecke.

Кони тристїнні. dreiseitige Ecke.

Кони чотиростїнні. vierseitige Ecke.

Кони шестистїнні, sechsseitige Ecke.

Кони правильні. рівногранні або одногранні. regelmäßige oder gleichkantige Ecke.

Кони сомірні, симетричні або двугранні. symmetrische oder zweikantige Ecke.

Кони неправильні або ріжногранні. unregelmässige oder ungleichkantige Ecke.

Кони шестистїнні. Hexagonale Ecke.

Кони квадратні. Tetragonale Ecke.

Кони ромбові. Rhombische Ecke.

Кони ромбоідові. Rhomboidische Ecke.

Кони дельтоїдні. Deltoidische oder skalenische Ecke.

Оси кристальні і прорізи. Krystallaxen und Durchschnitte.

Вісь головна. Hauptaxe.

Оси бічні. Nebenaxen.

Підстава. Basis (**перекрой або проріз підставовий** basischer Schnitt).

Проріз поперечний. Querschnitt (**проріз рівнобіжний до підстави**).

Проріз головний. Hauptschnitt.

Скупия (ґрупа) стїн. Flächengruppe.

Полоса (пояс) стїн. Flächenzone.

Черта полосна. Zonenlinie.

Види повностїнні або сповні (повностїнники) holoedrische oder vollflächige Gestalten.

Види полустїнні (полустїнники) hemiedrische Gestalten.

Види чверткові (чвертки, четвертини). Viertel.

Види замкнені або затворені. geschlossene Gestalten.

Види отверті або відчинені. offene Gestalten.

Види поєдинчі. einfache Gestalten.

Види сполучні, зложені або сполуки. kombinierte Gestalten, Kombinationen.

Digitized by Google

Уклади кристальні. Krystallsysteme.

А. Триосники.

I. **Уклад рівноосний.** gleichaxiges oder tessulares System.

II. **Уклад квадратний або однодвуосний.** tetragonales oder einzweiaxiges System.

III. **Уклад просторомбний або ріжноосний.** orthorhombisches oder ungleichaxiges System.

IV. **Уклад скісноромбний або односкісний.** klinorhombisches, monoklines oder deltoidisches System.

V. **Уклад трискісний.** triklines oder skalenisches System.

Б. Чотироосники.

VI. **Уклад однотриосний.** eindreigliedriges oder hexagonales System.

I. **Уклад рівноосний.** tessulares System.

а. Види рівноосні поединчі. einfache tessulare Gestalten.

а. Види повностінні. holoedrische Gestalten.

1. **Осьмистінник** (das Oktaeder) **обнятий 8 рівними рівнобічними трикутниками, посідає 12 рівних гран (кожда о 109°28') і 6 чотиростінних конів слідуючого положеня: 1 в горі, 1 долі, 4 в половинній висоті квадрат творячі. Оси лучать два противположні кони** (пр. **у плавня, діяманту, куприту, ґалеиіту).**

Das Oktaeder ist umschlossen von 8 gleichen gleichseitigen Dreiecken, besittzt 12 gleiche Kanten und 6 vierfiächige Ecke von folgender Lage: 1 oben, 1 unten, 4 in halber Höhe ein Quadrat bildend. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende Ecke.

Кожда стіна осьмистінника перерізує всї три оси в однакій віддали від осередка кристалу; відношенєм проте відмірників (параметрів) єсть 1 : 1 : 1, а цїлий вид означає ся буквою початковою О.

Осьмистінник єсть видом основним, з котрого всї прочі види сего укладу мож вивести (після Навмана).

2. **Шестистїнник** (das Hexaeder, der Würfel) **заключений 6 рівними квадратами, посїдає 12 рівних (рівно довгих і рівно острих) гран (кожда о 90°) і 8 тристїнних конів того положеня: 4 в горі, 4 в долинї. Оси лучать осередки двох противлежних стїн. Пр. у соли. плавня, піриту, арґентиту, ґаленїту.**

Das Hexaeder ist umschlossen von 6 gleichen Quadraten, besitzt 12 gleiche (gleichlange und gleichscharfe) Kanten (jede von 90°) und 8 dreifiächige Ecke von dieser Lage: 4 oben, 4 unten und je 4 be-

Digitized by Google

nachbarte ein Quadrat bildend. Die Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Flächen.

Шестистїнник одержимо, коли в кождий кін осьмистїнника положимо площу простопадно до оси того кону, а рівнобіжно до двох других осий. Кожда стїна шестистїнника прорізує тогдї одну піввісь в віддали = 1, а дві другі доперва в віддали = ∞ (або єсть до них рівнобіжною). Відношенє проте відмірників того вида єсть ∞ : ∞ : 1, а відношеню тому одвічає знак шестистїнника: ∞ 0 ∞.

3. **Дванайцятистїнник ромбний** (das Rhombendodekaeder) **заключений 12 пристайними ромбами, котрих тупі кути по 109°28′, острі по 70°32′ мірять, має 24 рівних гран (кожда о 120°), 6 чотиростїнних конів і 8 тристїнних. Оси лучать по два противлежні чотиростїнні кони. Пр. у ґранату, куприту, маґнетиту.**

Das Rhombendodekaeder ist umschlossen von 12 kongruenten Rhomben, deren stumpfe Winkel je 109°28′, jeder Spitze 70°31′ messen, hat 24 gleiche Kanten, 6 vierflächige Ecke und 8 dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Дванайцятистїнник ромбний одержимо, коли в кожду грану положимо площу рівнобіжну лише до оси не належної до тої же грани, а перерізуючої дві другі в віддали = 1. Проте кожда стїна того вида перерізує дві пів'осн. в віддали = 1, а трету в віддали = ∞ від осередка. Проте відношенє відмірників єсть ∞ : 1 : 1, а знаком того вида ∞ 0 1 або ∞ 0 (більший содїйник все пише ся перед 0).

4. **Чотирошестистїнник** (das Tetrakishexaeder) **в головних зачерках подібний шестистїнникови: шестистїнник понад кождою своїх 6 стїн з остриєю чотиростїнною менше або більше тупою — єсть обнятий 6 чотиростїнними ґрупами стїн, проте 24 стїнами, пристайними рівнораменними трикутниками, посїдає 12 довших гран, і 6 × 4 = 24 коротших, відтак 6 чотиростїнних конів і 8 шестистїнних. Оси лучать подва противлежні чотиростїнні кони.**

Das Tetrakishexaeder in seinen Hauptumrissen dem Hexaeder ähnlich, ein Hexaeder mit einer mehr oder weniger stumfen vierseitigen Pyramide über jeder seiner 6 Flächen — ist umschlossen von 6 vierzähligen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, besitzt 12 längere Kanten, und 6 × 4 = 24 kürzere, sodann 6 vierflächige Ecke und 8 sechsflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Digitized by Google

Положім в кожний кін O в напрямі граний по 4 площі, з котрих кожда перерізує другу піввісь належну до тої самої грани, в віддали $n > 1$, а до оси, неналежну до тої же грани, єсть рівнобіжною або перерізує її в віддали $= \infty$, тогді одержимо чотиро-шестистінник. Проте кожда стіна того вида перерізує одну піввісь в віддали $= 1$ (як в 0), другу в віддали $= n$, а трету в віддали $= \infty$ від осередка. Відношенем відмірників єсть оттак $\infty : n : 1$, а знаком того вида $\infty\ 0\ n$. В природі буває звичайно $n = \frac{3}{2} = 3$ або $= 2$.

(Острицї чотиростінні, котрі в тім виді суть осаджені на стінах вписаного $\infty\ 0\ \infty$ бувають тим низші. чим більшим єсть n (вид той переходить в $\infty\ 0\ \infty$, скоро n стане $= \infty$), а тим висші, чим менше єсть n (вид той переходить в $\infty\ 0$, коли n стане $=1$).

5. Триосьмистінник (das Triakisoktaeder) в головних своїх зачерках подібний до осьмистінника, осьмистінник по над кождою своїх стін з менше або більше тупою тристінною острицею, — обнятий 8 тристінними ґрупами стін, проте також 24 стінами, пристайними рівнораменними трикутниками, посідає 12 довших гран і $8 \times 3 = 24$ коротших, відтак 6 осьмистінних конів і 8 тристінних. Оси лучать по два напротивні осьмистінні кони.

Das Triakisoktaeder in seinen Hauptumrissen dem Oktaeder ähnlich, ein Oktaeder mit einer mehr oder weniger stumpfen dreiseitigen Pyramide über jeder seiner 8 Flächen, — ist umschlossen von 8 dreizähligen Flächengruppen, also auch 24 Flächen, kongruenten gleichschenklingen Dreiecken, besitzt 12 längere Kanten und $8 \times 3 = 24$ kürzere Kanten, sodann 6 achtflächige Ecke und 8 dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüber liegende achtflächige Ecke.

Покладїм до кождої грани по дві площі з таким нахилом, щоби кожда з них перерізовала трету піввісь т. є. неналежачу до тої самої грани в віддали $m > 1$, тогдї одержимо триосьмистінник. Кожда стїна того вида прорізує дві оси, належачі до тої самої грани в віддали $= 1$ (як в 0), а трету в віддали $= m$. Проте відношенем відмірників буде $m : 1 : 1$, а знаком триосьмистінника $m\ 0$. Мінерали кристалїзують звичайно лише в таких видах, в котрих $m = \frac{3}{2}$, $= 2$ або $= 3$.

(Чим більше єсть m, тим більше зближає ся той вид до $\infty\ 0$, в котрий переходить, коли $m = \infty$, чим менше єсть m, тим більше зближає ся до 0, в котрий переходить, єсли $m = 1$).

5. Двадцятьчотиростінник дельтоїдний (das Deltoid-Ikositetraeder) в головних зачерках менше або більше осьмистінникy або шестистінникy подібний — єсть обнятий 6 чотиро-

Digitized by Google

стїнними або 8 тристїнними ґрупами стїн, в кождім разї також 24 стїнами, пристайними дельтоїдами, посїдає $6 \times 4 = 24$ довших граи і $8 \times 3 = 24$ коротших, відтак 8 тристїнних конів, 6 рівногранних чотиростїнних і 12 нерівногранних чотиростїнних, остатні такого положеня як осередки стїн дванайцятистїнника (ромбного). Оси лучать по два напротивні рівногранні чотиростїнні кони. Пр. у левкіту, ґранату, анальківу.

Das Deltoid-Ikositetraeder in seinen Hauptumrissen mehr oder weniger dem Hexaeder und dem Oktaeder ähnlich, — ist umschlossen von 6 vierzähligen oder 8 dreizähligen Flächengruppen, jedenfalls also auch 24 Flächen, konguenten Deltoiden, besitzt $6 \times 4 = 24$ längere Kanten und $8 \times 3 = 24$ kürzere, sodann 8 dreiflächige Ecke, 6 gleichkantige vierfläche und 12 ungleichkantige vierflächige, letztere von einer Lage wie die Mittelpunkte der Flächen eines Rhomben-Dodekaeders. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende gleichkantige vierflächige Ecke.

Приложім ро кождого кона O по чотири площі з таким нахилом до стїн O, що кожда з них перерізує дві оси, належачі до тої самої стїни в віддали $m > 1$ від осередка, а одержимо двайцятьчотиростїнник дельтоїдний. Кожда стїна того вида перерізує одну піввісь в віддали $= 1$ (як в O), а дві другі в віддали однакій $= m$ від осередка. Відношенем відмірників проте єсть $m : m : 1$, а знаком двайцятьчотиростїнника $m\ O\ m$. Звичайно буває $m = 2$ або $= 3$.

7. Сорокосьмистїнник (das Tetrakontaoktaeder oder der Achtundvierzigflächner) в головних зачерках менше або більше осьмистїннику, шестистїннику і дванайцятистїннику ромбному подібний, — заключений 8 шестистїнними або 6 осьмистїнними або 12 чотиростїнними ґрупами стїн, в кождім разї проте 48 стїнами, пристайними нерівнобічними трикутниками, посїдає 24 довших граи, 24 середних і 24 коротших, відтак 6 осьмистїнних конів, 8 шестистїнних, 12 чотиростїнних. Оси лучать по два напротивні осьмистїнні кони.

Der Achtundvierzigflächner in seinen Hauptumrissen mehr oder weniger dem Oktaeder, dem Hexaeder und dem Dodekaeder ähnlich, — ist umschlossen von 8 sechszähligen oder 6 achtzähligen oder 12 vierzähligen Flächengruppen, jedenfalls also 48 Flüchen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 24 längere Kanten, 24 mittere und 24 kürzere, sodann 6 achtflächige Ecke, 8 sechsflächige, 12 vierflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende achtflächige Ecke.

Digitized by Google

Приложім до кождого кона по 8 площ, з котрих кожда перерізує одну з двох пів'осий, неналежних до того-ж кона, в віддали $= m$, другу в віддали $= n$ (але тоді $m > n > 1$), а одержимо сорокосьмистінник. Кожда стіна з двох лежачих над тою самою граною і в тім самім кону, перерізує одну піввісь в віддали $= 1$, другу неналежачу до тої грани в віддали більшій $= m$, а трету належачу до тої самої грани, в віддали меншій $= n$ від осередка вида. Відношенем відмірників єсть $m : n : 1$, а знаком того вида $m\ 0\ n$. В природі буває звичайно $m = 3$, а $n = \frac{3}{2}$, $m = 4$ а $n = 2$, або $m = 5$ а $n = \frac{5}{3}$.

(Сорокосьмистінник переходить в другі види повні укладу рівноосного, коли розхильність одних або других граний стає $= 180^0$, через що з обох або кількох стін повстає лиш одна, належача до одвітного вида повного. Єсли зникнуть найдовші грани, повстане $m\ 0\ m$, єсли середні $\infty\ 0\ n$, а єсли найкоротші, тоді $m\ 0$. Єсли зникнуть рівночасно грани середні і найкоротші, повстає $\infty\ 0$, єсли грани середні і найдовші $\infty\ 0\ \infty$, а єсли грани найдовші і найкоротші, тогдї повстане вид первинний 0).

β. Види полустінні. hemiedrische Gestalten.

*) рівнобіжностінні.

8. Дванайцятистінник пятикутний (das Pentagon-Dodekaeder oder das Dyakishexaeder) обнятий 6 двустінними ґрупами стін, проте 12 стінами, пристайними симетричними пятикутниками (пятикутниками о 4 рівних боках а 2 парах рівних кутів) і посідає 6 довших гран, котрі лежать рівнобіжно до гран шестистінника, $8 \times 3 = 24$ коротших, — відтак 8 рівногранних тристінних конів і $6 \times 2 = 12$ нерівногранних тристінних на кінцях 6 довших гран. Оси лучать точки половинні двох напротивних довших гран. Пр. у піриту, кобальтиту.

Das Pentagon-Dodekaeder ist umschlossen von sechs zweizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, kongruenten symmetrischen Fünfecken, und besitzt 6 längere Kanten, deren Lauf parallel ist den Kanten eines Hexaeders, $8 \times 3 = 24$ kürzere, — sodann 8 gleichkantige dreiflächige Ecke und $6 \times 2 = 12$ ungleichkantige dreiflächige an den Enden der 6 längeren Kanten. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegenden längeren Kanten.

З чотирошестистінника через побільшене поперемінних стін по-

Digitized by Google

единчих в той спосіб, що инші зникнуть, повстає дванайцятистінник пятикутний з знаком $\pm \frac{\infty\, 0\, n}{2}$.

9. **Двайцятьчотиростінник трапезоїдний** (das Trapezoid-Ikositetraeder) **єсть заключений 6 чотиростїнними ґрупами стїн, оттак 24 стїнами, пристайними трапезоїдами, посїдає** $6 \times 2 = 12$ **коротших гран (ті грани, котрі подібно гранам дванайцятистїнника пятикутного лежать),** $6 \times 2 = 12$ **довших гран (прочі грани),** $8 \times 3 = 24$ **середних, відтак 8 тристїнних конів, 6 двогранних чотиростїнних конів і** $6 \times 2 = 12$ **тригранних чотиростїнних конів. Оси лучать по два напротивні двугранні чотиростїнні кони. Буває у піриту.**

Das Trapezoid-Ikositetraeder ist umschlossen von 6 vierzähligen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten Trapezoiden, besitzt $6 \times 2 = 12$ kürzere Kanten (diejenigen Kanten, welche ähnlich den Kanten des Pentagon-Dodekaeders liegen) $6 \times 2 = 12$ längere Kanten (die übrigen Kanten), $8 \times 3 = 24$ mittlere, dann 8 dreiflächige Ecke, 6 zweikantige vierflächige Ecke und $6 \times 2 = 12$ dreikantige vierflächige Ecke. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende zweikantige vierflächige Ecke.

Побільшаючи у сорокосьмистїнника $m\, 0\, n$ **напротивні пари стїн, стикаючих ся в гранах середних, одержуємо двайцятьчотиростїнник трапезоїдний із знаком** $\pm \frac{m\, 0\, n}{2}$ **(= означає рівнобіжність стїн сеї половинки).**

****) нерівнобіжностїнні.**

10. **Чотиростїнник** (das Tetraeder) **єсть обнятий 4 пристайними рівнобічними трикутниками, посїдає 6 рівних гран (кожда о 70°32′) і 4 тристїнні кони. Оси лучать точки половинні двох напротивних гран. Приміром у тетраедриту, сфалериту).**

Das Tetraeder ist umschlossen von 4 kongruenten gleichseitigen Dreiecken, besitzt 6 gleiche Kanten und 4 dreiflächige Ecke. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Kanten. Es kommt vor am Tetraedrit, Sphalerit.

Чотиростїнник находить ся з шестистїнником в положеню рівнобіжнім, коли кожда з єго гран з перекутнею стїни шестїнникової іде рівнобіжно.

Digitized by Google

Das Tetraeder befindet sich mit dem Hexaeder in paralleler Stellung, wenn jede seiner Kanten mit einer Diagonale einer Hexaederfläche parallel läuft.

У шестистінника суть двоякі поперемінні кони, через різи на одних повстала половина одмічає ся від другої положенєм, або через побільшенє поперемінних стїн, так що прилягли никнуть, повстає чотиростїнник $\pm \frac{0}{2}$. Знаки + і — вказують, що ті дві половини мають положенє о 90° від себе відвернене, після того, котрі стїни поперемінні зістали збільшені.

Три слїдуючі види в головних зачерках всї чотиростїннику подібні і ставляють ся в подібний спосіб рівнобіжно шестистїннику.

Die drei nachfolgenden Gestalten sind in ihren Hauptumrissen sämtlich dem Tetraeder ähnlich und werden auf ähnliche Weise dem Hexaeder parallel gestellt.

11. Тричотиростїнник (das Trigon-Dodekaeder) **обнятий 4 тристїнними ґрупами, оттак 12 стїнами, пристайними рівнораменними трикутниками, посїдає 6 довших гран і 4 × 3 = 12 коротших, відтак 4 шестистїнні кони і 4 тристїнні. Оси лучать точки половинні двох напротивних гран.**

Das Trigon-Dodekaeder ist umschlossen von 5 dreizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, kongruenten gleichsschenkligen Dreiecken, besitzt 6 längere Kanten und 4 × 3 = 12 kürzere, dann 4 sechsflächige Ecke und 4 dreifläche. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Kanten.

Побільшаючи в $m\ 0\ m$ поперемінні ґрупи стїн зібраних наоколо кона тристїнного, одержимо яко половину тогож вида тричотиростїнник із знаком $\pm \frac{m0m}{2}$.

12. Дванайцятистїнник дельтоїдний (das Deltoid-Dodekaeder oder das zweikantige Tetragonal-Dodekaeder) **обнятий 4 тристїнними ґрупами, проте 12 стїнами, пристайними дельтоїдами, посїдає 6 × 2 = 12 довших гран і 4 × 3 = 12 коротших, відтак 6 чотиростїнних конів, 4 острійші тристїнні і 4 тупійші тристїнні. Оси лучать по два напротивні чотиростїнні кони.**

Das Deltoid-Dodekaeder ist umschlossen von 4 dreizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, congruenten Deltoiden, besitzt 6 × 2 = 12 längere Kanten und 4 × 3 = 12 kürzere, dann 6 vierflächige Ecke,

Digitized by Google

4 spitzere dreiflächige und 4 stumpfere dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Побільшаючи в m O поперемінні ґрупи тристінні, здіймаючі ся над стінами вписаного O, одержимо яко половину того вида дванайцятстінник дельтоїдний із знаком $\pm \frac{m\,O}{2}$.

13. **Шестичотиростінник** (das Hexakistetraeder) **єсть обнятий 4 шестистінними ґрупами, оттак 24 стінами, пристайними нерівнобічними трикутниками, посідає $4 \times 3 = 12$ довших гран, $6 \times 2 = 12$ середних і $4 \times 3 = 12$ коротших, відтак 6 чотиростінних конів, маючих положенє подібне до конів осьмистінника, 4 острійші шестистінні і 4 тупійші шестистінні кони. Всї сомірні. Оси лучать по два напротивні чотиростінні кони.**

Das Hexakistetraeder ist umschlossen von 4 sechsflächigen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt $4 \times 3 = 12$ längere Kanten, $6 \times 2 = 12$ mittlere und $4 \times 3 = 12$ kürzere, dann 6 vierflächige Ecke, 4 spitzere sechsflächige und 4 stumpfere sechsflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Побільшаючи в m O n поперемінні ґрупи стін зібраних по 6 наоколо кона шестистінного так, що прилягли ґрупи зникнуть, одержимо шестичотиростінник із знаком $\pm \frac{m\,O\,n}{2}$.

6. **Сполуки рівноосні.** Tessulare Kombinationen.

Вид переважний (переважник). vorherrschende Gestalt.

Вид підрядний (підрядник). untergeordnete Gestalt.

Грана стята. abgestumpfte Kante.

Грана притуплена. zugeschärfte Kante. **(На місци гранн поєдинчого вида виступають в сполуцї дві нові стіни, котрі суть однако наклонені до стін прилежних вида переважного а творять грану розхильнїйшу).**

Кін стятий. abgestumpfte Ecke.

Кін склинений. zugeschärfte Ecke.

Кін притуплений. zugespitzte Ecke.

Переважником: осьмистїнник.

O. ∞ O ∞. **Осьмистїнник, котрого 6 конів стятих стїнами шестистїнника (пр. галун, ґаленїт).** ein Oktaeder, dessen 6 Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders,

Digitized by Google

O. ∞ O. **Осьмистїнник, котрого 12 гран стятих стїнами дванайцятистїнника ромбного пр. у куприта.** ein Oktaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

O. *m* O *m*. **Осьмистїнник, котрого 6 конів чотиростїнно (чотироплощно) притуплених площами двайцятьчотиростїнника дельтоїдного. пр. плеонаст.** ein Oktaeder, dessen 6 Ecke vierflächig zugespitzt sind durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

O. $\frac{\infty O n}{2}$. **Осьмистїнник, котрого 6 конів склинених площами дванайцятистїнника пятикутного. У кобальтина.** ein Oktaeder, dessen 6 Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Dyakishexaeders.

Переважником: шестистїнник.

∞ O ∞. O. **Шестистїнник, котрого 8 конів стятих площами осьмистїнника; у соли камінної, флуорита, ґаленита.** ein Hexaeder, dessen 8 Ecke abgestumpft durch die Flächen des Oktaeders.

∞ O ∞. $\frac{O}{2}$. **Шестистїнник на чотирох поперемінних конах стятий стїнами чотиростїнника.** ein Hexaeder, die vier abwechselnden Ecke abgestumpft durch die Flächen des Tetraeders.

∞ O ∞. ∞ O. **Шестистїнник о гранах стятих площами дванайцятистїнника ромбного.** ein Hexaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

∞ O ∞. ∞ O *n*. **Шестистїнник, котрого 12 гран чотирестїнно притуплених площами чотирошестистїнника; у фльуориту.** ein Oktaeder, dessen 6 Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

∞ O ∞. *m* O. **Шестистїнник, котрого кождий з вісім конів триплощно притуплений (від гран) площами триосьмистїнника.** ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind (von den Kanten her) durch die Flächen eines Triakisoktaeders.

∞ O ∞. *m* O *m*. **Шестистїнник, котрого кождий з 8 конів триплощно притуплений (від стїн) стїнами двайцятьчотиростїнника (у аналькиму).** ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind (von den Flächen her) durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

∞ O ∞. *m* O *n*. **Шестистїнник, котрого кождий з 8 конів шестиплощно притуплений площами сорокосьмистїнника.** ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je sechsflächig zugespitzt durch die Flächen eines Achtundvierzigflächners.

Digitized by Google

в) Переважником: **дванайцятистїнник ромбний.**

∞ 0. m 0 m. **Дванайцятистїнник ромбний, котрого 24 гран стятих площами двайцятьчотиростїнника дельтоїдного; пр. у ґранату.** ein Rhomben-Dodekaeder, dessen 24 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen eines Deltoid Ikositetraeders.

∞ 0. $\frac{m\,0\,m}{2}$. **Дванайцятистїнник ромбний, котрого 6 чотиростїнних конів склинених площами тричотиростїнника; у сфалериту.** ein Rhomben Dodekaeder, dessen 6 tetragonale Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Trigon-Dodekaeders.

г) Переважником: **дванайцятистїнник дельтоїдний.**

m 0 m. ∞ 0 ∞. **Двайцятьчотиростїнник дельтоїдний, котрого 6 конів чотиростїнних рівногранних стятих площами шестистїнника, у аналькиму.** ein Deltoid-Ikositetraeder, dessen 6 tetragonale Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

Переважником: **чотиростїнник.**

$\frac{0}{2}\cdot\frac{0'}{2}$. **Чотиростїнник, котрого 4 кони стяті площами чотиростїнника відворотного (чотирост. в положеню відверненім) пр. у тетраедриту, у сфалериту.** ein Tetraeder, dessen 4 Ecke abgestumpft sind durch die 4 Flächen des Tetraeders in der Gegenstellung.

$\frac{0}{2}\cdot\infty$ 0. **Чотиростїнник, котрого кождий з 4 конів триплощно притуплений площами дванайцятистїнника ромбного (у тетраедриту).** ein Tetraeder, dessen 4 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

$\frac{0}{2}\cdot\frac{m\,0\,m}{2}$. **Чотиростїнник, котрого 6 гран притуплених площами тричотиростїнника (у тетраедриту).** ein Tetraeder, dessen 6 Kanten zugeschärft sind durch die Flächen eines Trigonal-Dodekaeders.

Переважником: **дванайцятистїнник пятикутний.**

$\frac{\infty\,0\,n}{2}$. ∞ 0 ∞. **Дванайцятистїнник пятикутний, котрого 6 ромбічних гран стятих площами шестистїнника (у піріту, кобальтину).**

Digitized by Google

ein Dyakishexaeder, dessen 6 rhombische Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

Приміри потрійних комбінаций (сполук).

∞ 0 ∞. ∞ 0. $\frac{0}{2}$. **Шестистінник, котрого 12 гран стятих площами дванайцятистінника ромбного, а 4 поперемінні кони площами чотиростінника (у борациту).** ein Hexaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders, die 4 abwechselnden Ecke aber durch die Flächen des Tetraeders.

∞ 0. ∞ 0 ∞. $\frac{0}{2}$. **Дванайцятистінник ромбний, котрого 6 чотиростінних конів стятих площами шестистінника, а 4 поперемінні кони тристінні площами чотиростінника.** ein Rhomben-Dodekaeder, dessen 6 tetragonale Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders, die 4 abwechselnden trigonalen Ecke aber durch die Flächen des Tetraeders.

0. ∞ 0. ∞ 0 ∞. **Осьмистінник, котрого 12 гран стятих площами дванайцятистінника ромбного, а 6 конів площами шестистінника (у ґаленіту).** ein Oktaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders, die 6 Ecke aber durch die Flächen des Hexaeders.

II. **Уклад квадратний або однодвоосний,** Tetragonales oder einzweiaxiges System.

A. **Види поодинчі однодвоосні.** Einfache tetragonale Gestalten.

a) **Види замкнені.**

P. **Остриця квадратна.** tetragonale Pyramide.

m P. **Первостриця квадратна.** tetragonale Protopyramide.

m P ∞. **Второстриця квадратна.** tetragonale Deuteropyramide.

Остриця квадратна (О. рівногранна чотиростінна, tetragonale Pyramide) **єсть обнята двома чотиростінними ґрупами, 8 пристайними рівнораменними трикутниками, — посїдає 2 рівногранні чотиростінні кони, котрі вершками зовуть ся, 4 нерівногранні чотиростінні кони, котрі бічними зовуть ся, на послїдок 2 $\times$ 4 = 8 гран вершкових і 4 грани бічні. Вісь головна лучить оба вершки, оси бічні кони бічні; одна з тих послїдних кладе ся межи правицею а лївицею, Остриця звертає тогдї до зрітеля одну грану вершкову і єсть в положеню звичайнім. Підставою єсть квадрат. Остриця зове ся острою, коли вісь головна довша, нїж оси бічні, в противнім разї тупою. Знак**

Digitized by Google

остриці звичайного положеня (первостриці) есть *P*. Через скручене о 45° одержує она відвернене положене, звертає тогдї до зрітеля стїну (второстриця). В природї буває у мелїту (грана вершкова 118°4′, бічна 93°22′). Die tetragonale Pyramide ist umschlossen von zwei vierzähligen Flächengruppen, 8 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, — besitzt 2 gleichkantige vierflächige Ecke, die man Spitzen nennt, 4 ungleichkantige vierflächige Ecke, die man Seitenecke nennt, endlich 2 × 4 = 8 Spitzenkanten und 4 Seitenkanten. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen, die Nebenaxen die Seitenecke; eine der letzteren sei zwischen Rechts und Links gestellt. Die Pyramide wendet alsdann dem Beschauer eine Spitzenkante zu und ist so in der normalen Stellung. Die Basis ist ein Quadrat. Die Pyramide heißt spitz, wenn die Hauptaxe länger ist als die Nebenaxen, sonst stumm oder flach. Das Zeichen der Pyramide in normaler Stellung ist *P*. (Protopyramide). Durch eine Drehung von 45° kommt sie in die diagonale Stellung, wendet alsdann dem Beschauer eine Fläche zu (Deuteropyramide).

Pn. Остриця осьмабічна.

Остриця осьмабічна (die ditetragonale Pyramide) есть обмежена 2 осьмистїнними ґрупами, оттак 16 стїнами, нерівнобічними трикутниками, — посїдає 2 осьмистїнні двугранні кони, так звані вершки, і 8 чотиростїнних конів бічних, зкотрих однак 4 острійші, 4 тупійші суть, — наконець троякі грани: 2 × 4 = 8 довших і острійших, 2 × 4 = 8 коротших і тупійших гран вершкових, 8 гран бічних. Вісь головна лучить оба вершки, оси бічні по два тупійші кони бічні (підставові). Підстава есть симетричним (рівнобічним, але що до кутів лиш поперемінно рівним) осьмибоком. Die ditetragonale Pyramide ist umschlossen von 2 achtzähligen Flächengruppen, also 16 Flächen, ungleichseitigen Dreiecken, — besitzt 2 achtflächige zweikantige Ecke, Spitzen, und 8 vierflächige Seitenecken, wovon aber 4 spitzer, 4 stumpfer sind, — endlich dreierlei Kanten: 2 × 4 = 8 längere und schärfere, 2 × 4 = 8 kürzere und stumpfere Axenkanten, 8 Seitenkanten. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen, die Nebenaxen je 2 stumpfere Seitenecke. Die Basis ist ein symmetrisches (gleichseitiges, doch nur abwechselnd gleichwinkliges) Achteck.

$\frac{P}{2}$. Клиняк квадратний. Tetragonales Sphenoid.

(Клиняк квадратний) Нехай у остриці квадратної (рівногранної чотиростїнної) стїни поперемінні зникають, тим часом полишені

Digitized by Google

розширяють ся аж до взаїмної прорізи: то повстає клиняк квадратний або однодвоосний. Подібний до чотиростїнника укладу рівноосного, але обмежає ся 4 рівнораменними трикутниками і має 6 гран, з котрих 2 ідуть навхрест і поземо через вершки, прочі 4 через кони бічні острицї, з котрої вид повсав; на кождім 4 коні встикають ся 2 грани бічні і 1 позема. — Вісь головна лучить точки половинні 2 поземих гран, дві оси бічні точки половинні двох гран бічних. Знаком клиняка єсть $+\frac{P}{2}$ і $-\frac{P}{2}$, після звичайного чи відверненого положеня. Das tetragonale Sphenoid ist dem Tetraeder des tessularen Systems ähnlich, wird aber von 4 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt und hat 6 Kanten, wovon 2 kreuzweise und horizontal durch die Spitzen, die anderen 4 durch die Seitenecke der Pyramide gehen, aus welcher die Gestalt entstanden ist; an jedem der 4 Ecke stoßen 2 Seitenkanten und 1 horizontale Kante zusammen. — Die Hauptaxe verbindet die Halbierungspunkte der 2 horizontalen Kanten, die zwei Nebenaxen die Halbierungspunkte je zweier Seitenkanten. Das Zeichen des Sphenoids ist $+\frac{P}{2}$ und $-\frac{P}{2}$, je nach der normalen oder der Gegenstellung.

б) Види отверті.

Граняк квадратний. tetragonales Prisma.

∞P. **Первограняк квадратний.** tetragonales Protoprisma.

$\infty P \infty$. **Второграняк квадратний.** tetragonales Deuteroprisma.

$o P$. **Двостїнник оконечний (наконечний, підставовнй) квадратний.** tetragonale Basis- oder Endfläche (basisches oder tetragonales Pinakoid).

$\infty P n$. **Граняк осьмибічний.** Ditetragonales Prisma.

Граняк квадратний єсть то граняк чотиростїнний, котрого перекрой підставовий єсть квадратом, а стїни суть рівнобіжні до оси головної. Das tetragonale Prisma ist ein vierflächiges Prisma, dessen Basis ein Quadrat ist, und die Flächen paralell sind zur Hauptaxe.

Вивід і означене видів. Первострицю, яко вид первинний, означаєм буквою P; піввісь головна най буде $= a$, а піввісь бічна $= 1$, — проте відношене параметрів (відмірників) кождої стїни вида первинного єсть $a : 1 : 1$. — Коли піввісь головну помножим певним числом $m \lessgtr 1$, але завсе вимірним (найчастїйше буває $m = \frac{1}{2}$, $= 2$ або $= 3$) а відтак в кожду грану бічну первострицї положим по

Digitized by Google

дві площи з таким нахилом, щоб одна в горі а друга в долині прорізала вісь головну в віддали $= m$, тогдї одержимо ряд первостриць $m\ P$, котрих границею з одної сторони, коли $m = \infty$ єсть первограняк $\infty\ P$, а з другої сторони, коли $m = o$, двостїнник підставовий $o\ P$. Die Protopyramide als Grundgestalt, wird mit dem Buchstaben P bezeichnet; die halbe Hauptaxe sei $= a$, und die halbe Seitenaxe $= 1$; — das Verhältniß der Parameter jeder Fläche der Grundgestalt ist $a : 1 : 1$. — Wenn die halbe Hauptaxe mit einer gewissen meßbaren Größe $m \gtrless 1$ (am meisten $m = \frac{1}{2} = 2$ oder $= 3$) multipliciert wird, und sodann in jede Seitenkante der Protopyramide je zwei Flächen mit solcher Neigung gelegt werden. daß die eine oben und die zweite unten die halbe Grundaxe in der Entfernung $= m$ schneidet, so erhält man die Reihe der Protopyramiden $m\ P$, deren Grenze einerseits, wenn $m = \infty$ das Protoprisma $\infty\ P$, und andererseits, wenn $m = o$, das basische Pinakoid $o\ P$ ist.

$$o\ P \ldots\ \overset{<}{m}\ P \ldots\ P \ldots\ \overset{>}{m}\ P \ldots\ \infty\ P.$$

Граняк осьмибічний (das ditetragonale Prisma) або гр. нерівногранний осьмибічний єсть обмежений 8 стїнами, рівнобіжними до оси головної, перекрой підставовий єсть осьмибоком симетричним (рівні боки але лише поперемінно рівні кути) а грани поперемінно суть острійші і тупійші. Das ditetragonale Prisma ist begrenzt von 8 zur Hauptaxe parallelen Flächen; der Hauptschnitt ist ein symmetrisches Achteck (alle Seiten gleich aber bloß gegenüberliegende Winkel gleich) und die Kanten sind abwechselnd gleich (vier schärfere und vier stumpfere).

Єсли кожду піввісь бічну ($= 1$) якої небудь первостриці $m\ P$ помножимо числом $n > 1$, але все вимірною (звичайно буває $n = \frac{3}{2}$, $= 2$ або $= 3$) а відтак до кождої грани вершкової приложимо по дві площини, котрі неналежачу до тої грани вісь бічну обосторонно в віддали $= n$ від осередка вида перерізують, тогдї одержимо одвітно до великости виводника n, ряд остриць осьмибічних, котрих грани, лежачі в місци гран первістних вершкових, будуть тим тупійші, чим більше єсть n. Відношенем відмірників єсть тогдї $m : n : 1$, а знаком остриць осьмибічних $m\ P\ n$, котрих границею, коли $m = \infty$, єсть граняк осьмистїнний із знаком $\infty\ P\ n$.

$$o\ P \ldots\ \overset{<}{m}\ P\ n \ldots\ Pn \ldots\ \overset{>}{m}\ P\ n \ldots\ \infty\ P\ n.$$

Коли n стане $= \infty$, тогдї відношенєм відмірників єсть $m : \infty : 1$; обі площини приложені до грани вершкової $m\ P$, суть рівнолеглі

Digitized by Google

до оси бічної, неналежної до тої грани, або творять тільки одну стїну, а тим способом з острицї 8-бічної повстає ряд остриць другого ряду із знаком $m\ P\ \infty$, **котрих границею горішною, єли** $m = \infty$, **єсть второграняк** $\sim P \sim$.

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \infty \ldots P \sim \ldots \overset{>}{m}\ P\ \infty \ldots \infty\ P\ \infty,$$

Wenn jede Hälfte der Nebenaxe (= 1) irgend einer Protopyramide $m\ P$ mit $n > 1$, jedenfalls einer meßbaren Größe (gewöhnlich ist $n = \frac{3}{2} = 2$ oder $= 3$) multipliciert wird, und sodann in jede Spitzenkante je zwei Flächen gelegt werden, welche die zu dieser Kante nicht gehörige Seitenaxe beiderseits in der Entfernung $= n$ vom Mittelpunkt der Gestalt durchschneiden, dann erhalten wir, je nach der Größe der Ableitungszahl n, eine Reihe ditetragonaler Pyramiden, deren Kanten, welche an der Stelle der urspüngliohen Spitzen kanten liegen, desto stumpfer sind, je größer die Ableitungszahl n. Das Parameterverhältnis ist sodann $m : 1 : 1$, und das Zeichen der ditetragonalen Pyramiden $m\ P\ n$, deren Grenze, wann $m = \infty$, das ditetragonale Prisma $\infty\ P\ n$ ist.

Wenn $n = \infty$ wird, dann ist das Parameterverhältniß $m : \infty : 1$; beide an die Scheitelkante gelegte Flächen sind der Seitenaxe, welche zu der Scheitelkante nicht gehört, parallel oder bilden nur eine Fläche, und auf diese Weise entsteht aus der ditetragonalen Pyramide eine Reihe Deuteropyramiden $m\ P \sim$, deren obere Grenze, wann $m = \infty$ das Deuteroprisma $\infty\ P\ \infty$ ist.

Двостїнник підставовий (наконечний або наконечник) виступає лише в сполуцї з одвітними граняками яко пара стїн рівнобіжних до підстави остриць, проте простопадних до оси головної. Двостїнники в сполуцї з острицями стинають їх вершки, а получені з граняками замикають їх двома стїнами поземими. Das basische Pinakoid tritt nur in Kombination mit entsprechenden Prismen als ein Paar zur Basis der Pyramiden paralleler, zur Hauptaxe senkrechter Flächen. Die beiden Endflächen stumpfen die Spitzen der Pyramide ab, und kombiniert mit dem Prisma schließen sie dasselbe mit zwei horizontalen Flächen.

Б. Сполуки однодвоосні.

$o\ P.\ \frac{1}{3}\ P.$ **Первостриця** (P) **сплощена в первострицю** $\frac{1}{3}\ P$, **на кінцях стята наконечником квадратним** $o\ P$. die Protopyramide, sich verflachend in die Protopyramide $\frac{1}{3}\ P$, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid $o\ P$.

Digitized by Google

o P. $\frac{1}{3}$ *P.* **Первострица** $\frac{1}{3}$ *P*, **на вершках стята наконечником квадратним** *o P.* die Protopyramide $\frac{1}{3}$ *P* an der Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid *o P.*

o P. $\frac{1}{3}$ *P.* $\frac{1}{3}$ *P* ∞. **Первострица** $\frac{1}{3}$ *P* **на вершках стята наконечником квадратним** *o P*, **грани вершкові первострицї** $\frac{1}{3}$ *P* **косо стяті площами второстриці** $\frac{1}{3}$ *P* ∞. die Protopyramide an der Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid, die Kanten der Protopyramide schief abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide.

o P. P. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. **Первограняк** ∞ *P*, **котрого грани стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею** *P*, **на вершках стятою наконечником** *o P.* das Protoprisma ∞ *P*, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P*, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid *o P.*

o P. P. P ∞. 3 *P* 3. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. **Первограняк** ∞ *P*, **котрого грани стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею, вершок стятий наконечником квадратним** *o P*, **грани вершкові первострицї** *P* **стяті площами второстриці** *P* ∞, **а кін сполучний межи стїнами второграняка** ∞ *P* ∞ **і первострицї** *P* **притуплений стїнами остриці осьмибічної** 3 *P* 3. das Protoprisma ∞ *P*, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P*, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid *o P*, die Spitzenkanten der Protopyramide *P* abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide *P* ∞ und die Combinationsecke zwischen den Flächen des Deutero-Prisma ∞ *P* ∞ und der Protopyramide *P* zugeschärft durch die Flächen der ditetragonalen Pyramide 3 *P* 3.

o P. P. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. ∞ *P* 3. **Первограняк** ∞ *P*, **котрого грани стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею** *P*, **вершок стятий наконечником квадратним** *o P*; **первострица** *P* **і второграняк** ∞ *P* ∞ **значно переважаючі, первограняк** ∞ *P* **дуже підрядний, а грани сполучні обох граняків квадратних стяті стїнами граняка осьмибічного** ∞ *P* 3. das Protoprisma ∞ *P*, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P* — die Protopyramide und das Deuteroprisma weitaus vorherrschend — das Protoprisma ∞ *P* sehr untergeordnet und die Kombinationskanten der beiden tetragonalen Prismen abgestumpft durch die Flächen des ditetragonalen Prisma ∞ *P* 3.

P. ∞ *P.* **Первограняк** ∞ *P* **замкнений первострицею** *P*; **грани сполучні поземі.** das Protoprisma ∞ *P* geschlossen durch die Protopyramide *P*, die Kombinationskanten horizontal.

Digitized by Google

P. 3 *P* 3. ∞ *P* ∞. **Второграняк** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею** *P*; **клесом ідучі грани сполучні стяті стінами осьмибічної острицї** 3 *P* 3; **по** 3 **площі творять пояс.** das Deuteroprisma ∞ *P* ∞ geschlossen durch die Protopyramide *P*; die im Zickzak verlaufenden Kombinationskanten abgestumpft durch die Flächen der ditetragonalen Pyramide 3 *P* 3, je 3 Flächen bilden eine Zone.

P. ∞ *P* 3. **Осьмибічний граняк** ∞ *P* 3, **замкнений первострицею** *P*. das ditetragonale Prisma ∞ *P* 3, geschlossen durch die Protopyramide *P*.

P. ∞ *P* ∞. **Второграняк** ∞ *P* ∞ **замкнений первострицею** *P*. das Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P*.

o P. P. ∞ *P* ∞. **Второграняк** ∞ *P* ∞ **замкнений первострицею** *P*, **граняк дуже низкий (о оси головній дуже малій) а острица стята наконечником** *o P*. das Deuteroprisma ∞ *P* ∞ geschlossen durch die Protopyramide *P*; das Prisma sehr niedrig und die Pyramide abgestumpft durch das Pinakoid *o P*.

P. 2 *P* ∞. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. **Грани первограняка** ∞ *P* **стяті стінами второграняка** ∞ *P* ∞, **замикає первострица** *P* **і второстриця** 2 *P* ∞. die Kanten des Protoprisma ∞ *P* abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P* und die Deuteropyramide 2 *P* ∞.

2 *P* ∞. ∞ *P* ∞. **Второстриця** 2 *P* ∞ **з второграняком** ∞ *P* ∞ die Deuteropyramide 2 *P* ∞ mit dem Deuteroprisma ∞ *P* ∞.

$\frac{P}{2}\cdot\frac{P'}{2}$. **Клиняк** $\frac{P}{2}$, **котрого кони стяті тим самим клиняком в протиположеню** $\frac{P'}{2}$. Ein Sphenoid, desen Ecke abgestumpft durch dasselbe Sphenoid in der Gegenstellung $\frac{P'}{2}$.

o P. $\frac{P}{2}\cdot\frac{P}{2}$.*P* ∞. 2 *P* ∞. **Клиняк** $\frac{P}{2}$, **котрого кони стяті тим самим клиняком в протиположеню** $\frac{P'}{2}$, **поземі грани клиняка звичайного стяті наконечником** *o P*, **грани сполучні обох клиняків же по части (просто) стяті стінами второстриці** *P* ∞, **по части (косо) стінами (острійшої) второстриці** 2 *P* ∞. ein Sphenoid $\frac{P}{2}$, dessen

Digitized by Google

Ecke abgestumpft durch dasselbe Sphenoid in der Gegenstellung $\frac{P'}{2}$, die horizontalen Kanten des Sphenoids $\frac{P}{2}$ abgestumpft durch das Pinakoid $o\ P$, die Combinationskanten der beiden Sphenoide aber teils (gerade) abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide $P\ \breve{\infty}$, teils (schief) durch die Flächen der (spitzeren) Deuteropyramide $2\ P\ \breve{\infty}$.

III. **Уклад просторомбний або ріжноосий.** orthorhombisches oder rhombisches System.

A. **Види просторомбні поодинчі.** einfache rhombische Gestalten.

я) Види замкнені.

Остриця просторомбна. die orthorombische Pyramide P.

Остриця перекутні довгої. die Makropyramide.

$$\left(m\ P\ \bar{n}\ \ldots\ P\ \bar{n}\ \ldots\ m\ P\ \bar{n}\right).$$

Остриця перекутні короткої. die Brachypyramide.

$$\left(m\ P\ \breve{n}\ \ldots\ P\ \breve{n}\ \ldots\ m\ P\ \breve{n}\right)$$

Клиняк просторомбний. das rhombische Sphenoid $\frac{P}{2}$.

Остриця просторомбна (die orthorhombische Pyramide) **есть то проста нерівногранна чотиростїнна остриця, обнята двома чотиростїнними ґрупами, 8 пристайними нерівнобічними трикутниками і посїдає самі чотиростїнні двогранні кони, з яких два котрі небудь противоположні яко вершки, вісь через них ідучу яко головну приймаєм, котру ставляєм простопадно. Дві другі оси зовуть ся відтак осями бічними, ромб, котрого перекутні творять, підставою. Довшу тих обох перекутнїй зовем перекутнею довгою, коротшу пер. короткою. Грани суть троякі: 4 довші острійші сягають від вершків до кінцїв перекутні довшої і зовуть ся тому гранами вершковими перекутні довшої; 4 коротші тупійші сягають від вершків до кінців перекутні коротшої і зовуть ся гранами вершковими перекутні коротшої; 4 грани бічні або підставові лучать кінцї перекутні довгої з кінцями короткої. Кони суть також троякі: оба вершки; 2 острійші кони бічні на кінцях перекутні довшої, тому**

Digitized by Google

конами бічними пер. довшої, 2 тупійші кони бічні на кінцях перекутнї коротшої, тому конами бічними пер. коротшої звані. Перекрой головний, котрий містить грани вершкові перекутнї довгої, зове ся перекроєм головним перекутнї довгої, різ головний, котрий містить грани вершкові перекутнї короткої, перекроєм головним перекутнї короткої, оба суть ромбами, так як підстава єсть ромбом.

Острицю просторомбну так уставляє ся, що перекутня довша лежить поперек (т. є. межи правицею а лївицею); зовуть її тому також перекутнею поперечною, а перекутню коротшу відтак перекутнею здовжною. Острицю того укладу значать також *P*.

Das Orthotyp oder die gerade ungleichkantige vierseitige Pyramide ist von zwei vierzähligen Flächengruppen, 8 kongruenten ungleichseitigen Dreiecken begrenzt und besitzt lauter vierflächige zweikantige Ecke, von denen man zwei beliebige sich gegenüberliegende als die Spitzen, die durch selbe gehende Axe als Hauptaxe nimmt, die man sofort vertikal stellt. Die zwei anderen Axen heißen sodann Nebenaxen, der Rhombus, dessen Diagonalen sie bilden, die Basis. Die längere dieser beiden Diagonalen nennt man Makrodiagonale, die kürzere Brachydiagonale. Die Kanten sind dreierlei 4 längere schärfere gehen von den Spitzen zu den Enden der Makrodiagonale, und heißen deshalb selbst makrodiagonale Spitzenkanten; 4 kürzere stumpfere gehen von den Spitzen zu den Enden der Brachydiagonale und heißen deshalb selbst brachydiagonale Spitzenkanten, 4 Seiten- oder Basiskanten verbinden die Endpunkte der Makrodiagonale mit denen der Brachydiagonale. Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: die beiden Spitzen; 2 spitzere Seitenecken an den Enden der Makrodiagonale, deshalb makrodiagonale Seitenecken genannt; 2 stumpfere Seitenecke an den Enden der Brachydiagonale, deshalb brachydiągonale Seitenecke genannt. Der Hauptschnitt, welcher die makrodiagonalen Spitzenkanten enthält, heißt makrodiagonaler Hauptschnitt; der Hauptschnitt, welcher die brachydiagonalen Spitenkanten enthält, brachydiagonaler Hauptschnitt; beide sind Rhomben, wie die Basis ein Rhombus ist.

Die orthorhombische Pyramide stellt man so, daß die Makrodiagonale quer (d. i. zwischen Links und Rechts) zu stehen kommt; man nennt sie daher auch die Querdiagonale, während die Brachydiagonale dann auch Längsdiagonale genannt wird. Die Pyramide dieses Systemes wird auch mit *P* bezeichnet.

Відносно до зглядної довготи оси головної, перекутнї довгої і короткої, ріжнимо троякі острицї; перворядні (первострицї, Pro-

Digitized by Google

topyramiden), второрядні (второстриці, остриці перекутні довгої, Makropyramiden) і треторядні (третостриці, остриці перекутні короткої, Brachpyramiden).

Розширім поперемінні стїни остриці просторомбної аж до заникання других, то одержимо вид подібний до чотиростїнника рівноосного або клиняка квадратного, званий клиняком просторомбним. Єсть він обнятий 6 трикутниками рівнобічними, має грани троякі: 2 вершкові, 2 бічні довші і тупійші і 2 бічні коротші і острійші. Грани вершкові суть поземо уставлені, бічні же здіймають ся і опадають клесом. Кони всї суть тристїнні, ріжногранні. Оси лучать осередки напротивних граній. Знаком клиняка того єсть $\frac{P}{2}$ в звичайнім, $-\frac{P}{2}$ в противоположеню. Erweitert man die abwechselnden Flächen der orthorhombischen Pyramide bis zum Verschwinden der anderen, so erhält man eine dem Tetraeder im tessularen, dem Sphenoide im tetragonalen Systeme ähnliche Gestalt, die orthorhombisches Sphenoid genannt wird. Ist von 6 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, hat dreierlei Kanten: 2 Spitzenkanten, 2 längere und stumpfere und 2 kürzere und schärfere Seitenkanten. Die Spitzenkanten sind horizontal gestellt, die Seitenkanten hingegen erheben sich und fallen im Zickzack. Die 4 Ecke sind dreiflächig, ungleichkantig. Die Axen verbinden die Mittelpunkte gegenüberliegender Kanten

6) Види отверті.

Граняк простопадний. vertikales Prisma ∞P.

Дашник (кришец) перекутної довгої. Makrodoma

$$(m\,P\,\breve{\infty},\ \ldots\ P\,\breve{\infty},\ \ldots\ \overset{>}{m}\,P\,\breve{\infty})$$

Дашник (кришец) перекутні коротшої. Brachydoma.

$$(m\,P\,\breve{\infty},\ \ldots\ P\,\breve{\infty},\ \ldots\ \overset{>}{m}\,P\,\breve{\infty})$$

Поземий наконечник (двостїнник наконечний). horizontales rhombisches Pinakoid (Protopinakoid) $o\,P$.

Наковечник перекутні довгої. Makropinakoid $\infty\,P\,\bar{\infty}$.

Наконечник перекутні короткої. Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$.

Граняк простопадний має 4 стїни рівнобіжні до оси головної. а перекрой їх поперечний одвічаючий підставі остриці, єсть ромбом, в котрім обі оси бічні лучать напротивні кути.

Digitized by Google

(Граняки поземі або дашники (кришці) мають 4 стіни рівнобіжні до одної з оси бічних. Види сї подібні до двох дашків стикаючих ся своїми підставами. Ріжнимо два роди дашників).

а) Дашники перекутні довгої (Makrodomen) в котрих перекрою перекутня простопадна одвічає оси головній, а позема оси бічній короткій остриці просторомбної. Грани суть рівнобіжні до перекутні довгої. Die Makrodomen, in deren Querschnitt die senkrechte Diagonale der Hauptaxe, und die horizontale der Brachydiagonale der orthorhombischen Pyramide entspricht. Die Kanten sind der Makrodiagonale parallel.

β) Дашники перекутні короткої, в котрих перекрою перекутня простопадна одвічає головній оси, а позема оси бічній довгій остриці просторомбної. Грани суть рівнобіжні до перекутні короткої. Die Brachydomen, in deren Querschnitt die vertikale der Hauptaxe entspricht, und die horizontale der Makrodiagonale der orthorhombischen Pyramide. Die Kanten sind der Brachydiagonale parallel.

Двостінники (наконечники) просторомбні суть троякими парами стін рівнобіжних, з котрих одні суть простопадні до оси головної (двостінник підставовий), другі до перекутні довгої (двостінник перекутні короткої) а треті до перекутні короткої (двостінник перекутні довгої). Die orthorhombischen Pinakoide sind dreifache Paare paralleler Flächen, von denen das eine Paar senkrecht zur Hauptaxe ist (basisches Pinakoid) das zweite zur Makrodiagonale (das Brachypinakoid) und das dritte zur Brachydiagonale (das Makropinakoid).

Вивід і означенє видів. Остриця просторомбну як вид первістний означаєм буквою P. Піввісь головна най буде $= a$, піввісь бічна довга $= b$, а піввісь бічна коротка $= c$; відношенє проте відмірників кождої стіни єсть $a : b : c$.

1. Продовжім піввісь головну остриці P, множачи її певним числом $m \gtrless 1$, але в кождім разї вимірним і приложім до гран бічних остриці площини, прорізучі вісь головну обосторонно в m-тій віддали від осередка, а одержимо ряд первиць первого ряду (первостриць) $m\,P$, маючих таку саму підставу і однакове положенє стін, як остриця первітна P:

$$a)\ o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty\,P.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостінник підставовий $o\,P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть граняк просторомбний $\infty\,P$. Чим більше єсть m, тим розхильнїйші будуть грани підставові, а остриці тим острійші (висші); чим менше

Digitized by Google

єсть m, тим острійші будуть грани підставові, а остриці тим тупійші (низші).

2. Продовжім перекутню довгу всїх остриць первітних, множачи єї половину числом $n > 1$, все вимірним, і приложім до кождої тупійшої грани вершкової (належачої до перекутнї коротної) площини, перерізуючі перекутню довшу в віддали $= n$, тогдї одержимо ряд остриць другорядних (второстриць, о. перекутнї довгої) із знаком $m\ P\ \bar{n}$, в котрій знак $\bar{\ }$ над n відносить ся до перекутнї довгої.

$$\text{b)}\ o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \bar{n} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \bar{n} \ldots \infty\ P\ \bar{n}.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = o$, єсть второграняк перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{n}$.

3. Продовжім перекутню коротку всїх первостриць, множачи єї половину числом $n > 1$ все вимірним, і приложім до кождої острійшої грани вершкової (належачої до перекутнї довгої) площини, перерізуючі перекутню коротку в віддали $= n$, тогдї одержимо ряд остриць треторядних (третостриць, о. перекутнї коротної) $m\ P\ \breve{n}$, в котрих знак $\breve{\ }$ над $\breve{n}$ відносить ся до перекутнї коротної:

$$\text{c)}\ o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \breve{n} \ldots P\ \breve{n} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \breve{n} \ldots \infty\ P\ \breve{n}.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть граняк треторядний (граняк перекутнї коротної) $\infty\ P\ \breve{n}$.

4. Єсли в рядї b) остриць другорядних $n = \infty$, повстане ряд дашників перекутнї довгої $m\ P\ \bar{\infty}$:

$$\text{d)}\ o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \bar{\infty} \ldots P\ \bar{\infty} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \bar{\infty} \ldots \infty\ P\ \bar{\infty},$$

котрі будуть тим острійші (висші), чим більше єсть m, а коли $m = \infty$, переходять в двостїнник перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{\infty}$.

5. Коли в рядї c) остриць треторядних $n = \infty$, повстане ряд дашників перекутнї коротної $m\ P\ \breve{\infty}$:

$$\text{e)}\ o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \breve{\infty} \ldots P\ \breve{\infty} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \breve{\infty} \ldots \infty\ P\ \breve{\infty}.$$

котрі будуть тим острійші (висші), чим більше єсть m, а коли $m = \infty$, переходять в двостїнник перекутнї коротної $\infty\ P\ \breve{\infty}$.

Б. Види зложені (сполуки просторомбні). rhombische Kombinationen.

Digitized by Google

o P. P. **Остриця просторомбна** *P* **на вершках стята наконечником просторомбним (двостїнником підставовим)** *o P.* die rhombische Pyramide *P*, die Spitzen abgestumpft durch das rhombische Pinakoid *o P.*

P. ∞ *P.* ∞ *P* $\breve{\infty}$. **Грвняк просторомбний** ∞ *P*, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї коротшої** ∞ *P* $\breve{\infty}$, **замкнений острицею просторомбною** *P.* das rhombische Prisma ∞ *P*, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid ∞ *P* $\breve{\infty}$, geschlossen durch die rhombische Pyramide *P.*

P. ∞ *P.* ∞ *P* $\breve{2}$. **Первограняк** ∞ *P* **збігаючий в граняк перекутнї коротшої** ∞ *P* $\breve{2}$, **замкнений острицею основною** *P* (**пр. у топазу**). das Protoprisma ∞ *P*, verlaufend in das Brachyprisma ∞ *P* $\breve{2}$, geschlossen von der Grundpyramide *P.*

o P. P. ∞ *P.* ∞ *P* $\breve{2}$. 2 *P* $\breve{\infty}$. **Первограняк** ∞ *P* **збігаючий в граняк перекутнї коротшої** ∞ *P* $\breve{2}$, **замкнений первострицею** *P*, **котра глубоко стята двостїнником підставовим** *o P*, **кін сполучний межи первострицею і граняком перекутнї короткої** ∞ *P* $\breve{2}$ **стятий стїнами дашника перекутнї короткої** 2 *P* $\breve{\infty}$. das Protoprisma ∞ *P*, verlaufend in das Brachyprisma ∞ *P* $\breve{2}$, geschlossen ven der Grundpyramide *P*, welche tief abgestumpft wird durch das horizontale Pinakoid *o P*, die Kombinationsecke zwischen der Grundpyramide und dem Brachyprisma ∞ *P* $\breve{2}$ abgestumpft durch die Flächen des Brachydoma 2 *P* $\breve{\infty}$.

o P. ∞ *P. P* $\breve{\infty}$. **Граняк** ∞ *P* **замкнений двостїнником** *o P*, **кони сполучні перекутнї довгої стяті стїнами дашника перекутнї коротгої** *P* $\breve{\infty}$. das Prisma ∞ *P* geschlossen durch das Pinakoid *o P*, die makrodiagonalen Kombinationskanten abgestumpft durch die Flächen des Brachydoma *P* $\breve{\infty}$.

$\frac{1}{2}$ *P* $\breve{\infty}$. ∞ *P.* **Граняк** ∞ *P*, **замкнений дашником перекутнї короткої** $\frac{1}{2}$ *P* $\breve{\infty}$. das Prisma ∞ *P*, geschlossen durch das Brachydoma $\frac{1}{2}$ *P* $\breve{\infty}$.

o P. ∞ *P.* ∞ *P* $\bar{\infty}$. **Граняк** ∞ *P*, **перекутнї довгої грани стяті двостїнником перекутнї довгої** ∞ *P* $\bar{\infty}$, **замкнений двостїнником підставовим** *o P.* das Prisma *P*, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid ∞ *P* $\bar{\infty}$. geschlossen durch das horizontale Pinakoid *o P.*

$\frac{1}{2}$ *P* $\bar{\infty}$. ∞ *P* $\breve{2}$. ∞ *P* $\bar{\infty}$. **Граняк перекутнї короткої** ∞ *P* 2, **грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої** ∞ *P* $\bar{\infty}$, **замкнений дашником перекутнї довгої** $\frac{1}{2}$ *P* $\bar{\infty}$. das Bra-

Digitized by Google

chyprisma $\infty P \breve{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen durch das Makrodoma $\frac{1}{2} P \bar{\infty}$.

$P \bar{\infty}$. $P \bar{2}$. P. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \bar{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої (значно переважаючої)** $\infty P \bar{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$, **по части первострицею** P, **котра сплощує ся в острицю перекутнї довгої** $P \bar{2}$. das Makroprisma $\infty P \breve{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das weitaus vorherrschende Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen teils durch das Makrodoma $P \bar{\infty}$, teils durch die Protopyramide P, die sich verflacht in die stumpfere Makropyramide $P \bar{2}$,

$o P$. $P \bar{\infty}$. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$, **замкнений двостїнником підставовим** $o P$, **кін сполучний межи ним і гранами перекутнї короткої стятий дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$. das Makroprisma $\infty P \bar{\infty}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch das horizontale Pinakoid $o P$, die Kombinationsecke zwischen diesem und den brachydiagonalen Prismakanten abgestumpft durch das Makrodoma $P \bar{\infty}$.

$P \breve{\infty}$. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **замкнений дашником перекутнї короткої** $P \breve{\infty}$, **котрого грани підставові стяті двостїнником перекутнї коротшої** $\infty P \breve{\infty}$. das Makroprisma $\infty P \bar{2}$, geschlossen durch das Brachydoma $P \breve{\infty}$, dessen Basiskanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

P. $\infty P \bar{\infty}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Двостїнник перекутнї довгої** $\infty P \bar{\infty}$ **і двостїнник перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$ **творять граняк, котрого різ поперечний єсть прямокутником; замкнене творить острица просторомбна** P. das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$ und das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$ bilden ein Prisma, dessen Querschnitt ein Rechteck ist; den Schluß bildet die rhombische Pyramide P.

$o P$. P. $\infty P \bar{\infty}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Двостїнник перекутнї довгої** $\infty P \bar{\infty}$ **і двостїнник перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$ **творять граняк, котрого різ поперечний єсть прямокутником, замкнене творить острица просторомбна** P **стята двостїнником підставовим** $o P$. das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$ und das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$ bilden ein Prisma, dessen Querschnitt ein Rechteck ist; den Schluß bildet die rhombische Pyramide P abgestumpft durch das Protopinakoid $o P$.

P. $\infty P \bar{\infty}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Три двостїнники самі зложені; (у карстенїту)** die 3 Pinakoide allein kombiniert.

Digitized by Google

P $\breve{\infty}$. *P*. ∞ *P*. Граняк просторомбний ∞ *P* замкнений острицею *P*, грани вершкові перекутні довгої острицї стяті дашником перекутні короткої *P* $\breve{\infty}$; грани сполучні межи стїнами острицї і стїнами граняка поземі. das rhombische Prisma ∞ *P*, geschlossen von der Pyramide *P*, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma *P* $\breve{\infty}$; die Kombinationskanten zwischen den Flächen der Pyramide und den Flächen des Prisma horizontal.

P $\breve{\infty}$. *P*. ∞ *P* $\breve{2}$. Граняк перекутні короткої ∞ *P* $\breve{2}$, замкнений острицею *P*, острицї грани вершкові перекутні довгої стяті дашником перекутні короткої *P* $\breve{\infty}$; грани сполукові межи стїнами острицї і стїнами граняка перекутні короткої похилені. das Brachyprisma ∞ *P* $\breve{2}$, geschlossen von der Pyramide *P*, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma *P* $\breve{\infty}$; die Kombinationskanten zwischen den Flächen der Pyramide und den Flächen des Brachyprisma ∞ *P* $\breve{2}$ geneigt.

P. ∞ *P* $\breve{2}$. ∞ *P* $\bar{2}$. Граняк перекутні короткої ∞ *P* $\breve{2}$ замкнений острицею *P*, грани перекутні короткої граняка притуплені стїнами граняка перекутні довгої ∞ *P* $\bar{2}$. das Brachyprisma ∞ *P* $\breve{2}$ geschlossen von der Pyramide *P*, die brachydiagonalen Kanten des Brachyprisma zugeschärft durch die Flächen des Makroprisma ∞ *P* $\bar{2}$.

P $\breve{\infty}$. *P*. ∞ *P* $\breve{\infty}$. Остриця просторомбна *P*, вершкові грани перекутні довгої стяті дашником перекутні короткої *P* $\breve{\infty}$, кони бічні перекутні довгої острицї глубоко стяті двостїнником перекутні короткої ∞ *P* $\breve{\infty}$. die rhombische Pyramide *P*, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma *P* $\breve{\infty}$, die makrodiagonalen Seitenecke der Pyramide tief abgestumpft durch das Brachypinakoid ∞ *P* $\breve{\infty}$.

o P. *P*. *P* $\bar{\infty}$. $\frac{3}{4}$ *P* $\breve{\frac{3}{2}}$. ∞ *P* $\breve{\frac{3}{2}}$. ∞ *P*. Зложений граняк (у манґаніту) на перекутні короткій вида основного виступає первограняк ∞ *P*, на перекутні довгій граняк перекутні короткої ∞ *P* $\breve{\frac{3}{2}}$, замкнений двостїнником підставовим *o P*; грани сполукові межи двостїнником підставовим і первограняком стяті площами первострицї *P*, грани сполукові межи двостїнником підставовим і граняком перекутні короткої площами у острицї перекутні коротшої $\frac{3}{4}$ *P* $\breve{\frac{3}{2}}$; грани вершкові перекутні коротшої первострицї *P* надто стяті дашником перекутні довгої *P* $\bar{\infty}$. ein kombiniertes Prisma, an der Brachydiagonale der Grundgestalt das Protoprisma ∞ *P*, an der Makrodiagonale das Brachyprisma ∞ *P* $\breve{\frac{3}{2}}$ auftretend, geschlossen durch das Pinakoid *o P*; die Kombinationskanten zwischen *o P* und ∞ *P* abgestumpft

Digitized by Google

durch die Flächen der Protopyramide P, die Kombinationskanten zwischen $o\,P$ und $\infty\,P\frac{3}{4}$ durch die Flächen der Brachypyramide $\frac{3}{4}\,P\,\breve{\frac{3}{2}}$; die brachydiagonalen Spitzenkanten von P überdies durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$.

$P\,\breve{\infty}$. $P\,\bar{\infty}$. P. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{2}$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **по части дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$; **кін сполуковий межи дашником перекутні короткої, дашником перекутні довгої і граняком перекутні короткої стятий площами первостриці** P. das Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$, geschlossen teils durch das Brachydoma $P\,\breve{\infty}$, teils durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$; die Kombinationsecke zwischen dem Brachydoma, dem Makrodoma und dem Brachyprisma abgestumpft durch die Flächen der Protopyramide P.

$P\,\bar{\infty}$. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Двостінник перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$ **з дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$, **площі граняка перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{2}$ **дуже підрядні.** das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$ mit dem Makrodoma $P\,\bar{\infty}$, die Flächen des Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$ sehr untergeordnet.

$o\,P$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк** $\infty\,P$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений двостінником підставовим** $o\,P$. das Prisma $\infty\,P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$, geschlossen durch das Protopinakoid $o\,P$.

$P\,\bar{\infty}$. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{2}$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$. das Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$, geschlossen durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$.

$2\,P\,\breve{\infty}$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк** $\infty\,P$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$. das Prisma $\infty\,P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachydoma $2\,P\,\breve{\infty}$.

$\frac{1}{2}\,P\,\breve{\infty}$. $P\,\breve{\infty}$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк** $\infty\,P$ **(арагонїту), грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **котрий сплощує ся в дашник перекутні коротшої** $\frac{1}{2}\,P\,\breve{\infty}$. Das Prisma $\infty\,P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachydoma $P\,\breve{\infty}$, das sich verflacht in das Brachydoma $\frac{1}{2}\,P\,\breve{\infty}$.

Digitized by Google

$\dot{P}\,\breve{\infty}$. $P\,\breve{\infty}$. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **по части дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$, **грани підставові дашника перекутні короткої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$. das Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$ geschlossen teils durch das Brachydoma $P\,\breve{\infty}$, teils durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$, die Basiskanten des Brachydoma abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$.

$\frac{P}{2}$. $\infty\,P$. **Граняк** $\infty\,P$ **(епсоміту) замкнений клиняком просторомбним** $\frac{P}{2}$. das Prisma $\infty\,P$, geschlossen durch das rhombische Sphenoid $\frac{P}{2}$.

IV, **Уклад скісноромбний або односкісний.** Klinorhombisches, monoklines oder deltoidisches System.

А. Поєдинчі види ускісноромбні. einfache deltoidische Gestalten.

а) замкнені.

(Остриця ускісноромбна).

Пів'остриця додатна (половина додатна). die positive Hemipyramide.

Пів'остриця уємна (половина уємна). die negative Hemipyramide.

Перекутня позема. die Orthodiagonale.

Перекутня скісна. die Klinodiagonale.

Підстава. die Basis.

Різ головний простоперекутний. der orthodiagonale Hauptschnitt.

Різ головний скісноперекутний. der klinodiagonale Hauptschnitt.

Остриці ускісноромбні перворядні, второрядні (перекутні поземої), треторядні (перекутні ускісної).

Остриця скісноромбна обмежена 8 стінами, має 12 гран і 6 конів. Стіни суть трикутниками ріжнобічними двоякими. Пристайні стіни лежать паристо при гранах перекутні скісної так, що двом стінам горішним з переду одвічають дві долїшні з тилу, а дві тильні горішні суть пристайні до двох передних стїн долїшних. Чотири перші стіни творять півострицю додатну $+\,P$ **(пр. в сполуках авґіту), чотири же другі стіни півострцю уємну** $-\,P$ **(пр. в сполуках ґіпсу). Проте обі пів'остриці, зовсїм від себе независимі, виступають в природї звичайно в сполуках. Звичайно уставляє ся остриця так, що єї вісь головна, котра против одної з бічних осей**

Digitized by Google

ускісно стоїть, скермована простопадно; тота вісь бічна або (скісної) підстави перекутня, з котрою вісь головна простий кут творить, так звана перекутня позема поперек лежить, а тота вісь бічна або підстави перекутня, проти котрої вісь головна під ускісним кутом нахилена, так звана перекутня скісна в довжнім напрямі і то від зрітеля до гори протягає ся.

Грани повної острицї суть четверакі, 4 грани вершкові, лучачі вісь головну з перекутнею скісною, з котрих лише напротивні суть рівні, і то довші одвічають кутови тупійшому, а коротші кутови острому (межи осию головною а перекутнею скісною), відтак 4 вершкові середні межи собою рівні і 4 бічні (підставові) також рівні.

Кони суть чотиростїнні троякі: 2 ріжногранні на кінцях оси головної (вершкові), 2 ріжногранні на кінцях перекутнї скісної і 2 сомірні на кінцях перекутнї поземої.

Підстава, котра містить в собі обі оси бічні, єсть ромбом, різ головний поземоперекутний, котрий містить вісь головну і перекутню позему, також ромбом, а різ головний скісноперекутний, котрий містить вісь головну і перекутню скісну, ромбоїдом.

Відносно до згаданої довготи оси головної, поземої або скісної ріжнимо троякі острицї: перворядні, другорядні (перекутнї поземої) і треторядні (перекутнї скісної).

Die klinorhombische Pyramide ist von acht Flächen umschlossen besitzt 12 Kanten und 6 Ecke. Die Flächen ungleichseitige Dreiecke, sind zweierlei. Kongruente Flächen liegen paarweise bei den Kanten der Klinodiagonale so, daß zwei oben Flächen von vorne zwei untere von hinten entsprechen, und zwei hintere obere sind mit zwei vorderen unteren kongruent. Die vier ersten Flächen bilden die positive Hemipyramide $+P$ (in den Kombinationen des Augits) die vier anderen die negative Hemipyramide $-P$ (in den Kombinationen des Gypses), somit beide von einander unabhängige Hemipyramiden treten in der Natur in Kombinationen auf.

Gewöhnlich wird die vollflächige Pyramide so aufgestellt, daß seine Hauptaxe, die gegen eine der anderen Axen schief steht, vertikal, diejenige Nebenaxe oder Diagonale der (schiefen) Basis, mit welcher die Hauptaxe einen rechten Winkel bildet, die sogenannte Orthodiagonale quer, dagegen diejenige Nebenaxe oder Diagonale der Basis, gegen welche die Hauptaxe unter einem schiefen Winkel geneigt ist, die sogenannte Klinodiagonale in der Längsrichtung, und zwar vom Beschauer weg aufsteigend gerichtet sei.

Digitized by Google

Die Kanten der vollflächigen Pyramide sind vierfach, 4 Spitzenkanten, welche die Hauptaxe mit der Klinodiagonale verbinden; von diesen sind nur die gegenüberliegenden gleich, und zwar längere entsprechen dem stumpferen und kürzere dem spitzeren Winkel (zwischen der Hauptaxe und der Klinodiagonale), sodann 4 einander gleiche mittlere Spitzenkanten und 4 ebenfalls gleiche Seitenkanten (Basiskanten).

Die vierflächigen Ecke sind dreifach, 2 ungleichkantige an den Enden der Hauptaxe (Spitzenecke) — und Seitenecke: 2 ungleichkantige an den Enden der Klinodiagonale und 2 symmetrische an den Enden der Orthodiagonale.

Die Basis, welche die zwei Nebenaxen enthält, ist ein Rhombus, der orthodiagonale Hauptschnitt, welcher die Hauptaxe und die Orthodiagonale enthält, gleichfalls ein Rhombus, der klinodiagonale Hauptschnitt, welcher die Hauptaxe und die Klinodiagonale enthält, ein Rhomboid.

Je nach der Länge der Hauptaxe, Ortho- und Klino-diagonale unterscheidet man: Protopyramiden, Orthopyramiden und Klinopyramiden.

6) види отверті.

Граняк скісноромбний (граняки перворядні, другорядні і треторядні).

Дашник (кришець) перекутні скісної. das Klinodoma.

Півдашник (півкришець) додатний. das positive Orthohemidoma.

Півдашник (півкришець) уємний. das negative Orthohemidoma.

Двостінник підставовий. das basische Pinakoid.

Двостінник перекутні поземої. das Orthopinakoid.

Двостінник перекутні скісної. das Klinopinakoid.

2. Граняки скісноромбні мають 4 однакі стіни, рівнобіжні до оси головної; поперечний їх різ (перекрой) єсть ромбом. Грани бічні суть двоякі, лише напротивні суть однакі, а їх кути сповняють ся до 180°. Граняки сї суть троякі: перворядні, второрядні і треторядні.

Klinorhombische Prismen besitzen 4 gleiche zur Hauptaxe parallele Flächen, ihr Querschnitt ist ein Rhombus. Die Seitenkanten sind zweifach; nur die gegenüberliegenden sind gleich und ihre Winkel ergänzen sich zu 180°. Diese Prismen sind dreifach: vertikale, orthodiagonale und klinodiagonale.

3. Дашники перекутні скісної (скіснодашники) мають 4 однакі стіни, рівнобіжні до перекутні скісної; різ їх поперечний єсть ром-

Digitized by Google

бом, одвічаючим різови головному перекутні поземої. Грани суть двоякі; лише противбіжні суть однакі і сповняють ся до 180°.

Klinodomen besitzen 4 gleiche zur Klinodiagonale parallele Flächen; ihr Querschnitt ist ein Rhombus, das dem orthodiagonalen Hauptschnitt entspricht. Die Kanten sind zweifach; nur die gegenüberliegenden sind gleich und ergänzen sich zu 180°.

4. Дашники перекутні поземої (простодашники) мають 4 стіни рівнобіжні до перекутнї поземої, двоякі, з котрих тілько рівнобіжні суть однакі; їх різ поперечний єсть ромбоїдом. Грани суть двоякі; лише рівнобіжні суть однакі і сповняють ся до 180°.

Дашники сї суть властиво видами зложеними з двох піддашників додатного і уємного, або з двох пар стїн рівнобіжних до одної з осий бічних; кожда пара стїн подібно, як пів'остриці, може незавнсимо в сполуках виступовати.

Orthodomen besitzen 4 zur Orthodiagonale parallele Flächen, unter denen nur die parallelen gleich sind; ihr Querschnitt ist ein Rhomboid. Die Kanten sind zweifach; nur parallele sind gleich und ergänzen sich zu 180°.

Diese Domen bestehen eigentlich aus zwei Hemidomen, einem positiven und negativen. oder aus zwei zur einen Nebenaxe parallelen Flächenpaaren; ein jedes Flächenpaar kann ebenso wie die Hemipyramiden in den Kombinationen unabhängig auftreten.

5. Двостїнники скісноромбні суть трояками парами стїн, рівнобіжних до одного з трох перекроїв остриці: двостїнник підставовий, рівнобіжний до різу підставового, проте нахилений; двостїнник перекутнї поземої, рівнобіжний до перекрою головного перекутнї поземої і двостїнник перекутнї скісної, рівнобіжний до різу головного перекутнї скісної.

Klinorhombische Pinakoide sind dreifache Flächenpaare, die zu einem der drei Durchschnitte der Pyramide parallel sind: das basische Pinakoid, welches parallel zum basischen Durchschnitt, somit geneigt ist; das Ortho-Pinakoid, parallel zum Hauptschnitt der Orthodiagonale, und das Klinopinakoid, parallel zum Hauptschnitte der Klinodiagonale.

Вивід і означене видів. Одна з остриць скісноромбних яко вид первістний одержує знак $\pm P$. Остриця ся єсть докладно означена, коли звісне єсть відношене довготи оси головної до обох перекутнїй то-ж розхильність кута, під котрим вісь головна перерізує перекутню скісну.

Digitized by Google

Види того укладу подібно випровожають ся з острицї первітної, як в укладї просторомбнім. Перекутню довгу заступає тут перекутня позема, перекутню коротку заступає скісна (одмічена скісною черткою: $\bar{P}$). Ряди проте острицъ, граняків, дашників і двостїнників одвічають таким же видам укладу ріжноосного:

Острица і граняк перворядний (первограняк):

1) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P \ldots \pm P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty\,P$

Острицї (вторострицї) і граняк второрядний (второграняк):

2) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,n \ldots \pm P\,n \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,n \ldots \infty\,P\,n$

Острицї третого ряду (острицї перекутнї скісної) і граняк тр. ряду (третограняк):

3) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,\bar{n} \ldots \pm P\,\bar{n} \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,\bar{n} \ldots \infty\,P\,\bar{n}$

Дашники і двостїнники перекутнї поземої:

4) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,\infty \ldots \pm P\,\infty \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,\infty \ldots \infty\,P\,\infty$

Дашники і двостїнники перекутнї скісної:

5) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,\bar{\infty} \ldots \pm P\,\bar{\infty} \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,\bar{\infty} \ldots \infty\,P\,\bar{\infty}$.

A) Сполуки скісноромбні. Deltoidische Kombinationen.

$\frac{P'}{2}.\frac{P}{2}.\,\infty\,P.\,\infty\,P\,\bar{\infty}$. Первограняк $\infty\,P$ (у ґипсу), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty\,P\,\bar{\infty}$, замкнений обома півострицями $\frac{P'}{2}$ і $\frac{P}{2}$. das Protoprisma $\infty\,P$, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty\,P\,\bar{\infty}$, geschlossen von beiden Hemipyramiden $\frac{P'}{2}$ und $\frac{P}{2}$.

$\frac{P'}{2}.\,\infty\,P.\,\infty\,P\,\bar{\infty}$. Первограняк $\infty\,P$ (у ґипсу), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної, замкнений уємною половиною острицї $\frac{P'}{2}$. das Protoprisma $\infty\,P$, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty\,P\,\bar{\infty}$, geschlossen von der negativen Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

Digitized by Google

$\frac{P'}{2}$. ∞ P 2. ∞ P $\breve{\infty}$. **Граняк перекутнї поземої** ∞ P 2 (сода), **грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної** ∞ $P\breve{\infty}$, **замкнений уємною пів'острицею** $\frac{P'}{2}$. das Orthoprisma ∞ P 2, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid ∞ $P\breve{\infty}$, geschlossen durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P}{2}$. ∞ P. $\breve{\infty}$ P ∞. $\breve{\infty}$ P $\breve{\infty}$. **Граняк** ∞ P (**авґит**), **грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної** ∞ $P\breve{\infty}$, **грани перекутнї ускісної двостїнником перекутнї поземої** ∞ $P\infty$, **замкнений пів'острицею додатною** $\frac{P}{2}$. das Prisma ∞ P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid ∞ $P\breve{\infty}$, die klinodiagonalen durch das Orthopinakoid ∞ P ∞, geschlossen durch die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

o P. $\frac{P}{2}$. ∞ P. $\breve{\infty}$ P $\breve{\infty}$. **Граняк** ∞ P (**амфіболю**), **грани перекутнї косої** ∞ P $\breve{\infty}$, **замкнений по части додатною пів'острицею** $\frac{P}{2}$, **по части двостїнником підставовим** o P. das Prisma ∞ P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid ∞ $P\breve{\infty}$, geschlossen teils durch die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$, teils durch das basische Pinakoid o P.

o P. $\frac{P'\infty}{2}$. $\frac{P\infty}{2}$. $\frac{P}{2}$. P $\breve{\infty}$. ∞ P. ∞ P $\breve{\infty}$. **Граняк** ∞ P (**мелянтериту, 82° 32'**), **грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї скісної** ∞ P $\breve{\infty}$, **замкнений двостїнником підставовим** o P; **грани сполукові межи двостїнником підставовим і граняком суть стяті пів'острицею уємною** $\frac{P'}{2}$; **грани сполукові межи двостїнником і двостїнником перекутнї ускісної дашником перекутнї ускісної**

Digitized by Google

$P\,\bar{\infty}$; грани вершкові перекутні скісної пів'остриці уємної $\frac{P'}{2}$; на конець півдашником додатним $\frac{P\infty}{2}$ і уємним $\frac{P'\infty}{2}$. das Prisma $\infty\,P$, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty\,P\,\bar{\infty}$, geschlossen durch das Protopinakoid $o\,P$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Prisma sind abgestumpft durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Prisma sind abgestumpft durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Klinopinakoid durch das Klinodoma $P\,\bar{\infty}$; die klinodiagonalen Spitzenkanten von $\frac{P'}{2}$ endlich durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$ und das negative $\frac{P'\infty}{2}$.

$\frac{P\infty}{2}$. $\frac{P}{2}$. $\infty\,P\,2$. $\frac{P'\infty}{2}$. Граняк перекутні поземої $\infty\,P\,2$, замкнений обома півдашниками $\frac{P'\infty}{2}$ і $\frac{P\infty}{2}$ і (дуже підрядна) пів'остриця уємна $\frac{P'}{2}$. das Orthoprisma $\infty\,P\,2$, geschlossen durch die beiden Orthohemidomen $\frac{P\infty}{2}$ und $\frac{P\infty}{2}$ und (sehr untergeordnet) die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{\frac{1}{2}P'\infty}{2}$. $\frac{\frac{1}{2}P\infty}{2}$. $P\,\bar{\infty}$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\infty$. Граняк $\infty\,P$ (Вольфраміту), грани перекутні ускісної стяті двостінником перекутні поземої $\infty\,P\,\infty$, замкнений по части обома (плоскійшими) дашниками перекутні поземої $\frac{\frac{1}{2}P'\infty}{2}$, $\frac{\frac{1}{2}P\infty}{2}$, по части дашником перекутні ускісної $P\,\bar{\infty}$. das Prisma $\infty\,P$, die klinodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Orthopinakoid $\infty\,P\,\infty$, geschlossen teils durch die beiden

Digitized by Google

(flacheren) Orthohemidone $\frac{\frac{1}{2} P' \infty}{2}$, $\frac{\frac{1}{2} P \infty}{2}$, teils durch das Klinodoma $P \breve{\infty}$.

$\frac{P \infty}{2} . \frac{P \infty}{2} . \infty P 2$. **Граняк перекутні поземої** $\infty P 2$ **(ортоклазу) замкнений уємним і додатним дашником** $\frac{P' \infty}{2}$ **і** $\frac{P \infty}{2}$. das Orthoprisma $\infty P 2$ geschlossen von dem negativen und dem positiven Orthohemidoma $\frac{P' \infty}{2}$ und $\frac{P \infty}{2}$.

$\frac{3 P \infty}{2} . \frac{P \infty}{2} . \infty P 2 . \infty P \breve{\infty}$. **Граняк перекутні поземої, замкнений стрімшим уємним півдашником** $\frac{3 P' \infty}{2}$ **і додатним** $\frac{P \infty}{2}$; **грани перекутні поземої граняка стяті двостінником перекутні ускісної** $\infty P \breve{\infty}$. das Orthoprisma geschlossen von dem steileren negativen Hemidoma $\frac{3 P' \infty}{2}$ und dem positiven Orthohemidoma $\frac{P \infty}{2}$; die orthodiagonalen Kanten des Prisma abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

$o P . \frac{P}{2} . \frac{2 P' \infty}{2} . \frac{2 P \infty}{2} . \infty P . \infty P \breve{\infty}$. **Переважає двостінник перекутні ускісної** $\infty P \breve{\infty}$, **замкнений в горі двостінником підставовим** $o P$, **з переду (і напротив) уємною півострицею** $\frac{P'}{2}$, **(стрімшим) уємним півдашником перекутні поземої** $\frac{2 P' \infty}{2}$, **первограняком** ∞P **і додатним півдашником перекутні поземої** $\frac{2 P \infty}{2}$. vorherrschend das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen oben durch das basische Pinakoid $o P$, vorne (und gegenüber) durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$, das (steilere) negative Orthohemidoma $\frac{2 P' \infty}{2}$, das Protoprisma ∞P und das positive Orthohemidoma $\frac{2 P \infty}{2}$

Digitized by Google

$o\,P.\ P\,\breve{\infty}.\ \frac{\infty P}{2}.\ \infty P\,\infty.\ \infty P\,\frac{3}{2}.\ \frac{P'2}{2}.$ Переважає двостїнник перекутнї поземої $\infty P\,\infty$, замкнений в горі двостїнником підставовим $o\,P$, по боках дашником (у азурита, 99° 32′) перекутнї ускісної $P\,\breve{\infty}$; грана сполукова межи двостїнником підставовим і двостїнником перекутнї поземої стятий уємним дашником перекутнї поземої $\frac{P'\infty}{2}$, кін сполуковий межи двостїнником перекутнї поземої і дашником перекутнї скісної додатною півострицею $\frac{P\breve{2}}{4}$, наконець кін сполуковий межи двостїнником перекутнї поземої, скіснодашником і додатною півострицею стятий граняком перекутнї поземої $\infty P\,\frac{3}{2}$. vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P\,\infty$, geschlossen oben durch das basische Pinakoid $o\,P$, seitwärts durch das Klinodoma $P\,\breve{\infty}$; die Kombinationskante zwischen dem basischen Pinakoid und dem Orthopinakoid abgestumpft durch das negative Orthohemidoma $\frac{P\,\infty}{2}$, die Kombinationskante zwischen dem Orthopinakoid und dem Klinodoma durch die positive Klinohemipyramide $\frac{P'2}{2}$, endlich die Kombinationsecke zwischen dem Orthopinakoid, dem Klinodoma und der positiven Klinohemipyramide abgestumpft durch das Orthoprisma $\infty P\,\frac{3}{2}$.

$P\,\breve{\infty}.\ \infty P\,\infty.$ Виступають лише площі двостїнника перекутнї поземої $\infty P\,\infty$ і дашника перекутнї ускісної $P\,\breve{\infty}$. die Flächen des Orthopinakoids und des Klinodoma allein herrschend.

$\frac{P'}{2}.\frac{P}{2}.\frac{P\infty}{2}.\ \infty P\,2.\ \infty P\,\infty.\ \infty P\,\breve{\infty}.$ Переважає двостїнник перекутнї поземої $\infty P\,\infty$, замкнений в горі і долинї додатним півдашником перекутнї поземої $\frac{P\infty}{2}$, з боку граняком перекутнї поземої $\infty P\,2$ (у мірабілїту 86° 31), котрого грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty P\,\breve{\infty}$; грана сполукова межи двостїнником перекутнї скісної $\infty P\,\breve{\infty}$ і додатним піддашником перекутнї поземої єсть просто стята додатною пів'острицею $\frac{P}{2}$; грана сполукова межи додатною пів'острицею і двостїнником перекутнї по-

Digitized by Google

земої стята уємною пів'острицею $\frac{P'}{2}$. Vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P \infty$, geschlossen oben und unten durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, seitwärts durch das Orthoprisma $\infty P 2$, dessen orthodiagonale Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \bar{\infty}$; die Kombinationskante zwischen dem Klinopinakoid und dem positiven Orthohemidoma P ist gerade abgestumpft durch die positive Hemipyramide, die Kombinationskante zwischen der positiven Hemipyramide und dem positiven Orthohemidoma durcb die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{P'}{2} . \frac{P'\infty}{2} . \frac{P\infty}{2} . \infty P \infty$. **Переважає двостінник перекутні поземої** $\infty P \infty$, **збігає в горі в уємний півдашник перекутні поземої** $\frac{P'\infty}{2}$, **у долу в додатний** $\frac{P\infty}{2}$, **з боку замкнений уємною пів'острицею** $\frac{P'}{2}$ (**у епідоту** $70^0\ 33'$). vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P \infty$, verlaufend nach oben in das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, seitwärts geschlossen durch die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{P\infty}{2} . \frac{P}{2} . \infty P . \infty P 2$. **Первограняк** ∞P (**реальґар** $74^0\ 30'$) **збігає в граняк перекутні поземої** $\infty P 2$, **замкнений додатним півдашником** $\frac{P\infty}{2}$, **котрий сам збігає в додатну пів'острицю** $\frac{P}{2}$. das Protoprisma ∞P, verlaufend in das Orthoprisma $\infty P 2$, geschlossen durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, das selbst in die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$ verläuft.

$o P . \infty P . \infty P \bar{\infty}$. **Граняк** ∞P, **грани перекутні поземої стяті двостінником перекутні скісної** $\infty P \bar{\infty}$, **замкнений двостінником підставовим** $o P$. das Prisma ∞P, die orthodiagonalen Kan-

Digitized by Google

ten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen durch das basische Pinakoid $o P$.

V. **Уклад трискісний.** das trikline oder das skalenische System.

A. **Поодинчі види трискісні.** Einfache skalenische Gestalten.

Види замкнені.

1. **Остриця трискісна.** die skalenische Pyramide.

Чвертка, четвертина або чвертьостриця. die Tetartopyramide.

Первостриця трискісна. die skalenische Protopyramide.

Трискісна остриця перекутні довгої. die skalenische Makropyramide.

Трискісна остриця перекутні короткої. die skalenische Brachypyramide.

Чвертьостриця $d \frac{P}{4}$, Tetartopyramide (**права площа на переді з правого боку і до неї рівнобіжна з заду.** die vordere obere Fläche rechts und die ihr parallele rückwärts).

Ч. $s \frac{P}{4}$, (**передна горішна площа лївобіч і до неї рівнобіжна з заду.** die vordere obere Fläche links und die ihr parallele rückwärts).

Ч. $d \frac{P}{4}$, (**передна спідна площа правобіч і до неї рівнобіжна з заду.** die vordere untere Fläche rechts und die ihr parallele rückwärts.)

Ч. $s \frac{P}{4}$, (**передна спідна площа лївобіч і до неї рівнобіжна з заду.** die vordere untere Fläche links und die ihr parallele rückwärts).

Первостриці, остриці перекутні довгої, остриці перекутні короткої. Proto-, Makro- und Brachypyramiden.

1. **Остриця трискісна єсть обнята 8 нерівнобічними трикутниками, з котрих лише по два рівнобіжні пристають до себе. Тим способом складають ся сї остриці з 4 пар стїн однаких, званих чвертками, четвертинами або чвертьостриціями; кожда з тих четвертин може з осібна виступовати в видах зложених. З 12 гран суть тілько напротивні рівні; грани бічні лежать в одній скісній площи, званій**

Digitized by Google

підставою. Кони суть троякі, всї чотиростїнні, ріжногранні: 2 вершкові на кінцях оси головної і 4 підставові, лише напротивні собі рівні, два острійші, а два тупійші. Різи головні і підставовий суть ромбоїдами.

Die skalenische Pyramide ist von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, von denen nur je zwei parallele kongruent sind. Somit sind diese Pyramiden aus 4 besonderen Flächenpaaren zusammengesetzt, sogenannten Vierteln oder Tetartopyramiden; jedes dieser Viertel kann in besonderen Kombinationen auftreten. Von den 12 Kanten sind nur die gegenüberliegenden gleich: die Seitenkanten liegen in einer schiefen Ebene, der sogenannten Basis. Die Ecke sind dreifach, alle vierflächig, ungleichkantig; zwei Spitzen-Ecke an den Enden der Hauptaxe und 4 basische, von denen nur die gegenüberliegenden einander gleich sind, zwei spitzere und zwei stumpfere. Die Hauptschnitte und der basische Schnitt sind Rhomboide.

Види отверті.

2. Граняки трискісні (первограняки, гр. перекутні довгої, гр перекутні короткої. Proto-, Makro-, Brachyprismen).

Півдашники трискісні (п. перекутні довгої і п. перекутні короткої) skalenische Hemidomen (Makro- und Brachydomen).

Двостїнник підставовий. Protopinakoid.

Двостїнник перекутні довгої. Makropinakoid.

Двостїнник перекутні короткої. Brachypinakoid.

2. Граняки трискісні мають 4 двоякі стїни рівнобіжні до оси головної; лише противбіжні стїни суть однакі. Проте кождий граняк складає ся з двох пар стїн або з двох півграняків, з котрих кождий може виступати в сполуках осібно. Різом поземим тих граняків єсть ромбоїд, але инший ніж підстава одвітної острицї.

Die skalenischen Prismen besitzen 4 zweifache der Hauptaxe parallele Flächen; nur die gegenüberliegenden sind einander gleich. Somit jedes Prisma besteht aus zwei Flächenpaaren oder aus zwei Hemiprismen, von denen jedes in besonderen Kombinationen auftreten kann. Der Querschnitt dieser Prismen ist ein Rhomboid, doch ein anderes wie die Basis der entsprechenden Pyramide.

3. Дашники трискісні суть обмежені 4 двоякими стїнами, рівнобіжними до одної з обох перекутній: дашники перекутні довгої і д. п. короткої; мають они все положенє нахилене (скіснодашники). Напротивні стїни суть однакі, а тому кождий дашник складає ся з двох пар стїн рівнобіжних, званих півдашниками. Пе-

Digitized by Google

рекрої дашників суть також ромбоїдами, одвічаючими перекроям головним перекутні довгої і короткої.

Die skalenischen Domen sind von 4 einer der beiden Diagonale parallelen Flächen zweierlei Art begrenzt: Makro- und Brachyprismen; ihre Lage ist immer geneigt. Die gegenüberliegenden Flächen sind gleich, deshalb besteht jedes Doma aus zwei parallelen Flächenpaaren, den sogenannten Hemidomen. Die Durchschnitte der Domen sind auch Rhomboide, welche den Hauptdurchschnitten der Makro- und Brachydiagonale entsprechen.

4. Двостінники трискісні суть троякими парами стін рівнобіжних або до підстави (дв. підставовий), або до перекрою головного перекутні довгої (дв. перекутні довгої) або до перекрою головного перекутні короткої (двостінник перекутні короткої).

Die skalenischen Pinakoide sind dreierlei Flächenpaare, welche zur Basis (das basische Pinakoid) oder zum Hauptschnitt der Makrodiagonale (das Makropinakoid) oder zum Hauptschnitt der Brachydiagonale (das Brachypinakoid) parallel sind.

Вивід і означене видів. Одна з остриць трискісних, яко вид первинний, одержує знак P, а поодинокі чвертки $\frac{P}{4}$ значать ся одвітно (гл. висше).

Остриця виводна (або поєдинчі чвертки) докладно єсть означена, коли знаним єсть не лише відношенє довготи всїх трох півосий $a : b : c$, але також розхильність кутів α, β і γ, під котрими перерізують ся оси. Вивід инших видів з тої остриці єсть подібний, як в укладї ріжнооснім. Проте ряди остриць, граняків, дашників і двостінників одвічають таким же укладу ріжноосного.

Чвертьостриці і півграняки перворядні (простопадні):

1) $o\,P \ldots {}^{<}_{m}\,P \ldots P \ldots {}^{>}_{m}\,P \ldots \sim P$

Чвертьостриці і півграняки другорядні (перекутні довгої):

2) $o\,P \ldots {}^{<}_{m}\,P\,\bar{n} \ldots P\,\bar{n} \ldots {}^{>}_{m}\,P\,\bar{n} \ldots \sim P\,\bar{n}.$

Чвертьостриці і півграняки треторядні (перекутні короткої):

3) $o\,P \ldots {}^{<}_{m}\,P\,\breve{n} \ldots P\,\breve{n} \ldots {}^{>}_{m}\,P\,\breve{n} \ldots \sim P\,\breve{n}.$

Півдашники і двостінники перекутні довгої:

Digitized by Google

4) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\,\bar{\infty} \ldots P\,\bar{\infty} \ldots \overset{>}{m}\,P\,\bar{\infty} \ldots \infty\,P\,\bar{\infty}$.

Півдашники і двостінники перекутні короткої:

5) $o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\,\breve{\infty} \ldots P\,\breve{\infty} \ldots \overset{>}{m}\,P\,\breve{\infty} \ldots \infty\,P\,\breve{\infty}$.

Б. **Види сполукові трискісні.** skalenische Kombinationen.

$d\,\frac{P}{4}.\frac{P\,\breve{\infty}}{2}.\frac{P'\,\breve{\infty}}{2}.\ d\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}.\ s\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}.\ \infty\,P\,\bar{\infty}$. **Оба півграняки перекутні короткої альбіту, правий** $d\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}$ **і лївий** $s\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}$. **грани перекутні короткої стяті двостінником перекутні довгої** $\infty\,P\,\bar{\infty}$, **замкнені обома дашниками перекутні короткої додатним** $\frac{P\,\breve{\infty}}{2}$ **і уємним** $\frac{P'\,\breve{\infty}}{2}$, **пара гран сполукових межи додатним дашником перекутні короткої** $\frac{P\,\breve{\infty}}{2}$ **і двостінником перекутні довгої** $\infty\,P\,\bar{\infty}$ **стяті чверткою** $d\,\frac{P}{4}$. die beiden Brachyprismen von Albit, das rechte $d\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}$ und das linke $s\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty\,P\,\bar{\infty}$, geschlossen von beiden Brachydomen, dem positiven $\frac{P\,\breve{\infty}}{2}$ und dem negativen $\frac{P'\,\breve{\infty}}{2}$, ein Paar Kombinationskanten zwischen $\frac{P\,\breve{\infty}}{2}$ und $\infty\,P\,\breve{\infty}$ abgestumpft durch die Tetartopyramide $d\,\frac{P}{4}$.

$d\,\frac{P}{4}.\frac{P\,\breve{\infty}}{2}.\frac{P'\,\breve{\infty}}{2}.d\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}.\ s\,\frac{\infty\,P\breve{2}}{2}.s\,\frac{P}{4}.\frac{\frac{5}{3}\,P\,\breve{\infty}}{2}.\ \infty\,P\,\bar{\infty}$. **Вид попередний, тілько місто півграняків півдашники переважають, потім друга пара гран сполукових межи** $\frac{P\,\breve{\infty}}{2}$ **і** $\infty\,P\,\bar{\infty}$ **стята чверт-**

Digitized by Google

кою $s\frac{P}{4}$ і додатний півдашник $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ к підставі переходить в стрімший півдашник $\frac{\frac{5}{3}P\breve{\infty}}{2}$ (бувае у перекліну). die vorige Gestalt, nur statt der Hemiprismen die Hemidomen vorherrschend, dann das andere Paar Kombinationskanten zwischen $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und $\infty P\bar{\infty}$ abgestumpft durch die Tetartopyramide $s\frac{P}{4}$, und das positive Hemidoma $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ gegen die Basis herübergehend in das steilere Hemidoma $\frac{\frac{5}{3}P\breve{\infty}}{2}$.

$d\frac{P}{4}$. $d\frac{\infty P}{2}$. $s\frac{\infty P}{2}$. $\infty P\bar{\infty}$. $\infty P\breve{\infty}$. Оба півграняки халькантиту, прáвий $d\frac{\infty P}{2}$ і лівий $s\frac{\infty P}{2}$, грани перекутні короткої стяті двостінником перекутні довгої $\infty P\bar{\infty}$, грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої $\infty P\breve{\infty}$, замикае чвертка $d\frac{P}{4}$. die beiden Hemiprismen von Chalkanthit, das rechte $d\frac{\infty P}{2}$ und das linke $s\frac{\infty P}{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P\bar{\infty}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$, geschlossen durch die Tetartopyramide $d\frac{P}{4}$.

Б. Чотиреосники.

VI. **Уклад однотриосний.** eindreigliedriges oder hexagonales System.

А. Види поодинчі однотриосні. Einfache hexagonale Gestalten.

а) Види замкнені.

(P. **Остриця шестибічна.** die hexagonale Pyramide).

m P. **Первостриця шестибічна.** hexagonale Protopyramide.

m P 2. **Второстриця шестибічна.** Deuteropyramide.

Digitized by Google

$\pm \frac{mP}{2}$. **Первостриця трибічна (п. додатна, п. уємна).** die trigonale (pos., negat.) Protopyramide.

$\pm \frac{mP2}{2}$. **Второстриця трибічна (в. додатна, в. уємна).** die trigonale (pos., negat.) Deuteropyramide.

Остриця дванайцятибічна. die dihexagonale Pyramide.

$\pm$ *R* **Ромбостінник.** das Rhomboeder.

$\pm$ *m R n*. **Ріжногранник.** das Skalenoeder.

1) **Остриця шестибічна** (шестерна, die hexagonale Pyramide), **обмежена 2 шестерними ґрупами т. є. 12 стінами, має 18 гран і 8 конів. Стіни суть пристайними трикутниками рівнораменними. Грани суть двоякі: 12 довших вершкових і 6 коротших бічних (підставових). Кони суть двоякі: 2 вершкові 6 стінні, рівногранні і 6 бічних чотиростінних двогранних. Всї перекрої головні суть ромбами, перекрой же підставовий шестикутником правильним. Розличаєм два роди острицъ шестибічних:**

a) Первостриці (Protopyramiden), **котрих оси бічні лучать кони бічні. Острицї сї звертають ся одною стїною просто до зрітеля, єсли одна з осий бічних к нему рівнобіжно єсть уставлена.**

b) Второстриці (Deuteropyramiden), **котрих оси бічні лучать осередки гран бічних напротивних. Острицї сї звертають ся одною граною впрост до зрітеля.**

2) **Остриця трибічна** (trigonale Pyramide) **обмежена 6 пристайними трикутниками рівногранними. Грани суть двоякі: 6 вершкових і 3 бічні. Кони суть також двоякі: 2 вершкові, тростінні і 3 бічні чотиростінні сомірні. Перекрой підстави єсть трикутником рівнобічним. Вісь головна лучить вершки, а оси бічні кони бічні з осередками напротивних гран бічних. В тім виді виступає инколи кварц.**

Die hexagonale Pyramide ist begrenzt von 2 sechszähligen Gruppen d. i. 12 Flächen, hat 18 Kanten und 8 Ecke. Die Flächen sind kongruente, gleichschenklige Dreiecke. Die Kanten sind zweierlei: 12 längere Spitzenkanten und 6 kürzere Seitenkanten. Die Ecke sind zweierlei: 2 sechflächige gleichkantige Spitzenkanten und 6 vierflächige zweikantige Seitenkanten. Die Ecke sind zweierlei: 2 sechsflächige, gleichkantige Spitzenecke und 6 vierflächige zweikantige Seitenecke. Alle Hauptdurchschnitte sind Rhomben, der basische Durchschnit ein regelmäßiges Sechseck. Wir unterscheiden zwei Arten der hexagonalen Pyramiden.

Digitized by Google

a) Die Protopyramiden, deren Nebenaxen die Seitenecke verbinden. Diese Pyramiden sind mit einer Fläche gegen den Beschauer gewendet, wenn eine der Nebenaxen parallel zum Beschauer läuft.

b) Die Deuteropyramiden, deren Nebenaxen die Mittelpunkte der gegenüberliegenden Seitenkanten verbinden. Diese Pyramiden sind mit einer Spitzenkante gegen den Beschuer gewendet.

2) Die trigonale Pyramide ist begrenzt von 6 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken. Hat zweierlei Kanten: 6 Spitzenkanten und 3 Seitenkanten. Die Ecke sind auch zweierlei: 2 dreiflächige Spitzenecke und 3 vierflächige symmetrische Seitenecke. Der basische Durchschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck. Die Hauptaxe verbindet die Spitzen, die Nebenaxen verbinden die Nebenecke mit den Mittelpunkten gegenüberliegender Seitenkanten.

3. **Остриця дванайцятибічна** (Die dihexagonale Pyramide) **має 24 стїн, 36 гран і 14 конів. Стїни суть трикутниками рівнобіжними. Грани суть троякі: 12 бічних і 24 вершкових, з котрих 12 єсть довших і острійших а 12 коротших і тупійших. Кони суть також троякі: 2 вершкові 12 стїнні сомірні, 6 бічних острійших і 6 бічних тупійших; кони бічні суть 4 стїнні сомірні. Перекрій підставовий єсть двошестикутником (о всїх боках рівних, але поперемінно рівних кутах). Острицї сї виступають звичайно в сполуках (бериль, апатит).** Die dihexagonale Pyramide hat 24 Flächen 36 Kanten und 14 Ecke. Die Flächen sind ungleichseitige Dreiecke. Die Kanten sind dreierlei: 12 Basis- oder Seitenkanten und 24 Spitzenkanten, von denen 12 länger und schärfer uud 12 kürzer und stumpfer sind. Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: 2 Spitzenecke 12 zählig, symmetrisch, 6 spitzere und 6 stumpfere, 4-flächige, symmetrische Seitenecke. Der basische Durchschnitt ist ein Dihexagon (Seiten gleich, nur abwechselnd gleiche Winkel). Diese Pyramiden treten gewöhnlich in Kombinationen auf.

4. **Ромбостїнник** (das Rhomboeder) **має 6 стїн, 12 гран і 8 конів. Стїни суть ромбами. Грани суть двоякі: 6 вершкових а 6 бічних, котрі клесом здіймають ся і опадають. Всї грани мають вправдї рівну довготу, але неоднаку розхильність; грани вершкові сповняють бічні до 180°. Кони суть також двоякі: 2 вершкові. тристїнні, рівногранні і 6 бічних тристїнних ріжногранних. Вісь головна лучить оба вершки, а оси бічні осередки напротивних гран бічних. Перекрой, проходячий через оси бічні, єсть шестикутником правильним (оси бічні суть тогдї єго перекутнями), а рівнобіжний до него або шестикутником рівнокутним, або трикутником рівнобічним. Після того, чи грани вершкові менше або більше ніж 90°**

Digitized by Google

виносять, ріжнимо острійші і тупійші ромбостїнники (кальцит). Das Rhomboeder ist von 6 Rhomben begrenzt, hat 12 Kanten und und 8 Ecke. Die Kanten sind zweierlei: 6 Spitzenkanten und 6 Seitenkanten, welche letztere im Zickzack in halber Höhe um das Rhomboeder herumlaufen. Alle Kanten haben zwar gleiche Länge, aber ungleiche Grösse; die Spitzenkanten und Seitenkanten ergänzen sich zu 180°. Die Ecke sind auch zweierlei: 2 dreiflächige, gleichkantige Spitzenecke und 6 dreiflächige ungleichkantige Seitenecke. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen mit einander, die 3 Nebenaxen die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegenden Seitenkanten. Der basische Durchschnitt ist ein reguläres Sechseck (die Nebenaxen sind dann seine Diagonalen), und der ihr parallele Durchschnitt entweder ein gleichwinkliges Sechseck oder ein gleichseitiges Dreieck. Man nennt ein Rhomboeder ein spitzes, wenn seine Spitzenkanten weniger als 90°. ein stumpfes oder flaches, wenn sie mehr als 90° messen.

5. Ріжногранник (das Skalenoeder) обнятий 2 × 3 парами площ, проте 12 площами, трикутниками ріжнобічними, має 18 гран і 8 конів. Грани суть троякі: 6 вершкових коротших і острійших, 6 вершкових довших і тупійших і 6 бічних клесоватих. 3 довшими і тупійшими гранами горішного вершка сходять ся коротші і острійші долїшного вершка. Кони суть двоякі: 2 вершкові 6 стїнні сомірні і 6 бічних 4-стїнних ріжногранних. Вісь головна лучить вершки, а оси бічні осередки напротивних гран бічних. Перекрой підставовий єсть дванайцятикутником сомірним (з всїми рівними боками, але поперемінно рівними кутами) (кальцит). Die ungleichkantige sechsseitige Pyramide oder das Skalenoeder ist umschlossen von 2 × 3 = 6 Flächenpaaren, also 12 Flächen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 18 Kanten und 8 Ecke. Die Kanten sind dreifach: 6 kürzere und schärfere und 6 längere und stumpfere Spitzenkanten, und 6 Seitenkanten im Zickzack verlaufend. Mit den längeren und stumpferen Kanten der oberen Spitze treten kurzere und schärfere der unteren Spitze. Die Ecke sind zweifach; 2 sechsflächige, symmetrische Spitzenecke und 6 4-flächige, ungleichkantige Seitenecke. Die Hauptaxe verbindet beide Spitzen, und die Seitenaxen die Mittelpunkte gegenüberliegender Seitenkanten. Der basische Durchschnitt ist ein symmetrisches Zwölfeck (mit lauter gleichen Seiten, aber abwechselnd gleichen Winkeln).

6) Види отверті.

(Граняк шестибічний. das hexagonale Prisma).

∞ *P*. Первограняк шестибічний. das hexagonale Protoprisma.

Digitized by Google

$\infty P 2$. **Второграняк шестибічний.** das hexagonale Deuteroprisma.

$\infty P n$. **Граняк дванайцятибічний.** das dihexagonale Prisma.

$\pm \frac{P}{2}$. **Первограняк трибічний.** trigonales Protoprisma.

$\pm \frac{\infty P}{2}$. **Второграняк трибічний,** trigonales Deuteroprisma.

$o P$. **Двостїнник підставовий** hexagonales Pinakoid,

6. **Граняк шестибічний (шестерний,** hexagonales Prisma) **єсть обнятий 6 стїнами однакими і рівнобіжними до оси головної. Грани суть однакі о 120° розхильности; перекрой поперечний єсть шестибоком правильним. Із згляду на положенє до осий бічних ріжнимо також два роди граняків шестибічних, одвічаючих таким же острицям: первограняки, второграняки.** Das hexagonale Prisma ist umschlossen von 6 gleichen, der Hauptaxe parallelen Flächen. Je nach der Stellung der Nebenaxen unterscheidet man auch zwei Arten der hexagonalen Prismen, die den hexagonalen Pyramiden entsprechen: Protoprismen, Heteroprismen.

7. **Граняк тристїнний** (trigonales Prisma) **обнятий трома стїнами однакими і рівнобіжними до оси головної. Грани суть однакі; перекрой поперечний єсть трикутником рівнобічним (кварц, турмалїн).** Das trigonale Prisma ist umschlossen von drei gleichen, der Hauptaxe parallelen Flächen. Die Kanten sind gleich; der Querdurchschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck.

8. **Граняк дванайцятистїнний** (dihexagonales Prisma) **обнятий 12 стїнами рівнобічними до оси головної Грани суть двоякі: 6 тупійших і 6 острійших поперемінних; перекрой поперечний єсть дванайцятибоком сомірним.** Das dihexagonale Prisma ist umschossen von 12 zur Hauptaxe parallelen Flüchen. Die Kanten sind zweierlei, abwechselnd gleich: 6 stumpfere und 6 spitzere; der Querschnitt ist ein symmetrisches Sechseck.

9. **Двостїнник підставовий** (basisches Pinakoid) **єсть парою стїн сполуку замикаючих, простопадних до оси головної, проте рівнобіжних до підстави.** Das basische Pinakoid ist ein Paar die kombinierte Gestalt schliessender, zur Hauptaxe senkrechter, somit zur Basis paralleler Flächen.

Вивід і означенє видів. **Видом первістним того укладу єсть острица шестибічна** P. **Довгота півоси головної най буде** $= a$, **півоси же бічної** $= 1$. **До означеня положеня кождої стїни слу-**

Digitized by Google

жать, подібно як в инших укладах, три відмірники, з котрих один єсть відрізком оси головної, другі же два відрізками двох осей бічних; відношенєм проте відмірників кождої стіни єсть $a : 1 : 1$.

1. Продовжім піввісь головну первостриці P, множачи її числом $m \gtrless 1$, все однак вимірним, а одержимо ряд острійших або тупійших первостриць $m\ P$:

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\ P \ldots \infty\ P.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = 0$, єсть двостінник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть первограняк шестибічний $\infty\ P$.

2. Єсли вісоси бічні якої небудь первостриці $m\ P$ помножимо числом вимірчим $n > 1$, але < 2, а кінці продовжених осей бічних получимо з кутами підстави первостриці і через боки нової підстави положимо площі перерізуючі піввісь головну обостороннє в віддали $m \gtrless 1$, тогді одержимо ряд острицъ дванайцятистінних $m\ P\ n$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в граняки дванайцятистінні $\infty\ P\ n$

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ n \ldots P\ n \ldots \overset{>}{m}\ P\ n \ldots \infty\ P\ n.$$

3. Єсли півоси бічні котрої будь первостриці помножимо числом $n = 2$, а кінці продовжених осий получимо з кутами підстави первостриці і через боки нової підстави (шестибоку правильного инакше положеного) положимо площі перерізуючі піввісь головну в тій самій віддали $m \lesseqgtr 1$, одержимо ряд второстриць шестибічних $m\ P\ 2$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в второграняк шестибічний $\infty\ P\ 2$:

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ 2 \ldots P\ 2 \ldots \overset{>}{m}\ P\ 2 \ldots \infty\ P\ 2$$

4. З кождої первостриці $m\ P$ через побільшенє поперемінних стін поєдинчих, одержимо два ромбостінники одмінного положеня, котрі яко половини повинні би властиво одержати знак $\pm \frac{mP}{2}$, однакож задля частого виступованя одержують простійший знак $\pm\ m\ R$. Ромбостінники подібно як острицї, одвітно до довготи оси головної, творять ряд:

$$o\ R \ldots \pm \overset{<}{m}\ R \ldots \pm R \ldots \pm \overset{>}{m}\ R \ldots \infty\ R.$$

Digitized by Google

Границею того ряду, коли $m = 0$, єсть двостїнник $o\ R$, котрий одвічає двостїнникови $o\ P\ 2$, а коли $m = \infty$, граняк шестибічний, котрий одвічає второгранякови $\infty\ P\ 2$.

5. Єсли вісь головну котрого-будь ромбостїнника $\pm\ m\ R$ помножимо числом $n \gtrless 1$, але завсїгди вимірним, і приложимо до кождої грани бічної ромбостїнника по дві площі (одну у гори, а другу у долу тої самої грани), перерізуючі обосторонно вісь головну в віддали $= n$ від осередка вида, тогдї одержимо ряд ріжногранників $m\ R\ n$, котрі, коли $m = \infty$ (проте і $n = \infty$), переходять в граняк шестибічний, одвічаючий второгранякови $\infty\ P\ 2$.

$$o\ R \ldots \overset{<}{\pm}\ m\ R\ n \ldots \pm\ R\ n \ldots \overset{>}{\pm}\ m\ R\ n \ldots \infty\ R.$$

Ріжногранники мож також вивести з острицъ дванайцятистїнних через побільшене кождої пари стїн при гранах поперемінних, вершкових і второрядних.

6. Через побільшене кождої пари стїн острицъ $m\ P$ або $m\ P\ 2$, лежачих при поперемінних гравах підставових, одержимо дві острицї тристїнні відмінного положеня з знаком $\pm \frac{m\,P}{2}$ або $\pm \frac{m\,P\,2}{2}$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в одвітні граняки трістїнні $\pm \frac{\infty\,P}{2}$ або $\pm \frac{\infty\,P\,2}{2}$.

Б. Сполуки однотриосні, hexagonale Kombinationen.

R. $\frac{1}{2}$ *R'*. Перворомбостїнник *R* (кальциту; грана вершкова 105° 5'), грани вершкові просто стяті площами найблизше плоскійшого ромбостїнника в протиположеню (грана вершкова 134° 57'). das Grundrhomboeder *R*, die Spitzenkanten gerade abgestumpft durch die Flächen des nächst flacheren Rhomboeders $\frac{1}{2}$ *R'* in der Gegenstellung.

R. 2 *R'*. Той сам перворомбостїнник, кони бічні стяті площами найблизшого острійшого ромбостїнника 2 *R'* в протиположеню (грана вершкова 78° 51'). dasselbe Grundrhomboeder, die Seitenecke abgestumpft durch die Flächen des nächst spitzeren Rhomboeders 2 *R'* in der Gegenstellung (Spitzenkante 78° 51').

R. *R* 3. Той сам перворомбостїнник, 6 гран бічних єго притуплених площами ріжногранника *R* 3 (грани вершкові 104° 38',

Digitized by Google

144° 24', грана бічна 132° 58'). dasselbe Grundrhomboeder, die 6 Seitenkanten desselben zugeschärft durch die Flächen des Skalenoeders R 3.

$R.\ \frac{1}{4}\ R.$ Перворомбостїнник R (гематиту 85° 58') к вершкови сплощуючий ся в двойноплоскійший ромбостїнник $\frac{1}{4}\ R$ (142° 56'). das Grundrhomboeder R, gegen die Spitze hin sich verflachend in das zweitflachere Rhomboeder $\frac{1}{4}\ R$.

$R.\ \frac{1}{4}\ R'.\ \frac{4}{3}\ P\ 2.$ Попередна сполука, та ще грани вершкові ромбостїнника R притуплені площами второстриці $\frac{4}{3}\ P\ 2$. die vorige Kombination, nur noch die Spitzenkanten von R zugeschärft durch die Flächen der Deuteropyramide $\frac{4}{3}\ P\ 2$.

$R.\ \infty\ R.$ Первограняк $\infty\ R$ замкнений перворомбостїнником R (у кальциту); das Protoprisma $\infty\ P$ geschlossen durch das Grundrhomboeder R.

$R.\ \infty\ P\ 2.$ Второграняк $\infty\ P\ 2$ замкнений перворомбостїнником R. das Deuteroprisma $\infty\ P\ 2$, geschlossen durch das Grundrhomboeder R (Kalzit).

$R.\ \infty\ P\ 2.\ \frac{\infty R}{2}.$ Второграняк $\infty\ P\ 2$, поперемінні грани простопадні стяті площами трибічного граняка (первопівграняка) $\frac{\infty R}{2}$, замкнений перворомбостїнником R (турмалїн). das Deuteroprisma $\infty\ P\ 2$, die abwechselnden lothrechten Kanten abgestumpft durch die Flächen des dreiseitigen Prisma, halben Protoprisma $\frac{\infty R}{2}$, geschlossen durch das Gruudrhomboeder R.

$\frac{R}{2}.\frac{2R'}{2}.\ \infty\ P\ 2.\ \frac{o\,R}{2}.$ Той самий перворограняк $\infty\ P\ 2$, але в горі замкнений по части площами того самого перворомбостїнника R, по части площами найблизше кінчастшого ромбостїнника $2\ R'$, сподом поземою площею підставовою $o\ R$. Знак $\frac{R}{2}$ значить, що площі ромбостїнника на однїй (тут горішній) половинї кристала находять ся; подібно у других знаків. dasselbe Deuteroprisma, aber oben geschlossen teils durch die Flächen desselben Grundrhomboeders R, teils durch die Flächen des nächst spitzeren Rhomboeders $2\ R'$ in der Gegenstellung, unten durch die

Digitized by Google

wagrechte Basisfläche R. Das Zeichen $\frac{R}{2}$ bedeutet, daß die Rhombenflächen nur an einer (hier der oberen) Hälfte des Krystalls vorkommen, ähnlich bei den übrigen Zeichen.

$\frac{1}{2}$ R'. ∞ R. **Первограняк ∞ R замкнений найблизшим тупійшим ромбостїнником $\frac{1}{2}$ R' в протиположеню (у кальциту, 134° 57′).** das Protoprisma ∞ R geschlossen durch das nächst stumpfere Rhomboeder $\frac{1}{2}$ R' in der Gegenstellung.

$\frac{1}{2}$ R'. ∞ P 2. **Второграняк ∞ P 2 замкнений найблизшим плоскійшим ромбостїнником $\frac{1}{2}$ R' в протиположеню (у кальциту, приближно також у піраргіриту).** das Deuteroprisma geschlossen durch das nächst flachere Rhomboeder $\frac{1}{2}$ R' in der Gegenstellung.

o P. P. **Первостриця P, глубоко стята двостїнником підставовим *o* P (у хльориту).** die Protopyramide P, tief abgestumpft durch das Pinakoid *o* P.

o P. P. ∞ P. **Первограняк ∞ P замкнений первострицею P і двостїнником підставовим *o* P.** das Protoprisma ∞ P, geschlossen durch die Protopyramide P und das Pinakoid *o* P. **(у піроморфіту).**

o P. P. 2 P 2. ∞. P **Первограняк ∞ P, замкнений первострицею P, вторострицею 2 P 2 і двостїнником підставовим *o* P (у апатиту).** das Protoprisma ∞ P, geschlossen durch die Protopyramide P, die Deuteropyramide 2 P 2 und das basische Pinakoid *o* P.

o P. ∞ P. ∞ P 2. **Первограняк ∞ P стятий гранами второграняка ∞ P 2, замкнений двостїнником *o* P (також у апатиту).** die Kanten des Protoprisma ∞ P, abgestumpft durch die Kanten des Deuteroprisma ∞ P 2, geschlossen durch das Pinakoid *o* P.

P. ∞ P. **Первограняк ∞ P замкнений первострицею P (у кварцу).** das Protoprisma ∞ P geschlossen durch die Protopyramide P.

P. ∞ P. $\frac{2P2}{2}$. $\frac{6P\frac{6}{5}}{2}$. **Первограняк ∞ P, замкнений первострицею P, на перемінних гранах граняка по над собою площі тристїнної остриці $\frac{2P2}{2}$, а обобіч неї площі двутристїнної остриці $\frac{6P\frac{6}{5}}{2}$.**

das Protoprisma ∞ P, geschlossen von der Protopyramide P, an den abwechselnden Prismakanten über einander die Flächen einer trigonalen Piramide $\frac{2P2}{2}$, und zu beiden Seiten derselben die Flächen einer ditrigonalen Pyramide $\frac{6P\frac{6}{5}}{2}$.

Digitized by Google

R 3. *R* $\frac{5}{3}$. **Ріжногранник** *R* 3 **кальциту к вершкам сплощуючий ся в ріжногранник** *R* $\frac{5}{3}$; **грани сполукові обох з того самого ромбостїнника виведених ріжногранників рівноглгі гранам бічним ріжногранника** *R* 3.

R 3. $\frac{1}{4}$ *R* 3. **Той сам ріжногранник** *R* 3 **к вершкови сплощуючий ся в ріжногранник** $\frac{1}{4}$ *R* 3; **грани сполукові обох з ріжних ромбостїнників** *R* **і** $\frac{1}{4}$ *R*, **але після того самого числа виводного** 3 **утворених ріжногранників — поземо.** dasselbe Skalenoeder *R* 3 gegen die Spitze sich verflachend in das Skalenoeder $\frac{1}{4}$ *R* 3; die Kombinationskanten der beiden aus verschiedenen Rhomboedern *R* und $\frac{1}{4}$ *R*, aber nach derselben Ableitungszahl 3 gebildeten Skalenoeder — horizontal.

Близняки. Zwillingskrystalle.

Двояк, трояк. Zwillings- Drillings- ... Krystall.

Площа близнача або стїна зложеня. Zwillings- oder Zusammensetzungsfläche.

Вісь близняча. Umdrehungsaxe.

Зросляки. Berührung-szwillinge.

Перехрестники. Durchkreuzungszwillinge.

Несовершености кристалів. Unvollkommenheiten der Krystalle.

Пружкатість. Streifung.

Шерехатість. Drusigkeit.

Хроповатість. Rauheit.

Зернатість. Gekörnheit.

Лусковаті кристали. geschuppte Krystalle.

Погризені кристали. zerfressene Krystalle.

Покривлені площі. gekrümmte Flächen.

Звіреність всеї форми. Verzerrung der ganzen Form.

Несповнене маси кристальної. Unterbrechung der Krystallsubstanz.

Несовершене виобразоване кристалу. unvollständige Ausbildung der Krystallgestalt.

Вроcлі кристали. eingewachsene Krystalle.

Материця. Matrix.

Окремішний кристал, окремішник. loser Krystall.

Нарослі кристали. aufgewachsene Krystalle.

Незначна великість декотрих кристалів. geringe Ausdehnung mancher Krystalle.

Іголчаті (іглясті) кришталь. nadelförmige Krystalle.

Digitized by Google

Види волосоваті. haarförmige Gestalten.

Види пластковаті. lamellare oder tafelförmige Gestalten.

II. **Видівня (морфольоґія) кристалїнїчних скупнїй.** Morphologie der krystallinischen Aggregate.

Мінерал зложений. zusammengesetztes Mineral.

Правильно зложений мінерал. regelmäßig zusammengesetztes Mineral.

Неправильно зложений мінерал. unregelmäßig zusammengesetztes Mineral.

a) **Вид кристалїнїчних скупнїй із внї.** Gestalt kristallinischer Aggregate im Äußeren.

Види наслїдовні. nachahmende Gestalten.

1. **Громада кристальна і види наслїдовні з неї.** die Krystallgruppe und die nachahmenden Gestalten aus ihr.

Врослі кулї. eingewachsene Kugeln.

Окремішні кулї. lose Kugeln.

Види грозноваті. traubige Gestalten.

Види почковаті. nieranförmige Gestalten.

2. **Грузло і види наслїдовні з неї.** die Krystalldruse und die nachahmenden Gestalten.

Нарослі кулї. aufgewachsene Kugeln.

Види грозноваті і почковиті. traubige und nierenförmige Gestalten.

Види корчиковаті або цвітуховаті. staudenförmige oder blumenkohlförmige Gestalten.

Вицвит. Efflorescenz.

Деревастка. Dendrit.

Види зубчасті. zähnige Gestalten.

Види дротоваті. drahtförmige Gestalten.

Види волосоваті. haarförmige Gestalten.

Види деревчасті. baumförmige Gestalten.

Види бляшковаті. blattförmige Gestalten.

Види помотані. gestrickte Gestalten.

Види капельникові. tropfsteinartige Gestalten.

Види зубчасті або корчиковаті. zackige oder korallenartige Gestalten.

Безподобиця (безподобне зложенє). gestaltlose oder derbe Zusammensetzung.

Мінерал вприслий. eingesprengtes Mineral.

Digitized by Google

б) **Складня зложених мінералів в середині.** Gefüge oder Structur der zusammengesetzten Mineralien im Inneren.

Складовини. Zusammensetzungsstücke.

Складня мінерала. Structur des Minerals.

Складня зерняста. körniges Gefüge.

Складня прутчаста. stängliges Gefüge.

Складня рівнобіжно-прутчаста. gleichlaufend stängliges Gefüge.

Складня розбіжно-прутчаста. auseinanderlaufend stängliges Gefüge.

Складня скарупчаста. schaliges Gefüge. (dick- dünnschaliges G. **грубо- тонко скарупчаста ск.**).

Двійна складня. doppelte Zusammensetzung.

Складовини зникущо дрібні. verschwindend kleine Zusammensetzungsstücke.

Збитий (густий) мінерал. dichtes Mineral.

Дрібнисті мінерали. mikromorphe Mineralien.

Гущаві мінерали. kryptomorphe Mineralien.

Види безподобних мінералів. Formen der amorphen Mineralien.

Уложенє поодиньче (уліг поодиньчий einfache Ablagerung).

кулясте. kugelig.

бульвисте. knollig.

каплясте. tropfenförmig

обловате. cylindrisch.

чоповате. zapfenförmig.

коровате, поволочисте. krustenförmig.

уліг повторний. wiederholte Ablagerung.

поволоки филясті. wellenförmige Überzüge.

види грозниcті. traubige Gestalten.

види почковаті. nierenförmige Gestalten.

види капельникові (натечні, сопляковаті). tropfsteinartige Gestalten.

Підмінки. Pseudomorphosen.

а) **Підмінка наскорупленя.** Umhüllungs-Pseudomorphosen.

б) **Підмінка виповненя.** Ausfüllungs-Pseudomorphen.

в) **Підмінка витисненя.** Verdrängungs-Pseudomorphose.

г) **Підмінка переісточеня.** Umwandlungs-Pseudomorphose.

д) **Переобразованє.** Paramorphose.

ж) **Звірокамені і ростинокамені.** Zoomorphosen und Phytomorphosen.

Digitized by Google

Ядро камінне. Steinkern.

Скаменїлість. Versteinerung.

Тїла мінералїзуючі. mineralisierende Körper.

Тїла мінералїзовані. mineralisierte Körper.

Види случайні мінералів. Zufällige Formen von Mineralien.

Плити. Platten.

Налет. Anflug.

Жили. Adern.

Види походні мінералів. sekundäre Formen von Mineralien.

Види зломкові або зломові, зломні, зломини. fragmentare Formen von Mineralien.

Рінь (ріняки, рінцї). Geschiebe.

Оточнї. Gerölle. (**Більший óточень = лобáк; місце, де богато лобаків вода накотила = лобище**).

Зерна. Груз. Körner.

Пісок. Sand.

Порох. Staub.

Здавка, зсувка, зеркало. Rutschfläche, Quetschfläche, Spiegel.

Вигризи, види діркаті, виполочи. Erosionsformen.

Види жужлеваті. Schlackenformen.

II. **Власности фізичні мінералів.** physikalische Eigenschaften der Mineralien.

1. **Спійня мінералів.** Kohärenz der Mineralien.

Лупність кристалів. Spaltbarkeit der Mineralien.

Стїни лупности, пролупи. Spaltungsflächen.

Лупність дуже совершена (доконана). sehr vollkommene Spaltbarkeit.

Лупність совершена (доконала). vollkommene Spaltbarkeit.

Лупність виразна. deutliche Spaltbarkeit.

Лупність невиразна. undeutliche Spaltbarkeit.

Лупність дуже невиразна. sehr undeutliche (sehr unvollkommene) Spaltbarkeit.

Лише слїди лупности. bloße Spuren der Spaltbarkeiten.

Пластковатість. Blätterdurchgänge.

Вид лупности. Spaltungsgestalt.

Лупність осьмистїнникова. oktaedrische Spaltbarkeit.

Лупність шестистїнникова. hexaedrische Spaltbarkeit.

Лупність дванайцятистїнникова. dodekaedrische Spaltbarkeit.

Лупність острицева. pyramidale Spaltbarkeit.

Лупність підставова. basische Spaltbarkeit.

Digitized by Google

Лупність гранякова. prismatische Spaltbarkeit.
Лупність дашникова. domatische Spaltbarkeit.
Лупність ромбостїнникова. rhomboedrische Spaltbarkeit.
Кристал однолупний. monotomer Krystall.
Кристал оселупний. axotomer Krystall.
Кристал призматоїдний. prismatoidischer Krystall.
Кристал доколалупний. paratomer Krystall.
Кристал граняковолупний. prismatischer Krystall.
Кристал побілялупний. paratomer Krystall.
Кристал крізьлупний. diatomer Krystall.
Кристал двограняковий. diprismatischer Krystall.
Кристал труднолупний. dystomer Krystall.
Кристал легколупний. eutomer Krystall.

2. **Злом мінералів.** Bruch der Mineralien.

Злом. Bruch.
Зломини, Проломини. Bruchflächen.
Злом скальковий або скальчастий. muscheliger Bruch.
Злом рівний. ebener Bruch.
Злом нерівний. unebener Bruch.
Злом гладкий. glatter Bruch.
Злом залупчастий. splitteriger Bruch.
Злом гачистий. hakiger Bruch.
Злом землястий або порхкий. erdiger Bruch.
Проломи острокінчасті, (остроганні). scharfkantige Bruchstücke.
Проломи тупокінчасті, (тупогранні). stumpfkantige Bruchstücke.

3. **Твердота.** Härte.

Степені твердоти. Hauptabstufungen oder Grade der Härte

1. **Тальк.** Talk.
2. **Сіль камінна або ґипс.** Steinsalz oder Gyps.
3. **Кальцит.** Kalzit.
4. **Флуорит (плавень).** Fluorit.
5. **Апатит, (злудень).** Apatit.
6. **Ортокляз.** Orthoklas.
7. **Кварц.** Quarz.
8. **Топаз.** Topas.
9. **Корунд.** Korund.
10. **Диямант.** Diamant.

Степенник (скаля) твердоти. Härteskala.

Digitized by Google

4. **Скупня мінералів.** Aggregation der Mineralien.

Тїла цїпкі. feste Körper.

Тїла каплисто плинні (каплисті). tropfbarflüssige (tropbare) Körper.

Тїла пружиноплинні (ґази, визїви, пари). elastisch-flüssige Körper (Gase, Dünste, Dämpfe).

Тїла цїпкі бувають:

Порскливі, порскі, розпорсні. spröde.

Лагідні. milde.

Крайкі. geschmeidig.

Гнучкі. biegsam.

Розтяжні, тяжкі (клепні, ковкі, ковні). dehnbar (hämmerbar).

Зваркі. schweißbar.

Зваркість. Schweißbarkeit.

Звязкість мінералу. Zähigkeit des Minerals.
(**дуже звязкий; звязкий; крушний (кришний, крихкий); дуже крушний; розтерливий**).

Причіпність. Adhäsion.

Розпливність. das Zerfließen und Benetzen flüssiger Mineralien auf festen.

Відбарвлене і писане. Abfärben und Schreiben.

Прилягане до язика. Ankleben an der Zunge.

Густота. Dichte.

Вагота питима. Spezifisches Gewicht.

Маґнетизм. Magnetismus.

Поєдинчо маґнетичні м. einfach magnetische Mineralien.

Полярно маґнетичні м. polarisch magnetische Mineralien.

Діткнене, Скус (смак) і Запах декотрих мінералів. Das Anfühlen, Geschmack und Geruch mancher Mineralien.

Худі. mager.

Товсті, товставі, тучні, масні. fettig.

Гладкі і лагідні. glatt und sanft.

Серсткі (хропаві), острі, колючі. rauh, scharf und stechend.

Скус (смак). Geschmack.

Терпкий (стягаючий) zusammenziehend.

Солодкавий. süßlich.

Солоний. salzig.

Луговатий. laugenhaft.

Digitized by Google

Холодячий. kühlend.
Гіркий. bitter.
Колючий. stechend.
Квасний. sauer.

Запах. Geruch.
Жавичний. bituminös.
Сірковий. schweflig.
Чісниковий. knoblauchartig.
Згорільний. brenzlich.
Іловий, ілястий. tonig.

Власности оптичні мінералів. Optische Eigenschaften der Mineralien.

А) **Блеск.** Glanz.

а) **Роди блеску.** Arten des Glanzes.

1. **Блеск металистий (метальний).** Metallglanz.
2. **Блеск диямантний.** Diamantglanz.
3. **Блеск товстий (тучний, масний).** Fettglanz.
4. **Блеск скляний (склистий).** Glasglanz.
5. **Блеск перловий.** Perlmutterglanz.
6. **Блеск шовковий.** Seidenglanz.

б. **Степені блеску.** Grade des Glanzes.

1. **мінерал сильно блискучий, живо блискучий.** stark glänzend.
2. **блискучий.** glänzend.
3. **мало блискучий.** wenig glänzend.
4. **мигтячий.** schimmernd.
5. **млий (без блеску).** matt (glanzlos).

Б. **Барва.** Farbe.

Мінерали барвисті (красисті). farbige Mineralien.
Мінерали безбарві (безкрасі). farblose Mineralien.
Мінерали забарвлені (закрашені). gefärbte Mineralien.
Ряд барв (красок). Farbenreihe.
Мінерал спорошкований. gepulvertes Mineral.

Роди барв (красок). Arten von Farben.

α) **Барви (краски) метальні (металисті).** metallische Farben.

1. **Барва томбакова.** tombackbraune Farbe.
2. **Барва мідяна.** kupferrothe Farbe.
3. **Барва спижева.** speisgelbe Farbe.

Digitized by Google

4. **Барва бронзова.** bronzene Farbe.
5. **Барва мосяжна.** messinggelbe Farbe.
6. **Барва золотаста (золота).** goldgelbe Farbe.
7. **Барва сріблястa (серебряна).** silberweiße Farbe.
8. **Барва цинова.** zinnweiße Farbe.
9. **Барва оловиста (оловяна).** bleigraue Farbe.
10. **Барва сталева (желїзиста).** eisengraue (stahlgraue) Farbe.

β) **Неметальні барви.** nicht metallische Farben.

1. **Барва біла, сніжно біла.** weiße, schneeweiße Farbe.
(**червонаво-, жовтаво-, сиваво-, зеленаво-, молочнобіла**).

2. Б. **сива, попеляста** graue, aschgraue F. [**синявосива, перлова** (**сива з дрібкою червоного і синього**), **димовосива** (**сива з брунатною**), **зеленявосива, жовтавосива**].

3. Б. **чорна.** schwarze F. (**аксамітночорна, сивавочорна, зеленавочорна, буравочорна, синявочорна**).

4. Б. **сина.** blaue F. (**голуба** berlinerblaue F. **чорнявосина, лазурна** (**живосина з дрібкою червоного**), **фіялкова, качориста** entenblau (**сина богато з зеленою і трохи чорна пр. у турмалїну**), **небесина** (**ясно сина трохи зелена**).

5. Б. **зелена** grüne F. (**смараґдова; селядинова, чорнозелена, яблочнозелена, травнозелена, шпараґова, оливкова, олеїста**).

6. Б. **жовта** gelbe F. (**цитринова, сїркова, соломиста, воскова, медова, охрова, винножовта, помаранчева**).

7. Б. **червона** rote F. (**кармінова, зоряна, іякинтова, шкарлатна, кровяночервона, мясночервона, кошенильова** (**червона трохи з синою і сивою**), **рожева** (**блїдо червона з білою і сивою**), **кармазинова, бросквова, синочорночервоне** (kolombinrote F.) **буравочервона**).

8. Б. **бура або брунатна.** braune F. (**каштановата, червонавобура, гвоздикова, волоснобура, деревнобура, печінкова, чорнявобура**).

б) **степенї барв.** Grade der Farben,

жива hoch, **повна** tief, **ясна** licht, **темна, тьма. тьмава** dunkel, **блїда** blaß.

в) **Многобарвість і писаристість.** mehrfache Färbung und Farbenzeichnung.

точковані, крапчасті. punktiert.
плямлені. geflekt.
облачковаті. gewölkt.

Digitized by Google

поломисті. geflammt.
пругасті. gestreift.
жилчасті, жилкасті. geadert.
розвалиновато писані. ruinenförmig gezeichnet.

г) Зміна барви. Veränderung der Farbe.

блїднїє. es verblasse.
темнїє. es verdunkle sich.
перебарвлює ся. es verfärbe sich.

д) Риса. Strich.

порошок. Pulver.
в рисї незмінені. im Striche unverändert.
риса барвиста. gefärbter Strich.
риса некрасиста, біла, безбарва. ungefärbter Strich.

В) Прозорість. Durchsichtigkeit.

1. прозо́рий (прозірни́й) durchsichtig.
(водоясний. wasserhell).
2. полупрозорий. halb durchsichtig.
3. просвітлястий. durchscheinend.
4. на гранах просвітлястий. an den Kanten durchscheinend.
5. непрозорий. undurchsichtig.

[визір металїчний. metallisches Aussehen. [блеск метальний (Metallglanz), барва метальна (metallische Farbe) і непрозорість (Undurchsichtigkeit) споводують визір металїчний (metallisches Aussehen) мінералів; мінерали о блеску і барвах металїчних, але не зовсїм прозорі мають визір півметалїчний (halb metallisches Aussehen)].

Г) Задвійне ломанє лучів. doppelte Strahlenbrechung.
Одноосно-оптичні м. optisch einaxige Mineralien.
Двуосно-оптичні м. optisch zweiaxige Mineralien.

Д) Многобарвність. Pleochroismus.
(Двобарвність. Dichroismus. Трибарвність. Trichroismus).

Е) Барви набіглих мінералів. die Farben angelaufener Mineralien.

набіганє. das Anlaufen.
павлячковато набіглий. pfauenschweifig angelaufen.

Digitized by Google

дуговато набіглий. regenbogenfarbig angelaufen.
голубчасто набіглий. taubenhälsig angelaufen.
дуговане. das Irisiren.
многотане барв. das Farbenspiel.
гра барв. die Farbenwandlung.
гра сьвітла, сьвітловане. die Lichtwandlung.
мінене, міньба. das Schillern.
звіздковане. der Asterismus.
світличковане. Phosphorescenz.
Власности термічні. termische Eigenschaften.
проводство тепла. die Wärmeleitung.
розширність мінералів. Ausdehnbarkeit der Mineralien.
топність. Schmelzbarkeit.
(1. **антимоніт**, 2. **натроліт**, 3. **ґранат червоний**, 4. **актиноліт**, 5. **ортокляз**, 6. **бронзит**, 7. **кварц**).
Власности електричні. elektrische Eigenschaften.
Многі мінерали стають електричними:
1. **через потиране.** durch Reiben (**додатно електричні**, positiv elektrisch; **уємно електричні**, negativ elektrisch.
2. **чевез тиск.** durch Druck.
3. **через огріване.** durch Erwärmen.

Ві Львові 12. липня 1909.

Digitized by Google

Доповненя:

На сторонцї 3. під стихом 5. з долини треба всунути:

Грани ромбові (ромбічні). rhombische Kanten.
Грани дельтоїдні. deltoidische Kanten.
Грани скаленїчні (нерівнокосі, ріжнокосі). skalenische Kanten.

Справлене похибок печатних:

					місто:	має бути:
Стор.	22.	в стиху	6.	з долини	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	22.	„	5.	„	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	22.	„	4.	„	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	22.	„	3.	„	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	22.	„	1.	„	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	23.	„	1.	з гори	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	23.	„	2.	„	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	23.	„	4.	„	перекутнї догвої	перекутнї довгої
„	24.	„	11.	з долини	дашник (кришец)	дашник (кришець)
„	24.	„	9.	„	дашник (кришец) перекутнї коротшої	дашник (кришець) перекутнї короткої.

Digitized by Google

Бібліоґрафія.

A. Voss — Über das Wesen der Mathematik. (B. G. Teubner, Leipzig u. Berlin 1908 ст. 98).

Що се математика? які єї цїли? де она веде? се питаня, на які автор старає ся в тій брошурі відповісти. Чому як раз та наука, що стала підоймою сучасної культури, є так непопулярна і мало звісна ширшому загалови? Ріжні на се складають ся причини, а мабуть головна та, що матеріял шкільний зійшов в шкільництві на шабльон, від віків не розширяєть ся і не дає ученикови навіть спромоги догадувати ся, як величавими здобутками красуєть ся математика від часів Нютона і Лейбнїца і яка глубина єї метод і поглядів. І тому то автор стараєть ся в тій брошурі, що вийшла з його публичного викладу в баварській академії наук, подати в коротцї і приступно не лиш математикам, але і фільософам та образованим людям погляд на математику і єї змаганя. Основою математики є все число; но порівнати лиш дорогу, через яку оно перейшло від числа цїлого до глубоких ідей Дедекінда (Schnitt) і Кантора, що злучили ся в одну богату царину т. зв. теориї множінвй! А таку саму довгу дорогу перейшло понятє функциї, що вийшло з механїки і ґеометриї і постепенно довело науку при помочи чудового відкритя Нютона і Лейбнїца до нинїшної величавої будівлї. Всї ті квестиї, що вяжуть ся з тим постепенним розширюванем овиду математичного, автор ставить уміло перед слухачами-математиками. Але і фільософ найде в тій брошурі неодно і для себе, як пр. погляди на т. зв. ґеометриї неевклїдові, що їх істнованє є важним арґументом проти апріорности Канта; він побачить, що математика, та велика конструкция духа людского, є в сути річи лиш фільософією. Брошуру сьміло можна припоручити до пе-

Digitized by Google

речитаня кождому, що в математиці не бачить лиш самих лекших або тяжших операций, але хоче глубше увійти в суть тих ділань і пізнати, як ще нинї наука боре ся з ясним, точним і критичним розбором основних проблемів. — Тенор брошури ось-такий: по думці автора математика оперта є на певній творчости людскої фантазиї і через се много має схожого з поетикою; з сього творчого дару виходять всї найважнїйші поступи математики, що їх опісля вбирає ся в певну конвенциональну аритметичну символїку. І в тій то творчости лежить велика обєктивна вартість математики, хотяй зверхна єї одїж не дуже то прихожа для звичайного сьвіта.

В. Л.

F. Klein — Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus (Theil I: Arithmetik, Algebra, Analysis, Leipzig, 1908. B. Teubner, ст. IV. + 590; Theil II: Geometrie, ibidem 1909 ст. VI. + 515).

Ся книжка вийшла з викладів великого нїмецького ґеометра і педаґоґа, що він їх читав у Ґетінґен в роцї 1908; як більша часть творів Кляйна видане не є друковане, а автоґрафоване. Цїль автора усунути та заповнити ту пропасть, що дотепер дїлить науку елементарну математики від науки унїверситетської. Автор як довголїтний учитель унїверситетський звертає увагу на се, що кандидат покинувши ґімназию стає в хвилї, коли прийшов на унїверситет, перед проблемами цїлком новими, які не стоять в нїякій пропорциї з наукою елементарною; колиж як укінчений кандидат вертає назад до ґімназиї та має знов обучувати дїти елементів, мусить відбити ся знов від тих метод, що їх пізнав в часї унїверситетских студиїв і попасти знов в колишний шабльон. І так все крутить ся в колесо завдяки невідповідним нинїшним методам шкільного научаня. Тому то автор поставив собі за завдане усунути ту аномалїю та подати слухачам звязь між ріжними методами і проблемами математики елементарної і висшої і показати їм на тятлість обох тих областий. Авторови не іде о се, щоби подавати нові якісь твердженя або виклад поодиноких партий з математики — він приймає, що слухачі є з ними добре обзнакомлені, йому іде більше о осьвітлене тих метод з ріжних точок погляду. Він хоче вказати, як і о скілько елементарна математика може скористати з математики висшої. В противоположеню до стислих методиків, що всюди строго віддїлюють аритметику від ґеометриї, є Кляйн приклонником т. зв. „фузиї аритметики і ґеометриї“; він є далї приклонником сполученя ґеометрий метової (синтетичної) з аналїтичною, сполученя погляду просторного (стереометриї) з поглядом пляніметричним.

Digitized by Google

Наглядність форми і рисунку має після нього більшу нераз вартість, як строго переведений доказ, як се робить пр. ґеометрия евклїдова. Під проводом автора читач переходить постепенно усї области елементарної аритметики, альґебри та ґеометриї та переконуєть ся раз у раз, що прогалина між елементарною а висшою математикою не так дуже велика, як собі зуявляв; він бачить, як одна може впливати на поглублене і лїпше зрозуміне другої. Він бачить, що і ученикови шкіл середних можна на неодну квестию звернути увагу і відкрити перед ним новий, обширний овид.

Особливо в части II. Кляйн остро розправляєть ся з елементами Евклїда, що від тільки віків є майже виключною основою елементарного научаня в школах, так що зійшли в кінци на шабльон, що своїм безглядним доґматизмом може вбити всяку інвенцию. Автор не заперечує великого значіня культурального тих елементів, але зводить їх вартість до відповідного уровеня, бо він є за зреформованем елементарної ґеометриї в дусї новітних змагань і ідей.

В детайлїчний розбір сього нового твору Кляйна не слїд тут входити; се би значило переповісти зміст сеї книжки — таку книжку треба перечитати самому, а тодї кождий, що занимає ся научанем математики, буде мусїв признати авторови слушність. А книжку перечитати варта, бо написана легко, прозоро, подає обширну лїтературу та порушає ріжні квестиї наукові та педаґоґічні.

Незвичайно інтересний є додатковий уступ в части II., де автор подає історичний і сучасний стан научаня ґеометриї в Англїї, Франциї, Італїї та Німеччинї. Тут наглядно читач побачить, як старий консерватизм боре ся з модерними ідеями, на се, щоби звільна їм уступати; тут довідає ся читач про такі куріози, як дорічні іспити в Англїї, тій поступовій державі, іспити, що способом переведеня нагадують ще нинї китайщину. Тут довідає ся, що як раз Австрия завдяки щасливим обставинам в реформі научаня математики станула на однім з перших місць. *В. Л.*

D. Hilbert — Grundlagen der Geometrie. (3. видане, B. G. Teubner, Leipzig 1908, ст. VII. + 288).

Трете видане глубокої студиї Гільберта являєть ся як VII. том важного видавництва п. з. Wissenschaft und Hypothese. Автор поставив собі цїль подати для ґеометриї повний, а при тім простий систем аксіомів і з них вивести всї найважнїйші твердженя ґеометриї. Се авторови вдало ся як найкрасше; читач бачить, яке зна-

Digitized by Google

чіне мають поодинокі ґрупи аксіомів, яка їх взаїмна залежність від себе і що за консеквенциї з них виходять. Се видане ріжнить ся від попередних тим, що автор долучив до сеї моноґрафії ще сім менших розвідок, що появили ся в послїдних десяти роках, та в яких розбирає ріжні квестиї ґеометричні і аритметичні, як пр. нові основи ґеометриї Bolyai-Лобачевского, поверхнї зі сталою кривиною, поняте числа і пр. Сю бистроумну і глубоку моноґрафію одного з найбільших нинїшних учених нїмецких повинен пізнати кождий математик. *В. Л.*

J. Tannery — Elemente der Mathematik; autor. deutsche Ausgabe von P. Klaess, (B. G. Teubner, Leipzig 1909, ст. XII. + 339).

Книжка ся — се підручник математики для т. зв. клас фільософічних в французьких ґімназиях, написана на основі плянів шкільних французьких з р. 1902. Книжку попереджає в переводї нїмецкім вступ, написаний Ф. Кляйном, а кінчить короткиї начерк історичний пера Павла Таннері. Обширна рецензия сего підручника поміщена в кн. I.—II. журнала „Наша Школа" 1909, ст. 62 sqts. *В. Л.*

Dr. Placyd Dziwiński. Wykłady matematyki, kurs I. Zasady geometryi analitycznej i analizy wyższej, Tom II. (Lwów, Biblioteka politechniczna, 1908, ст. XVI + 1040).

В тій великій книжцї зискала польска наука величавий причинок до своєї лїтератури математичної. Автор заслужений професор львівскої політехніки, дав своїм ученикам свого рода chef d'oeuvre до рук, бо в двох томах подав їм майже повний виклад математики висшої (про том I. сего твору була вже згадка в Збірнику т. IX). Починаєть ся сей том основними правилами рахунку інтеґрального, отже понятєм інтеґрала, інтеґрованєм функций елементарних, вимірних та альґебраїчних; далї посьвячує автор доволї много місця інтеґралам типу

$$\int\frac{x^m dx}{(ax^2+bx+c)^r},\ \int R(x\,y)\,dx \quad \text{та} \quad \int R(x,\sqrt{ax^2+bx+c})\ dx,$$

інтеґралам функций виложних, льоґаритмічних, цикльометричних, гіперболїчних та мішаних, інтеґрованю через ряди та розвиваню інтеґралів на ряди, пр. інтеґралу $\int f(x)\,\varphi(x)\,dx$. Опісля переходить автор до ріжничкованя і інтеґрованя функций двох і більше змінчивих, подає ряди Taylor'a і Maclaurin'a для якого небудь числа змінчивих, їх максіма та мінїма. Далї представляє теорию незмі-

Digitized by Google

ників і співзмінників форм альґебраічних, теорию перетворюваня походних і ріжничок функций з якоюнебудь скількостию змінчивих та розвій функций на ряди степеневі і безконечні добутки. Дальшу часть книжки занимають функциї періодичні і елїптичні (функциї $\theta(x)$ Jacobi, $\sigma(u)$, $p(u)$, $\zeta(u)$ Вейерштрасса), їх розвиненя на ряди та взагалї розвій функций на безконечні дроби тяглі.

В другій части книжки автор розбирає теорию інтеґралів означених з їх приміненем в ґеометриї (інтеґрали одно- і много-кратні, квадратура, ректифікация і кубатура, криві плоскі, переступні та основи ґеометриї ріжничкової). Перейшовши обширно теорию поверхний переходить автор до теориї рівнань ріжничкових звичайних першого, другого і висших рядів, до укладів рівнань звичайних, до рівнань частних та до розвязки рівнань ріжничкових при помочи інтеґралів означених (інтеґрали Euler'a і Fourier'a). Обширний сей том кінчать основні понятя рахунку вариацийного. До кождого розділу додані численні, дуже інструктивно дібрані вправи та нотатки біблїоґрафічні.

Вже з короткого сего огляду можна набрати понятя про богатий зміст сеї книжки. Коли ще додамо, що виклад автора є дуже ясний і прозорий, то не ошибнемо ся, коли скажемо, що ся книжка приносить честь авторови, а читачам велику користь. На кождий случай можна пожелати математицї польскій так величавого твору.

В. Л.

Eugen Beutel — Algebraische Kurven. Erster Teil: Kurvendiskussion. (Leipzig 1909. Sammlung Göschen. стр. 147, 16⁰).

Видавництво „Sammlung Göschen" стає що раз симпатичнїйше публїкациями дуже інтересних річий із усіх обсягів людського знаня. Таку дуже інтересну тему приносить один із найновійших томиків видавництва про альґебраічні криві. У першій части переводить автор дискусію кривих. По історичнім вступі клясифікує криві на альґебраічні, інтерсцендентні (т. є такі, де виложники рівнаня кривої є невимірні) і трансцендентні і обговорює прінціп однородности. Головними засобами до дискусії являють ся: прінціп знакованя (Signierungsprinzip) та прінціп лїнійної комбінациї, а далї ґрафічна розвязка альґебраічних рівнань 3. і 4. степеня. — По виведеню многократних точок займаєть ся автор теорією асимптот; отся теорія дуже важна для дискусії кривих, бо — по словам Cayley'a — є теоретичне трактоване кривої тим труднїйше, чим менше асимптот має крива (стр. 86). — Далї говорить ся про поміч

Digitized by Google

ріжничкового рахунку для дискусії, про аналітичний трикутник, про розвиване на ряди для даної точки та про деякі спеціяльні криві. Розділи про відворотну дискусію (відчитуване прикмет кривої з її даних характеристичних власностий) та спис важнійших альґебраічних кривих кінчать книжочку. Література подана досить обширно. Для першого обзнакомленя ся з теорією кривих є мабуть отся книжочка далеко відповіднійша, ніж деякі иньші більші підручники. *М. Ч.*

Richard Gans — Einführung in Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathematisehe Physik. (35 фіґур в тексті; друге видане. Leipzig, B. G. Teubner 1909, ст. 126).

Книжка ся складає ся з пятьох частий. — З початку находимо там представлене елементарних ділань векторової аналізи, як додаване та відниманє векторів та поняте добутка скалярного і векторового. Дальше маємо подані ріжничкові діланя аналізи векторової, а іменно поняте ґрадієнту, твердженє Gaussa, divergenz-ня, твердженє Stokes'a, Green'a і ріжничковане векторів після часу.

Найважнійшою частию бодай чи не є часть трета, де автор пише про криволінійні сорядні з їх значінєм для математичної фізики. — Від першого видання ріжнить ся знов се друге видане четвертим уступом про тензори. Тут подає автор дефініцию тензора і єго ґеометричне представлене, опісля специяльні місця з механіки, де виступають тензори, як моменти девіяцийні, еліпсоіда безвладности та рух кружків. — В послїднім уступі находимо приміри з математичної фізики. Тут знов виступає ріжниця сього видання від першого, бо примірів маємо тут много більше, як в першім виданю, а передовсїм з теориї електричности і маґнетизму.

Для того, хтоб хотів обзнакомити ся з аналїзою векторовою, є ся книжка дуже вказана, бо обсяг материялу є о много більший від книжки Bucherera: „Vektoranalysis". Крім сего відзначає ся Gans-ова робота ясним представленєм річи. *В. К.*

Prof. Dr. Paul Bachmann — Grundlehren der neueren Zahlentheorie (Leipzig 1907, Göschen, Sammlung Schubert том III. ст. XI + 270, мал. 8⁰).

Знаний автор богатьох праць з теориї чисел оголошує в збірці підручників Шуберта основи модерної теорії чисел до квадратових форм включно і квадратове чисельне тіло. В теорії квадратового тїла спинює ся на найважнійших твердженях про краткові числа

Digitized by Google

(Gitterzahlen). Книжка призначена для початкуючих, і справдї виклад дуже зрозумілий і ясний. *М. Ч.*

Dr. Antoni Hoborski i Dr. Antoni Wilk, Zasadnicze pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego, przystępnie napisali... (W Krakowie, 1910, стр. X + 180, 8⁰).

Польська математична лїтература не мала доси елементарного, майже популярного підручника до висшої аналїзи, яких є кілька в нїмецькій лїтературі (прим. Ковалевского „Einleitung in die Infinitesimalrechnung" в збірцї: „Aus Natur und Geisteswelt"). Автори професори ґімназиї, взяли собі за задачу, виповнити ту люку, видаючи отсей підручник. Вони мали на думцї тих читачів, що не займаючи ся математикою, хочуть дізнатись, що се таке „ріжничка, згл. похідна і інтеґрал"; мали також на думцї учеників з середньої школи, що приходячи на унїверситет не мають на стільки підготованя, щоби могли читати підручники до аналїзи. І хоч книжочцї не можна нїчого закинути що до приступного способу представленя таких трудних річий, як основи аналїзи, то все-ж таки мусимо сумнїватися, чи зможуть її читати ученики VI. кл. ґімн. або V. реальної, як сего бажали-б собі автори.

В девяти розлїлах подані такі відомости:

I. Вступ, ріжні неповязані з собою квестиї, як приготоване до ріжничкового рахунку, чисельна пряма, про нерівности, безглядна вартість, сума n чисел природного ряду і сума квадратів, про радіян, а далї відомости з триґонометрії і аналїтичної ґеометрії.

II. Про функциї і їх тяглість. Отсей роздїл подає в примірах поняте сталої величини і функції, а далї тяглої і нетяглої функциї.

III. Про границї. Знов на примірах пояснена границя функциї, розріжнена „лївосторонна" і „правосторонна" границя, а вкінцї обчислене $\lim_{\alpha=0}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)$.

IV. Про похідну та ріжничковане. Вихідною точкою є питане: „де більше зростає рядна, коли посунемо ся о такий самий кусень дороги на кривій $y=f(x)$ з точок A і B: в точцї A чи в B?" Звідси дефініція похідної як стичної до кривої в точцї (x, y) і приміри: альґебраїчні та триґонометричні функції, рівномірно прискорений рух. На кінець загальне поясненє „ріжнички", похідної" та „ріжничкованя".

V. Про ряди. Приступно, на примірах, виложена теорія рядів Cantor'a.

Digitized by Google

VI. Прикмети тяглих функцій та твердженє про середню вартість. Дефініція множини, її границь та крайних вартостий, всьо з примірами. Через обяснене осциляції приготовляють автори до твердженя про середню вартість (перехід через 0) і теорема Rolle. Сей остатній теорем доказують дуже точно.

VII. Про інтеґрали. — Елементарне сумованє функцій, а саме: прямої $y = x$, параболї $y = kx^2 + 1$ та сінусоіди. Потім загальний доказ про одновартність такого сумованя. Тепер приходить дефініція означеного інтеґрала, твердженя про границї, а вкінцї дефініція неозначеного інтеґрала.

VIII. Про інтеґрованє. Дефініція інтеґрованя (відверненя ріжничкованя) і найважнїйші взори альґебраічні, вимірні і тригонометричні функції.

IX. Бібліоґрафічні вказівки; вибір підручників з аналїзи, альґебри, ґеометрії та теорії функції, — на нашу думку не найщасливійший, бо поминено ті твори, на яких виробляють ся рахункова практика (прим. Junker з Sammlung Göschen та Kiepert).

Як бачимо зі змісту, книжочка не є повним підручником, та автори заповідають, що ладять другий томик, який доповнить отсей перший. Треба би тільки звернути увагу, щоби в II. томі фіґури були трошки стараннїйші, бо тутки виглядають часами дуже карикатурно (прим. фіґ. 13 і 21, сінусоіда, або фіґ. 29, парабола), а се може дуже легко помилити читача, що у перве бачить ті криві. Також на 63 стор. впроваджено tacite другу похідну, без поясненя, що тодї ми вважаємо першу похідну за первісну функцію, — а се не буде початковому зрозуміле само собою.

Помимо того можемо сьміло поручити отсю книжечку студентам з перших семестрів, що вже дещо читали з математики, — натомість ученикам з V та VI кл. радили-б ми скорше взяти у руки Юнкера або Кіперта. *М. Ч.*

F. Auerbach — Taschenbuch für Mathematiker und Physiker (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1909 ст. XLIV + 450).

Рік річно являє ся ряд календарів, що призначені до ужитку фахових людий, як пр. календар для хеміків, електротехніків і т. п.; лиш для фахових математиків і фізиків такого виданя до нинї не було. І тому-то славнозвісна фірма Тейбнера старала ся положити конець тій недостачі і видала під редакциєю проф. Ауербаха перший річник такого фахового календара (вийшов в другій половинї р. 1909). Се виданє може вдоволити як найдальше ідучі вимоги фахових математиків і фізиків так укладом, як і змістом. По при

Digitized by Google

необхідні таблиці місяців (до марта 1910 включно) подані тут найважнійші таблиці астрономічні, льоґаритмічні, триґонометричні і таблиці квадратів (ст. I—XLIV). Властива книжка обнимає на ст. 1—160 найважнійші твердженя і взори з математики (аналізи і ґеометриї), на ст. 161—369 основні річи з фізики теоретичної, практичної та хемії загальної. Партиї, що не найшли ще місця в тім річнику, наміряє редакция подати в дальших випусках. Далї іде огляд найважнійших фахових журналів і товариств, нових книжок, некрольоґи, спис фахових математиків і фізиків нїмецких, виказ технїчних фірм та анонси. Видане і під зверхним зглядом гарне робить вражінє як найлїпше і заслугує на розповсюднене серед фахових кругів. На початку подана біоґрафія покійного льорда Кельвіна з гарним портретом. *В. Л.*

Prof. Dr. Eugen Netto — Gruppen und Substitutionentheorie. (Leipzig, 1908, Göschen. Sammlung Schubert Bd. LV, ст. VIII + 175, мал. 8⁰).

По своїй клясичній „Substitutionentheorie und ihre Anwendungen auf die Algebra" (Leipzig 1882, Teubner), двотомових „Vorlesungen über Algebra" (Leipzig 1896—1900, Teubner) пустив проф. Netto в світ отсю книжечку, яка в своїм способі представленя ріжнить ся від попереднїх тим, що тутки ґрупи трактовані з загальнїйшого, абстрактного становиска; субституції вважають ся лиш одним із специяльних родів „операторів". — В теорії ґруп дійшов автор до тверджень Сильова і Фробеніюса, а опісля займає ся ґрупами субституцій, що дають ся розвязати та лїнїйними ґрупами. *М. Ч.*

Prof. A. Adler — Fünfstellige Logarithmen, (Leipzig 1909, Sammlung Göschen t. 423, ст. 116 + 1 табл. 16⁰).

Збірка математичних книжок в видавництві „Sammlung Göschen" комплєтує ся. Одним із найважнїйших підручників являють ся отсї льоґаритми. Побіч звичайних льоґаритмів та льоґаритмів триґонометричних функцій (що 2') є тутки такі таблиці: вартости ґонїометричних функцій, табелї для докладного обчисленя льоґаритмами при кутах менших від 2⁰, табелї для n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, $\frac{100}{n}$ для $n = 1, \ldots 100$, табелї для 10^n ($n = 0, 9$ до $0{\cdot}000001$), таблиці на складаний процент, таблиця смертности, 10-циферні льоґаритми для $q = 1 + \frac{p}{100}$, довжина колових луків для $r = 1$, заміна мінут

Digitized by Google

і секунд на степені (в десяточних дробах), та степенів на сотки мінут і секунд, астрономічні та фізикальні вартости. Вкінці подані ґрафічні таблиці для розвязки деяких переступних, квадратових та кубічних рівнань. *М. Ч.*

Prof. Dr. Siegmund Günther — Geschichte der Mathematik, I. Teil, von den ältesten Zeiten bis Cartesius (Leipzig, Göschen, 1908. Стр. VIII + 427, 8⁰ — в збірці математичних підручників „Sammlung Schubert" (XVIII том)).

Проф. Ґінтер знаний добре усім, що коли небудь мали до діла з історією стислих наук; усюди той сам легкий стиль, той сам займаючий спосіб представлюзаня хоч би найтруднійших річий. Перша частина історії математики із збірки Шуберта, се найновійша праця заслуженого автора. Побіч великанської праці M. Cantor'a, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (Leipzig, Teubner, 1880, — до тепер чотири томи, 1-ий в 3. вид. 1907), се одинока книжка, що дає який такий погляд на історію математики, бо з коротонького начерку Sturm'a в „Sammlung Göschen" годі в предметі з'орієнтуватись.

Історія математики Ґінтера починаєть ся від найдавнійших часів, від початків культури, і добігає до 1637 р., коли-то Декарт видав свою першу математичну книжку. Автор впроваджує в чисельні системи, які були у ріжних народів, переходить кількома словами їх розвій і згадує коротко про повстанє ґеометричних та астрономічних поглядів; властиву історію зачинає від народу, що по всякій правдоподібности дав початок людській культурі, себ-то від мешканців Мезопотамії. Далі говорить про Египтян, Китайців та Індів; здобутки культури тих народів дістались через посередництво Мезопотамійців до Греків. Історію математики у Греків можна поділити на такі періоди: передалександрійська доба (Піта-ґор, Плятон, Арістотель), клясична доба (Евклід, Ератостен, Архімед, Апольоній з Перґи). Слідуюча епоха (до Птолемея включно), се початок занепаду; цілковитий занепад грецької математики приходить по смерти Діофанта. Римляни не займались математикою, отже тепер приходить черга на Візантійців взяти в свої руки научну спадщину Греків.

В середніх віках припадає велика роля в історії математики культурним азійським народам: Індам та Арабам; крім того займають ся математикою християнські монахи в середній Европі. Кінець середних віків — се час твореня ся університетів, а і се не остає без впливу на розвій математики. З настанем нових віків

Digitized by Google

настає гуманїзм і реформація. Сей час важний в історії математики горячковими працями над обчисленями рухів планет — се як раз перед-коперніканська доба. Опісля приходить переворот в усїх математичних науках, нова теорія рухів небесних тїл, а се дає початок новим ідеям в математицї, яких інкорпорацією являєть ся поняте функції, основа цїлої висшої математики. Серед того виступає Декарт, якого твори переняті думкою „безконечно малих змін", і він зачинає цїлком нову добу в історії висшої математики. На тім кінчить ся перший том книжки.

Працю проф. Ґінтера прочитає з інтересом кождий, навіть нефаховець; отся історія математики поможе йому зрозуміти богато квестий із загальної історії культури. *М. Ч.*

M. Cantor — Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (том IV., Leipzig, B. G. Teubner, 1908, ст. VI + 1113).

Під редакциєю заслуженого сеніора істориків математики вийшов том IV., що обіймає історию математики від р. 1759 до 1799. Та коли попередні три томи сього величавого твору вийшли виключно з під пера Кантора, то сей том являєть ся збірним виданєм приклонників старенького вже нинї історика. На сей том зложили ся: S. Günther (історія математики 18 ст.), F. Cajori (аритметика, альґебра, теория чисел), E. Netto (комбінаторика, рахунок імовірности, ряди, числа мнимі), V. Bobynin (історія елементарної ґеометриї), A. Braunmühl (триґонометрия і поліґонометрия), V. Kommerell (ґеометрия аналїтична), G. Loria (ґеометрия метова і начеркова), H. Vivanti (рахунок інфінїтезімальний), C. R. Wallner (рівнаня ріжничкові, рахунок варияцийний) та M. Cantor (загальний перегляд). Як бачимо — автори, дуже добрі звісні як історики математики.

Завдяки тим поодиноким моноґрафіям, що під проводом редактора зложили ся в одну гармонїйну цїлість, виступають перед нашими очима часи 18. столїтя, часи, коли то нові методи математичні — вибороли вже собі значінє в науцї, та завдяки новим працям математиків таких, як родина Bernouilli'х, Euler'a, Lambert'a, Legendre'a, Lagrange'a, Monge'a, Laplace'a т. и. почали класти основи до тої величавої будівлї, якою стала математика в 19. столїтю. Бажати би лиш треба, щоби знаменитий автор так само вспів ще опрацювати часи 19. столїтя, коли то нові відкритя розширили овид математичний і завершили той найвеличавійший твір людского інтелекту, яким являєть ся математика. *В. Л.*

Digitized by Google

Max Planck — Das Prinzip der Erhaltung der Energie. (2. Auflage, Leipzig u. Berlin 1908, ст. XVI + 278).

В р. 1884 оголосив факультет фільософічний в Ґетінґен конкурс на основне представлене засади збереженя енерґії так під зглядом історичним, як і річевим. На конкурсї тим нагороджено в р. 1887 книжку молодого ще тодї ученого з Kiel Макса Плянка, нинїшнього професора унїверситету в Берлїнї. Нинї по двайцяти роках являє ся нове видане сего твору, як VI. том видавництва „Wissenschaft und Hypothese", очевидно видане розширене і доповнене з огляду на поступ і нові понятя в фізицї. Книжка представляє, як звільна виборола собі ідея збереженя енерґії в першій половинї 19. столїтя начальне місце в усїх теориях фізики і стала єї осередком, а далї подає усякі докази на єї вірність та огляд ріжних родів енерґії. Автор розбирає в трох роздїлах лиш перший закон термодинаміки, друга засада термодинаміки не була предметом єго розслїдів в сїй моноґрафії. Се рішучо найлїпший твір, що коли небудь в сїй материї зістав написаний. *В. Л.*

E. Lommel — Lehrbuch der Experimentalphysik — (15. видане ново опрацьоване. Leipzig, J. Amb. Barth 1908, ст. 631).

Як улюбленою є книжка Lommela, вказує ся обставина, що в протягу 15 лїт появилось єї 16 видань. Сю прояву можна хиба пояснити ясностию представленя так обширного материялу і єї педаґоґічною стороною. — Се найновійше видане доповнене є всїми новими здобутками на поли науки електричности. *В. К.*

Edward Riecke — Lehrbuch der Physik, 4. Auflage. (Leipzig, Veit et Co. 1908, ст. 742).

Підручник сей в попередних виданях мабуть добре знаний зі своїх добрих прекмет, тому зазначити хиба треба про доповнене сего нового виданя представленем явищ з електронової теориї, йонїзациї ґазів, з радіоактивности і т. п. З огляду на строге а ясне представлене фактів книжку сю можна як найлїпше припоручити для початкуючих. *В. К.*

I. B. Messerschmitt — Die Schwerbestimmungen an der Erdoberfläche. (Braunschweig 1909. Vieweg et Sohn, ст. 158).

В першій части говорить автор про вільне спадане, про загальне ґравітоване, про теорию маятника і т. п. Опісля обговорює

Digitized by Google

головно маятник фізичний та його примінене при помірах сили тяжіня на поверхні землї.

Головну часть книжки становлять поміри тяжести при помочи маятника. Тут наводить автор історию тих помірів, пише про нормальне розділене ґравітациї і про відклонене пряму. Дуже обширно трактує автор річ про абсолютні поміри ґравітациї, причім описує дуже докладно всякі апарати уживані до сеї цїли. — Дальше слїдує річ про поміри зглядні. — В части о розділеню ґравітациї на земли подає автор всякі дотепер отримані вислїди, через що ся книжка має не мале значінє для ґеофізики. *В. К.*

A. Kalähne — Die neueren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität und ihre Anwendungen. (Leipzig, Quelle u. Meyer 1908, ст. VIII + 285).

Книжка ся є написана досить приступно так, що обізнані дещо з новими розслїдами в електричности, можуть через перечитанє сеї книжки відомости свої поглубити, тим більше, що нема там віяких труднїйших екскурсий математичних. — Автор гастановляє ся над такими проблемами; Що таке електричність і маґнетизм, як також як заховують ся они, та в якім відношеню остають до себе. — Поодинокі части згаданої книжки обговорюють ось такі річи з електричности: 1) історию флюідову; 2) сили маґнетні і електричні і їх закони, дїланє в віддаль і дїланє посереднє; 3) електромаґнетні дроганя і филї; 4) бездротне телеґрафованє; 5) розрядженя електричні в ґазах і радіоактивність.

З огляду на ясне представленє фактів можна сю книжку поручити як найширшим кругам. *В. К.*

R. Gans — Eiführung in die Theorie des Magnetismus. (Leipzig, 1908. B. G. Teubner, стор. 110).

Після вступного слова автора треба єго книжку поставити по серединї між творами du Bois та Ewing'a з одної сторони, а писанями модерними Abrahama, Cohna і Eberta з другої сторони, бо автор опирає ся більше на мексуелївскій теориї як перші, а не так модерно знов представляє річ, як послїдні. В сей спосіб отворив автор немов міст між повисше згаданими опрацьованями теориї маґнетизму і тому якраз книжка ся надає ся дуже добре для студиюючих, а також і для тих, які займають ся приміненим маґнетизмом, бо маємо там також й примінене маґнетизму крім теориї. Автор при писаню сеї книжки уживає аналїзи векторової.

Digitized by Google

Передовсїм звертає він увагу на се, щоби теорию перманентного маґнетизму представити яко специяльний случай теориї фероманґнетизму, як сего бажають модерні електротехнїки. В сей спосіб можна перманенцию докладнїйше сформулувати і зробити єї місце таке в теориї маґнетизму, що єї дїйсно належить ся. *В. К.*

Clemens Schaefer — Finführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und Magnetismus. З портретом Maxwell'a. (Leipzig 1908. B. G. Teubner, 174 стор.).

Між книжками, що трактують про Maxwell-івску теорию, ся книжка є лиш введенєм читача в основи сеї теориї. Автор старає ся о ясне представленє теориї Faraday-Maxwella, тому редукує він часть математичну до minimum; також символїв векторової аналїзи уживає автор о скілько можливе найменьше. Так само математичні твердженя Green'a, Stokes'a старає ся автор оминути. Через се тратить справдї книжка на науковій строгости, але за се зискує на приступности.

Зміст цїлої книжки розпадає ся на 5 частий. В першім уступі находимо явища електростатичні, в другім закони маґнетизму. В 3. части подає автор теорию електромаґнетизму, а в 4. електромаґнетну індукцию. В сих обох частях випроваджені є рівнаня Maxwell'a електромаґнетного поля. В пятім уступі маємо представлені дальші части теориї Maxwell'a, а іменно филї електричні в ізоляторах і добрих провідниках зі специяльним узглядненєм електромаґнетної теориї сьвітла.

Автор подав сю теорию, як бачимо зі змісту, в такий спосіб, як она розвивала ся історично, а такий спосіб є і дидактичний і педаґоґічний. *В. К.*

Franz Richarz — Anfangsgründe der Maxwell'schen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie. (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1909, стр. IX + 246).

Вже зі вступного слова автора довідуємо ся, що підставу до сеї книжки дали виклади, які автор виголосив 1906 р. в Марбурзї для учителїв висших шкіл. Автор доповнив їх дещо і вигладив викладами унїверситетскими в зимовім і в лїтнім курсї, та аж сей материял віддав до друку. Тому отже годї уважати сю книжку за якийсь учебник (Lehrbuch), в родї дуже доброї книжки Abraham'a-Föppl'a.

Знаємо, що електронова теория в послїдних часах дуже широко розвинулась, та богато повстало підручників, що трактують

Digitized by Google

про єї, однак не богато є підручників, які би впроваджували в єї, в єї рівнаня з давнїйшої теориї Maxwell'a. Таким як раз є книжка F. Richarza. Як заповідає заголовок, опрацьовує автор ясно і наглядно лише теорию Maxwell'a, причім послугує ся, де лише можна і о скілько можна, поглядами сучасної електронової теориї.

Книжка ся писана векторовою аналїзою і складає ся з вісьмох частин. В першій частинї займає ся автор випровадженєм рівнань Maxwell'a для поля електромаґнетного знаним способом з лїнїйної суми електричних згл. маґнетних сил. Тут обчисляє він раз працю маґнетної сили по замкненій кривій в поли о натузї $\mathfrak{H}$; опісля обчисляє працю, яку виконує одиничний бігун при окруженю електричного тока і бере відношенє одної до другої. Таким способом доходить автор до перших трох рівнань Maxwell'a, які аналїзою векторовою представляють ся: $\frac{D}{c}\frac{d\mathfrak{E}}{Dt} = rot\ \mathfrak{H}$, причім зміну для електричної поляризациї бере за ток діелектричного пересуненя. Опісля через анальоґію поляризациї маґнетної з електричною доходить автор до дальших трох рівнань Maxwella: $\frac{\mu}{c}\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = -rot\ \mathfrak{F}$.

В другім роздїлї випроваджує автор знов обі трійки рівнань Maxwell'a для ізоляторів, але в модерний спосіб, а іменно: Егер уважає він за пруживе тїло і поясняє маґнетну та електричну енерґію яко однородну функцию другого степеня маґнетної та електричної сили ($\mathfrak{H}$, $\mathfrak{E}$). Так доходить автор до першої трійки рівнань Maxwell'a. Через відношенє між часовою зміною елекричної сили а зміною в просторі маґнетної сили і на основі енерґії випроваджує Richarz другу трійку рівнань.

В 3-ій частинї займає ся автор приміненєм мексуелївских рівнань до електростатики і маґнетизму. Тут подає він також основні і ясні дефініциї „свобідної“ і „увязненої“ електричности.

Опісля в 4-ім роздїлї розбирає автор провідники електричної енерґії і токи в них, а іменно токи постійні, як й токи непостійні, а дальше токи при розрядженях електричних. Рівнаня отримані інтерпретує автор на підставі молекулярної теориї та в сей спосіб виводить закон Ohm'a, тепло Joule'a і закон Wiedemann'a-Franz'a. При всїх тих розважанях послугує ся автор також о скілько лише можливе модерною електроновою теориєю.

В 5-ій частинї займає ся автор лїніями сил і теориєю потенциялу для ізоляторів і добрих провідників. Подає відношенє між поверхнями рівного потенциялу а лїніями сил, опісля переходить до приміненя їх для явищ статичних і постійних. Для більше на-

Digitized by Google

глядного представленя наводить автор приміри з інших партий фізики, передовсім з науки тепла.

В 6-ій части представляє автор явища електромаґнетизму. Подає понятя потенциялу векторового і електромаґнетного, виводить право Biot-Savart'a і займає ся током лїнїйним. Опісля розводить ся над замкненим током, твердженем Stokes'a і загальною теориєю електродинаміки.

На вступі 7-ої частини обговорює F. Richarz основні закони індукциї, опісля поодинокі єї роди як: індукция в дорогах замкнених (in geschlossenen Bahnen), індукція через рух короткого кусника доброго провідника і взаїмна індукция токів. Часть ся кінчить ся токами перемінними та повільними дроганями електромаґнетними.

Осьма і послїдна часть дає нам образ скорих змін електромаґнетного поля і електромаґнетних филь. Тут знов послугує ся автор анальоґією між етером а тїлом пруживим і вказує, що ріжниця між скорими а повільними филями полягає в сїм, що в перших слїдують електромаґнетні заколоти, які порушають ся дальше самостійно. Ся обставина улекшає опісля розважаня математичні, які автор розвиває опісля для дуже скорих електромаґнетних заколотів і специялїзує їх передовсїм до періодичних заколотів. Часть ся кінчить ся широкою електромаґнетною теориєю сьвітла.

Мимо сего, що книжка не велика, бо 246 стор. друку, однак кожда точка Maxwell'івскої теориї находить у нїй свій куток. Є она не лише введенем до електронової теориї, але можна би сказати — помостом, що лучить обі сучасні теориї електричности. Тому поручити єї можна до читаня й таким, що бажалиб орієнтувати ся в сучасній теориї електричности, як й тим, що бажають поглубити своє знане з сеї части фізики. *В. К.*

Waldemar Voigt — Magneto- und Elektrooptik. (78 фіґур в текстї, Leipzig, B. G. Teubner, ст. 396).

В сїй книжцї подає автор не лише специяльно проблеми маґнето- і електрооптики та їх широке опрацьоване теоретичне і експериментальне, але він розвинув також для цїлости самої річи загальні основи теориї оптичних явищ, а передовсїм старає ся пояснити дисперзію і абсорбцию сьвітла на основі електронової теориї.

Книжка та складає ся з девятьох частин, а іменно з самого початку находить докладне обговорене відкритя т. зв. ефекту Faraday'a с. є. маґнетне скручене площі поляризациї сьвітла. Опісля йде ефект Zeeman'a поданий експериментальне з широкою теориєю.

Digitized by Google

Дальше маємо там теорию маґнетооптичних ефектів для нормальних рівнозворотних (ізотропічних) субстанций, почім слїдує проба теориї скомплїкованих типів ефекту Zeeman'a. Опісля описує автор відкритий в найновійших часах ефект маґнето-оптичний I. Becquerel'a на абсорбуючих кристалах. В слїдуючій части поясняє автор маґнето-оптичний ефект Kerra; дальше слїдує електронова теория ефекту Kerr'a. Потім описує автор дїланя маґнето-оптичні на субстанциї ізотропові та кристалїчні. Послїдні дві части є посьвячені більше самій електроновій теориї, а іменно находимо там: дрогання несвобідних електронів в наслїдок дїланя сил електричного поля та електронову теорию електро-оптичних ефектів.

Мимо сего, що книжка Voigt'a є в високім степени теоретичною, однак з огляду на єї ясність та прозорість не буде она читачеви при уважнім читаню справляти великих трудностий. *В. К.*

H. A. Lorentz — „The Theory of Electrons and its Applications to the phenomena of light and radiant heat". (A course of lectures delivered in Columbia Universyty, New-York, in march and april 1906). Leipzig B. G. Teubner, 1909 ст. 332).

Книжка ся складає ся з 5 частий: Перша часть (General principles Theory of free elektrons) подає розвій електромаґнетних рівнань для свобідного етеру і для важких тїл на основі електронової теориї (vide: A. H. Lorentz: Versuch einer Theorie der elektrischen u. optischen Erscheinungen etc.). З введенєм електромаґнетного моменту переходить автор легко з рівнань попередних до рівнань руху електрону. При динаміцї електрону порушає автор такі питаня, як маси електромаґнетної, відношеня єї до наряду $\left(\frac{e}{m}\right)$, промінюваня і т. п. Послїдні уступи сеї части подають примінене електронової теориї до поясненя явищ електричних та термічних в металях.

Друга часть (Emission and absorption of heat) подає закони емісиї і абсорпциї тепла з особливим узглядненєм темного промінюваня і єго зависимости від температури і довготи филї (закони Stefan'a, Wien'a, Planck'a). Тут находимо також теорию промінюваня темного від початку єї розвою до нинїшного стану.

Часть третя (Theory of the Zeeman-effect) займає ся теориєю явища Zeeman'a і творить немов перехід до приміненя електронової теориї до явищ оптичних, що їм посьвячує автор передовсїм дві послїдні части: (4) Propagation of light in a body composed of mo-

Digitized by Google

lecules. Theory of the inverse Zeeman-effect, (5) Optical phenomena in moving bodies). Тут занимає ся він експеріментами Kaufmann'a та питанєм деформуючого ся електрону. Опісля на закінчене слідує прінціп релятивности Einsteina (Relativitätsprinzip).

Автор послугує ся в писаню сеї книжки виключно векторовою аналізою, якої основи подає на вступі так, що читачеви не буде справляти се нїякої трудности при читаню сеї книжки. В тексті автор скіцує лиш деякі довші рахунки, які опісля обчисляє докладно в доданім на кінци уступі „Notes". — Книжка ся повинна бути симпатичною передовсїм для тих, що займають ся електроновою теориєю. *В. К.*

Max Abraham — Theorie der Elektrizität. II. Band: Elektromagnetische Theorie der Strahlung. (2. Auflage ст. XII + 404. Leipzig B. G. Teubner 1908).

Перед трома роками появивсь був перший том сего підручника, який вже в першім роцї майже зовсїм розібрано та тепер появивсь другий єго наклад. Се скоре розкуплене може хиба тїльки вказувати на доброту сеї книжки. Се друге видане є доповнене новійшими розслїдами на поли проміньованя, та оглядом електромаґнетної механїки з постулятом релятивности.

Другий том „Theorie der Elektrizität", як вказує єго заголовок, є посьвячений теориї електромаґнетного проміньованя. Під проміньованєм розуміє автор ток або вплив електромаґнетної енерґії (Energiestrom); наколи енерґію сю переносять електрони, що рівномірно порушають ся пр. при лучах катодових або лучах раду, тодї маємо до дїла з конвекцийним проміньованєм; колиж однак енерґію сю шлють електрони прискорені, що взагалї нерівномірно порушають ся, тодї маємо до дїла з филястим промінованєм (Wellenstrahlung). В сїм другім случаю филї електромаґнетні не є вязнені через електрон. Теория обох сих родів проміньованя полягає на динаміцї електронів, яку автор опрацьовав також в першій части.

Часть друга обіймає уступи з оптики, де електронова теория веде до глубших результатів, чим мексуелївска теория. Автор займаючи ся тут електромаґнетними филями приходить також до деяких проблємів з бездротної телеґрафії. В дальших уступах опрацював автор дуже докладно електродинаміку для тїл в русї. Тут разом з теориєю відбиваня ся від зеркала в руху находить ся також термодинамічна теория проміньованя (Stefan, Planck, Wien); з сим лучить ся також динаміка порожнього простору (Hohlraum, яку розвязав K. Mozengeil законами відбиваня ся сьвітла в по-

Digitized by Google

рушаючім ся зеркалї, а опісля E. Hasenöhrl, а яка дуже тїсно лучить ся з динамікою електрону (§. 44). Також в справах „постулятів релятивности“ (Einstein, Minkowski і пр.) забирає автор голос в послїдних уступах.

Для тих, які хотїлиб ся запізнати глубше з річами, що їх тут референт дуже коротко наскіцував в повисшім змістї, ся книжка є дїйсно необходима. *В. К.*

H. Greinacher — Die neueren Fortschritte auf dem Gebiete der Radioaktivität. (Braunschweig 1908, F. Vieweg & Sohn, ст. 47).

Книжку становить один виклад, що його виголосив автор на зїздї природників в Цюріху. Відзначає ся она передовсїм ясним представленем річи і обнимає всї поступи на поли радіоактивности між лїтами 1906 а 1908. Найдемо там обговорені лучі α з їх цїхами, лучі β і їх абсорбция; дальше подані лучі γ з всякими найновійшими теориями, як пр. теориєю ундуляцийною і корпускулярною Bragg'а, та лучі δ. Опісля слїдують переміни радіоактивних субстанций і залежність процесу розпаду від зовнїшних впливів температури і тисненя. Також розходженє радіоактивности находить ся в сїй книжцї. На закінченє книжки пише автор про радіоактивні первні в корі нашої землї і атмосфері, як також про лучистість деяких металїв.

Крім поступів радіоактивности між 1906 а 1908 подана є там також на вступі радіоактивність коротко від самого початку свого розвою; тому може ся книжка віддати великі услуги тому, хто інтересує ся здобутками на поли лучистости. *В. К.*

H. Mache und E. Schweidler — Die atmosphärische Elektrizität. (Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1909, ст, XI + 247).

Слїдженя на поли воздушної електричности в послїдних десяти роках пішли скорим можна сказати кроком наперед, завдяки відкритю радіоактивних первнів та явищ електричних в ґазах. Провід електричний атмосфери, істнованє первнів радіоактивних в корі земскій та воздусї достарчили материялу емпіричного до вияснення явищ електричних у воздусї; так само дуже великі услуги в слїдженях над атмосферичною електричностию віддала електронова теория в приміненю до явищ в електричнім поли атмосфери.

Однак лїтература атмосферичної електричности, яка зросла в послїдних часах дуже богато, була порозкидана по многих фізичних та метеорольоґічних часописях, так що в послїдних трох роках

Digitized by Google

зачали автори гуртувати єї в книжки. Так отже 1906 р. появилась статя H. Gardiens'a п. з. „Atmosphärische Elektrizität“ в V. т. Winkelmann'a: „Handbuch der Physik“. Для ширшого однак подання розслїдів з атмосферичної електричности, як також метод слїдженя і теориї, забрали ся оба учені Mache і Schweidler і в сей спосіб повстала отся книжка.

Складає ся она з сїмох частин і подає всї теориї атмосферичної електричности до 1908. З початку говорять автори про електричне поле атмосфери, величину спаду потенциялу атмосфери та єго поміри, та описують докладно знаряди уживані до помірів. Подають они вислїди обсерваций зміни спаду потенциялу в атмосфері, як річні та денні єго періоди. Дальше маємо в тій части також описану звязь, що заходить між спадом потенциялу а чинниками метеорольоґічними, як також вплив сонця і місяця на спад потенциялу.

В другій частинї розбирають автори електричний провід атмосфери а іменно: закон Coulomb-a розсїяня наряду у воздусї, та апарат до поміру сего розсїяня Elster-Geitel'a; дальше слїдує теория йонів і єї примінене до означеня проводу атмосфери.

Частина трета обіймає річ про йони в атмосфері, а іменно находимо тут йонїзацию атмосфери і рекомбінацию йонів, а дальше адсорпцию і дифузию йонів.

Найобширнїйше опрацьована четверта часть посьвячена є йонїзаторам і електризаторам атмосфери. Яко такі подають автори: 1) йонїзацию через розпорошене крапель води солодкої відкриту Ph. Lenard'ом; 2) електризоване атмосфери емісиєю електронів через насьвітлену сонцем землю; 3) йонїзацию позафіолєтовим сьвітлом; 4) йонїзацию через лучі Becquerel'a, що їх висилають радіоактивні субстанциї кори землї та через їх еманацию. Тут маємо також описані методи многих фізиків, примінювані до помірів скількости радіоеманациї в атмосфері, як методи Elster'a і Geitel'a та Mc Lennan'a.

В шестій части обговорюють автори електричні токи в атмосфері, а то: ток нормальний, який пливе з горішних вершин атмосфери до землї (анодою є тут частинки пороху або пари водяної, що уносять ся в горі та осїдають на йонах відємних, а катодою земля); ток витворений в наслїдок розпаду продуктів раду і тору; дальше ток, що його спричиняють струї воздушні через транспортоване витворених йонів в атмосфері; токи конвекцийні витворені опадами атмосферичними. При тих послїдних подана також теория конденсациї Wilsona.

Digitized by Google

Сьвітляні розрядженя електричні в атмосфері находимо в части шестій. Починають ся они вступом о розрядженях взагалї в ґазах і розпадають ся на два роди а) електричні розрядженя в часї бурі б) сьвітло полярне. Так одних, як й других розряджень находимо тут многі приміри як також їх теоретичні поясненя.

В послїдній части на закінчене маємо теорию атмосферичної електричности після сучасної електронової теориї зі зіставленем всїх інших попередних теорий, яких після француского фізика Chauveau є circa 30.

Оба автори завдали собі чимало працї, бо опрацювали річ під кождим зглядом дуже старанно та вичерпали весь материял так, що книжку їх „Atmosphärische Elektrizität“ можна уважати за дуже добрий підручник в оріентациї для студиїв над воздушною електричностию, тим більше, що находимо там много дат і експериментів, що їх автори самі перевели.

Подібно опрацював також воздушну електричність A. Gockel в книжцї п. з. „Die Luftelektrizität. Metoden und Resultate der neuen Forschung“ (з 28 фіг. Leipzig 1908. S. Hirzel, ст. 206). *В. К.*

Ludwik Bruner — Ewolucya materyi, zarys nauki o promieniotwórczości. (Kraków, nakładem kółka matematyczno-fizycznego U. U. J. 1909. ст. III. + 142).

Ся моноґрафія є збіркою викладів, що їх автор виголосив в унїверситетї краківскім: а хоч в тій материї являють ся разу раз нові брошури і книжки, то однак ся книжочка є рішучо одна з найлїпших і найінтереснїйше написаних. Така моноґрафія є тим важнїйша, що квестия лучистости тїл не є ще замкнена, але так сказатиб „in statu nascendi“; тому огляд того, що до нинї зроблено в тій области, є від часу до часу конче потрібний. Автор вивязав ся з свого завданя дуже уміло; він в сїмох роздїлах — з яких очивидно найбільший посьвячений радови і єго перемінам — представляє сучасний стан науки про тїла лучисті, їх свійства, походні тїла з їх фамілїй, методи експериментальні та теоретичні в їх розслїджуваню. Моноґрафію можна припоручити сьміло студентам унїверситетським, та взагалї особам, що мають які такі відомости є аналїзи. *В. Л.*

W. Wien — Über Elektronen (друге видане; B. G. Teubner. Leipzig, 1909, ст. 39).

Перед несповна трома роками появилась отся брошурка в першім виданю, яка повстала з відчиту, що його автор виголосив на

Digitized by Google

з'їзді природописнім-лїкарскім в Мерані. Наука однак о електронах поступила за сей час досить далеко, богато змінило ся, дещо вияснилось інакше. Розвинулась передовсім теория релятивности, яка тодї була ще в початках свого розвою, та була звичайно подавана лишень в формі здеформованого електрону. В сїм другім виданю немало посьвятив єї автор місця і подав єї доповнене ще в увагах. Також не поминув автор поступів на поли радіоактивности, нових дослїдів над явищем Zeeman'a та додатними лучами т. зв. анодовими. — Тому кождому, хтоб хотїв пізнати ся з загальною електронїкою друге доповнене видане брошурки Wien'a принесе немалий хосен. *В. К.*

Herman Minkowski — Raum und Zeit, (видав A. Gutzmer, з портретом автора. Leipzig 1909. B. G. Teubner, ст. 14).

Відчит „Raum und Zeit", який H. Minkowski виголосив на з'їздї пророднично-лїкарскім м. р. в Кольонїї є послїдною єго роботою з сего обсягу, бо смерть 12. січня с. р. забрала нам єго серед працї. Так отже робота, яку він в послїдних днях житя свого розпочав, а іменно збудоване механїки, в якій крім трох сорядних простору час є четвертою сорядною, осталась на жаль не викінченою.

Проби неґативного явища інтерференциї Michelson-Morley'a, інтерпретовані опісля H. A. Lorentz'ом, показали, що віддалене в напрямі трансляциї скорочує ся в відношеню як $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, де v є скоростию даного тїла, а c скоростию сьвітла. Скорочене се не є однак скороченєм в дословнім значіню слова; єго треба відносити лише до обсерватора, який позістає в супочинку, але не до обсерватора, який відбуває також рух з даним системом. — Дальші теориї Einsteina відносять ся до часу; у него о елемент:

$$\tau = \frac{x\,v}{c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

мусить ріжнити ся час в двох місцях для обсерватора, який находить ся в супочинку, наколи оба місця в напрямі руху трансляцийного є віддалені від себе о x. — Після сих теориї понятє цїпкого тїла тратить своє значінє, а з другої сторони понятя простору і часу входять з собою в дуже тїсну звязь.

В дуже гарній математичній формі подає сю теорию H. Minkowski в Gött: Nachrichten 1908, ст. 53 і коротко та приступно

Digitized by Google

в висше наведеній брошурі. Він бере величину ct за четвертий розмір. Як $\frac{v}{c}$ вибирає він стичну в площи (xt), яка з осию $-x$ творить одну лїнію. Дальше виставлена пряма означає постійно скорість. — Коли отже в площи (x, ct) построімо гіперболю, о рівнаню $c^2t^2 - x^2 = 1$, опісля попровадимо довільну пряму з початку укладу до перетятя єї з гіперболею і в тій точці виставимо стичну до гіперболї, а дальше попровадимо рівнобіжну до неї через початок укладу, тодї дістанемо скісний уклад сего рода, що трансформация попередного укладу до нового скісного укладу буде трансформациєю, яка виступає в теориї релятивности. Кождий вектор розпадає ся дальше на чотири, так що дістанемо в сей спосіб чотири рівнаня руху, з яких бодай одно є рівнанем енерґії.

В. К.

W. Ramsay — Die edlen und radioaktiven Gase. (Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1908, ст. 39).

Є се виклад славного хеміка англїйського, виголошений торік у Відни в товаристві інженїрів і архітектів, де автор з питомою собі ясностию подає історичний огляд відкритя ґазів ґрупи арґонової і переміни перввїв; виклад тим інтереснїйший, що головна слава сих вислїдів звязана на все з іменем автора. Сей відчит надруковано в українськім переводї в „Учителю“ р. 1909. *В. Л.*

R. Nimführ — Die Luftschiffahrt, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und technische Entwicklung. (Leipzig, B. G. Teubner, 1909, ст. 152).

Автор великого підручника про аеронавтику і авіятику (пор. Збірник т. XII) видав тепер в добре звіснім видавництві „Aus Natur und Geisteswelt“ популярну моноґрафію, де зібрані вперед загальні основи, на яких оперте лїтанє по воздусї, а далї основи лету аеростатичного (бальон без мотору і з мотором) та лету аеродинамічного (авіятика). Для тих, щб бажали би запізнати ся з сучасним станом квестиї воздухоплавства та з дорогами, якими оно ішло, ся книжочка буде дуже інтересна і інструктивна. *В. Л.*

Р. Цегельский — Оповіданя з природописної науки (фізики). (В части переповіджене з російского). Часть I. про воздух, воду, ґази і течи. Дещо з механіки. Часть II. Про тепло, маґнетну та електричну силу, голос та сьвітло. Чернівцї, 1909. Видане „Руської Бесїди“ в Чернівцях, ч. 205—206 і 207—208. Ст. 40 + 44. 8⁰.

Digitized by Google

Побіч „астрономії“ дра Раковського се друга популярна книжочка з обсягу природних наук, яку нам приніс отсей рік. — Справді мусимо бути вдячні ш. авторови, що збогатив нашу популярно-наукову літературу отсим дрібним, але цінним причинком, бо з фізики популярно ще доси у нас майже не писано.

Добр. Цегельський розказав тутки дуже приступно усе, що найважнійше, з фізики, зачіпаючи подекуди о хемію. Усі феномени зведені до прояв із щоденного житя, так що їх пояснюване є не то, що дуже легке, але навіть майже зовсім само собою зрозуміле. Притім подає автор практичні ради — як висновки з теорії, прим. як заховуватись в часі бурі (II. ст. 27). — Шкода тільки, що книжочка дуже маленька, рішучо за мала. Деякі партії ледви порушено, так прим. з акустикою упорав ся ш. автор на двох сторінках. Поминено такий апарат як фоноґраф, далі телефон, опісля дуже мало сказано про маґнетоелектричну індукцію (II. 25), а в партії механіки пропущено таку важну річ, як відосередну силу.

Далі треба би також звернути трошки більшу увагу на мову та коректу і вистерігати ся деяких неточностий, як прим. (II. 22) „...електричність витворює ся також через потиране металю, але іде по металю і по нашій руці та по тілі в землю, де щезає“. Отже тутки говорить ся, що електрична сила „щезає“, а колись, при иньшій нагоді, будемо вчити про „непропащу енерґію“, побиваючи самі один вислів другим; можна-б прецінь сказати: „в землі вона розходить ся на усі сторони“.

Взагалі книжочка робить дуже добре враженє, так що читаючи її справді жалуємо, що вона така маленька. *М. Ч.*

Др. Іван Раковський — Про землю, сонце і звізди. (Популярна астрономія). Видавництво Товариства „Просьвіта“, ч. 350. У Львові, 1909. Ст. 103. 16⁰.

Отсе перший у нас оріґінальний підручник популярної астрономії, який сьміло може стати на рівні з підручниками в иньших літературах. Автор розказує дуже приступно і інтересно про вигляд і величину нашої землі, про рухи землі та їх наслідки, т. є зміни дня і ночи та пір року. В уступі „чарівні прилади“ говорить про телескоп та спектроскоп, а далі переходить до опису поверхні і рухів місяця. Далі слідує опис сонця і поодиноких планет, які називає автор „посестрами“ землі. Пятий з черги розділ займаєть ся описом комет і падучих звізд, а шестий і остатній говорить про сталі звізди. Книжочка прикрашена 28 образками і гарною вінієтою.

М. Ч.

Digitized by Google

G. Riegler — Der Amateurastronom. (Wien u. Leipzig, Hartleben 1909, ст. 255).

Се мінятурове видане, що є другим томиком видавництва „Naturwissenschaftliche Taschenbibliothek", вводить дїлєтанта астрономії в сучасну будівлю сеї величавої науки. Коротко а ясно подані тут найважнїйші квестиї астрономії і астрофізики нашої системи сонїчної і сталих зьвізд. Дуже гарні ілюстрациї, переважно фотоґрафії, в числї 112, доповняють сам виклад. Для любителя астрономії буде ся книжочка дуже цїнним дарунком; популяризациї астрономії дальше посунути годї. *В. Л.*

J. Scheiner — Populäre Astrophysik. (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1908, ст. VI. + 718).

Книжка має на цїли дати фаховим астрономам і нефаховим дїлєтантам, що мають деякі відомости з математики і астрономії, виклад найважнїйших відкрить і областий з царини астрофізики; до написаня такої книжки нїхто не є певно так покликаний, як славнозвісний учений потсдамский. Часть I. (ст. 1—328) занимає ся методами астрофізикальними, а се аналїзою спектральною, фотометриєю, поміром тепла лучистого сонця і фотоґрафією неба. Часть II. (ст. 329 sqts.) подає висліди дослїдів астрофізикальних; тут говорить ся про сонце — автор означує єго ефективну температуру на 6250°, температуру фотосфери на 7000° (ст. 468), — далї про планети, місяцї, комети, метеори, сьвітло водіякальне, мраковини та зьвізди постійні. Книжку прикрашає 210 фіґур в текстї та 20 прекрасно викінчених таблиць (фотоґрафій). Хоч як гарна ся книжка і цїкаво написана для фахового, однак властиво „популярною" для ширших кругів она не є; вже і сам автор заявляє, що она вийшла переважно з його викладів унїверситетських. *В. Л.*

B. Peter — Die Planeten. (Leipzig, B. G. Teubner, 1909, ст. 131).

Книжочка, що вийшла як 240 том видавництва „Aus Natur und Geisteswelt", подає приступно найважнїйші відомости про нашу систему сонїчну. Як така надає ся дуже добре для початкуючих студентів, як також для любителїв астрономії. *В. Л.*

M. W. Meyer — Der Mond (Stuttgart, Franckh'sche Buchhandlung, 1909, ст. 98).

Гарно написана моноґрафія звісного популяризатора астрономії; книжочка ілюстрована вийшла як одна з природописних мо-

Digitized by Google

ноґрафій, що їх періодично видає німецьке товариство природописне „Kosmos“. *В. Л.*

A. F. Holleman — Lehrbuch der organischen Chemie (7. Auflage, Leipzig, Veit u. Comp. 1909, ст. X. + 490).

Капітального учебника, що його автором є звісний голендерський учений, протягом одного року являє ся вже нове видане (видане 6. вийшло в р. 1908). Вже сам сей факт промавляє як найкрасше про велику стійність сеї книжки. В тім виданю узгляднено всї новини сучасної хемії з послїдних лїт, отже дослїди E. Fischer'а над хемією білковин, про циклїчні сполуки типу $C_n H_{2n}$, процес оборотний Walden'а в тїлах оптично активних (переміна квасу l-хльороянтарового в квас l-яблоковий і назад в квас d-хльороянтаровий) і т. п. Книжку сю можна як найгорячійше припоручити початкуючим адептам хемії; разом з неорґанїчною хемією тогож автора книжка стаєсь учебником перворядної ваги і вартости. *В. Л.*

Dr. Walter Nernst — Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadroschen Regel und der Thermodynamik. (VI. Auflage. Stuttgart, 1909).

Величавий підручник являє ся вже по двох роках в сьвіжім накладї. Загальний плян лишає ся той сам, що в першім накладї єще в р. 1893. Що раз дальші наклади узгляднювали лиш рівночасний, великаньский поступ науки у відповідних роздїлах. Модерний підручник, виданий в маю, має дословно всї найважнїйші цитати лїтератури до кінця 1908 р., а навіть з початку 1909. Вчитувати ся в текст, зн. входити докладно в методу і напрям думаня великого корифея хемії, який виріжняючи ся маркантно від тих, що оперують „елеґантними“ термодинамічними функциями, доходить виключно рефлексиями над т. зв. замкненими процесами до результатів, що роблять пролім в науцї. Так скрізь, через цїлу книжку. На кінци від стор. 691 до 762 найде читач найсильнїйше немов потверджене повисших слів. Є там виложена синтеза дотеперішної творчости автора, що довела єго до поставленя третої основи (закону) термодинаміки (р. 1906). Далекосяглість нового теорему для фізикальної хемії прямо необчислена. Вона відбила ся сейчас на творчости цїлої плеяди дослїдників, яку за три послїдні роки (1906—1909) не так легкоб зібрати в кількох томах. *Ю. Гірняк.*

Digitized by Google

Hermann Schlesinger — Die spezifischen Wärmen von Lösungen. I. Physikalische Zeitschrift Jg. 10. p. 210. 1909.

Розвій приміненя термодинаміки на хемічні проблеми дає відчувати чим раз більше зростаючу потребу знаня зміни питомого тепла з температурою в можливо широких границях. Автор поставив собі за ціль вироблене експериментальної методи, якою можна би вигідно оперувати в довільних температурах. Дотичний плин впроваджує ся до великого розмірно ділятометру. Через середину йде спірально плятиновий дріт, якого електричний опір перед тим мірить ся. Перепускаючи звісну скількість електричности можна відтак визначити віддану ділятометрови скількість тепла, змірившн експанзию плину, бо з єї сочинника дає ся обчислити підвисшене температури. З таких даних можна легко найти питоме тепло. Слідують подробиці методи і вислїди на ріжно сконцентрованім сїрковім квасї від 0° до 70°. Наконець визначує автор питоме тепло пентану в 0° (0,512) і в —78° (0,476). *Ю. Гірняк.*

E. Grüneisen — Über die thermische Ausdehnung u. die specifische Wärme der Metalle; Annalen der Physik. B. 26. s. 211. 1908.

Автор виказує на 8 хемічних елементах, а іменно на Al, Fe, Ni, Cu, Pd, I, Ag, і Pt емпіричну звязь між сочинником експанзиї а питомим теплом металїв. Квот з першої і другої вартости є для повисших металїв в дуже широких границях температури від — 173° до + 1000° Cel майже сталий, отже від температури независимий. Означивши першу значком α, другу C_p, подає автор

для	Al	$\frac{\alpha}{C_p} \cdot 10^6$ =	від	109	до 112
„	Fe	„		105	— 112
„	Ni	„		117	— 126
„	Cu	„		174	— 182
„	Pd	„		192	— 204
„	Ag	„		329	— 342
„	I	„		205	— 207
„	Pt	„		270	— 280

Як ся зважить широкі границї температури і факт, що вартість квота зростає дуже легко в висше поданім зіставленю, то треба за автором сконстатувати новий закон, який здає ся немало заважить на дальшім розвою кінетичної теориї металїв.

Ю. Гірняк.

Digitized by Google

E. Grüneisen — Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle. Annalen der Physik B. 25. S. 393. 1908.

Сочинник компресиї хемічних елементів є, як се виказав недавно Richards і єго співробітники Stull, Brink, Bonnet (Zeitschr. f. physik. Chem. 61, p. 77. 171. 183. 1907) так як атомовий обєм, сочинник експанзиї і т. д. періодичною функциєю атомової ваги. А що максіма згл. мінїма тих всїх періодичних прикмет майже сходять ся, то вже сама періодичність обусловлює між ними певний параллелїзм. Своєю дуже простою теориєю автор вяже цїлу низку основних фізикальних прикмет „одноатомових" сталих або плинних материй в гарну цїлість. Коротенька репродукция ходу думок була би така:

Як приймемо, що між атомами дїлають центральні сили, то для неупорядкованого руху тепла можна заложити вірияльне рівнанє Clausius'a:

$$(1) \qquad \Sigma mu^2 + \Sigma rf(r) = 3pv$$

в якім поодинокі значки мають звісне значінє. Означім 3α сочинник експензиї, $\varkappa$ соч. ізотермічної компресиї, тодї для соч. тиску маємо звісну звязь з термодинаміки:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{3\alpha}{\varkappa}$$

Зріжничкуймо (1) після T, то буде:

$$(2) \qquad \frac{3\alpha v}{\varkappa} = \frac{1}{3}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\Sigma mu^2 + \Sigma rf(r)\right\}_v$$

Щоби про зміну виразу в скобках з температурою можна було щось позитивного сказати, треба зробити слїдуючі три заложеня:

Перше, загально вже втерте, можна виписати:

$$(3) \qquad \Sigma \tfrac{1}{2} mu^2 = \tfrac{3}{2} RT$$

Зн. середна кінетична енерґія ґрам-атому нехай буде пропорциональна до абсолютної температури.

Друге відносить ся до розложеня центральної сили $f(r)$ на притягаючу $-f_1(r)$ і відпихаючу $+f_1(r)$. — На основі елястичного захованя сталих тїл, приймає ся, що відпихаючі сили без порівнаня більше зміняють ся з віддаленєм атомів чим притягаючі, тому так функция вірияльна $-\Sigma rf_1(r)$, як і відносна часть потенциальної енерґії ґрам-атома U_1 що відносить ся до сили притягаючої, буде дуже мало зміняти ся з температурою, отже можна положити:

Digitized by Google

(4) $$\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma r f_1(r)\right)_v = o, \quad \left(\frac{\partial U_1}{\partial T}\right)_v = o.$$

Трете заложене є таке, що відпихаюча сила має потенциял:

$$\Phi_2(r) = \frac{a}{r^\nu}$$

отже $f_2(r) = -\frac{\partial}{\partial r}\Phi_2(r) = \frac{\nu}{r}\Phi_2(r)$, або що другу часть віриальної функциї можна написати:

(5) $$\Sigma \overline{r f_2(r)} = \nu \Sigma \Phi_2(r) = \nu U_2.$$

Зі зрозумілого тепер енерґетичного рівнаня:

$$\int_0^T C_p dT = \Sigma m u^2 + U_1 + U_2.$$

легко прийти до реляциї: $C_v = \frac{3}{2}R + \left(\frac{\partial U_2}{\partial T}\right)_v$, як зважить ся, що при сталім обємі в часї нагріваня, в лївій сторонї попередного рівнаня можна заступити C_p через C_v, а U, при ріжничкованю після T є рівне зеро (4). Після (5) виходить тепер

(6) $\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma r f_2(r)\right)_v = \nu\left[C_v - \frac{3}{2}R\right]$, а дальше через узглядненє (2), (3), (4) і (6)

(7) $$\frac{3\alpha v}{\varkappa} = R + \nu\left[\tfrac{1}{3}C_v - \tfrac{1}{2}R\right]$$

зн. **добуток сочинника тиску** (Spannungskoeffizient) і **атомового обему одноатомових тїл є лїнїовою функциєю атомового тепла.**

Впроваджуючи дальше закон Dulong-Petit'a в поданій Boltzmann'ом формі: $C_v = 3R$ приходить ся з (7) до дальшої консеквенциї:

(8) $$\frac{3\alpha v}{\varkappa} = \frac{\nu + 2}{2}R$$

т. зн. **Сочинник тиску** (Spannungskoefficient) **одноатомових сталих і плинних тїл є означеною многократностию числа атомів в одниці обему.**

З термодинамічної наконець реляциї між температурою а обємом при адябатичній компресиї:

$$\frac{dT}{T} = -\frac{dv}{v}\left(\frac{3\alpha v}{\varkappa C_v}\right)$$

виходить з огляду на (8) і сталїсть C_v, що:

Digitized by Google

Всї одноатомові сталі і плинні материї дізнають при однаковій адябатичній компресиї однакових підвисшок температури.

Сї консеквенциї, які автор виводить з теориї *G. Mie,* розглядає відтак на чисельнім материялї, критично дібранім і провіряє так на металях, як неметалях. Між иньшим виходить перспектива можности обчисляти сочинники компресиї для одних металїв з других. Для ірідіюм обчисляє автор $0{,}28.10^{-12}$, отже меньший від всїх досї звісних. Цїла праця є важна яко свого рода критерия, о скілько для металїв можна приймати одноатомову конституцию [пр. *Sb* і *Bi* мають зовсїм иньшу молекулярну структуру, бо випадають зовсїм з зіставленя], або також о скілько можна приймати потенциял відпихаючих сил в формі $\Phi(r) = \frac{a}{r^v}$ (для тяжких металїв виходило би $v = 12$). *Ю. Гірняк.*

Hans Goldschmidt — Über die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit von der Temperatur in homogenen gasförmigen Systemen. Physikalische Zeitschrift. 10 Jahrg. (März) p. 206. 1909.

Автор подає короткий автореферат своєї недавної працї (Inaugural-Dissertation. Breslau, 1907), якої цїлию було вишукане гіпотези, дозваляючої вираховане високого сочинника температури скорости хемічних реакций. По дискусиї всїх дотепер пропонованих форм, виходить автор від ідеї Arrhenius'a, яка розріжняє два роди реаґуючих молекулів, іменно: активні і неактивні. Покористуючи ся дальше деякими кінетичними поглядами G. Jäger'a, ставить такий постулят: Зі всїх молекулів ґазу реаґують лиш сї, які мають скорість v більшу від найправдоподібнїйшої α (в змислї Maxwell'a). Їх число можна найти через інтеґрацию вираженя:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot N \cdot \frac{v^3}{\alpha^4} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \cdot dv$$

яку автор переводить при помочи всуненя між дві сусїдні функциї:

$$\frac{v}{\alpha^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}, \quad \frac{v^3}{\alpha^4} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}.$$

В такий спосіб приходить до скорости процесу:

$$k = \frac{const}{\alpha} \sqrt{v^2 + \alpha^2} \cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

Digitized by Google

а дальше до форми Arrhenius'а для сочинника температури:

$$ln \frac{k_2}{k_1} = A \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right].$$

Теория дає ліпші результати в висших температурах, і при вартостях сочинника більших від 2. *Ю. Гірняк.*

F. Krüger — Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes und der Reaktionsgeschwindigkeit. Göttinger-Nachrichten. 1908, p 318.

Як звісно, вже Boltzmann подав кінетичну теорию диссоциациї, виводячи независимо від міжатомного механїзму процесу, реакцийну ізотерму і ізохору. Рівновага між звязаними, а незвязаними атомами є ту статично представлена. Як стан систему є віддалений від рівноваги, тодї через принятє скорости реакциї в однім напрямі пропорциональним до числа взаїмних ударів реаґуючих молекулів доходить ся легко до законів кінетики, бо послїдне число є відповідно пропорциональне до концентрациї переміняючої ся материї, до єї квадрату і т. д. Але нїяк не можна було кінетично зрозуміти анормально високого сочинника температури реакциї, бо зріст числа ударів між молекулами є пропорциональним до другого коріня температури. Дальші кінетичні теориї диссоциациї L. Natanson'а і G. Jäger'а тої справи не дотикали. Автор піднимає ся тому теорию дальше здетайлїзувати в тій цїли, щоби дійти до конкретного єї висказу в квестиї згаданого сочинника. При розкладї молекула AB на атоми A і B в ґазовім станї автор робить слїдуючі три заложеня. 1) В молекулї AB атом B находить ся в сфері притяганя атому A, маючи повну свободу руху. 2) Скорости атому B в AB є розложені після закону Maxwell'а. 3) Атом B може відлетїти зі сфери атому A лиш тодї, як єго скорість переступить означену границю c. 4) Кождий удар атомів A і B уважає ся за такий, що веде до сполуки в молекул.

Всї повисші заложеня є дуже основно і стисло мотивовані. Перше пр. є в згодї з консеквенциями теориї питомого тепла ґазів поставленої Maxwell'ом, яка при свобідній сполуцї двох атомів в молекул дає вартість $\frac{C_p}{C_v} = 1{\cdot}33$. А до тої вартости стремлять імовірно при підвисшеню температури навіть сї ґази, які мають троха більше $\frac{C_p}{C_v}$. Взагалї розумованя автора є тут дуже гарні. Назвім скількість молекулів AB в одиницї обєму N_0, атомів A N_1, а B N_2. Промінь сфери атому A ϱ. Тодї обєм всїх сфер молекулів

Digitized by Google

AB виносить $^4/_3\,\varrho^3\pi N_0$. В нім є взагалї N_0 атомів. Проте в одиницї обему тих сфер є

$$\frac{N_0}{^4/_3\,\pi\varrho^3 N_0}=\frac{3}{4\varrho^3\pi}\text{ атомів }B.$$

З тих знов атомів число:

$$\frac{3}{4\varrho^3\pi}\sqrt{\frac{km}{\pi}}\,e^{-kmu^2}du$$

буде мати скорість між u а $u+du$ прямовісно звернену до одиницї поверхнї сфери т. є маса атому B, а стала k є здефінїована рівнанем $\frac{3}{4k}=\frac{1}{2}mv^2$, причім v^2 є пересїчним квадратом скорости атомів B. Анальоґічно тепер, як то приходить в кінетичних теориях плинів Voigt'a і Kamerlingh-Onnes'a, помноженем послїдного числа через u приходимо до скількости тих атомів B, що доходять в одиницї часу до поверхнї сфери. Ся послїдна виносить $4\pi\varrho^2 N_0$. Отже всїх таких атомів B буде:

$$\frac{3}{4\varrho^3\pi}\cdot 4\pi\varrho^2 N_0\cdot\sqrt{\frac{km}{\pi}}\,u\cdot e^{-kmu^2}\cdot du$$

$$=\frac{3N_0}{\varrho}\sqrt{\frac{km}{\pi}}\,ue^{-kmu^2}\cdot du.$$

Вилетїти з тої сфери, зн. здиссоцновати ся, можуть лиш з тих послїдних сї атоми, яких скорість є більша від c, то є:

$$v=\frac{3N_0}{\varrho}\sqrt{\frac{km}{\pi}}\int_c^\infty u\cdot e^{-kmu^2}du=\frac{3N_0}{2\varrho\sqrt{km\pi}}\,e^{-kmc^2}$$

Ту можна положити: $k=\frac{3}{2}\frac{1}{mv^2}$, $\frac{p}{N}=\frac{1}{3}mv^2=RT$,

отже $k=\frac{3}{2}\frac{1}{3RT}=\frac{1}{2RT}$, так що буде остаточно:

$$v=\frac{3N_0\sqrt{2R}}{2\varrho\sqrt{m\pi}}\sqrt{T}\,e^{-\frac{\frac{1}{2}mc^2}{RT}}$$

Число знов тих атомів B, що входять з внї в сферу атомів A є дане скількостию ударів між A і B, отже

$$v'=\sqrt{2}\,\pi\varrho^2 N_1 N_2 v$$

Digitized by Google

або в виду $v^2 = \frac{3R}{m} T$

$$\nu' = \sqrt{\frac{6R}{m}} . \pi . \varrho^2 . N_1 . N_2 . \sqrt{T}.$$

В рівновазї мусить бути $\nu = \nu'$, отже

$$\frac{3N_0 \sqrt{2R}}{2\varrho \sqrt{m\pi}} \sqrt{T} e^{-\frac{mc^2}{2RT}} = \sqrt{\frac{6R}{m}} . \pi . \varrho^2 N_1 N_2 \sqrt{T}$$

або $$3N_0 e^{-\frac{mc^2}{2RT}} = (2\pi)^{3/2} \varrho^3 N_1 N_2$$

або $$\frac{N_1 N_2}{N_0} = \frac{3}{(2\pi)^{3/2} \varrho^3} e^{-\frac{mc^2}{2RT}}$$

В такий спосіб приходить автор до реакцийної ізотерми. З тої послїдної через льоґаритмічне ріжничковане дуже легко перейти до реакцийної ізохори, іменно:

$$\frac{d \ln k}{dT} = \frac{mc^2}{2RT^2}$$

Квестия сочинника температури є через таке видедуковане рівнань також розвязана. Скількість розпадаючих на атоми молекулів в одиницї часу є іменно:

$$\nu = -\frac{dN_0}{dt} = \frac{3N_0 \sqrt{2R}}{2\varrho \sqrt{mn}} \sqrt{T} e^{-\frac{\frac{mc^2}{2}}{RT}}$$

Фактор $\sqrt{T}$ причиняв би ся не много до зросту скорости диссоциациї з температурою, але експоненцияльна функция $e^{-\frac{\frac{mc^2}{2}}{RT}}$ дає дуже велику підвижку навіть при невеликій вартости тепла диссоциациї $q = \frac{mc^2}{2}$. Кажучи словами, той факт є обусловлений тим, що скількість атомів маючих потрібну мінімальну скорість c до здиссоцiовання (вискочення зі сфери атому A) зростає з температурою після експоненцияльної функциї Maxwell'a. *Ю. Гірняк.*

Digitized by Google

Wilhelm Engler — Über den Einfluß der Temperatur auf radioaktive Umwandlungen. Annalen der Physik, 26, p. 483. 1908.

Праця рішає експериментально дуже важне питане. Тепло уважає ся за енерґію нереґурярних молекулярних і інтрамолекулярних рухів, при яких що найменьше атоми яко цілість беруть участь. Тому при радіоактивних перемінах не можна a priori сподївати ся якого небудь впливу температури, вони взагалї мали бути відпорні чи независимі від фізичних чи хемічних реаґенсів. До послїдного часу справа не була остаточно рішена. Автор приходить до результату, що:

1) Радіоактивні явища мають свій сочинник температури.

2) Через підвисшене температури прискорюють ся процеси переміни радіової еманациї, раду *A*, *B* і *C*.

3) Вплив температури обмежає ся лиш до часу нагріваня. По остудженю сталі переміни приймають знов тую вартість, що перед огрітєм. *Ю. Гірняк.*

Университетскія извѣстія, годъ сорокъ девятый, Кіевъ 1909. № 1—7, за січень до липня, 8°.

Отсї публїкациї містять м. и. такі твори з обсягу математичних наук:

№ 1. В „протоколах фізико-математичного товариства" за 1907 рік реферати: П. Долгушина „Проект пляну науки математики для мужеських ґімназій" (стр. 191—279), Івана Белянкіна „Короткий огляд історії розвитку математики від найдавнїйших часів до наших днів" (стр. 281—300), „Узагальнене теорему Budan-Fourier'a" (стр. 301—319) а вкінцї того-ж нотатка „До руху матеріяльної точки по кривій другого порядку" (стр. 321—323), в якій виказує, що під діланем сили, яка переходить через початок сорядних і є пропорціональна до

$$P = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\{L + My + a\sqrt{L + 2My + Ny^2}\}^3},$$

матеріяльна точка може описувати стіжковий перекрій.

№ 2. Проф. Бубнов. Ориґінальний твір Герберта про абак. (Фільольоґ. етюд в обсягу історії матем.) (стр. 107—150). Проф. Д. А. Ґраве, Елементарний курс теорії чисел (стр. 1—50). В I. части є такі 4 роздїли: 1. про дїлимість чисел, 2. про пристайности (конґруенції), 3. про пристайности першого степеня, 4. про пристайности висших степенїв. Виклад доволї ясний і приступний.

Digitized by Google

В додатку: Обсервації метеорольоґ. обсерваторії київського університета (за липень—вересень 1907) (стр. 1—21).

№ 3. Продовжене праці проф. Бубнова про Герберта (стр. 151—192). Продовжене праці проф. Ґраве „елементарний курс теорії чисел“ (стр. 51—100) містить такі розділи: 5. теорія степенних останків і 6. квадратні останки.

№ 5. Продовжене статї проф. Бубнова про Герберта (стр. 193—238). Проф. Д. Ф. Фоґель, Курс сферичної астрономії (стр. 1—38) в I. части: вступ, предмет сфер. астрономії і системи астрон. сорядних, в II. части: сферичну триґонометрию і деякі формулки до численя льоґаритмами.

№ 6. Продовжене статї проф. Бубнова про Герберта (стр. 239—282). Продовжене статї проф. Фоґеля, Курс сферичної астрономії (стр. 39—60), III. часть: переміна сорядних. Результати обсервацій метеорол. унїв. стації в Київі (за жовтень—грудень 1907), (стр. 1—21).

№ 7. Докінчене статї проф. Бубнова про Герберта (стр. 283—298). Продовжене статї проф. Фоґеля, Курс сферичної астрономії (стр. 61—78). IV. часть: поміри часу. Продовжене статї проф. Ґраве, Елементарний курс теорії чисел (стр. 101—190), II. часть 1. Елементарна теорія тяглих дробів та діофантові рівнаня, 2. розвиване невиміримих чисел на тяглі дроби, 3. основи теорії квадратних форм і розвязка квадр. рівнань при помочи тяглих дробів, 4. квадратні форми о відємній детермінантї, 5. представлюване цїлих чисел при помочи квадр. форм, 6. рівнане Пеля, теореми Euler'a та Lagrange'a, 7. цїлочисельна розвязка діофантових квадратних рівнань о двох незвісних, 8. одна квестія з аритметики; нормальні кубічні рівнаня. *М. Ч.*

Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. CXVII. Band, Jahrgang 1908. Heft (VIII—XII) Abteilung IIa. Wien 1908. Hölder.

Е. Ляндау. Одно твердженє про границї (стр. 1089—1094); про перві числа в аритметичній проґресії і перві ідеали в клясї ідеалів (стр. 1094—1107). Ф. Форхгаймер, про кілька зеркал на поверхнях води (стр. 1109—1126). Й. Набль, про перепони в діланю радіоактивного ґазу в замкненім просторі наслїдком вложеної тамтуди вальцеватої штаби, яка не перепускає діланя (стр. 1117—1157). Г. Зірк, про відносини між середньою свобідною довжиною молекулів а сочинником заломаня ґазу (стр. 1159—1164). К. Заграднік, конструкція раціональних кривих 3-го і 4-го по-

Digitized by Google

рядку згл. класи при помочи колінїйно інцідентних елементів (стр. 1167—1190). А. Веллїк, про радіоактивне заховуване ся води з Ґрацу і околиць (стр. 1191—1226). І. Рожіє, про методу, мірити рівночасно електромоторні сили і внутрішні опори при рівночаснім тяглім змінюваню їх (стр. 1227—1230). А. Дефан (Defant), означене густоти снїгу на горі Hoher Sonnblick (3106 m) (стр. 1231—1249). А. Васмут, про вибір „канонїчного роздїлу" систем в статистичній механїцї (стр. 1253—1269). Л. Тушель, до вихіснуваня сферичного відзорованя в начерковій ґеометрії (стр. 1261—1289). А. Ваґнер, розслїджуване елементів в хмарах на горі Hoher Sonnblick (стр. 1281—1293). Ф. М. Екснер, Вислїди кількох реєстровань температури на озері Вольфґанґа (стр. 1295—1315). Л. Ганні, кінематична інтерпретація рівнань Мексуеля з оглядом на прінціп ґеометричної взаїмности, продовжене (стр. 1317—1331).

CXVIII. Band. Jahrgang 1909. (Heft I—IV). Abteilung IIa. Wien 1909. Hölder.

Е. Мілер, про площі посуваня, яких одна громада творячих складаєть ся із звичайних шрубових лїнїй (стр. 3—13). Е. Круппа, Про споріднене і рівнобіжний мет в чотиророзмірнім просторі (стр. 15—24). К. Кольравш, причинки до пізнаня атмосферної електричности XXX. (стр. 25—69). В. Шмідт, безпосередне означене скорости паданя дощевих капель (стр. 71—84). Е. Вельш, про розвинене добутка двох функцій кулї на функції кулї (стр. 83—90). Е. Швайдлер, причинки до пізнаня атмосферної електричности XXXI. (стр. 91—98). Г. Ган, про екстремальні луки, яких кінцева точка є спряжена до кінцевої (стр. 99—116). К. Давблебскі Ф. Штернек, про комбінації на суми клас останків, первих супроти якогось степеня первого числа (стр. 119—132). Е. Гелебранд, вигідний розклад тягарів при помірах трикутників, з оглядом на середній блуд точки (стр. 133—172). Е. Дінцль, про числа в тїлї $k(\sqrt{-2})$, анальоґічні до чисел Бернулїа (стр. 173—201). О. Тумлїрж, рівнане рівноваги течий при високім тиску (стр. 203—241). Ф. Мертенс, про рівнаня Абеля та твердженє Кронекера про рівнане подїлу лемніскати (стр. 245—292). В. Шмідт, студії до змін температури в ночи (стр. 293—319). Ф. Еренгафт, метода означуваня елементарної скількости електричности (стр. 321—330). К. Пшібрам, про подвижність йонів в парах та їх відносини до кондезації (2. нотатки) (стр. 331—360). Г. Зірк, проби катодного видїленя індукції тора з його солонокваснних розтворів (стр. 363—371). Ф. Франк, становиско прінціпу

Digitized by Google

зглядности (релятивности) в механїцї та електродинаміцї (стр. 373—446). А. Прей, про випадок типу $\frac{1}{2}$ в системі малих планет (стр. 447—484).. А. Клїнґач, до фотоґрафічного означуваня місця (стр. 485—509). І. Едер і Е. Валента, мірене довжини фаль в червоній околицї іскрової дуговини (стр. 511—524). *М. Ч.*

Mitteilungen der Erdbeben-Kommission der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, № XXXV. Wien 1909. Hölder.

Обіймає: др. Рудольф Шнайдер, про пульсаторичні осціляції (мікросейсмічний несупокій) земської поверхнї в зимі 1907/8 у Віднї (стр. 1—47). Описані апарати, якими роблено поміри, спосіб, як вихісновувано обсервації, та вислїди обсервацій з тої зими, яка записалась в історії Відня сильним землетрясенем. *М. Ч.*

Jahresbericht des physikalischen Vereines zu Frankfurt am Main, für das Rechnungsjahr 1907/8. Frankfurt a/M., C. Naumann, 1909. Стр. 124 з таблицями. 8⁰.

Зміст: Справи товариства (стр. 3—42). Учительська діяльність і працї в інститутах (стр. 43—107). Реферати: C. Déguisne, Осцільоґрами кривих наряду і поля, обсервовані на асінхронїчнім одно-фазовім моторі (стр. 108—116 з таблицею). Метеорольоґ. і иньші обсервації (стр. 117—123). *М. Ч.*

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

JUL 25 1911
EXCHANGE
333 c

ЗБІРНИК

Zbirnik

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

matematicho-prirodopisno-likarsʼkoї sektsiї

Наукового Товариства імени Шевченка.

naukovogo tovarystva imeni Shevchenka

ТОМ XIV.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО, Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО і Дра СТЕФАНА РУДНИЦЬКОГО.

LIBRARY OF THE UNIVERSITY OF CALIFORNIA

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SEKTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIV.

REDIGIRT VON

JOHANN WERCHRATSKYJ, Dr. WLADIMIR LEWYĆKYJ u. Dr. STEPHAN RUDNYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1910.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка

З друкарнї Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

Naukove Tovarystvo

Digitized by Google

Книгарня Наукового Товариства імени Шевченка

у Львові, Ринок ч. 10.

має на складі між иньшими отсї книжки і брошури:

	корон
Бобяк Григорий. Про наші губи	0·30
— Причинки до лїхенольоґії східної Галичини	0·45
Брайтенбах В. Біольоґія в XIX. в.	0·25
Верхратский Іван. Зоольоґія (на низші кляси)	3·—
Верхратский-Ростафіньский. Ботаніка для висших кляс	2·40
Візнер Ю. Житє ростин у морі	0·15
— Ботаніка (на низші кляси)	3·20
— Мінеральоґія (вичерпане)	—·—
— Соматольоґія	1·80
— Начерк соматольоґії	3·—
— Нічна лївка мотилів (вичерпане)	—·—
Вовк Хв. Антропометричні досліде	1·50
Гірняк Ю. Роля сталої, плинної і ґазової фази в хемічній рівновазї	0·45
Ґінтер С. Істория ґеоґрафічних відкрить у XV—XVI в.	2·20
Глїбовицкий Клим. Микола Г. Абель і єго значінє в математицї	2·—
Др. Горбачевский Іван. Уваги о термінольоґії хемічній	0·10
— Загальний метод добуваня нуклеїнного квасу з орґанів	0·10
Др. Дакура Осип. Зі шпитальної казуістики за рік 1899	0·20
— Інтересний случай новотвору середгрудного	0·20
Збірник секциї математично-природописно-лїкарскої Наукового Товариства імени Шевченка. Том I.	3·—
— Том II.	3·—
— Том III. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том III. випуск II. Часть математично природописна	2·—
— Том IV. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том IV. випуск II. Часть математична	1·—
— Том V. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том V. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VI. випуск I. Часть математично природописна	2·—
— Том VI. випуск II. Часть лїкарска	2·—
— Том VII. випуск I. Часть математично-природописна	2·—
— Том VII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том VIII. випуск I. Часть лїкарска	2·—
— Том VIII. випуск II. Часть математично-природописна	3·—
— Том IX.	5·—
— Том X.	5·—
— Том XI.	5·—
— Том XII.	5·—
— Том XIII.	5·—
Левицкий Володимир. Еліптичні модулові функциї	0·60
— Про переступ чисел e і π	1·20
— Електромаґнетна теория сьвітла і причинок до подїлу рівнань 2-го степеня	1·60
— Клясифікация наук математичних	0·35
— Короткий начерк теориї функций автоморфних	0·75
— Теория перстеня Сатурна	1·—
— Додаток до теориї дробів тяглих та ґрупи модулової	0·20
— Найновійші працї з теориї функций аналїтичних	0·25
— Математика теоретична а практична	0·30
— Ґеометрия метова в оптицї ґеометричній після теорії Ф. Кляйна	0·40
— Иньший сьвіт	0·30
— Машини електростатичні	0·25
— Відношенє ґеометриї метричної до метової	0·25

Digitized by Google

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIV.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО, Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО і Дра СТЕФАНА РУДНИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SEKTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIV.

REDIGIRT VON

JOHANN WERCHRATSKYJ, Dr. WLADIMIR LEWYĆKYJ u. Dr. STEPHAN RUDNYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1910.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

Digitized by Google

Digitized by Google

Зміст.

Стор.

1. *Микола Чайковський.* Метацикліччні рівнаня і їх ґрупи . 1—144
2. *Др. Юліян Гірняк.* Вплив температури на скорість декількох хемічних реакций (доповнене) . . . . 1—7
3. *Василь Калїцун.* Про закон бігунового дуалїзму ґеометричних творів, часть I. . . . . 1—23
4. *Микола Чайковський.* Приблизна конструкція правильного семикутника . . . . . 1—3
5. *Микола Чайковський.* Метода Hermite'а інтеґрованя вимірних функций . . . . . 1—4
6. *Микола Чайковський.* Показчик до Збірника мат.-прир.-лїк. секції Наук. Тов. ім. Шевченка Т. I—XIII . . 1—77

INHALT.

Seite

1. *M. Čajkowśkyj.* Über metazyklische Gleichungen und deren Gruppen . . . . . 1—144
2. *Dr. J. Hirniak.* Einfluss der Temperatur auf die Geschwindigkeit einiger chemischen Reaktionen (Ergänzung) . . 1—7
3. *B. Kalicun.* Über das Gesetz der polaren Dualität in der Geometrie, I. Teil . . . . . 1—23
4. *M. Čajkowśkyj.* Angenäherte Konstruktion eines regulären Siebenecks . . . . . 1—3
5. *Derselbe.* Hermite's Integrationsmethode von rationalen Funktionen . . . . . 1—4
6. *Derselbe.* Verzeichniss zu den Bänden I—XIII der Sammelschrift der math.-naturwiss.-ärztl. Sektion der Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften . . . . . 1—77

Digitized by Google

Digitized by Google

Метациклїчні рівнаня і їх ґрупи.

(Über metazyklische Gleichungen und deren Gruppen).

написав

Микола Чайковський.

Теорія альґебраічних рівнань, се та частина альґебри, на якій і при якій розвинула ся цїла альґебра. Викликана потребами практичного житя (розвязка рівнань), дала вона почин до введеня дробів, відємних, невимірних та злучених чисел. З неї взяла початок теорія визначників і теорія форм.

Рівнаня чотирох перших степенїв розвязано розмірно скоро; квадратні рівнаня знали вже Пітаґорейцї, з кубовими рівнанями стрічаємо ся при звіснім проблемі подвоєня куба (Плято, Менехм, 4. стол. пер. Хр.), а розвязку двоквадратного рівнаня завдячуємо Феррови († 1526 — оголошена друком 1545), Кардановн (1501—1576), Тарталїї (1501—1557) і Ферарієви (1522—1565). Перед рівнанем пятого степеня задержували ся найвизначнїйші математики того часу і слїдуючих столїть, стрічаючися з непоборимими трудностями.

Lagrange (1736—1813) змагав ся розвязувати ті рівнаня і рівнаня висших степенїв при помочи ресольвент (1771), але дійшов до переконаня, що рівнане, від якого залежить ресольвента, є висшого степеня -нїж дане рівнане, отже тою методою не можна дійти до розвязки. В тім часї виринула квестія, чи рівнаня висших степенїв є взагалї рішимі; підніс її 1799 р. італїйський математик Ruffini відносно 5-го степеня, але не довів до нїякого вислїду. Тодї працювали математики над спеціяльними клясами рішимих рівнань; найповажнїйшу теорію сотворив Gauss (1777—1855) для

Digitized by Google

рівнаня подїлу кола („Disquisitiones arithmeticae“, VII, 1801); він перший подав також доказ, що кожде альґебраічне рівнанє має бодай один корінь з обсягу злучених чисел (основне твердженє альґебри, 1799).

Абель (1802—1820) знайшов доказ, що загальне рівнанє пятого степеня не є альґебраічно рішиме (1824), а два роки опісля (1826) доказав те саме для рівнань висших степенїв. Йому завдячуємо також відкритє одної специяльної кляси рішимих рівнань (1829), званих Абелевими. Сучасний йому Galois (1812—1832) подав умови, коли рівнанє висшого степеня може бути рішиме; своєї теорії він не викінчив, подав тільки її загальний начерк — в передодні своєї смерти.

Galois опер ся на теорії ґруп, якої початки подав Cauchy (1789—1857) в своїх викладах на політехніцї в Парижі („Exercices d' analyse“). Від тої хвилї стає теорія ґруп підвалиною теорії альґебраічних рівнань; на ній опирають ся всякі дальші дослїди, ведені Kronecker'ом (1823—1891) і Камілем Jordan'ом (ур. 1838), двома найважнїйшими піонїрами теорії Galois. Перший з них подає свої вислїди в розвідках, поміщуваних в „Monatsberichte der Berliner Akademie“ почавши від 1853 р., а кінчить їх величавим твором „Grundzüge einer arithmetischen Theorie der algebraischen Grössen“ (Crelle's Journal, 1882), в якім зібрані результати його довголїтнїх дослїдів. Другий коментує від 1867 р. Galois'a („Mémoire sur la résolution algèbrique des équations“, Liouville's Journal, 1867; „Sur la résolution algèbrique des équations primitives de degré p^{2}“, ibid. 1868, і „Commentaire sur Galois“, Mathematische Annalen I, 1868) і подає дуже основну теорію ґруп і рівнань („Traité des substitutions et des équations algèbriques“, 1870).

Побіч тих двох математиків заслужили ся ще для теорії рівнань Netto (ур. 1846) своїми творами, Weber (ур. 1842) першою строгою розвязкою рівнань первого степеня, Mertens (ур. 1840), Hölder, Wiman і богато инших. Нинї теорія рівнань являєть ся величавою будівлею, замкненою в собі, яка до своїх результатів потрібує тільки деяких дослїдів з теорії чисел (конґруенцій, степенних останків і т. д.). На жаль, зістає та теорія тільки теорією; вже Kronecker висказав ся раз принагідно, що такі рівнаня, про які говорить ся в теорії, не істнують в дїйсности.

Нашим змаганєм буде, представити в головних начерках теорію Galois, доповнену пізнїйшими дослїдниками. В першій части подаємо основи, потрібні до теорії рівнань (теорію ґруп), в другій

Digitized by Google

властиву теорію рівнань, а в третій примінене тої теорії до ріжних типів рішимих рівнань: при рівнанях степеня p^2 подані деякі наші власні розсліди. — Жерелами, якими ми користували ся, були переважно твори Netto'на, Weber'a, Jordan'a й ин.; всї вони цитовані у відповідних місцях.

Тернопіль, вересень—падолист 1910.

Перша частина.

Основи.

I. Пермутації і субституції.

§. 1. Маємо даних n яких небудь елементів (предметів або річий), які означуємо

$$x_1, x_2, x_3, \ldots x_n,$$

або тільки самими їх показчиками (індексами)

$$1, 2, 3, \ldots n.$$

Тим елементам не накладаємо нїякого иншого обмеженя, тільки те, що вони мають бути між собою ріжні; о їх величину не ходить нам зовсїм.

Уґрупуймо їх в такім порядку:

$$1, 2, 3, \ldots n;$$

таке уґруповане елементів за кождим разом називаємо комплексією. Коли-б ми їх за другим разом уставили инакше нпр. в ряд

$$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n,$$

так що всї елементи з другого ряду мають рівні собі елементи в першім рядї, то перехід з першого ряду до другого вимагає виконаня якоїсь пермутації (переставленя) тих елементів. Пермутацію означуємо так:

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n \\ a_1 & a_2 & a_3 & \ldots & a_n \end{pmatrix};$$

значить, що на місце елемента i прийде инший a_i, визначений докладно і однозначно. Елементи a_i є, як сказано, ті самі, що елементи i, отже коли заступимо $n-1$ елементів i $n-1$ елементами a_i, то тим самим знаємо вже однозначно і n-тий елемент. Нпр. маємо дані елементи

Digitized by Google

$$1, 2, 3, 4, 5$$

в тім самім порядку, що природний ряд чисел. Друга комплексія тих самих елементів нехай буде

$$2, 4, 3, 5, 1;$$

перехід з першого упорядкованя до другого вимагає пермутації

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix}.$$

Коли знаємо, що елемент 1 маємо заступити елементом 2, 2 елементом 4, 3 собою самим, 4 елементом 5, — то тим самим вже знаємо, що позісталий елемент 5 мусимо заступити позісталим з другого ряду т. є 1.

Пермутація, яка не зміняє порядку елементів, називаєть ся **ідентична пермутація**, а означуємо її одинкою

$$1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & . & . & . & n \\ 1 & 2 & 3 & . & . & . & n \end{pmatrix}.$$

§. 2. Коли комплексію

$$1, 2, 3, \ldots n$$

перевести в

$$a_1, a_2, a_3, \ldots a_n,$$

то ту другу комплексію можемо при помочи пермутації

$$\pi' = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & . & . & . a_n \\ b_1 & b_2 & b_3 & . & . & . b_n \end{pmatrix}$$

перевести знов в иншу комплексію, а саме в

$$b_1, b_2, b_3 \ldots b_n;$$

та комплексія буде містити ті самі елементи, що дві перші. Отже, щоби з першої комплексії перейти в третю, треба виконати дві пермутації π і π'. Символїчно зазначуємо се як добуток: пермутація $\pi\pi'$ переводить першу комплексію в третю

$$\pi\pi' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & . & . & . & n \\ b_1 & b_2 & b_3 & . & . & . & b_n \end{pmatrix}.$$

Таке виконуванє двох пермутацій по черзї називаємо **множенєм пермутацій**. — Подібно можемо ще далї перейти до четвертої комплексії

$$c_1, c_2, c_3, \ldots c_n$$

($c_1, c_2, \ldots c_n$ є все ті самі елементи, що $1, 2, \ldots n$, тільки в иншім порядку) при помочи пермутації

$$\pi'' = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 & . & . & . & b_n \\ c_1 & c_2 & . & . & . & c_n \end{pmatrix},$$

Digitized by Google

так що

$$\pi\,\pi'\,\pi'' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \ldots & n \\ c_1 & c_2 & c_3 & \ldots & c_n \end{pmatrix};$$

загально при помочи m пермутації дійдемо врешті до

$$m_1,\ m_2,\ m_3,\ \ldots\ m_n.$$

Множенє пермутацій виконуємо або чергою, т. є до добутка двох перших примінюємо третю, до тої комплексії четверту і т. д., — або можемо відступити від того порядку в той спосіб, що перше скомбінуємо з собою які небудь пермутації з середини, а опісля ту вислідну пермутацію вважатимемо одним членом добутка і примінимо її як таку в дотичнім місці, нпр.

$$\pi\,\pi'\,\pi'' = (\pi\,\pi')\,\pi'' = \pi\,(\pi'\,\pi'')$$

З того слідує, що множенє пермутацій підлягає законови сполучуваня (асоціяції); закон переміни (коммутації) не має тут такого значіня, як при звичайнім множеню. Бачимо се на примірі:

$$\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix},\ \pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$$

Другу пермутацію можемо написати також ще так:

$$\pi_2 = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

бо в нїй так само, як в горішній формі сказано, 1 заступимо 4, 2 заступимо 3, 3 — 1, 4 — 5, а 5 - 2.

Їх добутки є:

$$\pi_1\,\pi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\pi_2\,\pi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 3 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 & 5 & 2 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, -$$

отже два зовсїм відмінні результати.

Виїмкові випадки, де добуток пермутацій не залежить від порядку, в якім пермутації виконуємо, будуть нас займати опісля; се т. зв. переміннi (kommutative, vertauschbare) пермутації.

§. 3. Добуток двох однакових пермутацій означуємо анальогічно до множеня як степень: $\pi\,\pi = \pi^2$. Нпр.

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\pi^2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Digitized by Google

Подібно означуємо також третю, четверту . . . n-ту степень даної пермутації, π^3, π^4, . . . π^n, нпр.

$$\pi^3 = \pi^2 . \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\pi^5 = \pi^3 . \pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 1 & 3 & 2 & 4 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix} = 1,$$

$$\pi^5 = n^4 . \pi = 1 . \pi = \pi, \text{ і т. д.}$$

Скількість всїх можливих уґруповань n елементів є $n!$, отже не є безконечно велика; длятого ряд степений мусить містити в собі і ідентичну пермутацію. Нехай буде

$$\pi^m = 1,$$

то маємо: $\pi^{m+1} = \pi^m . \pi = 1 . \pi = \pi$, $\pi^{m+2} = \pi^2$, . . ., $\pi^{m+n} = \pi^n$ і т. д., отже ряд степений пермутації π повторюють ся періодично по m членах:

$$\pi, \pi^2, \ . \ . \ ., \ \pi^{m-1}; \pi^m = 1.$$

Сей ряд називаємо періодою (Periode) пермутації π, а виложник m її порядком (Ordnung).

Врештї називаємо скількість елементів, яка приходить в даній комплексії, її степенем (Grad). Коли m є порядком, а n степенем пермутації π, то m і n стоять до себе в реляції

$$m \angle n,$$

а то з тої причини, що:

1. Коли π не переводить кождий елемент в инший, то що йно по n повторенях верне той елемент на своє місце; скорше вернути не може, бо π за кождим разом посуває його на инше місце, отже в тім разї є $m = n$.

2. Коли π не переводить одного або більше (k) елементів в инші (в нашім остатнїм примірі елемент 3), то наша пермутація відносить ся тільки до $n-k$ елементів, пересуваючи їх за кождим разом; длятого по $n-k$ повторенях вернуть всї вони на своє місце, отже $m = n - k$, т. зн. $m < n$.

3. Коли-б було $m > n$, то кождий з елементів перейшов би всї місця ще перед m-тим повторенєм, отже m не могло би називати ся порядком пермутації. З того виходить, що $m \leq n$.

§. 4. Коли

$$\pi^m = 1,$$

то з рівнаня

$$\pi^\alpha = \pi^\beta$$

Digitized by Google

виходить

$$\alpha \equiv \beta \pmod{m}$$

т. є

$$\alpha = \beta + km,$$

бо

$$\pi^{\alpha} = \pi^{\beta+km} = \pi^{\beta}\pi^{km} = \pi^{\beta}(\pi^{m})^{k} = \pi^{\beta}.$$

Після того можемо все в виложнику степеня пермутації опустити многократь числа m. Звідси бачимо, що можна написати також так:

$$\pi^{m-1} = \pi^{-1},$$

отже π^{-1} буде означувати таку пермутацію, яка множена першим степенем пермутації π дасть 1, бо:

$$\pi^{-1}.\pi = \pi^{m-1}.\pi = \pi^{m} = 1.$$

Взагалї π^{-k} означує таку пермутацію, яка множена пермутацією π^{k} дасть 1. Пермутацію π^{-k} називаємо відворотною (reziprok) до π^{k}. анальоґічно до звичайного множеня: a^{-k} і a^{k} є відворотні числа, бо $a^{-k}.a^{k} = 1$.

§. 5. Якунебудь пермутацію виконуємо так, що кождий елемент заступаємо котримось иншим по даному приписови. Сей припис називаємо загально субституцією (підставленєм). Субституція або подає кождий елемент з окрема з його заступником, — і тодї вона є рівнозначна з пермутацією, — або вказує тільки на правило, по якому треба поодинокі елементи перемінювати. Тодї пишемо так:

$$\sigma = (i,\ a_i),$$

т. зн., що елемент i заступаємо в загалї елементом a_i, — або також можемо се написати у видї функції

$$\sigma = \left| \begin{matrix} z & \varphi(z) \end{matrix} \right|, \ (z = 1,\ 2\ .\ .\ .\ n)$$

де z і $\varphi(z)$ можуть приймати тільки вартости 1, 2, . . . n.

Взагалї є субституція рівнозначна з пермутацією; ріжниця лежить в тім, що субституція подає припис переставлюваня, а пермутація означає саму операцію переставлюваня *).

§. 6. Субституцію називаємо циклїчною (коловою, cyklisch) або циклем (Zyklus), коли вона містить в собі припис, що кождий елемент заступаємо слїдуючим, а остатнїй першим. Циклїчну субституцію пишемо так:

---

*) Деякі автори відріжняють дуже точно пермутації і субституції (нпр. Weber) инші (Netto) уживають тільки назви субституція, рівнозначно з понятєм пермутації.

Digitized by Google

$$c = (1\ 2\ 3\ .\ .\ .\ n);$$

вона рівнозначна з пермутацією

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & . & . & . & \overline{n-1} & n \\ 2 & 3 & 4 & . & . & . & n & 1 \end{pmatrix}.$$

Циклїчна субституція n елементів має періоду о n членах так, що $s^n = 1$, а всї попереднї степенї є ріжні від n. Се видко з того, що в циклю є кождий член заступлений слїдуючим, а нї один собою самим, отже треба ту саму субституцію повторити n разів, щоби кождий член, перейшовши всї місця, вернув на первісне. Тому то є циклї такими субституціями, в яких степень є рівний порядкови.

Назва циклїчної субституції походить звідси, що коли би ми обвід кола подїлили на n рівних частий і в точках подїлу написали чергою елементи 1, 2, 3, . . . n, то обертаючи коло о кут $\frac{2\pi}{n}$ накрили-б ми елемент 1 елементом 2, 2 елементом 3 і т. д., а остатнїй n першим. З того видко, що цикль можемо зачинати від котрогонебудь елемента (гл. §. 2).

§. 7. Кожду пермутацію можна замінити на циклїчну, і то так, що розложимо її на один або більше циклів. Робимо се так:

Нехай буде дана пермутація

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & . & . & . & n \\ a_1 & a_2 & a_3 & . & . & . & a_n \end{pmatrix}.$$

На початку циклю пишемо елемент 1, а побіч нього a_1; се значить, що на місце 1 прийде a_1. Тепер шукаємо, який елемент стоїть під a_1; коли тим елементом є 1, то замикаємо цикль; коли-ж той елемент a_e є ріжний від 1, то виписуємо його побіч a_1 і шукаємо знов того, що стоїть під a_e. Коли там знайдемо 1, замикаємо цикль; в противнім разї шукаємо дальшого елементу, що стоїть під виписаним на останку. Натрафивши врештї на 1, замикаємо цикль; се мусить конечно колись стати ся, бо 1 мусить прийти на місце котрогось з прочих елементів.

Коли ми тим чином вичерпали всї елементи, тодї вважаємо нашу задачу покінченою. Коли-ж нї, беремо один з тих елементів, яких в циклю ще нема, і зачинаємо від нього новий цикль. Сей другий цикль мусить також скінчити ся, а і скількість циклів взагалї є скінчена, бо елементи не є дані в безконечнім числї.

Один елемент не може повторяти ся в двох циклях, бо тодї сей елемент з другого циклю потягнув би за собою котрийсь еле-

Digitized by Google

мент з першого, а тим самим і цілий перший цикль знайшов би ся в другім, а се неможливе, бо в другім циклю по приписови помістили ми ті елементи, яких нема в першім.

Нпр. розложити на циклї

$$\pi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 3 & 7 & 6 & 4 & 9 & 8 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Зачинаємо від 0; під ним стоїть 5, отже пишемо початок (05. Елемент 5 має бути заступлений елементом 9, а 9 елементом 0, т. є тим, від якого ми цикль зачинали. Маємо проте перший цикль,

$$(0\ 5\ 9).$$

Тепер беремо один з тих елементів, яких в тім циклю нема, нпр. 1, і бачимо, що 1 заступлений 3, 3—6, 6—8, а 8 знова 1; проте другий цикль буде (1 3 6 8). Третий цикль зачнім від 2 : 2 — 7, 7 — 2, кінець: (2 7). Бракує ще 4 : 4 заступлене само собою, отже (4). Проте маємо:

$$\pi = (0\ 5\ 9)\ (1\ 3\ 6\ 8)\ (2\ 7)\ (4).$$

Одночленний цикль можемо опустити, бо він не змінює нічого в данім комплексї. Поодинокі циклї є перемінні, бо вони не мають спільних елементів; длятого нам байдуже, котрі з елементів будемо перше переставляти.

Загально пишемо:

$$\pi = c_1\ c_2\ .\ .\ .\ c_\lambda,$$

де $c_1, c_2, \ldots c_\lambda$ є поодинокими циклями. Порядок субституції π є найменшою спільною многократю степенїв поодиноких циклїв. Нехай n_1 буде степень цикля c_1, n_2 степень цикля c_2, . . ., n_λ степень цикля c_λ, а v найменша спільна многократь чисел $n_1, n_2, \ldots n_\lambda$, то

$$\pi^v = (c_1^v)(c_2^v)\ .\ .\ .\ (c_\lambda^v).$$

а що кожде $c_i^v = c_i^{n_i \frac{v}{n_i}} = 1$ (бо $\frac{v}{n_i}$ є ціле число), то і $\pi^v = 1$.

В нашім примірі є v (2, 3, 4) = 12, отже $\pi^{12} = 1$.

Субституція називаєть ся правильною (regelmässig), коли всї її циклї мають рівну скількість елементів; тодї порядок цїлої субституції є рівний порядкови складових циклїв.

Дві субституції називають ся подібні (ähnlich), коли обі мають циклї тих самих порядків; порядки двох подібних субституцій є собі рівні.

Digitized by Google

§. 8. Коли хочемо обчислити квадрат цикля, то перескакуємо все один елемент і переходимо до слїдуючого, бо квадрат є рівнозначний з пересуненєм кождого елемента о два місця. При третїй степенї перескакуємо о два місця, при k-тій о $k-1$ елементів. Результат того такий, що при $(n-1)$шій степенї йдуть по першім елементї всї инші в противнім порядку нїж первісно.

Коли k є дільником числа n, то k-та степень цикля розпадаєть ся на k циклїв по $\frac{n}{k}$ елементів, бо посуваючи ся від 1 все о k місць по $\frac{n}{k}$ кроках прийдемо знова до 1. Нпр. маємо цикль:

$$c = (1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6);$$

в нїм є:

$$c^2 = (1\ 3\ 5)\ (2\ 4\ 6),$$
$$c^3 = (1\ 4)\ (2\ 5)\ (3\ 6).$$

Цикль зложений з двох елементів, називаємо транспозицією (переміщенєм)

$$\tau = (1\ 2);$$

його квадрат є 1, бо посунувши ся від 1 о два місця, вернемо до 1. З тої самої причини є:

$$\tau^{-1} = \tau.$$

§. 9. Кождий цикль можна дальше розкладати на циклї низших степенїв. Робимо се так; коли $a, b, c, \ldots n$, є елементами даного циклю

$$c = (1\ 2\ \ldots\ a\ \ldots\ b\ \ldots\ c\ \ldots\ldots\ n),$$

тодї творимо

$$c_1 = (1\ 2\ \ldots\ a),$$
$$c_2 = (1\ \overline{a+1}\ \ldots\ b),$$
$$c_3 = (1\ \overline{b+1}\ \ldots\ c),$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$c_\mu = (1\ \overline{m+1}\ \ldots\ n)$$

і маємо

$$c = c_1\ c_2\ c_3\ \ldots\ c_\mu,$$

бо при множеню циклїв кінцевий елемент першого, a, заступаємо початковим 1, а той елементом $\overline{a+1}$ з другого цикля і т. д. Треба завважати, що добуток тих циклїв не є перемінний, як в §. 8, бо ті циклї мають один спільний елемент, 1.

Digitized by Google

Специяльно можемо розложити кожду циклїчну субституцію на $n-1$ транспозиций:

$$(1\ 2\ 3\ .\ .\ .\ n) = (1\ 2)\ (1\ 3)\ .\ .\ .\ (1\ n).$$

§. 10. Нехай буде дана субституція

$$\pi = c_1\ c_2\ .\ .\ .\ c_n.$$

Обчислїм такий добуток:

$$\varrho = k^{-1}\ \pi k,$$

де

$$k = k_1\ k_2\ .\ .\ .\ k_m$$

Передовсїм маємо ідентично:

$$\varrho = k^{-1}\ \pi k = (k^{-1}\ c_1\ k)\ (k^{-1}\ c_2 k)\ .\ .\ .\ (k^{-1}\ c_n\ k);$$

з того бачимо, що бажаний добуток одержимо, творячи анальоґічні добутки для кождого із складових циклїв.

Добуток

$$\varrho = k^{-1}\ \pi k$$

називаєть ся трансформованою, (transformierte) перетвореною субституцією з π при помочи k. Трансформацію виконуємо так, що в кождім поодинокім циклю виконуємо зміну, приписану в k.

Нпр. маємо трансформувати

$$\pi = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$$

при помочи

$$k = (3\ 6\ 7)$$

отже виконати множенє

$$\varrho = k^{-1}\ \pi k = (3\ 6\ 7)^{-1}\ (1\ 2\ 3\ 4\ 5)\ (3\ 6\ 7),$$

а що

$$(3\ 6\ 7)^{-1} = (3\ 6\ 7)^2 = (3\ 7\ 6), \text{ то}$$

$$\varrho = (3\ 7\ 6)\ (1\ 2\ 3\ 4\ 5)\ (3\ 6\ 7) = (1\ 2\ 6\ 4\ 5).$$

Уживаючи поданого правила, щоби в π виконати зміну по приписам k, одержимо рівно-ж

$$\varrho = (1\ 2\ 6\ 4\ 5),$$

бо k каже заступити елемент 3 елементом 6, 6 елементом 7, а 7 елементом 3; 6 і 7 відпадуть, бо їх нема в π, і звідси маємо такий самий результат.

Digitized by Google

II. Ґрупи.

§. 11. Нехай ряд

$$A, B, C, D, \ldots, E \qquad (1)$$

представляє які небудь елементи: можуть се бути числа, операції, субституції, рухи і т. д. — називаємо їх загально **операторами***). Коли ті оператори відповідають таким вимогам, що

1. комбінація двох яких небудь операторів є знов оператором з того самого ряду (комбінацію операторів значимо символічно їх добутком), $AB = C$;

2. комбіноване більшої скількости ніж двох операторів не противить ся законови злучуваня

$$ABC = (AB)C = A(BC);$$

3. з $AC = BC$, згл. $CA = BA$ виходить однозначно

$$A = B,$$

тодї кажемо, що ряд операторів (1) творить **ґрупу** (Gruppe).

Ґрупа може бути **скінчена** або **безконечна**, відповідно до того, чи скількість операторів є скінчена, чи безконечна.

Понятє ґрупи має в математиці велике значінє і часте примінене. Розріжнюємо: ґрупи рухів, ґрупи трансформацій, а також ґрупи субституцій або пермутацій. Той остатнїй рід ґруп має примінене в теорії альґебраїчних рівнань, отже в нашій працї займемо ся тільки ґрупами субституцій.

В склад такої ґрупи входять проте тільки такі субституції, які скомбіновані з собою дають один із членів тої ґрупи. Скількість субституцій в ґрупі називаємо **порядком** ґрупи, а скількість всїх елементів **степенем** ґрупи. Порядок ґрупи є найменшою спільною многократю порядків поодиноких субституцій.

Кожда ґрупа мусить містити в собі всї степенї тої самої субституції, бо кожду субституцію можемо комбінувати з нею самою, а коли той процедер повторимо кілька разів, то одержимо всї степенї тої субституції. Так само і ідентична субституція є складовою частиною кождої ґрупи, бо повторюючи якусь субституцію тілько разів, кілько виносить її порядок, одержуємо 1.

На означенє ґрупи, зложеної з операторів 1, $A, B, C, \ldots E$, пишемо:

$$G = [1, A, B, C, \ldots, E].$$

---

*) Netto, Gruppen- und Substitutionentheorie, Sammlung Schubert, Leipzig 1908, стр. 2.

Digitized by Google

§. 12. Перше питане, яке займе нас в теорії ґруп, буде очивидно, які ґрупи можна утворити з n елементів

$$1, 2, 3, \ldots, n.$$

Длятого рішім перше питане, кілько є можливих всїх перемутацій з n елементів.

Елемент 1 можемо ставити на всїх n місцях; тодї зістає для прочих $n-1$ елементів тільки $n-1$ місць до переставлюваня. Другий елемент, 2, може вже займити тільки одно з позісталих $n-1$ місць. Отже елементи 1 і 2 можуть бути комбіновані з собою на $n(n-1)$ способів. Тепер вже зістає тільки $n-2$ місць для елементів 3, 4, . . ., n; отже елемент 3 може стояти на $n-2$ місцях, а се дає $n(n-1)(n-2)$ ріжних комбінацій з елементами 1 і 2.

Так сходимо по одному елементови аж до остатнього. З того бачимо, що n елементів дає $n! = 1.\ 2.\ 3 \ldots n$ ріжних комбінацій.

Отсе число є максімальною границею для порядку ґрупи. В тих n операторах містять ся всї можливі комбінації з n елементів, навіть ті субституції, які переставляють менше ніж n елементів.

§. 13. Ґрупа порядку $n!$ є найбільшою зі всїх ґруп, які можна утворити з n елементів. Се т. зв. симетрична ґрупа (symmetrische Gruppe).

Крім неї є ще можливі й инші ґрупи з тих самих елементів. Нпр. періода циклїчної субституції

$$c = (1\ 2\ \ldots\ n)$$

творить ґрупу, бо кожде

$$c^k . c^\lambda = c^{k+\lambda} = c^\mu$$

належить до періоди субституції v. Се т. зв. циклїчна ґрупа (zyklische Gruppe); вона характеристична тим, що її порядок (скількість членів в періодї) рівний степеневи (скількости елементів). — Всї її субституції містять ся в симетричній ґрупї, бо-ж симетрична ґрупа обіймає всї можливі субституції, утворені з n елементів. Длятого кажемо, що циклїчна ґрупа містить ся в симетричній, або що вона є підґрупою (Untergruppe) симетричної. Взагалї кожда можлива ґрупа містить ся в симетричній.

Кожда ґрупа може містити в собі також ще менші від неї підґрупи; кожда ґрупа мусить містити в собі підґрупу, зложену з ідентичної субституції (се також ґрупа, бо 1 комбіноване з собою дає все 1); отсю остатню ґрупу називаємо ідентичною ґрупою (identische Gruppe) і значимо її також 1.

Digitized by Google

Ґрупа, що не містить в собі инших підґруп, крім ідентичної, називаєть ся поодинокою (einfach); в противнім разї є ґрупа зложена (zusammengesetzt).

§. 14. До порядків ґруп і підґруп відносить ся

I. Твердженє (Cauchy). Порядок кождої підґрупи є дїльником порядку ґрупи, в якій вона містить ся.

Доказ. Нехай дана ґрупа G обіймає підґрупу H, зложену з субституцій

$$1,\ h_1,\ h_2,\ \ldots\ h_\mu, \tag{2}$$

отже порядок ґрупи H є μ. Возьмім яку небудь субституцію з G, якої нема в H, нпр. g_1, і утворім ряд

$$g_1,\ g_1h_1,\ g_1h_2,\ \ldots,\ g_1h_\mu; \tag{3}$$

всї елементи того ряду є ріжні від елементів ряду (1). Коли ми ще не вичерпали всїх субституцій з G, беремо котру небудь з позісталих, нпр. g_2, і творимо знов подібний ряд, і т. д., аж вичерпають ся всї оператори з G. Таким чином одержимо слїдуючу таблицю:

$$\left.\begin{array}{l} 1,\ h_1,\ h_2,\ \ldots,\ h_\mu; \\ g_1,\ g_1h_1,\ g_1h_2\ \ldots\ldots,\ g_1h_\mu; \\ g_2,\ g_2h_1,\ g_2h_2\ \ldots\ldots,\ g_2h_\mu; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ g_{\nu-1},\ g_{\nu-1}h_1,\ g_{\nu-1}h_2,\ldots,g_{\nu-1}h_\mu. \end{array}\right\} \tag{4}$$

Отся таблиця містить в собі як раз всї субституції з G. З неї слїдує безпосередно наше твердженє: коли r є порядком ґрупи G, то

$$r = \mu\nu,$$

отже

$$\mu = \frac{r}{\nu}. \tag{5}$$

Квот $\nu = \frac{r}{\mu}$ з порядків ґруп G і H називаємо показчиком ґрупи H в віднесеню до G (Index von H in Bezug auf G).

Таке роздїлюванє ґрупи G на рядки таблиці (4) називаємо роздїленєм ґрупи G при помочи підґрупи H (Verteilung von G mittelst H; Mertens); його значимо так:

$$G = (H,\ g_1H,\ g_2H,\ \ldots,\ g_{\nu-1}H) \tag{6}$$

Digitized by Google

або за Weber'ом (Algebra I. стр. 544) символічно

$$G = H + g_1 H + g_2 H + \ldots + g_{r-1} H; \qquad (7)$$

члени тої суми називає він системою побічних ґруп до H (System der Nebengruppen zu H).

§. 15. З поміж всїх ґруп з n елементів виріжнюють ся т. зв. альтернуюча ґрупа (alternierende Gruppe). Вона складаєть ся зі всїх тих субституцій, які можна розложити на паристу скількість транспозицій, а що скількість транспозицій є о 1 менше ніж степень даної субституції (гл. §. 9), то альтернуюча ґрупа зложена зі всїх тих субституцій, що містять в собі непаристу скількість елементів. Ті субституції називаємо субституціями першого рода, а субституції, що мають паристу скількість елементів, субституціями другого рода.

II. Твердженє. Субституції першого рода творять ґрупу, субституції другого рода не творять ґрупи.

Доказ. Коли скомбінуємо дві субституції першого рода, отже дві паристі скількости транспозицій, одержимо паристу скількість транспозицій, т. є знова оператор першого рода. Коли-ж помножимо дві субституції другого рода, одержимо субституцію з паристою скількістю транспозицій, отже вийдемо поза межі комплексу субстатуцій другого рода.

Ґрупою субституцій першого рода є альтернуюча ґрупа, а її порядок є $\frac{1}{2} n!$, бо коли яку небудь з її субституцій скомбінуємо з одною транспозицією, одержимо субституцію другого рода; отже кождій субституції з ґрупи відповідає одна і тільки одна субституція другого рода, а що обі кляси мають разом $n!$ субституцій, то на альтернуючу ґрупу випадає половина з того, т. є $\frac{1}{2} n!$

§. 16. Нехай буде дана ґрупа G порядку m

$$G = [1, g_1, g_2, \ldots g_{m-1}],$$

а в нїй нехай містить ся підґрупа H порядку μ

$$H = [1, h_1, h_2, \ldots h_{\mu-1}].$$

Трансформуймо кожду субституцію з H кождою субституцією з G; тодї одержимо цїлий ряд ріжних від себе ґруп:

$$\left.\begin{array}{llll} 1, & h_1, & h_2, & \ldots\ldots h_{\mu-1}; \\ 1, & g_1^{-1} h_1 g_1, & g_1^{-1} h_2 g_1, & \ldots, g_1^{-1} h_{\mu-1} g_1; \\ 1, & g_2^{-1} h_1 g_2, & h_2^{-1} h_2 g_2, & \ldots, g_2^{-1} h_{\mu-1} g_2; \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}\right\} \quad (8)$$

Digitized by Google

Се є дійсно ґрупи, бо кожда комбінація двох субституцій з одного рядка мусить стояти знова в тім самім рядку, нпр.
$(g_i^{-1} h_\alpha g_i)(g_i^{-1} h_\beta g_i) = g_i^{-1} h_\alpha (g_i g_i^{-1}) h_\beta g_i = g_i^{-1} h_\alpha h_\beta g_i = g_i^{-1} h_\gamma g_i$.

Що в двох рядках не можуть стояти однакові субституції, бачимо з того, що коли-б ми мали

$$g_i^{-1} h_\alpha g_i = g_j^{-1} h_\beta g_j,$$

то помноживши то рівнанє з лівої сторони субституцією g_i, а з правої субституцією g_i^{-1} одержали-б ми:

$$h_\alpha = (g_i g_j^{-1}) h_\beta (g_j g_i^{-1});$$

отже або було би $i = j$, т. є обі субституції походили би з того самого рядка, а крім того мусїли би бути $\alpha = \beta$ т. є обі субституції були би ідентичні, — або для $i \neq j$ мусїла би субституція $g_j g_i^{-1}$ трансформувати кожде h з H в одну з субституцій таки з тої самої ґрупи, а се неможливе.

Ґрупи, що стоять в рядках таблиці (8), називають ся трансформованими з H при помочи субституцій з G (Transformierte von H mit Hilfe der Substitutionen von G. Їх означуємо так:

$$H,\ g^{-1}Hg_1,\ g_2^{-1}Hg_2,\ \ldots$$

Тих ґруп не може бути більше від m; зате може їх бути менше, бо деякі з них можуть бути між собою рівні.

Нехай між ними буде ϱ ріжних:

$$H,\ g_1^{-1}Hg_1,\ g_2^{-1}Hg_2,\ \ldots\ldots,\ g_{\varrho-1}^{-1} Hg_{\varrho-1}; \qquad (9)$$

всї ті ґрупи з ряду (9) називають ся спряжені (konjugiert) з ґрупою H. Коли вони всї ідентичні, тоді H називаємо визначною або незмінною підґрупою (ausgezeichnete, invariante Untergruppe). Визначна підґрупа є перемінна з субституціями ґрупи G.

§. 17. Нехай будуть дані дві ґрупи G_1 і G_2. Коли вони мають які спільні субституції, то ті субституції творять знова ґрупу R, звану найбільшою спільною мірою (grösster gemeinsch. Teiler; Jordan, Netto, Mertens) або перекроєм (Durchschnitt; Study, Weber) ґруп G_1 і G_2. R є дійсно ґрупою, бо всї її субституції

$$1,\ r_1,\ r_2,\ \ldots,\ r_{\varrho-1},$$

а так само і всї їх комбінації $r_\alpha r_\beta$, приходять в обох ґрупах G_1, G_2.

Порядок перекрою двох ґруп є найбільшою спільною мірою порядків обох ґруп, бо ϱ мусить містити ся в m_1 і m_2, а R обіймає всї субституції, спільні обом ґрупам.

Так само говоримо про перекрій більшої скількости ґруп.

Digitized by Google

§. 18. Коли з двох даних субституцій

$$g,\ h$$

хочемо утворити ґрупу, то мусимо кождий член з періоди субституції g комбінувати з кождим членом періоди h, подібно як при множеню многочленів. Нехай будуть m_1, m_2 степені періодів субституцій g і h, а $v\ (m_1,\ m_2)$ означає їх найменшу спільну многократь, то порядок тої зложеної ґрупи буде $v\ (m_1,\ m_2)$.

Субституції g, h називають ся складовими (konstituierende) субституціями ґрупи

$$K = \{g,\ h\}\ ;^{*)} \qquad (10)$$

то значить, що в ґрупі K поміщені всї можливі комбінації тих субституцій, які стоять в скобках. Ґрупа K називаєть ся похідною (abgeleitete) ґрупою операторів g і h (Mertens).

Подібно можемо утворити похідну ґрупу з кількох субституцій $g,\ h,\ .\ .\ .,\ r$, а означимо її

$$K = \{g,\ h,\ .\ .\ .,\ r\}\ ;$$

її порядок є $v\ (m_1,\ m_2,\ .\ .\ .,\ m_r)$, т. зн. є найменшою спільною многократю порядків складових субституцій.

Похідна ґрупа даних субституцій істнує все; в остаточнім разї буде нею симетрична ґрупа, утворена зі всїх елементів, які входять в склад даних субституцій.

§. 19. Кожда субституція з ґрупи $\{g,\ h\}$ має вигляд:

$$g^\alpha\ h^\beta\ (\alpha = 1,\ 2,\ .\ .\ .,\ m_1\ ;\ \beta = 1,\ 2,\ .\ .\ .\ m_2).$$

Розумієть ся, що в тій ґрупі мусять бути також субституції тої форми:

$$h^\gamma g^\delta.$$

III. Твердженє. Все дадуть ся дібрати такі чотири виложники: α, β, γ, δ, що буде сповнена рівність:

$$g^\alpha h^\beta = h^\gamma g^\delta. \qquad (11)$$

Доказ (по части за Netto'ном**). Субституції g і h є лиш виїмково перемінні, отже реляція $gh = hg$ не обовязує все.

Нехай буде $gh \neq hg$, тодї можемо знайти такий виложник λ, що буде сповнена реляція

$$gh = h^\lambda g.$$

---

*) Netto. Substitutionentheorie und ihre Anwendungen auf die Algebra, Leipzig, (Teubner) 1882. стр 39, 40 (нота).

**) op. cit. стр. 37. sqq.

Digitized by Google

Що таке λ дійсно істнує, виходить з реляції, ідентичної з попереднім рівнанєм

$$h^\lambda = ghg^{-1},$$

т. зн., що h^λ є трансформованою субституцією з h при помочи g^{-1}, отже таке λ дасть ся все знайти. Тому приймаємо ту рівність за доказану. Тоді є:

1. для $\beta = \alpha$:

$$g^\alpha h^\alpha = g^{\alpha-1}.gh.h^{\alpha-1} = g^{\alpha-1}.h^\lambda g.h^{\alpha-1} = g^{\alpha-2}.gh.h^{\lambda-1}.gh.h^{\alpha-2}$$
$$= g^{\alpha-2}.h^\lambda g.h^{\lambda-1}.h^\lambda g.h^{\alpha-2} = g^{\alpha-3}.gh\ h^{\lambda-1}.gh.h^{\lambda-2}.h^\lambda.gh.h^{\alpha-3}$$
$$= g^{\alpha-3}.gh.h^{\lambda-1}.gh.h.^{2(\lambda-1)}.gh.h^{\alpha-3} = \ldots$$
$$= g^{\alpha-i}.gh.h^{\lambda-1}.gh.h^{2(\lambda-1)}.gh \ \ldots\ h^{(i-1)(\gamma-1)}gh.h^{\alpha-i} = \ldots$$
$$= g.gh.h^{\lambda-1}.h^{2(\lambda-1)}.gh \ \ldots\ h^{(\alpha-2)(\lambda-1)}.gh.h$$
$$= gh.h^{\lambda-1}.gh.h^{2(\lambda-1)}.gh \ldots h^{(\alpha-1)(\lambda-1)}\ gh = h^\lambda gh.h^{\lambda-1}.gh \ldots h^{\alpha(\lambda-1)}g$$
$$= \ldots = h^\gamma g^\delta;$$

2. для $\beta > \alpha$:

$$g^\alpha h^\beta = g^\alpha h^\alpha.h^{\beta-\alpha} = h^\gamma g^\delta.h^{\beta-\alpha} = h^\gamma.g^\delta h^\delta.h^{\beta-\alpha-\delta} = \ldots = h^\varepsilon g^\zeta;$$

3. для $\beta < \alpha$ змінять тільки g і h свої ролї.

З того слїдує, що в формі $g^\alpha h^\beta$ містять ся всї субституції ґрупи $\{g, h\}$. — Подібно виказуємо, що кожду субституцію з ґрупи $\{g, h, \ldots k\}$ можна представити в формі $g^\alpha h^\beta \ldots k^\lambda$.

§. 20. Коли субституції g і h є з собою перемінні,

$$gh = hg \tag{12}$$

ґрупа $\{g, h\}$ називаєть ся перемінною (kommutative) або Абелевою (Abel'sche Gruppe)*).

З реляції (12) слїдує

$$h = g^{-1}hg,\ g = h^{-1}gh,$$

т. зн., що кожда субституція Абелевої ґрупи трансформує кожду иншу субституцію тої ґрупи в неї саму.

Кожда підґрупа Абелевої ґрупи є визначна, бо всї її субституції трансформують ся кождою субституцією Абелевої ґрупи в себе самих, отже всї спряжені ґрупи є ідентичні.

---

*) Weber, Algebra, Bd. I. Braunschweig 1898, стр. 517; Netto, Algebra, Bd. II. Leipzig (Teubner) 1900, стр. 539. — Деякі автори уживають назви „Абелева ґрупа“ в иншім значіню; пор. Pascal, Repertorium d. höh. Math. Bd. I. Leipzig (Teubner) 1900 стр. 37.

Digitized by Google

§. 21. **IV. Твердженє.** Кожду субституцію Абелевої ґрупи G можна представити в формі

$$s = s_1^{\alpha_1} s_2^{\alpha_2} s_3^{\alpha_3} \ . \ . \ . \ s_\nu^{\alpha_\nu}, \qquad (13)$$

де $s_1, s_2, \ . \ . \ ., s_\nu$ є перемінними субституціями, а виложники є менші від порядків тих субституцій. Порядок Абелевої ґрупи є добутком з порядків субституцій s

$$r = a_1 a_2 \ . \ . \ . \ a_\nu. \qquad (14)$$

Доказ. 1. В формі (13) можемо представити кождий елемент Абелевої ґрупи. Елемент $s\lambda$ одержимо, кладучи всї $\alpha_i = 0$, з виїмком α_λ, яке кладемо $= 1$; кождий инший елемент одержимо через відповідну комбінацію виложників.

2. Коли субституції $s_1, s_2, \ . \ . \ ., s_\nu$ ріжні, то в формі (13) можемо представити кождий елемент Абелевої ґрупи тільки один раз, згл. рівну скількість разів. Бо коли елемент 1 представимо так:

$$1 = s_1^{h1} s_2^{h2} \ . \ . \ . \ s_\nu^{h_\nu}, \qquad (15)$$

то s не змінить ся, коли ми в (14) виложники $\alpha_1, \alpha_2, \ . \ . \ . \ \alpha_\nu$ заступимо сумами $\alpha_1 + h_1, \alpha_2 + h_2, \ . \ . \ ., \alpha_\nu + h_\nu$. Приймім, що представленє (14) можливе на k способів; форма (11) подасть нам кождий елемент ґрупи G що найменше k разів.

Коли-б знова s можна було представити такими двома рядами виложників: $\alpha_1, \alpha_1, \ . \ . \ ., \alpha_\nu$; $\beta_1, \beta_2, \ . \ . \ ., \beta_\nu$, то будемо мати очевидно:

$$1 = s_1^{\beta_1 - \alpha_1} s_2^{\beta_2 - \alpha_2} \ . \ . \ . \ s_\nu^{\beta_\nu - \alpha_\nu},$$

а звідси слїдує: $\beta_1 = \alpha_1 + h_1$, $\beta_2 = \alpha_2 + h_2$, $. \ . \ ., \beta_\nu = \alpha_\nu + h_\nu$, т. зн., коли-б ми мали дві ріжні форми для того самого елемента, то виложники тих форм могли би ріжнити ся тільки о $h\lambda$; ми приймили, що є k можливих способів для представленя (14), отже форма (13) не може давати нам жадного елементу більше разів нїж k.

3. З того слїдує: $nk = a_1 a_2 \ . \ . \ . \ a_\nu$, а що $k = 1$ (бо реляція (15) тільки тодї можлива, коли кождий елемент буде $= 1$), то тим самим доказана і реляція (13).

4. Коли ϱ є дїльником числа ν, то в G мусить бути субституція порядку ϱ, бо одно з чисел $a_1, a_2, \ . \ . \ . \ a_\nu$ в (13) мусить бути подїльне через ϱ, нпр. $a_k = k\varrho$: тодї субституція s_k^k буде порядку ϱ, бо $(s_k^k)^\varrho = 1$.

Digitized by Google

Коли m є найменшою спільною многократю чисел $a_1, a_2, \ldots a_r$, то в ґрупі G мусить приходити субституція

$$s' = s_1 s_2 \ . \ . \ . \ s_v$$

порядку m, бо ми можемо написати:

$$(s')^m = (s_1 s_2 \ . \ . \ . \ s_v)^m = s_1{}^m s_2{}^m \ . \ . \ . \ s_v{}^m = 1.$$

отже порядок субституції s' є дійсно m.

5. Коли $\varrho = gh$ (g і h зглядно перві), то ґрупа G обіймає рівно g елементів σ, яких порядок є дільником числа h, так що кождий елемент ґрупи g можна представити в виді

$$s = \sigma\tau. \text{*)} \tag{16}$$

Бо коли g і h є зглядно перві числа, то можна знайти все такі два числа x і y, які сповнять рівнане

$$gx + hy = 1;$$

всї елементи σ, яких порядок є дільником числа g, творять очивидно ґрупу Σ, а так само всї елементи τ творять ґрупу T. Візьмім тепер елемент s з G, то будемо мати:

$$s = s^{gx} s^{hy}$$

(бо сума виложників $= 1$); а що $(s^{hy})^g = 1$, то субституція s^{hy} містить ся в ґрупі Σ, а з тої самої причини s^{gx} містить ся в T. Звідси слїдує, що s має дїйсно форму (16).

З того бачимо, що кожду субституцію ґрупи G можемо представити спершу як добуток двох субституцій, яких порядки є дільниками чисел g і h. Коли далї числа g і h дадуть ся розложити на зглядно перві чинники, то кожду з субституцій σ і τ можна дальше представити як добуток двох субституцій ріжних порядків і т. д., аж врештї дійдемо до форми (13). Треба тепер ще тільки виказати, що форма (13) істнує дійсно, коли порядок ґрупи є степенем первого числа: $r = p^k$. Коли-б те не було можливе, то ми не могли би утворити добутка (16), отже мусимо доказати можливість реляції

$$s = \sigma^a \tag{17}$$

в разї $r = p^k$. Возьмім за σ таку субституцію, якої порядок a є можливо найвисший; a мусить бути очивидно степенею числа p, а степені всїх субституцій s подільниками числа a. Періода субституції σ

$$1, \ \sigma, \ \sigma^2, \ . \ . \ ., \ \sigma^{a-1} \tag{18}$$

складаєть ся з самих ріжних субституцій. Коли сей ряд вичерпує цїлу Абелеву ґрупу порядку p^k, наше твердженє доказане; коли-ж

*) Weber, Algebra II. стр. 40.

Digitized by Google

ні, беремо одну з позісталих субституцій τ. Кожда з тих субституцій τ мусить мати такий виложник h, щоби τ^h містило ся в ряді (17); в остаточнім разї є h порядком субституції τ : $\tau^h = 1$. Нехай буде b найменшим таким числом h, тодї маємо

$$\tau^b = \sigma^\lambda;$$

b мусить бути дїльником числа a, отже також степенню числа p, а заразом і дїльником числа λ. Положім $a = qb + b'$, то

$$\tau^a = \sigma^{\lambda q} . \tau^{b'} = 1,$$

отже $\tau^{b'} = \sigma^{-\lambda q}$, т. зн. $b' = 0$, бо $b' < b$, а b має ту прикмету, що є найменшим з виложників, для яких τ^b містить ся в ряді (17). Звідси маємо дальше

$$\sigma^a = \tau^{\lambda q},$$

а що $q = \frac{a}{b}$, то $\frac{\lambda a}{b}$ мусить бути многократю числа a, отже b мусить містити ся в λ.

6. Приймаючи за α і β ряди чисел

$$\alpha = 0, 1, 2, \ldots, a - 1; \beta = 0, 1, 2 \ldots, b - 1,$$

можемо кожду субституцію s написати в формі

$$s = \sigma^\alpha \tau^\beta. \qquad (19)$$

Коли ми тою формою не вичерпали всїх субституцій Абелевої ґрупи, продовжуємо наше розумоване. Таким чином буде наше твердженє доказане.

III. Головні прикмети ґруп.

§. 23. **Дефініції**. 1) Ґрупу G називаємо **перехідною** (transitiv), коли її субституції переводять кождий з елементів в кождий инший.

2). Ґрупа, яка не має тої прикмети, називаєть ся **неперехідною** (intransitiv); в такім разї можна всї елементи подїлити на кляси так, що ґрупа буде переводити елементи тільки серед тої самої кляси, а нїколи елементів з одної кляси в другу. Нпр. ґрупа

$$G_1 = [1, (12)(34), (13)(24), (14)(23)]$$

є перехідна, бо її кождий елемент можна поставити на кожде місце, зате ґрупа

$$G_2 = [1, (12)(34)]$$

є неперехідна, бо не має субституції, яка могла би перевести 1 і 2 в 3 і 4; отже 1, 2 і 3, 4 є тими клясами елементів.

Digitized by Google

3). Перехідна ґрупа є непервісна (imprimitiv), коли її елементи можна поділити на такі кляси о рівнім числї членів, що субституції ґрупи або переставляють елементи в нутрі кождої кляси або тільки пересувають кляси поміж собою. Ті кляси елементів називаємо клясами непервісности (Imprimitivitätssysteme). Порядок непервісної ґрупи є добутком з числа кляс і числа елементів в кождій клясї; отже ґрупа, якої порядок є числом первим, не може бути непервісна.

4). Коли такий поділ елементів на кляси неможливий, ґрупа називаєть ся первісною (primitiv).

§. 24. Дві ґрупи

$$G=[1, g_1, g_2, \ldots, g_{m-1}],$$
$$\Gamma=[1, \gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_{\mu-1}]$$

називають ся ізоморфними (isomorph), коли стоять до себе в такім відношеню: до кождої субституції з G належить одна або більше субституцій з Γ так, що добуткови двох субституцій з G буде відповідати добуток двох приналежних субституцій з Γ.

Ґрупи можуть бути одностепенно ізоморфні (einstufig, holoëdrisch isomorph), коли кождій субституції з G відповідає одна тільки субституція з Γ, — або многостепенно (mehrstufig, meroëdrisch) ізоморфні, коли одній субституції з G відповідає більше субституцій з Γ; многостепенний ізоморфізм є односторонний або взаїмний в міру того, чи тільки ґрупа G є многостепенно ізоморфна супроти Γ, а Γ супроти G тільки одностепенно, чи і навпаки.

При многостепеннім ізоморфізмі творять ті субституції з Γ, які відповідають одній з субституцій в G, ґрупу Δ, бо добуток яких небудь з поміж них буде також відповідати тій самій субституції з G.

§. 25. Ми назвали ґрупу зложеною, коли вона містила в собі яку небудь підґрупу, ріжну від 1. Тепер мусимо змодифікувати ту дефініцію так, що ґрупа є тодї зложена, коли містить в собі визначну підґрупу; инакше назвемо ґрупу поодинокою.

Коли в G містить ся визначна підґрупа H того рода, що нема вже нїякої висшої ґрупи K, яка була би визначною підґрупою для G і містила в собі заразом H як визначну підґрупу, тодї H називаєть ся найбільшою визначною підґрупою ґрупи G (aus-

Digitized by Google

gezeichnete Maximaluntergruppe, Netto; Maximalnormalteiler, Weber). Ми будемо уживати коротшої назви: **найбільша підґрупа.**

Утворім найбільшу підґрупу H для G і шукаймо, чи ґрупа H не має зі своєї черги якої найбільшої підґрупи. Коли така ґрупа істнує, беремо її за основу до дальшого шуканя, аж врешті дійдемо до такої ґрупи M, яка не має вже ніякої найбільшої підґрупи крім 1. Тоді маємо ряд ґруп

$$G,\ H,\ K,\ \ldots,\ M,\ 1, \tag{1}$$

званий **рядом зложеня для ґрупи** G (Kompositionsreihe, Reihe der Zusammensetzung von G) або коротко **рядом ґрупи** G.

Назвім порядки поодиноких членів того ряду

$$r,\ r_1,\ r_2,\ \ldots,\ r_{\mu-1},\ 1, \tag{2}$$

тоді показчики слідуючих по собі членів ряду є цілими числами λ (твердженє Cauchy, §. 14)

$$\frac{r}{r_1}=e_1, \frac{r_1}{r_2}=e_2,\ \ldots,\ \frac{r_{\mu-2}}{r_{\mu-1}}=e_{\mu-1},\ r_{\mu-1}=e_\mu, \tag{3}$$

а їх добуток є рівний порядкови ґрупи G

$$r=e_1e_2\ \ldots\ e_{\mu-1}e_\mu. \tag{4}$$

Числа $e_1, e_2, \ldots, e_\mu$ називаємо **показчиками ряду ґрупи** G або **чисельними чинниками зложеня для ґрупи** G (numerische Kompositionsfaktoren von G).

Ряд зложеня відзначаєть ся тим, що кождий його член є найбільшою підґрупою попереднього, отже є перемінний з ним, $GH=HG$, т. зн. $G^{-1}HG=H$. Довільна субституція з G трансформує субституцію h з H в якусь иншу субституцію з H: $g^{-1}hg=h'$, отже $hg=gh'$.

§. 26. **I. Твердженє.** **Ряд ґрупи** G **відзначаєть ся тим, що кождий член того ряду є ґрупою перемінною аж по субституції слїдуючої ґрупи.**

Доказ. Нехай в ряді ґрупи G по K слїдує L; назвім k субституцію з K, l субституцію з L, а σ нехай буде також субституцією з K, якої нема в L; тоді можемо написати:

$$k=l\sigma^\lambda, \tag{5}$$

т. зн. довільну субституцію з K одержимо, комбінуючи з l таку субституцію, якої нема в L. Возьмім дві субституції з K

$$k_\alpha=l_\alpha\sigma^\alpha,\ k_\beta=l_\beta\sigma^\beta$$

і творім добутки (§. 19)

Digitized by Google

$$k_\alpha k_\beta = l_\alpha \sigma^\alpha l_\beta \sigma^\beta = l_\alpha (\sigma^\alpha l_\beta \sigma^{-\alpha}) . \sigma^{\beta+\alpha} = l_\alpha l_\gamma \sigma^{\alpha+\beta} = l_\gamma \sigma^{\alpha+\beta};$$

$$k_\beta k_\alpha = l_\beta \sigma^\beta l_\alpha \sigma^\alpha = l^\beta (\sigma_\beta l_\alpha \sigma^{-\beta}) . \sigma^{\alpha+\beta} = l_\beta l_\varepsilon \sigma^{\alpha+\beta} = l_\zeta \sigma^{\alpha+\beta};$$

звідси слїдує

$$k_\alpha k_\beta = k_\beta k_\alpha . l_\mu. \tag{6}$$

Ту прикмету ґрупи K висказуємо так, що її субституції є перемінні аж по субституції ґрупи L (bis auf Substitutionen von L vertauschbar). Те саме відносить ся до кождої ґрупи в ряді зложеня, отже наше твердженє доказане.

§. 27. **II. Твердженє.** Одна ґрупа може мати кілька ріжних рядів зложеня; в кождім ряді будуть приходити ті самі показчики і що найбільше будуть ріжнити ся тільки упорядкованєм.

Доказ.*) Нехай будуть можливі такі два ряди ґрупи G:

1). $G,\ G_1,\ G_2,\ G_3, \ldots$; порядки: $r,\ r_1 = \frac{r}{e_1},\ r_2 = \frac{r_1}{e_2},\ r_3 = \frac{r_2}{e_3}, \ldots$;

2). $G,\ G_1',\ G_2'\ G_3', \ldots$; порядки: $r\ \ r_1' = \frac{r}{e_1'},\ r_2' = \frac{r_1'}{e_2'},\ r_3' = \frac{r_2'}{e_3'}, \ldots$;

в обох разах є:

$$e_1 e_2 e_3 \ . \ . \ . = r \text{ і } e_1' e_2' e_3' \ . \ . \ . = r.$$

Утворім ґрупу Γ, яка буде перекроєм ґрупи G_1 і G_1'; її порядок ϱ буде дільником чисел r_1 і r_1': $\varrho = \frac{r}{k} = \frac{r_1}{k'}$. Назвім σ_α субституції ґрупи Γ; тодї можемо уложити для ґруп G_1 і G_1' такі роздїленя:

$\sigma_1 = 1,\ \sigma_2,\ \sigma_3,\ \ldots,\ \sigma_\varrho;$	$\sigma_1 = 1,\ \sigma_2,\ \sigma_3,\ \ldots\ldots\ \sigma_\varrho;$
$s_1 \sigma_1, s_1 \sigma_2, s_1 \sigma_3, \ldots, s_1 \sigma_\varrho;$	$s_1' \sigma_1, s_1' \sigma_2, s_1' \sigma_3\ \ldots, s_1 \sigma_\varrho;$
. . . . .	. . . . .
$s_k \sigma_1, s_k \sigma_2, s_k \sigma_2, \ldots, s_k \sigma_\varrho;$	$s_{k'}' \sigma_1 . s_{k'}' \sigma_2, s_{k'}' \sigma_3, \ldots, s_{k'}' \sigma_\varrho.$

Таким чином можемо представити всї субституції обох ґруп в видї:

$$t_\alpha = s_\beta \sigma_\gamma, \text{ згл. } t_\alpha' = s_\beta' \sigma_\gamma.$$

Утворім тепер субституцію

$$\tau = t_a^{-1} t_b'^{-1} t_a t_b';$$

вона буде належати до ґрупи Γ, бо є спільна обом ґрупам: в видї $^{-1}(t_b^{-1} t_a t_b)$ належить до G_1, а в видї $(t_a^{-1} t_b^{-1} t_a) t_b$ до G_1'. Та

*) Netto, Substitutionentheorie, стр. 87.

Digitized by Google

сама субституція належить рівно-ж до ґрупи $\{G_1, G_1'\} = \mathfrak{G}$; та ґрупа є перемінна з G і містить ся в G. Вона є більша від G_1 і від G_1', отже є ідентична з G.

Порядки ґруп G_1 і G_1' є $r_1 = \frac{r}{e_1}$ і $r_1' = \frac{r}{e_1'}$; порядок ґрупи G є r, а що $r_1 = \varrho k$; $r_1' = \varrho k'$ отже

$$r = \varrho k e_1 = \varrho k' e_1', \text{ то}$$
$$k' = e_1, \; k = e_1'.$$

Звідси бачимо, що ґрупа Γ має порядок $\varrho = \frac{r_1}{e_1'} = \frac{r_1'}{e_1} = \frac{r}{e_1 e_1'}$; вона мусить стояти в ряді ґрупи G, бо є найбільшою підґрупою G_1 і G_1'.

Таким чином можемо написати такі ряди для G:

3). $G, G_1, \Gamma, \Delta, \ldots$; порядки: $r, r_1 = \frac{r}{e_1}, r_2' = \frac{r_1}{e_1'}, \ldots$;

4). $G, G_1', \Gamma, \Delta, \ldots$; порядки: $r, r_1' = \frac{r}{e_1'}, r_2 = \frac{r_1}{e_1}, \ldots$;

звідси слідує, що ряди 1) і 2) мають в перших трьох членах ті самі показчики, що 3) і 4) разом. Дальший доказ лежить в тім, що творимо ряди;

5). $G, G_1, G_2, \mathfrak{G}, \ldots$; порядки: $r, r_1 = \frac{r}{e_1}, r_2 = \frac{r_1}{e_2'}, r_3'' = \frac{r_2}{e_2''}, \ldots$;

6). $G, G_1, \Gamma, \mathfrak{G}, \ldots$; порядки: $r, r_1 = \frac{r}{e_1}, r_2' = \frac{r_1'}{e_2'}, r_3'' = \frac{r_2'}{e_2}, \ldots$;

попереднє розумованє зачинаємо від члена G_1, і так поступаємо аж до кінця. З того слідує остаточно також, що й скількість членів в кождім ряді є однакова.

§. 28. Netto*) впроваджує ще т. зв. головний ряд (Hauptreihe) зложеня ґрупи G, або коротко: головний ряд. Повстає він так, що з ряду зложеня ґрупи задержуємо тільки ті члени, які є перемінні з ґрупою G.

Ряд зложеня є взагалї обширнїйший від головного ряду; нехай буде головний ряд:

$$G, H, J, \ldots, M, 1 \qquad (7)$$

*) Substitutionentheorie, стр. 92, Weber, Algebra II. стр. 31.

Digitized by Google

тодї між кождими двома його числами будуть стояти ґрупи, які належатимуть до ряду зложеня, нпр. між H і J нехай стоїть

$$H_1, H_2, \ldots, H^{\nu-1}. \tag{8}$$

З дефінїції виходить, що H є переміняє з G; так само J, але члени ряду (22). Длятого коли будемо ґрупу H_2 трансформувати субституціями з G, одержимо цїлий ряд подібних і ізоморфних ґруп

$$H_1, H_1', H_1'', \ldots;$$

показчик всїх тих ґруп з огляду на H буде однаковий, нпр. q.

Утворім перекрої ґруп H_1 і H_1'; H_1 і H_1''; H_1 і H_1''';...; і поставмо їх в ряд (22) по H_1. Будуть се знова ізоморфні і подібні ґрупи о тім самім показчику q. Коли істнує тільки одна така ґрупа, то вона є членом головного ряду, J, а її показчик з огляду на H є q^2.

Коли-ж тих перекроїв є більше, творимо дальше перекрої ґруп H_1, H_1, H_1'' і т. д.; вони будуть мати знова такий самий показчик q.

По ν кроях дійдемо врештї до J; показчик ґрупи J з огляду на H буде q^ν; той показчик буде належати вже до головного ряду (21).

Звідси слїдує

III. Твердженє. Коли ряд ґрупи G є обширнїйший від головного ряду, то члени, які стоять між двома по собі слїдуючими ґрупами головного ряду, мають ті самі показчики.

Тільки такі ґрупи можуть мати головний ряд, яких порядок має в собі деякі або всї рівні чинники ґрупи, які стоять перед J побіч себе (не по собі), $H_{\nu-1}$, $H'_{\nu-1}$, $H''_{\nu-1}$, . . ., є переміняє, а скомбіновані з собою дають ґрупу H:

$$H = \{H_{\nu-1}, H'_{\nu-1}, H''_{\nu-1}, \ldots\}. \tag{9}$$

IV. Твердженє. Остатня ґрупа головного ряду складаєть ся з одної або більше подібних ґруп, які не мають перекрою більшого від 1, і є Абелевою ґрупою.

Виходить се з того, що субституції кождої з тих ґруп мусять бути переміняє з собою аж по субституції слїдуючого члена, а що ним є 1, то ті субституції є переміняє.

§. 29. Шукаймо ряду зложеня для симетричної ґрупи G. Безпосередно бачимо, що другим членом того ряду буде альтер-

Digitized by Google

нуюча ґрупа. Коли степень ґрупи $n > 4$, тоді з альтернуючою ґрупою кінчить ся ряд симетричної ґрупи, бо альтернуюча ґрупа є поодинока для $n > 4$.

До того результату доходимо при помочи таких тверджень:

I. Перехідна ґрупа, яка містить в собі одну якунебудь транспозицію, є ідентична з симетричною.

Приймім, що тою транспозицією є (12). В разї перехідности ґрупи мусять містити ся в ній всї такі субституції, які переводять котрий небудь елемент, нпр. 1, в кождий инакший, отже мусить істнувати такий ряд транспозицій:

$$(12), (13), (14), \ldots, (1n).$$

Комбінуючи ті транспозиції на всї можливі способи, одержимо симетричну ґрупу.

II. Перехідна ґрупа, яка містить в собі один тричленний цикль, є ідентична з альтернуючою або з симетричною ґрупою.

З огляду на перехідність ґрупи мусить в ній поруч циклю (123) істнувати такий ряд циклів

$$(124), (125), \ldots, (12n);$$

кождий з тих циклів можна розложити на дві транспозиції

$$(12k) = (12)(1k),$$

а добуток таких двох циклїв також на дві транспозиції або стягнути на один тричленний цикль:

$$(12k)(12l) = (12)(1k)(12)(1l) = (1k)(1l) = (kl),$$

отже все одержуємо субституції першої кляси. В такім разї маємо альтернуючу ґрупу. Коли-ж в ґрупі містить ся ще одна поодинока транспозиція (ab), то одержимо субституцію другої кляси, комбінуючи її з тричленним циклем, отже наша ґрупа складаєть ся зі всїх субституцій обох кляс, т. зн. є симетрична.

III. Альтернуюча ґрупа висшого степеня ніж четвертий є поодинока*).

Приймім, що альтернуюча ґрупа H не є поодинока, тільки що по ній слїдує в рядї симетричної ґрупи G ще инша, K, отже K мусить бути найбільшою підґрупою для H.

---

*) Доказ гл. Weber, Algebra I. стр. 649.

Digitized by Google

Нехай K містить в собі субституцію k; коли один з тричленних циклів ґрупи H назвемо c, то K мусить містити в собі субституцію

$$c^{-1}kc,$$

бо K є найбільша підґрупа для H, отже також і субституцію

$$\lambda = k^{-1}c^{-1}kc.$$

Розберім, які форми може мати λ; се залежить від форми субституції k.

1. k містить в собі один більше ніж тричленний цикль:

$$k = (1\ 2\ 3\ .\ .\ .\ m).$$

Возьмім $c = (1\ 2\ 3)$; утворім λ:

$$\lambda = (1\ 2\ 4)\ .\ .\ .,$$

отже в K приходить один тричленний цикль; K є ідентичне з альтернуючою ґрупою.

2. k має два тричленні циклї (1 2 3), (4 5 6). Приймім $c = (1\ 3\ 4)$, тодї $\lambda = (1\ 2\ 5\ 3\ 4)\ .\ .\ .$; K має проте одну субституцію другої кляси, отже не може бути підґрупою для H.

3. k має транспозицію і тричленний цикль (1 2 3) (4 5). Беручи $c = (1\ 2\ 4)$, маємо $\lambda = (1\ 2\ 5\ 3\ 4)$, — анальоґічно як в 2.

4. k має дві транспозиції (1 2) (3 4). Коли $n > 4$, то в ґрупі мусить бути крім 1, 2, 3, 4 ще бодай один елемент, нпр. 5. Тодї кладемо $c = (1\ 2\ 5)$, а звідси $\lambda = (1\ 5\ 2)\ .\ .\ .$, як в 1.

5. k має три транспозиції (1 2) (3 4) (5 6). Беремо $c = (1\ 3\ 5)$; звідси є $\lambda = (1\ 3\ 5)\ (2\ 6\ 4)\ .\ .\ .$, отже в K містить ся субституція, яка має два тричленні циклї, як в 2.

Инші комбінациї дво-, три- і більше членних циклів неможливі. З того виходить, що K є ідентичне з H, отже альтернуюча ґрупа є поодинока. — Отсе є причиною, що загальних рівнань степеня висшого як четвертий не можна альґебраїчно розвязувати.

§. 30. Евентуальність 4. вказує, що коли $n = 4$, то альтернуюча ґрупа є зложена, іменно її найбільша підґрупа буде містити субституцію $k = (1\ 2)\ (3\ 4)$. Шукаймо тої підґрупи.

Коли k є субституцією шуканої ґрупи K, то вона мусить містити в собі також всї трансформовані з K при помочи инших субституцій k з ґрупи H. Возьмім $h_1 = (1\ 2\ 3)$, тодї

$$h_1^{-1}\,k\,h_1 = (1\ 2\ 3)^{-1}\ (1\ 2)\ (3\ 4)\ (1\ 2\ 3) = (1\ 3\ 2)\ (1\ 2)\ (3\ 4)\ (1\ 2\ 3) = (1\ 4)\ (2\ 3),$$

Digitized by Google

дальше возьмім $h_2 = (1\ 2\ 4)$, отже

$$h_2^{-1} k h_2 = (1\ 3)\ (2\ 4).$$

Дальші тричленні циклї не дадуть вже нїяких нових субституцій для K, бо кождий з них можемо зложити з h_1 і h_2:

$$h_3 = (2\ 3\ 4) = (\ 1\ 2\ 3)\ (1\ 4\ 2) = h_1 h_2^2,$$
$$h_4 = (1\ 3\ 4) = (1\ 2\ 4)\ (2\ 3\ 4) = h_2 h_1 h_2^2.$$

Таким чином вичерпані вже всї субституції, і K складаєть ся з:

$$1,\ k_1 = k,\ k_2 = h_1^{-1} k h_1,\ k_3 = h_2^{-1} k h_2.$$

Шукаймо дальше найбільшої підґрупи L для K. Коли вона має в собі одну транспозицію, нпр. $l = (12)$, то мусить мати всї трансформовані з l при помочи всїх k:

$$k_1^{-1} l k_1 = ((12)(34))^{-1}(12)((12)(24)) = (34)^{-1}(12)^{-1}(12)(12)(34)$$
$$= (34)^{-1}(12)(34) = (12) = l_1;$$
$$k_2^{-1} l k_2 = ((14)(23))^{-1}(12)((14)(23)) = (23)^{-1}(14)^{-k}(12)(14)(23)$$
$$= (23)^{-1}((14)^{-1}(12)(14))(23) = (23)^{-1}(24)(23) = (34) = l_2:$$
$$k_3^{-1} l k_3 = ((13)(24))^{-1}(12)((13)(24)) = (24)^{-1}((13)^{-1}(12)(13))(24)$$
$$= (24)^{-1}(23)(24) = (34) = l_3;$$

отже L складаєть ся з 1, (12), (34), (12)(34),

Коли-б ми взяли замість (12) иншу транспозицію, нпр. (13), то одержали би зовсїм відмінну ґрупу L_2, зложену з (13) і (24), а беручу (14), одержали-б L_3, зложену з (14) і (23).

Кожда з ґруп L є вже поодинока.

Загалом виглядає ряд зложеня симетричної ґрупи G так:

1). $G,\ H,\ K,\ L_1,\ 1;$
2). $G,\ H,\ K,\ L_2,\ 1;$
3). $G,\ H,\ K,\ L_3,\ 1.$

Ті три ряди ріжнять ся тільки передостатнїми членами. Кожда з тих ґруп складаєть ся з таких субституцій:

$G = [1;\ (12), (13), (14), (24), (34);\ (123), (124), (134), (234), (132), (142), (243);\ (1234), (13)(24), (1432);\ (1243), (14)(23), (1342);\ (1324), (12)(34), (1423)];$

$H = [1;\ (123), (124), (134), (234), (132), (142), (143), (243);\ (12)(34), (13)(24), (14)(23)];$

$K = [1,\ (12)(14),\ (13)(24),\ (14)(23)];$

$L_1 = [1,\ (12)(34)];\ L_2 = [1,\ (13)(24)];\ L_3 = [1,\ (14)(23)].$

Digitized by Google

Порядки тих ґруп є: $(G)=4!=24$; $(H)=\frac{4!}{2}=12$; $(K)=4$, $(L_1, L_2, L_3)=2$. Ряд порядків виглядає так:

$$24,\ 12,\ 4,\ 2,\ 1,$$

а ряд чинників зложеня:

$$2,\ 3,\ 2,\ 2.$$

§. 31. Дотепер вважали ми показчики ряду зложеня звичайними числами; звідси їх назва: чисельні чинники зложеня ґруп. За приводом Hölder'a*) можемо одначе надати їм значіне ґруп.

Роздїлїм ґрупу G при помочи визначної підґрупи H (§. 14). отже одержимо ряд:

$$G=(H,\ g_1H,\ g_2H). \tag{10}$$

Побічні ґрупи можемо дальше вважати елементами, з яких можна утворити нову ґрупу; отже та нова ґрупа буде складати ся не з субституції, але з ґруп. Що система (2) творить дійсно ґрупу, переконуємо ся примінюючи крітерії ґруп (§. 11).

1. Маючи два елементи з системи (2), творимо новий з тої самої системи; нпр. з $g_\alpha H$ і $g_\beta H$ творимо

$$g_\alpha H g_\beta H = g_\alpha g_\beta HH = g_\alpha g_\beta H = g_\gamma H$$

бо $Hg_\beta = g_\beta H$ (визначна підґрупа є перемінна з елементами головної), а $HH=H$ (очивидно).

2. Закон асоціяції справджуєть ся:

$$g_\alpha H g_\beta H g_\gamma H = g_\alpha g_\beta g_\gamma H = g_\alpha H . g_\alpha g_\gamma H = g_\alpha g_\beta H . g_\gamma H.$$

3. З

$$g_\alpha H g_\beta H = g_\beta H . g_\gamma H$$

слїдує однозначно:

$$g_\alpha H = g_\beta H,$$

бо

$$g_\alpha g_\gamma H = g_\beta g_\gamma H,$$

а множачи обі сторони відворотністю елемента $g_\gamma H$, маємо

$$g_\alpha = g_\beta,$$

отже і

$$g_\alpha H = g_\beta H.$$

---

*) Zurückführung einer beliebigen algebraischen Gleichung auf eine Kette von Gleichungen. Mathematische Annalen, Bd. XXXIV, 1889. стр. 29—56. — Пор. також Weber, Algebra II. §. 4.

Digitized by Google

З того бачимо. що система елементів в (10) є дійсно ґрупою. Ту ґрупу називаємо доповняючою ґрупою до G в віднесеню до H (komplementäre Gruppe zu G in Bezug auf H) і означуємо її:

$$G/H;$$

в тім означеню містить ся деяка анальоґія звичайного діленя з наведеною тут операцією.

Порядок ґрупи G/H є рівний ν, отже рівний показчикови ґрупи G з огляду на H. Звідси анальоґія поміж чинниками зложеня а доповняючими ґрупами.

IV. Ґрупи в віднесеню до альґебраічних функцій.

§. 32. Переставляючи в якійсь альґебраічній функції поміж собою змінні, одержуємо взагалї иншу вартість, ніж мала первісна функція. З тої точки погляду дїлимо функції на одновартісні (einwertig) і многовартісні (mehrwertig). Коли при всїх можливих переставленях змінних функція буде мати m ріжних вартостий, називаємо її m-вартісною (m-wertig).

Переставлюване змінних відбуваєть ся при помочи субституцій; субституція дає тут приписи, в який спосіб має відбути ся те переставлене. Виконуючи між змінними функції F переставлене, приписане субституцією σ, кажемо, що ми ужили субституції σ до функції F (die Substitution σ auf F anwenden) або виконали субституцію на функції (die S. ausüben).

Означім функцію n елементів

$$x_1, x_2, \ldots, x_n$$

знаком $\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)$; тодї ужите субституції σ на φ означимо так:

$$[\varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)]\sigma \text{ або } \varphi\sigma(x_1, x_2, x_3, \ldots x_n). \qquad (1)$$

Після того можемо означити первісну вартість тої функції знаком $\varphi_1(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n)$; се значить, що на функції φ виконали ми ідентичну субституцію 1.

Нпр. нехай буде дана функція чотирох елементів

$$\varphi = x_1x_2 + x_3x_4;$$

виконаймо на нїй всї субституції симетричної ґрупи чотирох елементів.

Digitized by Google

Одержимо з того три ріжні вартости:

$$\varphi_1 = x_1x_2 + x_3x_4,$$
$$\varphi_2 = x_1x_3 + x_2x_4,$$
$$\varphi_3 = x_1x_4 + x_2x_3;$$

инших вартостий та функція не може приймити. Нпр. при субституціях: (12), (34), (13)(24), (14)(32) і т. д. її вартість не може змінити ся, отже φ є тривартістна функція.

Коли якась субституція не змінює вартости функції, тоді кажемо, що **функція φ допускає субституцію σ** (die Funktion φ gestattet die Substitution σ). Всї субституції, які допускає дана функція, творять ґрупу, бо коли кожда з окрема не змінить вартости функції, то й їх комбінація не зможе змінити вартости. Ґрупу всїх тих субституцій називаємо **ґрупою функції φ** (die Gruppe der Funktion φ, або die zur Funktion φ gehörige Gruppe).

Нпр. ґрупа функції $\varphi_1 = x_1x_2 + x_3x_4$ складаєть ся з таких субституцій:

$$\Gamma_1 = [1, (12), (34), (12)(34), (13)(24), (14)(23), (1324), (1423)];$$

добираючи до Γ_1 транспозицію (23), одержимо ґрупу $\Gamma_2 = (23)\Gamma_1$, яка не змінює функції $\varphi_2 = x_1x_3 + x_2x_4$, а через дібране (24) одержимо $\Gamma_3 = (24)\Gamma_1$ ґрупу функції $\varphi_3 = x_1x_4 + x_2x_3$.

Кожда з тих ґруп є осьмого порядку.

§. 33. Функція n змінних може мати найбільше $n!$ вартостий; тодї кожда субституція з яких небудь елементів змінить її вартість, отже ґрупою $n!$-вартісної функції є ідентична субституція 1. — Навпаки така функція, яка має тільки одну вартість, має симетричну ґрупу, бо ніодна з субституцій не може змінити її вартости. Така функція називаєть ся **симетричною** (symmetrisch). Симетричними функціями є нпр. сума або добуток n змінних; сочинники рівнаня є симетричними функціями корінїв і т. д.

Двовартісна функція називаєть ся **альтернуючою функцією**, бо її ґрупа є альтернуюча. Альтернуючою функцією є нпр. квадратний корінь з т. зв. **дискримінанти** т. є вираженє

$$\sqrt{\Delta} = \Pi(x_i - x_j),\ i \neq j. \tag{2}$$

Кожду альтернуючу функцію можна представити в формі

$$\varphi = S_1 \pm S_2\sqrt{\Delta}, \tag{3}$$

де S_1 і S_2 є симетричними функціями даних елементів, а $\sqrt{\Delta}$ є дво-

Digitized by Google

вартісний; се зазначуємо при помочи знаку $\pm$. Назвім обі вартости функції φ_1 і φ_2, тодї маємо:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 2S_1,$$
$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2S_2\sqrt{\Delta},$$

отже їх сума є симетрична, а ріжниця альтернуюча.

§. 34. **I. Твердженє.** Ґрупа ϱ-вартісної функції n змінних є порядку

$$\nu = \frac{n!}{\varrho}.$$

Доказ. Назвім ϱ вартостий функції φ:

$$\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_\varrho,$$

а її ґрупу G_1; вона нехай має ν субституцій

$$\sigma_1 = 1, \sigma_2, \sigma_3, \ldots, \sigma_\nu.$$

Ґрупа G_1 є підґрупою симетричної S, отже ν є дїльником числа $n!$; вона має $\varrho - 1$ побічних ґруп, які переводять φ_1 чергою в $\varphi_2, \varphi_3, \ldots, \varphi_\varrho$. Кожда побічна ґрупа має той сам порядок, отже:

$$\nu = \frac{n!}{\varrho} \tag{4}$$

або

$$n! = \nu\varrho. \tag{4'}$$

В нашім примірі було $\nu = 8$, $\varrho = 3$, отже $\nu\varrho = 24 = 4!$

§. 35. Про функції, які мають ту саму ґрупу Γ, говоримо, що вони належать до рода ґрупи Γ (die zur Gattung von Γ gehörigen Funktionen). Скількість вартостий одної функції називаємо порядком рода ґрупи Γ, а знова всї ті вартости називаємо спряженими родами або спряженими вартостями (konjugierte Gattungen, Werte; Kronecker, Netto).

II. Твердженє. Функції одного рода можна представити раціонально при помочи якої небудь з поміж них.

Доказ. Нехай будуть дані дві функції, φ і ψ, які належать до рода ґрупи Γ, степеня n, порядку ν; вони мають $\varrho = \frac{n!}{\nu}$ ріжних вартостий, які одержимо, виконуючи на одній з них субституції, що не належать до Γ. Тим вартостям функцій φ і ψ, які одер-

Digitized by Google

жуємо при помочи тої самої субституції, даймо однакові показчики, отже одержимо такі два ряди ріжних функцій:

$$\varphi_1,\ \varphi_2,\ \varphi_3,\ \ldots,\ \varphi_r: \qquad (5)$$
$$\psi_1,\ \psi_2,\ \psi_3,\ \ldots,\ \psi_\varrho.$$

Напишім тепер функцію:

$$\Phi_\lambda = \varphi_1\psi_1^{\lambda} + \varphi_2\psi_2^{\lambda} + \ldots \varphi_\varrho\psi_\varrho^{\lambda} \qquad (6)$$

де λ може приймати ріжні цілочисельні вартости. Функція Φ_λ є з огляду на всі φ і ψ симетрична, бо переставляючи якінебудь φ, мусимо так само переставити і відповідні ψ.

Надаваймо виложникови λ вартости 0, 1, . . ., $\varrho-1$; таким чином одержимо систему ϱ лїнійних рівнань для φ:

$$\left.\begin{array}{lllll}
\varphi_1 & +\varphi_2 & +\varphi_3 & +\ldots & +\varphi_\varrho = \Phi_0 \\
\varphi_1\psi_1 & +\varphi_2\psi_2 & +\varphi_3\psi_3 & +\ldots & +\varphi_\varrho\psi_\varrho = \Phi_1 \\
\varphi_1\psi_1^2 & +\varphi_2\psi_2^2 & +\varphi_3\psi_3^2 & +\ldots & +\varphi_\varrho\psi_\varrho^2 = \Phi_2 \\
\cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\
\varphi_1\psi_1^{\varrho-1} & +\varphi_2\psi_2^{\varrho-1} & +\varphi_3\psi_3^{\varrho-1} & +\ldots & +\varphi_\varrho\psi_\varrho^{\varrho-1} = \Phi_{\varrho-1}
\end{array}\right\} \quad (7)$$

Розвяжім ту систему для φ_1:

$$\varphi_1 = \begin{vmatrix} \Phi_0, & 1, & \ldots & 1 \\ \Phi_1, & \psi_2, & \ldots & \psi_\varrho \\ \Phi_2, & \psi_2^2, & \ldots & \psi_\varrho^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Phi_{\varrho-1}, & \psi_2^{\varrho-1} & \ldots & \psi_{\varrho-1} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} 1, & 1, & \ldots, & 1 \\ \psi_1, & \psi_2, & \ldots, & \psi_r \\ \psi_1^2, & \psi_2^2, & \ldots, & \psi_\varrho^2 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \psi_1^{\varrho-1}, & \psi_2^{\varrho-1}, & \ldots, & \psi_\varrho^{\varrho-1} \end{vmatrix} \quad (8)$$

Знаменник того вираженя є коренем діскрімінанти функцій $\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_\varrho$; розширім чисельник і знаменник тою діскрімінантою, то одержимо в знаменнику $\Delta(\psi)$, отже симетричну функцію, а в чисельнику кождим разом цїлу функцію

$$\varphi_1 = \frac{G_1(\Phi.\psi)}{\Delta(\psi)}. \qquad (9)$$

Виконуючи на тій функції ту субституцію, яка переводить φ_1 в φ_2, одержимо в чисельнику якусь иншу функцію $G_2(\Phi;\psi)$; G_2 є ріжне від G_1, бо розвязуючи систему (7) для φ_2 ужиємо вартости φ_1 замість φ_2, а крім того ще детермінанта, яка стоїть в чисельнику як чинник, змінить знак. Переходячи на лївій стороні до $\varphi_3, \varphi_4, \ldots \varphi_\varrho$, одержимо на правій ріжні від себе функції $G_3, G_4, \ldots, G_\varrho$; отже загально:

Digitized by Google

$$\varphi_i = \frac{G_i(\Phi;\psi)}{\Delta(\psi)}, \ (i = 1, 2, \ldots, \varrho). \qquad (10)$$

Отже наше твердженє доказане.

§. 36. **III. Твердженє** (відвернене II. твердженя). **Всї функції, які можна раціонально представити одною з них, належать до того самого рода.**

Доказ. З заложеня маємо для двох функцій, φ і ψ:

$$\varphi = R_1(\psi); \ \psi = R_2(\varphi).$$

φ є незмінне для всїх тих субституцій, які змінюють ψ, а так само ψ незмінне для ґрупи функції φ. Всї инші субституції, які змінять ψ, мусять змінити і φ, і навпаки, отже наше твердженє доказане.

§. 37. **IV. Твердженє.** **Ріжні вартости функції φ є корінями рівнаня ϱ-того степеня, якого сочинниками є симетричні функції змінних.**

Доказ. З $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_\varrho$ і неозначеної величини φ можемо утворити таке рівнанє

$$F(\varphi) = (\varphi - \varphi_1)(\varphi - \varphi_2)\ldots(\varphi - \varphi_\varrho) = \varphi^\varrho + A_1\varphi^{\varrho-1} + \ldots + A_\varrho = 0; \ (11)$$

величини $A_1, A_2, \ldots, A_\varrho$ є симетричними функціями величин φ, отже і змінних $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Нпр. з функції $\varphi = x_1x_2 + x_3x_4$ одержували ми три вартости, а творячи з них рівнанє (10), одержуємо:

$$\varphi^3 - c_2\varphi^2 + (c_1c_3 - 4c_4)\varphi - (c_1^2c_4 - 4c_2c_4 + c_3^2) = 0,$$

де c_1, c_2, c_3, c_4 є елементарними симетричними функціями величин x_1, x_2, x_3, x_4, т. є

$$c_1 = x_2 + x_2 + x_3 + x_4,$$

$$c_2 = x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4,$$

$$c_3 = x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4,$$

$$c_4 = x_1x_2x_3x_4.$$

§. 38. **V. Твердженє.** **Істнує все така функція, якою можна раціонально представити довільну скількість даних функцій; та функція є лїнійною функцією даних.**

Доказ. Нехай будуть дані функції φ; $\psi, \chi, \ldots$; $\alpha, \beta, \gamma, \ldots$ означують довільні параметри. Тодї можемо написати:

$$\omega = \alpha\varphi + \beta\psi + \gamma\chi + \ldots$$

Digitized by Google

Ґрупа функції ω містить всі ті субституції, які не змінюють функцій φ, ψ, χ, . . . рівночасно, отже є перекроєм ґруп функцій φ, ψ, χ, . . .; тому то можна ω виразити лінійно тими функціями.

Коли перекрій ґруп функцій φ, ψ, χ, . . . є ідентичною ґрупою, тоді ω має $n!$ вартостий; функцією ω можна виразити кожду з даних функцій. В такім разї називаєть ся функція ω функцією Galois*).

V. Циклїчні й метациклїчні функції.

§. 39. Періоди n-членного цикля

$$g = (123 \ldots n)$$

є ґрупою n-того степеня і n-того порядку. Субституції тої ґрупи можемо писати також в такій формі:

$$g = \mid z \quad z+1 \mid (\text{mod. } n), \tag{1}$$

т. зн., що субституція g посуне кождий показчик о 1; остатній показчик заступить вона першим. На се вказує означене (mod. n), бо воно значить, що ми не беремо повних вартостий величини $z+1$, тільки все той останок, який лишить ся по віддїленю всїх цїлочисельних многократий величини n.

Квадрат субституції g посуне кождий показчик о два місця, т. є

$$g^2 = \mid z \quad z+2 \mid \ (\text{mod. } n)$$

взагалї

$$g^k = \mid z \quad z+k \mid \ (\text{mod. } n);$$

ті всї означеня містять ся в формулцї (1).

Ґрупа субституцій g називаєть ся циклїчною ґрупою (zyklische Gruppe), а належна до неї функція циклїчною функцією. Коли за n приймемо перве число p, тодї кожда субституція циклїчної ґрупи буде мати тільки один цикль, а циклїчна функція буде

$$\varphi = (x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 + \ldots + \omega^{p-1} x_p)^p, \tag{2}$$

де ω є первісним p-тим коренем з одиниці. Що φ є дійсно циклїчною функцією, бачимо з того, що за ужитєм субституції g_α переходить φ в

$$(\varphi)_{g^\alpha} = (x_{\alpha+1} + \omega x_{\alpha+2} + \ldots + \omega^{p-1} x_{\alpha+p})^p$$
$$= \omega^{\alpha p}(x_1 + \omega x_2 + \ldots + \omega^{p-1} x_p)^p = \varphi,$$

бо $\omega^p = 1$, отже зовсїм не змінить ся.

*) Vogt, Leçons sur la résolution algèbrique des équations, Paris 1895, стр. 23.

Digitized by Google

§. 40. Коли $n = pq$, де p і q є перві числа, тоді можемо всї змінні представити так, що вони мають по два показчики, отже можемо їх уложити в прямокутник:

$$\left.\begin{array}{l} x_{11},\ x_{12},\ x_{13},\ .\ .\ .,\ x_{1q}, \\ x_{21},\ x_{22},\ x_{23},\ .\ .\ .,\ x_{2q}, \\ .\quad .\quad .\quad .\quad . \\ x_{p1},\ x_{p2},\ x_{p3},\ .\ .\ .;\ x_{pq}; \end{array}\right\} \quad (3)$$

репрезентанта тої системи означуємо x_{hk}. Щоби зазначити, що субституція g буде змінювати оба показчики, пишемо так:

$$g = |\ h,\ k\ \cdot\ h+\alpha,\ k+\beta\ |\ (\text{mod. } p;\ \text{mod.} q); \qquad (4)$$

т. зн., що c замінить перший показчик h на $h+\alpha$ (mod. p), а другий k на $k+\beta$ (mod. q). Субституцію (4) можна назвати двосторонною (zweiseitig). Коли субституція змінює тільки один показчик, т. є коли $\beta = 0$ або $\alpha = 0$, назвемо її односторонною (einseitig). Порядок двосторонної субституції є $n = pq$, односторонної p або q, в міру того, чи $\beta = 0$, чи $\alpha = 0$. Коли $\beta = 0$, субституція g змінює тільки перші показчики, отже пересуває змінні x_{hk} тільки в прямовісних рядках таблиці (3); таку субституцію назвемо g_1 і зазначимо її як (1); для $\alpha = 0$ будемо мати субституцію g_2, яка пересуває тільки кожду змінну серед того самого поземого рядка. Супроти того можемо кожду двосторонну субституцію представити при помочи двох односторонних

$$g = g_1{}^{\alpha} g_2{}^{\beta} \begin{pmatrix} \alpha = 0,\ 1,\ .\ .\ .,\ p-1 \\ \beta = 0,\ 1,\ .\ .\ .,\ q-1 \end{pmatrix}. \qquad (5)$$

Субституції g_1 і g_2 є очивидно перемінні, бо обсяги їх діланя є зовсїм инакші: g_1 пересуває перші показчики, g_2 другі, отже нам байдуже, чи ми змінимо перше той чи другий показчик; ґрупа субституцій g є проте Абелева, а звідси форма (5) (§. 21).

Ґрупа субстиитуцій g_1 є непервісна, бо всї її субституції g_1 переставлюють тільки елементи серед того самого прямовісного рядка або прямовісні рядки між собою; клясу непервісности становлять тут за кождим разом елементи

$$x_{1k},\ x_{2k},\ x_{3k},\ .\ .\ .,\ x_{pk}\ (k = 1,\ 2,\ .\ .\ .,\ q).$$

Так само ґрупа субституцій g_2 є непервісна; клясами непервісности є елементи:

$$x_{h1},\ x_{h2},\ x_{h3},\ .\ .\ .,\ x_{hq}\ (h = 1,\ 2,\ .\ .\ .,\ p).$$

Digitized by Google

Коли $p=q$, маємо p^2 елементів, а таблиця (3) стає квадратою

$$\left.\begin{array}{l} x_{11},\ x_{12},\ \ldots,\ x_{1p}, \\ x_{21},\ x_{22},\ \ldots,\ x_{2p}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x_{p1},\ x_{p2},\ \ldots,\ x_{pp}; \end{array}\right\} \quad (3')$$

тоді субституція (4) має тільки один модул

$$g = |\ h,\ k \quad h+\alpha,\ k+\beta\ |\ (\text{mod. } p). \qquad (4')$$

§. 41. Коли n складаєть ся з більшої скількости первих чинників (однакових або ні), $n=pq\ \ldots\ r$, можемо елементам x надати тілько показчиків, кілько є в n первих чинників

$$x_{hk\ \ldots\ l};$$

в такім разї кожду субституцію, яка буде циклїчно пересувати ті показчики, напишемо в формі

$$g = |\ h, k, \ldots, l \quad h+\alpha, k+\beta, \ldots, l+\gamma\ |\ (\text{mod. } p;\ \text{mod. } q;\ \text{mod. } r) \quad (6)$$

або приймаючи

$$n = p_1 p_2\ \ldots\ p_\nu,$$

$$g = |\ h_i \quad h_i+\alpha_i\ |\ (\text{mod. } p_i;\ i=1,\ 2,\ \ldots,\ \nu), \quad (6')$$

а означуючи субституцію, яка посуває λ-тий показчик о 1, а всї прочі лишає без зміни, $g\lambda$ — маємо

$$g = g_1^{\alpha_1} g_2^{\alpha_2} \ldots g_\nu^{\alpha_\nu} (\alpha_i = 0,\ 1,\ 2, \ldots,\ k-1;\ i=1,\ 2, \ldots,\ \nu) \quad (5')$$

Порядок субституції (5') є $p_1 p_2\ \ldots\ p_\nu = n$.

Субституції (4) і (6) називаємо **зложеними циклїчними**.

Коли $p_1 = p_2 = \ldots = p_\nu$, отже $n = p^\nu$, субституція g називаєть ся **аритметичною** (aritmetisch) **порядку** p^ν, а ґрупа, утворена з тих субституцій, **аритметичною***).

Ми бачили, що порядок циклїчної ґрупи (1) був p, отже рівний степеневи ґрупи; так само порядок аритметичної ґрупи буде p^ν, отже рівний її степеневи, бо добір показчиків α_i в (5) допускає p^ν комбінацій.

§. 42. Анальоґічно до циклїчних функцій, можемо творити **зложені циклїчні функції**. До тої цїли потрібуємо двох або більшої скількости первісних корінів з одиницї, p_1-ого, ω_1, p_2-ого, ω_2, . . ., p_ν-ого, ω_ν. При їх помочи творимо прості циклїчні функції таких елементів, яких всї показчики з виїмком першого є однакові, нпр. для $n = p_1 p_2$:

---

*) Отсю назву впровадив Cauchy, Exercices d' Analyse III. стр. 232.

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l} \varphi_1 = (x_{11} + \omega_1 x_{21} + \omega_1{}^2 x_{31} + \ldots + \omega_1{}^{p-1} x_{p1})^{p_1}, \\ \varphi_2 = (x_{12} + \omega_1 x_{22} + \omega_1{}^2 x_{32} + \ldots + \omega_1{}^{p-1} x_{p2})^{p_1}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \varphi_{p2} = (x_{1p2} + \omega_1 x_{2p2} + \omega_1{}^2 q_{3p2} + \ldots + \omega_1{}^{p-1} x_{p1p2})^{p_1}; \end{array}\right\} \quad (7)$$

ґрупа кождої з тих функцій обіймає тільки такі субституції, які не змінюють других показчиків, отже g_1.

Тепер творимо циклїчну функцію величин φ_λ; їх є p_2, отже мусимо до того ужити коріня ω_2

$$\psi = (\varphi_1 + \omega_2 \varphi_2 + \omega_2{}^2 \varphi_3 + \ldots + \omega_2{}^{2p-1} \varphi_{p2})^{p_2}; \qquad (8)$$

до тої функції належить така ґрупа, яка пересуває циклїчно величини φ, отже ґрупа субституцій g_2. Величини φ є незмінні для ґрупи g_1, отже ціла ґрупа, утворена з субституцій

$$g = g_1{}^{\alpha_1} g_2{}^{\alpha_2} (\alpha_1 = 0, 1, 2, \ldots, p_1 - 1;\ \alpha_2 = 0, 1, 2, \ldots, p_2 - 1) \quad (5'')$$

не може змінювати функції ψ; проте зложена циклїчна ґрупа є ґрупою функції ψ.

Коли маємо більше первих чинників в n, творимо нові циклїчні функції при помочи корінїв $\omega_3, \ldots, \omega_\nu$.

§. 43. Циклїчні субституції пересувають кождий з показчиків о одно або більше місць, отже не лишають нї одного елемента без зміни. Шукаймо тепер такої субституції, яка переводить кождий з показчиків в його многократь; для $n = p$ будемо мати

$$t = |\ z \quad az\ | \ (\text{mod. } p). \qquad (9)$$

Що ті субституції творять ґрупу, виходить з їх комбінації

$$t_a t_b = |\ z \quad az\ | \,.\, |\ z \quad bz\ | = |\ z \quad abz\ | = t_{ab};$$

порядок тої ґрупи є $p-1$, бо за a можна класти всї числа від 1 до $p-1$; вартість $a = 0$, а так само $a = p$, не має значіня.

Ґрупа субституції t є перемінна, бо

$$t_a t_b = t_{ab} = t_{ba} = t_b t_a.$$

Комбінуючи ґрупу субституцій g з ґрупою субституції t, одержуємо ґрупу порядку $p(p-1)$, якої кожду субституцію можна представити в формі

$$s = |\ z \quad az + b\ | \ (a = 1, 2, \ldots, p-1;\ b = 0, 1, \ldots, p-1). \quad (10)$$

Отсю ґрупу називаємо лїнїйною (linear; Jordan) або метациклїчною ((metazyklisch; Kronecker).

Трансформуючи яку небудь циклїчну субституцію субституцією лїнїйної ґрупи, одержимо иншу циклїчну субституцію

Digitized by Google

$$s^{-1}gs = g', \tag{11}$$

або

$$gs = sg'; \tag{12}$$

з огляду на те, що g і g' є субституції циклїчної ґрупи, можемо написати:

$$GS = SG; \tag{13}$$

тут означує G циклїчну ґрупу, а S лїнїйну. З того бачимо, що лїнїйна ґрупа є перемінна з циклїчною. З рівнаня (11) виходить дальше, що циклїчна ґрупа є визначною підґрупою лїнїйної.

§. 44. Функція, яка належить до ґрупи S, називаєть ся метациклїчна. Її можемо утворити так: при помочи ω творимо просту циклїчну функцію

$$\varphi = (x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 + \ldots + \omega^{p-1} x_p)^p \tag{2}$$

яка позваляє на всї субституції g, але під впливом t переходить в

$$(\varphi)_t = (x_a + \omega x_{2a} + \omega^2 x_{3a} + \ldots + \omega^{p-1} x_{pa})^p;$$

показчики при незвісних мусимо скорочувати для (mod. p); приймім, що

$$ka \equiv 1 \pmod{p},$$

тодї маємо:

$$x_a + \omega x_{2a} + \ldots + \omega^{p-1} x_{pa} = \omega^{k-1}(x_1 + \omega x_{1+a} + \omega^2 x_{1+2a} + \ldots + \omega^{p-1} x_{1-a}),$$

а звідси

$$(\varphi)_t = \varphi_a = (x_1 + \omega x_{1+a} + \omega_2 x_{1+2a} + \ldots + \omega^{p-1} x_{1-a})^p;$$

кладучи за a вартости: 1, 2, ... $p-1$, одержимо ряд функцій

$$\left.\begin{aligned}
\varphi_1 &= (x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 + \ldots + \omega^{p-1} x_p)^p, \\
\varphi_2 &= (x_1 + \omega x_3 + \omega^2 x_5 + \ldots + \omega^{p-1} x_{2p-1})^p, \\
\varphi_3 &= (x_1 + \omega x_4 + \omega^2 x_7 + \ldots + \omega^{p-1} x_{3p-2})^p, \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\varphi_{p-1} &= (x_1 + \omega x_p + \omega^2 x_{2p-1} + \ldots + \omega^{p-1} x_{p+1})^p,
\end{aligned}\right\} \tag{14}$$

симетрична функція тих величин буде вже незмінна для всїх субституцій t, бо буде переводити тільки кожде φ в инше.

Отже функція

$$\Phi = (\varphi - \varphi_1)(\varphi - \varphi_2) \ldots (\varphi - \varphi_{p-1})$$

є метациклїчною функцією.

Digitized by Google

§. 45. Подібно як перше, можемо і тут творити лінїйні ґрупи для зложених степенїв. Обмежимо ся тільки до того випадку, де $n = p^m$. В такім разї має субституція t вигляд:

$$t = | h, k, \ldots, l \quad a_1 h + a_2 k + \ldots + a_m l, b_1 h + b_2 k + \ldots + b_m l, \ldots, c_1 h + c_2 k + \ldots c_m l | \pmod{p} \qquad (16)$$

можемо її назвати однородною лінїйною субституцією, бо вона заступає кождий показчик однородною лінїйною функцією всїх инших. Cauchy називає її ґеометричною субституцією (geometrische S.).

Твердженє. Щоби вираженє t представляло (ґеометричну) субституцію, є конечне і вистарчаюче, щоби визначник, утворений з сочинників при показчиках, був зглядно первий до модулу p.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & \ldots & a_m \\ b_1 & b_2 & \ldots & b_m \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c_1 & c_2 & \ldots & c_m \end{vmatrix} \not\equiv 0 \pmod{p}. \qquad (17)$$

Доказ. Коли t має представляти субституцію, тодї мусить істнувати система рівнань

$$\left.\begin{array}{l} a_1 h + a_2 k + \ldots + a_m l \equiv h' \\ b_1 h + b_2 k + \ldots + b_m l \equiv k', \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ c_1 h + c_2 k + \ldots + c_m l \equiv l' \end{array}\right\} \pmod{p}, \qquad (18)$$

отже буде:

$$t = | h, k \ldots, l \quad h', k', \ldots, l' | \pmod{p}$$

і навпаки:

$$t^{-1} = | h', k', \ldots, l \qquad h\, k, \ldots l | \pmod{p}.$$

Щоби з t можна перейти до t^{-1} при помочи рівнань (18), мусить бути визначник (17) зглядно первий до модулу p, бо тодї система (18) не мала би нїякого значіня.

§. 46. Скомбінувавши ґеометричні субституції з аритметичними, одержуємо повну лінїйну ґрупу степеня p^m (volle lineare Gruppe або lineare Kongruenzgruppe).

Її порядок є

$$(p^m - 1)\ (p^m - p)\ (p^m - p^2)\ \ldots\ (p^m - p^{m-1})^{*)}.$$

---

*) Пор Netto, Substitutionentheorie, стр. 155.

Digitized by Google

Повна лінійна ґрупа є переміна з аритметичною. З того виходить, що аритметична ґрупа є визначною підґрупою повної лінійної.

Повна лінійна ґрупа степеня p^2 складаєть ся з двох родів субституцій:

$$\left.\begin{array}{l} g = | \, h\,k \quad h\alpha + a.\ k + \beta \, | \, , \\ t = | \, h,k \quad ah + bk,\ ch + dk \, | \, . \end{array}\right\} (\mathrm{mod.}\ p). \quad (19)$$

Та ґрупа містить в собі як підґрупу т. зв. метацикліччу ґрупу степеня p^2, якою займемо ся в дальшій части нашої праці.

Друга частина.

Теорія рівнань.

VI. Альґебраічні рівнаня.

§. 47. Альґебраічне рівнане називаємо рішимим (auflösbar), коли його можна розвязати в альґебраічнім змислї, т. є представити його корінї як альґебраічні функції сочинників. Що розвязка рівнаня істнує все, виходить з основного твердженя альґебри, яке каже, що кожде рівнане, якого сочинники є дійсними або сполученими числами, має один корінь з обсягу дійсних або сполучених чисел, а тим самим як раз стільки корінїв, кілько одиниць є в степеню рівнаня*).

Помимо того не вміємо розвязати кождого даного рівнаня в альґебраічнім значіню; можемо радше сказати, що рішимі рівнаня є виїмками з поміж усїх, які-б ми могли утворити зі всїх можливих дійсних і злучених чисел.

Теорія ґруп дає спромогу вибирати з поміж всїх рівнань рішимі.

---

*) Доказ основного твердженя альґебри не належить сюди, тільки до теорії функцій. Гл. нпр. Gauss, Vier Beweise für die Zerlegung ganzer alg. Funktionen in reelle Faktoren ersten und zweiten Grades. Ostwald's Klassiker der exakt Wiss. Leipzig, 1898.

Digitized by Google

§. 48. Нехай буде дане альґебраічне рівнане n-того степеня

$$f(x)=0; \qquad (1)$$

коли воно має корінь α, тоді є воно подільне через $x-\alpha$, а квот того діленя є новим рівнанем, але вже степеня $n-1$.

Коли корінь рівнаня (1) α є вимірним числом, рівнане називаєть ся **зведимим** (reduktibel); в противнім разї є рівнане **незведиме** (irreduktibel). Незведимого рівнаня не можна розложити на чинники першого степеня з вимірними сочинниками.

Загал всїх вимірних чисел називаємо **природним обсягом вимірности** (natürlicher Rationalitätsbereich; Kronecker). Той загал має таку характеристичну прикмету, що чотири головні операції, виконувані на числах з того обсягу, дають опять вимірні числа на вислїд. Таку систему чисел, якої елементи не змінюють ся (т. є не виходять поза межі системи) через чотири головні операції, називаємо **тїлом** (Körper; Dedekind).

Коли до обсягу вимірности доберемо якесь число з поза нього, нпр. невимірне або мниме, одержимо новий обсяг; в тім обсягу мусять приходити всї комбінації того долученого числа з числами первісного обсягу. Таку операцію називаємо **долучуванем природних невимірностий** (Adjunktion natürlicher Irrationalitäten), а нове тїло називаємо **розширеним обсягом вимірности** (erweiterter R.) або **розширеним тїлом**. Функції, яких сочинники належать до даного тїла, називають ся **функціями того тїла** (обсягу) або **функціями в тім тїлї** (обсягу) (Funktionen im Körper).

Функцію називаємо **незведимою в данім обсягу**, коли вона не має дїльника в видї функції того обсягу. В тім самім значіню говоримо і про незведимість рівнань.

Незведиме рівнане стає зведимим, коли розширимо первісний обсяг долученем відповідної невимірности. Нпр. квадратне рівнане

$$x^2-2x-2=0$$

є в природнім обсягу вимірности — будемо його називати стало обсягом (R) або тїлом (R) — незведиме; зате стає воно зведиме, коли до (R) долучимо невимірне число $\sqrt{3}$; бо тодї є:

$$x_1=1+\sqrt{3},\ x_2=1-\sqrt{3},$$

отже наше рівнане є подїльне через $x-x_1$ і $x-x_2$.

Розширений обсяг (R) значимо так, що в скобку замикаємо також долучену невимірність, (R,ω); в нашім примірі буде $(R,\sqrt{3})$.

Digitized by Google

З тої точки погляду бачимо, що розвязка рівнань буде полягати на відповіднім розширюваню обсягу вимірности; через те буде ставати рівнанє зведиме, і ми одержимо дільники того рівнаня, $x - a$, обнижуючи рівночасно його степень.

§. 49. Щоби дійти до приміненя теорії ґруп до альґебраічних рівнань, мусимо перше здати собі справу з того, який вплив мають субституції на рівнаня.

Утворім функцію Galois з корінїв даного рівнаня (1); те рівнанє не підлягає нїяким иншим обмеженям, тільки що воно не може мати многократних корінїв. В такім разї ґрупа функції Galois даного рівнаня буде ідентична, а сама та функція матиме $n!$ вартостий. В приміненю до рівнань називаєть ся функція

$$\xi = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ . \ . \ . + \alpha_n x_n \qquad (2)$$

ресольвентою Galois, а рівнанє $n!$-того степеня, утворене з неозначеної величини ξ і всїх вартостий ресольвент (2)

$$F(\xi) = (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) \ . \ . \ . \ (\xi - \xi_n) = 0 \qquad (3)$$

рівнанєм ресольвенти. Знаючи один корінь рівняня (3), можемо знайти всї инші, бо всї вони мають ту саму ґрупу, т. є 1. Отже наш проблем, розвязати рівнанє n-того степеня, т. є знайти **всї** n корінїв, заступаємо иншим, а саме, знайти **один** корінь рівнаня степеня $n!$.

§. 50. Рівнанє (1) вважаємо **загальним**, коли його корінї і сочинники є зовсїм від себе независимі. Приймім тепер, що між корінями даного рівнаня є якась звязь; нпр. вже корінї рівнаня (3) не є независимі, тільки підлягають звязи (2). Таке рівнанє називаємо **спеціяльним**. Отже корінї спеціяльного рівнаня є все ще звязані з собою якоюсь реляцією

$$\Phi(x_1, x_2, \ . \ . \ ., \ x_n) = 0 \qquad (4)$$

або

$$\Phi(x_1, x_2, \ . \ . \ ., \ x_n) = c; \qquad (4')$$

чи дана реляція Φ лучить сочинники рівнаня, чи його корінї, се виходить на одно*). Коли даних більше таких реляцій, тодї методою неозначених сочинників можна їх замінити в одно одиноке рівнанє:

$$\Phi = \Phi_1 \alpha + \Phi_2 \beta + \ . \ . \ . = 0.$$

Кожду з реляцій (4) або (4') можна заступити иншою функцією з того самого ґатунку, бо тодї можна ті дві реляції вираж-

*) Netto, Substitutionentheorie, стр. 161—164.

Digitized by Google

вати взаїмно одну другою. В такім разї кажемо, що ми долучили до рівнаня (1) ґатунок функції (4). До того самого результату дійдемо, коли замість ґатунку функцій введемо ґрупу тої функції. Ґрупа функції Φ називаєть ся ґрупою даного рівнаня.

Нпр. в рівнаню четвертого степеня:

$$x^4 + ax^2 + b = 0,$$

якого корінї є x_1, x_2, x_3, x_4, маємо таку зависимість між корінями: $x_1 + x_2 = 0$, $x_3 + x_4 = 0$, отже

$$\Phi_1 = x_1 + x_2 = 0, \quad \Phi_2 = x_3 + x_4 = 0.$$

Ґрупа першої функції є:

$$G_1 = [1, (12), (34), (12)(34)];$$

добираючи субституцію

$$\sigma = (13)(24)$$

одержуємо ґрупу $G = G_1\sigma$ осьмого порядку, яка рівно-ж не змінить вартости тої функції. Отже ґрупа

$$G = [1, (12), (34), (12)(34), (13)(24), (1423), (1342), (14)(23)]$$

є ґрупою нашого рівнаня.

§. 51. **I. Твердженє.** Коли дане рівнанє $f(x) = 0$, якого корінї є всї ріжні, а сочинники є числами з тїла (R), то все можна знайти таку ґрупу, що кожда функція корінїв рівнаня, яка позволяє на ту ґрупу, дасть ся виразити вимірно знаними величинами, — і навпаки, що кожда функція корінїв, яку можна виразити знаними величинами, позволяє на ту ґрупу*).

Доказ. Рівнанє ресольвенти (3) є симетричною функцією корінїв рівнаня (1). Розложім його на чинники, які є в тїлї (R) незведимі, нехай отже буде:

$$F(\xi) = F_1(\xi) F_2(\xi) \ . \ . \ . ;$$

приймім, що

$$F_1(\xi) = (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) \ . \ . \ . \ (\xi - \xi_\nu).$$

Коли субституції $s_1 = 1$, s_2, s_3, . . ., s_ν переводять в себе величини ξ_1, ξ_2, . . ., ξ_ν, то ґрупа G, зложена з тих субституцій не змінить величини $F_1(\xi)$.

---

*) Serret, Cours d' Algèbre, Paris 1885, II. стр. 639. — Vogt, Leçons etc. стр. 76.

Digitized by Google

Кожду функцію корінїв, незмінну для ґрупи G, можемо виразити вимірно при помочи ресольвенти Galois ξ_1

$$\varphi_1\ (x_1,\ x_2,\ .\ .\ .\ .,\ x_n) = \psi(\xi_1).$$

Виконуючи в тім рівнаню субституції ґрупи G, не змінимо лївої сторони, а права перейде чергою в

$$\psi(\xi_2),\ \psi(\xi_2),\ .\ .\ .\ .,\ \psi(\xi_r)$$

отже будемо мати

$$\varphi_1 = \psi(\xi_1) = \psi(\xi_2) = \ .\ .\ .\ = \psi(\xi_r)$$

або

$$\varphi_1 = \frac{1}{\nu}\,[\psi(\xi_1) + \psi(\xi_2) + \ .\ .\ .\ + \psi(\xi_r)]. \qquad (5)$$

Сума в гранчастій скобцї є симетрична в величинах $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$ отже можна її представити вимірно при помочи $F_1(\xi)$. Звідси виходить, що φ_1 має вимірну вартість в обсягу (R).

Навпаки, коли φ_1 можна представити величинами обсягу (R) то та функція позволяє на ґрупу G. Нехай буде

$$\varphi_1\ (x_1,\ x_2,\ .\ .\ .\ .,\ x_r) = \chi(R),$$

отже вимірна функція величини обсягу R; представмо її ліву сторону як функцію ресольвенти Galois. Коли

$$\varphi_1 = \psi(\xi_1),$$

то і

$$\psi(\xi_1) = \chi(R).$$

Коли те рівнане має один корінь рівнаня $F_1(\xi)$, то воно мусить бути справджене і для всїх инших корінїв того рівнаня, отже

$$\psi(\xi_i) = \chi(R) = \varphi_1.$$

Звідси бачимо, що функція φ_1 не змінюєть ся, коли ξ_1 заступимо иншими вартостями: $\xi_2,\ \xi_3,\ .\ .\ .\ \xi_r$, отже ґрупа G не має на неї впливу.

Ґрупу G називаємо ґрупою рівнаня (1).

§. 52. **II. Твердженє.** Ґрупа незведимого рівнаня є перехідна, і навпаки: рівнанє, яке має перехідну ґрупу, є незведиме.

Доказ. Приймім, що ґрупа G рівнаня (1) є неперехідна; нехай вона переводить в себе $x_1,\ x_2\ .\ .\ .\ x_r$, тодї функція

$$\varphi(x) = (x - x_1)(x - x_2)\ .\ .\ .\ (x - x_r)$$

є незмінна для G. φ належить до ґатунку ґрупи G або до низшого ґа-

Digitized by Google

тунку, отже кождим разом дасть ся представити вимірно. Тодї є $\varphi(x)=0$ дїльником функції $f(x)=0$.

Коли $f(x)$ є зведиме, тодї можемо знайти таке $\varphi(x)$, про яке була бесїда. G не може тодї мати нї одної такої субституції, яка переводила би x_1 в $x_{\nu+1}$, бо тодї звісна функція $\varphi(x)$ не була би незмінна для всїх субституцій з G; отже G мусїло би бути неперехідною ґрупою.

З того слїдує, що незведимість рівнаня і перехідність ґрупи є рівнозначні понятя.

§. 53. Перейдїм тепер до рівнань чотирох низших степенїв, звертаючи увагу на те, що інтересне зі становиска теорії ґруп. Тому то будемо вишукувати дво-, три- і чотиро-вартісні функції і представляти їх вимірно при помочи знаних величин; до тої цїли послужить нам розслїджуване ґруп даних рівнань.

Квадратне рівнане

$$x^2 - c_1 x + c_2 = 0 \tag{6}$$

є все загальне, хиба що наложимо йому умову:

$$x_1 + x_2 = c_1 = 0;$$

тодї рівнане стає специяльне. Знані величини в тім рівнаню є c_1 і c_2, основні симетричні функції корінїв. При їх помочи можна виразити кожду функцію корінїв, отже передовсїм квадрат їх діскрімінанти:

$$\Delta = (x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = c_1{}^2 - 4c_2;$$

се є, як видко, симетрична функція корінїв. Квадратний корінь з неї:

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{c_1{}^2 - 4c_2}$$

є двовартнісний, але вже знаний в величинах c_1 і c_2.

Возьмім тепер яку небудь лїнїйну функцію корінїв

$$\varphi = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2,$$

яку можемо написати також так:

$$\varphi = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}(x_1 + x_2) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}(x_1 - x_2),$$

отже

$$\varphi = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} c_1 + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}\sqrt{c_1{}^2 - 4c_2}$$

Digitized by Google

Спеціяльно маємо для:

$$\alpha_1 = 1,\ \alpha_2 = 0:\ \varphi_1 = x_1 = \frac{c_1}{2} + \tfrac{1}{2}\sqrt{c_1^2 - 4c_2};$$

$$\beta_1 = 0,\ \alpha_2 = 1:\ \varphi_2 = x_2 = \frac{c_1}{2} - \tfrac{1}{2}\sqrt{c_1^2 - 4c_2}.$$

Таким чином виразили ми корінї рівнаня знаними величинами.

Ґрупа квадратного рівнаня є $g = [1, (12)]$; вона змінить тільки вартість коріня з діскрімінанти $\sqrt{\Delta}$.

§. 54. Маючи кубічне рівнане

$$x^3 - c_1 x^2 + c_2 x - c_3 = 0, \tag{7}$$

знаємо передовсїм основні симетричні функції корінїв, c_1, c_2 і c_3, а далї двовартісну функцію, якої квадрат є симетричний, т. є

$$\Delta = (x_1 - x_2)^2 (x_2 - x_3)^2 (x_3 - x_1)^2.$$

Представляючи її симетричними функціями, одержуємо звісний результат:

$$\Delta = -(c_2^3 + 27c_3^2) + 18c_1c_2c_3 + c_1^2c_2^2 - 4c_1^3c_3; \tag{8}$$

квадратний корінь того вираження, $\sqrt{\Delta} = (x_1 - x_2)(x_2 - x_3)(x_3 - x_1)$, є альтернуючою функцією. До тої функції належить альтернуюча ґрупа 3-го степеня:

$$G = [1, (123), (132)].$$

Ресольвента Galois має три вартости для субституції тої ґрупи; отже є вона корінем кубічного рівнаня, якого сочинники є двовартісними функціями. Щоби те друге кубічне рівнане було о скільки мога найпростїйше, приймаємо за ресольвенту Galois функцію

$$\xi_1 = x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3, \tag{9}$$

де ω є третїм коренем з одиниці (се т. зв. ресольвента Lagrange'a). Альтернуюча ґрупа переводить її в ξ_1, $\omega^2\xi_1$, $\omega\xi_1$; третя степень з (9) є проте незмінна для альтернуючої ґрупи; знаючи, що

$$\omega = \tfrac{1}{2}(-1 + i\sqrt{3}),$$

маємо

$$\xi_1^3 = \tfrac{1}{2}(+2c_1^3 - 9c_1c_2 + 27c_3 + 3i\sqrt{3\Delta})$$

або

$$\xi_1^3 = \tfrac{1}{2}(S_1 + 3\sqrt{-3\Delta}).$$

Digitized by Google

Змінюючи знак при $\sqrt{-3\Delta}$, одержимо $\xi_2 = x_1 + \omega^2 x_2 + \omega x_3$,

і

$$\xi_2^3 = \tfrac{1}{2}(S_1 - 3\sqrt{-3\Delta}).$$

Таким чином маємо:

$$\xi_1 = x_1 + \omega x^2 + \omega^2 x_3 = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 + 3\sqrt{-3\Delta})},$$

$$\xi_2 = x_1 + \omega^2 x_3 + \omega x_3 = \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 - 3\sqrt{-3\Delta})},$$

а добираючи ще до того знану реляцію

$$\xi_0 = x_1 + x_2 + x_3 = c_1,$$

маємо:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 &= \tfrac{1}{3}\left[c_1 + \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 + 3\sqrt{-3\Delta})} + \sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 - 3\sqrt{-3\Delta})}\right].\\
x_2 &= \tfrac{1}{3}\left[c_1 + \omega^2\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 + 3\sqrt{-3\Delta})} + \omega\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 - 3\sqrt{-3\Delta})}\right],\\
x_3 &= \tfrac{1}{3}\left[c_1 + \omega\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 + 3\sqrt{-3\Delta})} + \omega^2\sqrt[3]{\tfrac{1}{2}(S_1 - 3\sqrt{-3\Delta})}\right].
\end{aligned}\right\} \quad (10)$$

Се т. зв. метода Lagrange'a.

§. 55. Звичайно уживаємо иншої дороги, а то тому, що обчислюванє величини $\sqrt{-3\Delta}$ є доволї невигідне. Найбільше знана метода Hudde'a*) веде до т. зв. Карданської формулки.

Передовсім мусимо увільнити ся від квадратного члена при помочи підставленя

$$x = y + \tfrac{1}{3}c_1;$$

те поведе нас до рівнаня

$$y^3 - Ay - B = 0, \qquad (11)$$

де

$$A = \tfrac{1}{3}c_1^2 - c_2,$$

$$B = \tfrac{2}{27}c_1^3 - \tfrac{1}{3}c_1 c_2 + c_3.$$

---

*) Serret, Algèbre II. стр. 493.

Digitized by Google

Кладучи

$$y = \alpha + \beta$$

визначуємо ті дві нові незвісні з рівнань

$$\alpha^3 + \beta^3 = B,$$

$$\alpha\beta = \frac{A}{3},$$

або:

$$\beta = \frac{A}{3\alpha},\ \alpha^6 - B\alpha^3 + \frac{A^3}{27} = 0. \qquad (12)$$

Се рівнане є шестого степеня; коли його корінем буде α_1, то прочі пять корінїв будуть: $\omega\alpha_1$, $\omega^2\alpha_1$; β_1, $\omega\beta_1$, $\omega^2\beta_1$, де $\beta_1 = \frac{A}{3\alpha_1}$.

Переходячи до даного рівнаня, одержимо:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \tfrac{1}{3}[c_1 + 3(\alpha_1 + \beta_1)] \\ x_2 &= \tfrac{1}{3}[c_1 + 3(\omega^2\alpha_1 + \omega\beta_1)], \\ x_3 &= \tfrac{1}{3}[c_1 + 3(\omega\alpha_1 + \omega^2\beta_1)]. \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Тепер можемо переконати ся, що

$$x_1 + x_2 + x_3 = c_1,$$

$$x_1 + \omega x_2 + \omega^2 x_3 = 3\alpha_1$$

$$x_1 + \omega^2 x_2 + \omega x_3 = 3\alpha_2,$$

т. зн., що $\xi_1 = 3\alpha_1$, $\xi_2 = 3\alpha_2$, отже обі розвязки є ідентичні. — Загадану формулу Кардана одержимо, розвязуючи (12) для α і β:

$$\alpha = \sqrt[3]{\frac{B}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A}{3}\right)^3}},$$

$$\beta = \sqrt[3]{\frac{B}{2} \mp \sqrt{\left(\frac{B}{2}\right)^2 - \left(\frac{A}{3}\right)^3}},$$

$$x_1 = \tfrac{1}{3}\left[c_1 + 3\sqrt[3]{B + \sqrt{B^2 - 4\left(\frac{A}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{B - \sqrt{B^2 - 4\left(\frac{A}{3}\right)^3}}\right];$$

порівнуючи те вираженє з

$$\xi_1^{\,3} = \tfrac{1}{2}(S_1 + 3\sqrt{-3\Delta}),$$

Digitized by Google

переконаємо ся рівно-ж, що $S_1 = 27B$, а

$$3\sqrt{-3\Delta} = 27\sqrt{B^2 - 4\left(\frac{A}{3}\right)^3}.$$

§. 56. Маючи рівнане четвертого степеня

$$f(x) = x^4 - c_1x^3 + c_2x^2 - c_3x + c_4 = 0, \qquad (14)$$

знаємо передовсїм основні симетричні функції його корінів, а діскрімінанту можемо легко обчислити. Розгляньмо ся тепер в ріжних ґрупах четвертого степеня і добираймо до них відповідні функції. До тої цїли ужиймо означень з §. 30.

Наше рівнане є загальне, отже його ґрупа є симетрична G, порядку 24.

Ґрупою діскрімінанта є альтернуюча ґрупа H порядку 12.

З симетричної ґрупи G можемо ще утворити три спряжені ґрупи Γ_1, Γ_2, Γ_3 порядку 8 (§. 32): ґрупу

$$\Gamma_1 = [1, (12), (34), (12)(34), (13)(24), (14)(23)],$$

яка не змінює функції

$$\varphi_1 = x_1x_2 + x_3x_4;$$

трансформуючи її транспозицією (23) одержуємо ґрупу

$$\Gamma_2 = [1, (13), (24), (12)(34), (13)(24), (14)(23)],$$

належну до функції

$$\varphi_2 = x_1x_3 + x_2x_4,$$

а через трансформацію (24) доходимо до

$$\Gamma_3 = [1, (14), (23), (12)(34), (13)(24), (14)(23)]$$

з функцією

$$\varphi_3 = x_1x_4 + x_2x_3.$$

Ті три ґрупи є підґрупами симетричної, а не альтернуючої; тому то не можна функціями φ виразити квадратного коріня діскрімінанта.

Перекрій тих трьох ґруп дає ґрупу порядку 4:

$$K = [1, (12)(34), (13)(24), (14)(23)],$$

якої функцію одержимо, комбінуючи всї три φ:

$$z_1 = \varphi_1 + \omega\varphi_2 + \omega^2\varphi_3 \quad \left(\omega = \frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right), \qquad (15)$$

Digitized by Google

Третя степень тої функції є двовартісна, і її можна представити при помочи $\sqrt{\Delta}$.

Кожда з ґруп Γ містить в собі ще підґрупу порядку 4:

$$J_1 = [1,\ (12),\ (34),\ (12)(34)],$$
$$J_2 = [1,\ (13),\ (24),\ (13)(24)].$$
$$J_3 = [1,\ (14)\ (23),\ (14)(23)];$$

Їх функції є:

$$\left.\begin{aligned} g_1 &= x_1 + x_2 - x_3 - x_4, \\ g_2 &= x_1 - x_2 + x_3 - x_4, \\ g_3 &= x_1 - x_2 - x_3 + x_4. \end{aligned}\right\} \qquad (16)$$

Крім того маємо ще чотири циклічні ґрупи порядку 4

$$C_1 = [1,\ (1324),\ (12)(34),\ (1423)],$$
$$C_2 = [1,\ (1234),\ (13)(24),\ (1432)],$$
$$C_3 = [1,\ (1243),\ (14)(23),\ (1342)];$$

їх функції є очивидно теж циклічні. До C_1 належить

$$\xi = (x_1 + \varepsilon x_3 + \varepsilon^2 x_2 + \varepsilon^3 x_4)^4,$$

де ε є корінем двочленного рівнаня четвертого степеня, т. є $\pm i$. Приймаючи раз $\varepsilon = i$, другий раз $\varepsilon = -i$, маємо:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= [(x_1 - x_2) + i(x_3 - x_4)]^4, \\ \xi_1' &= [(x_1 - x_2) - i(x_3 - x_4)]^4; \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

до C_2 і C_3 належать:

$$\left.\begin{aligned} \xi_2 &= [(x_1 - x_3) + i(x_2 - x_4)]^4, \\ \xi_2' &= [(x_1 - x_3) - i(x_2 - x_4)]^4, \end{aligned}\right| \left.\begin{aligned} \xi_3 &= [(x_1 - x_4) + i(x_2 - x_3)]^4, \\ \xi_2' &= [(x_1 - x_4) - i(x_2 - x_3)]^4. \end{aligned}\right\} \qquad (17')$$

Приходимо тепер до ґруп другого порядку:

$$L_1 = [1,\ (12)(34)],\ L_2 = [1,\ (13)(24)],\ L_3 = [1,\ (14)(23)];$$

ті ґрупи є квадратами субституцій з ґруп C; до них належать функції, які є квадратними корінями функцій ξ.

Крім L маємо ще инші ґрупи другого порядку:

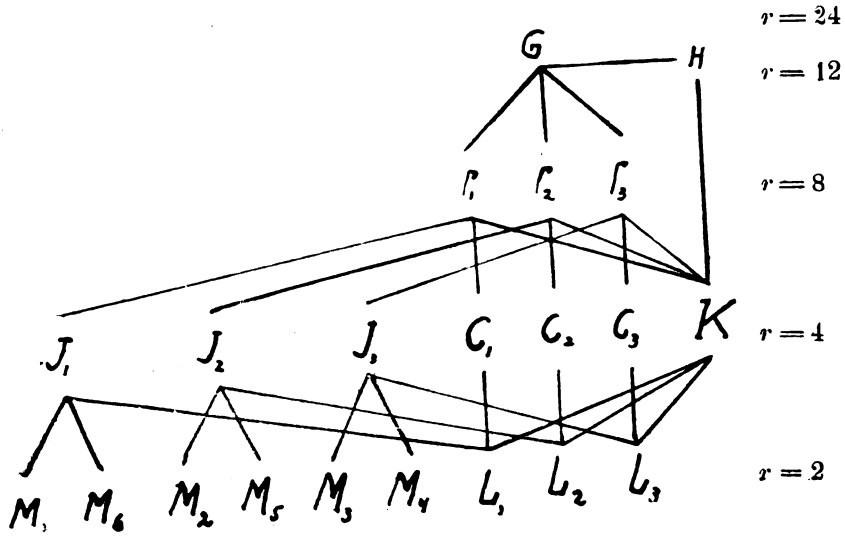
$$M_1 = [1,\ (12)],\ M_2 = [1,\ (13)],\ M_3 = [1,\ (14)],\ M_4 = [1,\ (23)],$$
$$M_5 = [1,\ (24)],\ M_6 = [1,\ (34)];$$

до них можемо дібрати такі функції, як

$$u_1(x_1 + x_2) + u_2 x_3 + u_3 x_4.$$

Digitized by Google

В тім розслїдї не узглядняли ми підґруп шестого порядку, які є неперехідні, бо змінюють тільки три елементи. — Підґрупи симетричної ґрупи G можемо представити такою таблицею:



§. 57. Після тої таблицї укладаємо розвязку нашого рівнаня. Метода Lagrange'а вимагає, щоби шукати функцій, які належать до ґруп Γ_1, Γ_2, Γ_3. Ті функції є корінями кубічного рівнаня

$$\varphi^3 - c_2\varphi^2 + (c_1c_3 - 4c_4)\varphi - (c_1{}^2c_4 - 4c_2c_4 + c_3{}^2) = 0 \qquad (18)$$

(гл. §. 37). Знаючи один з них, можемо обчислити функції, належні до ґрупи J_1, J_2, J_3, бо ті ґрупи є визначними підґрупами для Γ_1, Γ_2, Γ_3; до тої цїли треба тільки розвязати одно квадратне рівнане. Потім можемо представляти кождий ґатунок функцій одною з поміж них.

Нпр. функція $t_1 = x_1 + x_2$, що належить до J_1, переходить через Γ_1 в $t = x_3 + x_4$, отже t_1 і t_2 є корінями квадратного рівнаня

$$t^2 - c_1t + (\varphi_2 + \varphi_3) = 0,$$

а що $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = c_2$, то $\varphi_2 + \varphi_3 = c_2 - \varphi_1$, отже

$$t^2 - c_1t + (c_2 - \varphi_1) = 0.$$

Визначім тепер один корінь того рівнаня, нпр. t_1, а будемо мати другий: $t_2 = c_1 - t_1$, отже взагалї маємо такі реляції:

$$x_1 + x_2 = t_1, \qquad x_3 + x_4 = t_2,$$

$$t_2x_1x_2 + t_1x_3x_4 = c_3. \qquad x_1x_2 + x_3x_4 = \varphi_1.$$

Digitized by Google

З двох долїшнїх рівнань виходить:

$$x_1x_2 = \frac{c_3 - \varphi_1 t_1}{t_2 - t_1}, \quad x_3x_4 = \frac{c_3 - \varphi_1 t_2}{t_1 - t_2},$$

а комбінуючи їх з горішнїми, одержуємо вже корінї даного рівнаня.

Провідна думка методи Lagrange'а є та, щоби визначити один корінь рівнаня третого степеня і корінї трьох квадратних рівнань. — Ми посували ся від функцій φ до t і до x; дотичні ґрупи були: Γ, J, M, 1; кожда з тих ґруп була визначною попередньої, а ряд сочинників зложеня був: 3, 2, 2, 2. Звідси бачимо, що порядок ґрупи r спадає відразу на $\frac{r}{m}$, коли ми розвяжемо помічне рівнане m-того степеня.

§. 58. Модіфікація тої методи лежить в тім, що виходимо від функцій ґруп J, і при їх помочи представляємо всї другі. Функція ґрупи J_1

$$g_1 = x_1 + x_2 - x_3 - x_4$$

має для Γ_1 дві вартости, g_1 і $-g_1$. Легко переконати ся, що

$$g_1^2 = c_1^2 - 4(c_2 - \varphi_1).$$

Звідси можна обчислити $x_1 + x_2$, x_1x_2; $x_3 + x_4$, x_3x_4 через g_1, але лїпше поступити так:

Функція g_1 має шість вартостий, з того три ріжні, а другі три ріжнять ся від тамтих тільки знаками, отже g_1 є корінем рівнаня шестого степеня; кладучи $g_1^2 = \vartheta$, маємо те рівнане:

$$(\vartheta - \vartheta_1)(\vartheta - \vartheta_2)(\vartheta - \vartheta_3) = \vartheta^3 + (8c_2 - 3c_1^2)\vartheta^2 + (8c_1^4 - 16c_1^2c^2 + 16c_2^2 + 16c_1c_3 - 64c_4)\vartheta + (c_1^3 + 4c_1c_2 - 8c_3)^2 = 0$$

Нехай будуть ϑ_1, ϑ_2, ϑ_3 його корінями, тодї маємо:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{c_1 + \sqrt{\vartheta_1} + \sqrt{\vartheta_2} + \sqrt{\vartheta_3}}{4}, \\ x_2 &= \frac{c_1 + \sqrt{\vartheta_1} - \sqrt{\vartheta_2} - \sqrt{\vartheta_3}}{4}, \\ x_3 &= \frac{c_1 - \sqrt{\vartheta_1} + \sqrt{\vartheta_2} - \sqrt{\vartheta_3}}{4}, \\ x_4 &= \frac{c_1 - \sqrt{\vartheta_1} - \sqrt{\vartheta_2} + \sqrt{\vartheta_3}}{4}. \end{aligned}\right\} \quad (19)$$

§. 59. Метода Euler'а полягає на тім, що йдемо рядом зложеня G, Γ, C, L, 1. Функції, які належать до ґрупи C, є корінями

рівнаня шестого степеня; але тому, що C є вичначною підґрупою ґрупи Γ з показчиком 2, одержимо функцію ґрупи C, добуваючи другий корінь з функції ґрупи Γ. Функції $\xi_1+\xi_1'$ або $(\xi_1-\xi_1')^2$ належать до ґрупи C_1, отже можна їх представити при помочи φ.

Маємо:

$$\xi_1+\xi_1'=2[(x_1-x_2)^4-6(x_1-x_2)^2(x_3-x_4)^2+(x_3-x_4)^4]$$
$$=4[(x_1-x_2)^2-(x_3-x_4)^2]^2-2[(x_1-x_2)^2+(x_3-x_4)]^2$$
$$=4\vartheta_2\vartheta_3-2(c_1^2-2c_2-2\varphi_1)^2;$$

$\vartheta_2\vartheta_3$ можна представити при помочи ϑ_1 т. є при помочи φ_1, бо

$$\vartheta_1\vartheta_2\vartheta_3=(c_1^3+4c_1c_2-8c_3)^2=(c_1^2-4c_2+4\varphi_1)\vartheta_2\vartheta_3,$$

отже

$$\vartheta_2\vartheta_3=\frac{(c_1^3+4c_1c_2-8c_2)^2}{c_1^2-4c_2+4\varphi_1}=Q.$$

Дальше маємо:

$$\xi_1\xi_1'=(c_1^2-2c_2-3\varphi_1)^2,$$

отже ξ і ξ_1' є корінями рівнаня:

$$\xi^2-[4Q-2(c_1^2-2c_2-2\varphi_1)^2]\,\xi+(c_1^2-2c_2-2\varphi_1)^2=0. \quad (20)$$

З того рівнаня можемо обчислити кожду функцію корінів, а навіть самі коріні, як фукції величини $\sqrt[4]{\vartheta_1}$; лекше однак поступити в инакший спосіб. В функції

$$\sqrt[4]{\xi_1}=x_1+ix_3+i^2x_2+i^3x_4$$

заступаємо i раз через i^2, другий раз через i^3; субституції ґрупи C не змінять тих нових функцій,

$$g_1=x_1-x_3+x_2-x_4,$$
$$\sqrt[4]{\xi_1'}=x_1-ix_3-x_2+ix_4,$$

отже можна їх всї представити в ξ_1. Добираючи до них ще

$$c_1=x_1+x_2+x_3+x_4,$$

маємо:

$$x_1=\tfrac{1}{4}(c_1+\sqrt[4]{\xi_1}+g_1+\sqrt[4]{\xi_1'})$$

і подібні вираженя для других корінів. Величини

$$\left.\begin{aligned} A&=\frac{g_1\sqrt{\xi_1}}{\xi_1}\\ \text{і}\qquad B&=\frac{\sqrt[4]{\xi_1}\,\sqrt[4]{\xi_1'}}{\xi_1}\end{aligned}\right\} \qquad (21)$$

Digitized by Google

належать до ґрупи C_1, отже можна їх виразити при помочи ξ_1; звідси слідує:

$$x_1 = \frac{1}{4}\left[c_1 + \sqrt[4]{\xi_1} + A\left(\sqrt[4]{\xi_1}\right)^2 + B\left(\sqrt[4]{\xi_1}\right)^3\right].$$

§. 60. Найвигіднійша до практичного численя є слідуюча метода:*) Позбувши ся в рівнаню (14) члена з x^3,

$$y^4 - py^2 - qy + r = 0, \tag{22}$$

кладемо:

$$y = \sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta + \gamma\sqrt{\alpha}}; \tag{23}$$

через двократне квадроване доходимо до

$$y^4 - 2(\alpha + \beta)y^2 - 4\alpha\gamma y + (\alpha - \beta)^2 - \gamma^2 = 0, \tag{24}$$

а порівнуючи сочинники обох рівнань, (22) і (24), одержуємо:

$$\alpha + \beta = \frac{p}{2},\ \alpha\gamma = \frac{q}{4},\ (\alpha - \beta)^2 - \gamma^2 = r,$$

а звідси

$$\beta = \frac{p}{2} - \alpha,\ \gamma = \frac{q}{4\alpha},\ \left(2\alpha - \frac{p}{2}\right)^2 - \frac{q^2}{16\alpha} - r = 0,$$

т. є

$$\alpha_1^3 - \frac{p}{2}\alpha^2 + \left(\frac{p^2}{16} - \frac{r}{4}\right)\alpha - \frac{q^2}{64} = 0.$$

Нехай буде u_1 корінем того рівнаня, тоді маємо, коли заступимо сочинники рівнаня величинами α β, γ:

$$u^3 - (\alpha + \beta)u^2 + \left(\alpha\beta + \frac{\alpha\gamma^2}{4}\right)u - \frac{\alpha^2\gamma^2}{4} = 0.$$

Поділїм тепер те рівнанє через $u - \alpha$; квот буде:

$$u^2 - \beta u + \frac{\alpha\gamma^2}{4} = 0;$$

корінї того нового рівнаня є:

$$u_2 = \frac{\beta}{2} + \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - \frac{\alpha\gamma^2}{4}} = \tfrac{1}{2}(\beta + \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma^2}),$$

$$u_3 = \frac{\beta}{2} - \sqrt{\frac{\beta^2}{4} - \frac{\alpha\gamma^2}{4}} = \tfrac{1}{2}(\beta - \sqrt{\beta^2 - \alpha\gamma^2}).$$

Звідси:

$$\sqrt{u_2} + \sqrt{u_3} = \sqrt{\beta + \gamma\sqrt{\alpha}},$$

*) Метода Euler'a, інтерпретована моїм Вп. професором Тадеєм Цвойдзінським, тепер проф. ґімназії у Львові.

Digitized by Google

отже

$$y = \sqrt{u_1} + \sqrt{u_2} + \sqrt{u_3},$$

а корінь первісного рівнаня:

$$x = \frac{c_1}{4} + \sqrt{u_1} + \sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}.$$

Функції $\sqrt{u_2}$ і $\sqrt{u_3}$ є двовартісні; отже добираючи всї комбінації знаків + і —, одержуємо чотири корінї рівнаня (14).

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{c_1}{4} + \sqrt{u_1} + \sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}, \\ x_2 &= \frac{c_1}{4} + \sqrt{u_1} + \sqrt{u_2} - \sqrt{u_3}, \\ x_3 &= \frac{c_1}{4} + \sqrt{u_1} - \sqrt{u_2} - \sqrt{u_3}, \\ x_4 &= \frac{c_1}{4} + \sqrt{u_1} - \sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}. \end{aligned}\right\} \qquad (25)$$

§. 60 а. **Метода Дивільковського*).** Рівнане, увільнене від кубічного члена,

$$y^4 - py^2 - qy + r = 0, \qquad (22)$$

можемо розвязувати також при помочи підставленя

$$y = \alpha z + \beta; \qquad (26)$$

через те одержимо нове рівнане в z, якому хочемо надати форму відворотного:

$$Az^4 + Bz^3 + Cz^2 + Bz + A = 0. \qquad (27)$$

Вставляючи вартість (26) в (22), одержимо такі реляції:

$$\left.\begin{aligned} \alpha^4 &= \beta^4 - p\beta^2 - q\beta + r, \\ 4\alpha^3\beta &= 4\alpha\beta^3 - 2p\alpha\beta - q\alpha, \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

а звідси

$$\alpha^2 = \frac{4\beta^3 - 2p\beta - q}{4\beta}. \qquad (28\ \text{a})$$

Вставивши те остатне виражене в перше рівнане (28), одержимо кубічну ресальвенту для β

---

*) Отсю методу прислав ш. автор до редакції „Збірника".

Digitized by Google

$$-8q\beta+(16r-4p^2)\beta^2-4pq\beta-q^2=0, \qquad (29)$$

з якої одержимо β. Знаючи його, знаємо легко і α, а тоді вже маємо і сочинники відворотного рівнаня (27)

$$A=\alpha^2,$$

$$B=4\alpha\beta,$$

$$C=6\beta^2+\alpha.$$

§. 61. Спеціяльні рівнаня третого і четвертого степеня мають ґрупи, менші від симетричної. Їх пізнаємо по тім, що котрийсь один з сочинників (або їх більше) є 0; т. зн., що між корінями того рівнаня панує вже якась зависимість.

Спеціяльне кубічне рівнане має ґрупу $G=[1, (123), (132)]$ третього порядку; се циклїчна ґрупа, отже і приналежна функція буде теж циклїчна. Тоді рівнане належить до типу т. зв. **Абелевих рівнань**; до його розвязки треба витягнути тільки один третїй корінь.

Спеціяльні рівнаня четвертого степеня можуть мати тільки ті підґрупи симетричної ґрупи, які є перехідні, т. зн.

1. альтернуючу ґрупу H;
2. одну з ґруп осьмого порядку Γ_1, Γ_2, Γ_3;
3. ґрупу K;
4. одну з циклїчних ґруп C_1, C_2, C_3.

Рівнаня з альтернуючою ґрупою мають як діскрімінанту повний квадрат функції з вимірними сочинниками в тїлї (R); отже функції φ_1, φ_2, φ_3 одержимо, витягаючи один третїй корінь. — Коли рівнане має одну з ґруп Γ, то рівнане $(\vartheta-\vartheta_1)(\vartheta-\vartheta_2)(\vartheta-\vartheta_3)=0$ має один вимірний корінь; сюди належать двоквадратні і відворотні рівнаня. Їх розвязуємо, витягаючи два рази квадратний корінь. — Ґрупа K вказує на те, що рівнане (14) має три вимірні корінї, отже ті рівнаня розвязуєть ся також двократним витяганєм квадратного коріня. — Врештї рівнаня з циклїчними ґрупами є **Абелеві***).

§. 62. Рівнань висших степенів не можемо розвязувати тими методами. Розвязка рівнаня полягала тут на тім, що ми творили якусь нову функцію, звану взагалї **ресольвентою**, долучуючи до пер-

---

*) Роздїл про рівнани 2—4 степеня оброблений по части на основі Vogt'a: Leçons etc.

Digitized by Google

вісного обсягу вимірности що раз то нові невимірности. Початкове рівнане мало симетричну ґрупу, а кожда з ресольвент належала вже до низшої ґрупи. Таким чином ми доходили до одновартісних функцій корінів, т. зн. до самих корінів, яких ґрупа була 1. Отже обсяг вимірности що раз то розширював ся, а ґрупа рівнаня зменшала ся. Дійшовши з ґрупою до краю, мали ми коріні представлені вимірно в величинах того найширшого обсягу.

Lagrange пробував розвязувати загальні рівнаня при помочи ресольвент. Нехай буде дане рівнане

$$f(x) = 0 \qquad (1)$$

степеня n, де $n = m.p$, p — перве число. В такім разї ділимо всї коріни на p кляс по m корінів і творимо суми тих поодиноких кляс: коріням надаємо по два показчики, як ми се вже робили, §. 40.

$$\left.\begin{array}{l} X_1 = x_{11} + x_{12} + x_{13} + \ldots + x_{1m}, \\ X_2 = x_{21} + x_{22} + x_{23} + \ldots + x_{2m}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ X_p = x_{p1} + x_{p2} + x_{p3} + \ldots + x_{pm}. \end{array}\right\} \qquad (2)$$

Кожде X_i є незмінне для таких субституцій, які пересувають тільки другі показчики; отже ґрупа, яка не змінить нї одного X, є неперехідна, порядку $(m!)^p$. Инші субституції, які змінюють тільки перші показчики, пересувають лише величини X поміж собою, не змінюючи їх вартостий. Отже кожда симетрична функція величини X зістане незмінна для тої другої ґрупи, порядку $p!$, а тим самим і для комбінації обох ґруп, т. є для ґрупи порядку $p!(m!)^p$. Проте скількість всїх ріжних вартостий тих симетричних функцій величини X є

$$\varrho = \frac{n!}{p!(m!)^p},$$

а всї вони будуть корінями рівнаня степеня ϱ. Знаючи один з корінїв того рівнаня, можемо обчислити всї инші, бо вони всї належать до тої самої ґрупи.

Розширім тепер наш обсяг вимірности p-тим корінем з одиниці ω і утворім вирази:

Digitized by Google

$$\xi_1 = (X_1 + \omega X_2 + \omega^2 X_3 + \ldots + \omega^{p-1} X_p)^p,$$

$$\xi_2 = (X_1 + \omega^2 X_2 + \omega^4 X_3 + \ldots + \omega^{2(p-1)} X_p)^p,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\xi_{p-1} = (X_1 + \omega^{p-1} X_2 + \omega^{2(p-1)} X_3 + \ldots + \omega^{(p-1)^2} X_p)^p;$$

се т. зв. ресольвенти Lagrange'a; вони повстають в той спосіб, що в ξ_1 напишемо на місци ω чергою: $\omega^2, \omega^3, \ldots, \omega^{p-1}$. Кождиї з тих виразів є незмінний для тих субституцій, які збільшують показчики величин X; се аритметичні субституції. Коли-ж утворимо симетричні функції тих величин, то вони будуть незмінні ще й для тих субституцій, які множать кождий показчик тим самим числом; їх є $(p-1)$, отже симетричні функції величин X мають ґрупу порядку $p(p-1)$, а їх всїх буде $\frac{p!}{p(p-1)} = (p-2)!$, т. зн., що з рівнаня того степеня можна обчислити кожду таку симетричну функцію. З того рівнаня потрібуємо взяти тільки один який небудь корінь і ним потрафимо представити всї симетричні функції величини ξ:

$$\xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_{p-1} = \sigma_1 = r_1(\sigma_1)$$

$$\xi_1 \xi_2 + \ldots + \xi_{p-2} \xi_{p-1} = \sigma_2 = r_2(\sigma_1)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\xi_1 \xi_2 \ldots \xi_{p-1} = \sigma_{p-1} = r_{p-1}(\sigma_1);$$

ті величини є корінями степеня рівнаня $p-1$:

$$\xi^{p-1} - r_1 \xi^{p-2} + \ldots + r_{p-1} = 0 \qquad (3)$$

Знаючи знов тільки один корінь того нового рівнаня, можемо обчислити всї инші вимірно, бо всї вони мають ту саму ґрупу: $\xi_1 = R_1(\xi_1)$, $\xi_2 = R_2(\xi_1) \ldots$, $\xi_{p-1} = R_{p-1}(\xi_1)$. Далї знаємо ще величину ξ_0, яку одержимо, коли ω заступимо 1, т. є:

$$\xi_0 = (X_1 + X_2 + \ldots + X_p)^p = a^p,$$

де a є першим із сочинників рівнаня (1) (сума всїх корінїв).

Тепер треба нам тільки витягнути один n-тий корінь з величин ξ_i; також і ті всї корінї дадуть ся обчислити одним з них, бо всї мають ту саму ґрупу порядку $(m!)^p$, отже

Digitized by Google

$\sqrt[p]{\xi_1} = u_1$, $\sqrt[p]{\xi_2} = \varphi_2(u_1)$, $\sqrt[p]{\xi_3} = \varphi_3(u_1), \ldots, \sqrt[p]{\xi_{p-1}} = \varphi_{p-1}(u_1)$, т. зн.

$$X_1 + X_2 + \ldots + X_p = a$$

$$X_1 + \omega X_2 + \ldots + \omega^{p-1} X_p = u_1 = \varphi_1(u_1)$$

$$X_1 + \omega^2 X_2 + \ldots + \omega^{p-1} X_p = \varphi_2(u_1)$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$X_1 + \omega^{p-1} X_2 + \ldots + \omega^{(p-1)^2} X_p = \varphi_{p-1}(u_1).$$

Розвязка тих рівнань з огляду на X дає

$$X_k = \frac{1}{p}\left[a + \sum_{i=1}^{p-1} \omega^{-ki} \varphi_i(u_1) \right]$$

Отже, щоби розвязати рівнане (1) степеня $n = mp$, мусимо:

1. розвязати одно рівнане степеня $\varrho = \frac{n!}{p!(m!)^p}$ і взяти з нього один корінь;

2. розвязати рівнане степеня $(p-2)!$, яке дасть ся утворити з вимірних функцій коріня попереднього рівнаня, і взяти з нього знов один корінь;

3. розвязати рівнане степеня $(p-1)$, яке утворить ся з попереднього рівнаня;

4. витягнути p-тий корінь з величини ξ_1, т. зн. розвязати рівнане степеня p: $y^p - \xi_1^r = 0$.

Добуток степенів тих всїх рівнань є $\frac{n!}{p!(m!)^p} \cdot (p-2)!\,(p-1)p$ $= \frac{n!}{(m!)^p}$, т. зн., що розвязка рівнаня степеня n залежить від рівнаня степеня $\gamma = \frac{n!}{(m!)^p}$: через відповідний розклад числа n на чинники можемо знайти найменшу вартість числа γ.

§. 63. Коли степень рівнаня є первий, т. є $n = p$, $m = 1$, тодї відпадає перше рівнане степеня ϱ, бо $\varrho = 1$, отже величини X є ідентичні з корінями даного рівнаня. Для $n = p$ маємо проте розвязати

Digitized by Google

рівнане степеня $(n-2)!$, степеня $(n-1)$ і витягнути один n-тий корінь. Коли $n > 4$, то $(n-2)! > n$ для кождого первого числа, отже фактично приходимо до рівнаня висшого степеня, замість зблизити ся до розвязки. Для $n = 3$ є $(n-2)! = 1$, отже відпадає й друге рівнане, і ми маємо тільки розвязати одно квадратне рівнане і витягнути один кубічний корінь, як се дійсно ми виконували.

Коли n є зложеним числом, і ми остаточно дійшли до розвязки четвертого рівнаня, отже знайшли вже всї X, тодї рівночасно з кождим

$$X_i = x_{i1} + x_{i2} + \ldots + x_{im}$$

знаємо й всї симетричні функції величин x_{i1}, x_{i2}, x_{im}, бо вони всї мають ту саму ґрупу. Длятого вже маємо до дїла з проблемою низшого степеня, бо з розвязкою рівнаня степеня m, яке має корінї $x_{i1}, x_{i2}, \ldots x_{im}$. Коли m є перве число, розвязуємо рівнане, як показано висше; коли-ж $m = m_1 p_1$, де p_1 є первий чинник з m, творимо нові ресольвенти вказаним способом. Подїлїм тих m корінїв знов на p_1 ґруп так: коли приймемо, що $x_{ik} = x^{(i)}_{rs}$, то пишемо таблицю:

$$\begin{array}{l} x^{(i)}_{11}, x^{(i)}_{12}, \ldots, x^{(i)}_{1m_1}, \\ x^{(i)}_{21}, x^{(i)}_{12}, \ldots, x^{(i)}_{2m_1}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ x^{(i)}_{p_1 1}, x^{(i)}_{p_1 2}, \ldots, x^{(i)}_{p_1 m_1}, \end{array}$$

і творимо:

$$\begin{array}{l} X^{(i)}_1 = x^{(i)}_{11} + x^{(i)}_{12} + \ldots + x^{(i)}_{1m_1}, \\ X^{(i)}_2 = x^{(i)}_{21} + x^{(i)}_{22} + \ldots + x^{(i)}_{2m_1}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ X^{(i)}_{p_1} = x^{(i)}_{p_1 1} + x^{(i)}_{p_1 2} + \ldots + x^{(i)}_{p_1 m_1}, \end{array}$$

анальоґічно як спершу, — аж дійдемо до $m_{\lambda-1} = p_\lambda m_\lambda$, де p_λ і m_λ є вже перві числа.

При зложених степенях мусимо проте добирати найдогіднїйшу комбінацію числа m і p, щоби γ вийшло minimum. Для $n = 4$ ма-

Digitized by Google

емо: $m=2$ і $p=2$, т. зн. $\varrho=\frac{4!}{2!(2!)^2}=3$; отже при рівнанях четвертого степеня маємо розвязати рівнаня степенів: 3, 2, 1, 2,

Для $n=6$, маємо: $m=2$, $p=3$, або $m=3$, $p=2$. Перше дає: $\varrho=\frac{6!}{3!(2!)^3}=15$, друге дає: $\varrho=\frac{6!}{2!(3!)^2}=10$, отже маємо розвязувати рівнаня таких степенів:

а) 15, 1, 2, 3; б) 10, 1, 1, 2, Кождим разом маємо тут ресольвенту висшого степеня ніж дане рівнанє.

VII. Альґебраічна розвязка рівнань.

§. 64. Альґебраічне рівнанє

$$f(x)=x^n+c_1x^{n-1}+\ldots+c_{n-1}x+c_n=0, \qquad (1)$$

якого сочинники є величинами з обсягу (R), незведиме в тім обсягу, назвали ми рішимим, коли його коріні можемо представити як функції сочинників при помочи скінченого числа таких операцій: додаваня, відниманя, множеня, діленя, степенованя й корінованя.

Виконуючи пять перших операцій (степенованє тільки цїлочисельним виложником) не виходимо поза обсяг (R); зате при корінованю одержуємо числа, які не належать до обсягу (R). Тодї одержуємо розширений обсяг (R').

Можна обмежити ся все на добуваню таких корінїв, яких виложники є первими числами, бо зложений корінь, $m.n$-тий, можна розложити на добуванє m-того й n-того коріня.

Функції, які одержуємо через корінованє, називаємо альґебраічними функціями величин з обсягу (R). Отже щоби з вимірної функції одержати альґебраічну, мусимо добути з неї якийсь p-тий корінь (p перве число). Нехай буде $F(R)$ тою вимірною функцією, а V величиною, яку одержуємо через добутє коріня, тодї маємо:

$$V^p=F(R). \qquad (2)$$

а звідси

$$V=\sqrt[p]{F(R)}.$$

Digitized by Google

Долучуючуючи до обсягу (R) величину V, одержуємо новий обсяг $(R; V)$.

Рівнанє (1), яке було в обсягу (R) незведиме, може по долученю величини V стати зведимим; бо коли нпр. $x^n - \varphi$ є в (R) незведиме, т. зн. φ не є повною n-тою степенію, то приймаючи $\varphi = V^n$ і долучивши V до (R) одержимо рівнанє зведиме, бо $x^n - V^n$ є подільне через $x - V$.

Обсяг (R') можна знова розширити новим невимірним числом; назвавши першу невимірність V_r:

$$V^{p_r}_r = F_r(R)$$

одержимо дальшу невимірність:

$$V^{p_{r-1}}_{r-1} = F_{r-1}(R; V_r);$$

те саме можемо повторити дальше:

$$\left.\begin{array}{l} V^{p_{r-2}}_{r-2} = F_{r-2}(R; V_r, V_{r-1}), \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ V^{p_1}_1 = F_1(R; V_r, V_{r-1}, \ldots, V_2). \end{array}\right\} \qquad (3)$$

Таким чином дійдемо ми до ν_1 разів розширеного обсягу $(R^{(\nu)}) = (R; V_1, V_2, V_3, \ldots, V_r)$; в тім обсягу можемо представити кождий з корінїв x як функцію

$$x_1 = F_0(R; V_r, V_{r-1}, \ldots, V_2, V_1) \qquad (4)$$

§. 65. I. **Твердженє.** Коли рівнаня

$$f_1 x^{p-1} + f_2 x^{p-2} + \ldots + f_p = 0, \qquad (5)$$

$$x^p - F = 0 \qquad (6)$$

істнують рівночасно, а $F; f_1, f_2, \ldots, f_p$ є вимірними функціями в якімось обсягу (R), то

1. або $f_1 = f_2 = \ldots f_p = 0$,

2. або один з корінїв рівнаня (6) належить до того самого обсягу (R).

Доказ. Приймім, що не всї сочинники рівнаня (5) є зерами, то рівнаня (5) і (6) мусять мати якийсь спільний чинник

$$x^k + \varphi_1 x^{k-1} + \ldots + \varphi_k,$$

якого сочинники є вимірними функціями величини f. Коли сей чинник є первого степеня, то порівнаний з зером дає корінь рівнаня (6) в вимірній функції; коли-ж степень k є зложений, а x_1 є одним

Digitized by Google

із спільних корінів, то инші спільні корінї будуть мати вигляд $x_1\omega^\alpha$, $x_1\omega^\beta$,..., де ω є p-тим корінем з одиницї. Добуток спільних корінів буде:

$$\pm\varphi_k = x_1{}^k\omega^{\alpha+\beta+\cdots} = x_1{}^k\omega^\lambda; \qquad (7)$$

тимчасом можна все знайти такі два числа u і v, для яких буде сповнена реляція $ku+pv=1$; підносячи (7) до степенї u, одержимо

$$\pm\varphi_k{}^u = x_1{}^{1-pu}\omega^{\lambda u} = x_1\omega^{\lambda u}F^{-v},$$

а звідси слїдує

$$x_1\omega^{\lambda u} = \pm\varphi_k{}^u F^v,$$

т. зн., що лїву сторону рівнаня (7), яка є одним із спільних корінїв рівнань (5) і (6), можна представити вимірно в величинах $F; f_1, f_2, \ldots f_p$.

§. 66. Ряд функцій (3) можемо звести до одної цїлочисельної функції, зложеної з елементів V, якої сочинники є вимірні в R. Коли нпр. $F_{\alpha-1}$ не є цїлочисельною функцією, то можна її представити як квот двох таких функцій:

$$F_{\alpha-1} = \frac{G_0 + G_1 V_\alpha + \ldots}{H_0 + H_1 V_\alpha + \ldots},$$

де $G, H, \ldots$ є цїлочисельними функціями величин $V_{\alpha+1}, V_{\alpha+2}, \ldots, V_\nu$. Потім можемо з чисельника й знаменника усунути всї степенї величини V_α, висші від $(p_\alpha-1)$-тої при помочи реляції

$$V_\alpha{}^{p_\alpha} = F_\alpha(R;\ V_\nu,\ V_{\nu-1}, \ldots, V_{\alpha+1}). \qquad (8)$$

Коли V_α зістало ще в знаменнику функції $F_{\alpha-1}$, то назвім прочі корінї рівнаня (8) V_α', $V_\alpha''\ldots$; вони сповнять рівнане:

$$\frac{X^{p_\alpha} - V_\alpha{}^{p_\alpha}}{X - V_\alpha} = X_\alpha^{p-1} + V_\alpha X_\alpha^{p-2} + \ldots + V_\alpha^{p-1} = 0. \qquad (9)$$

Добуток

$$\Pi = (H_0 + H_1 V_\alpha' + \ldots)(H_0 + H_1 V_\alpha'' + \ldots)\ldots$$

не може бути зером; бо коли-б так було, то один із корінів рівнаня (8) вдоволяв би рівночасно рівнане (8) і рівнане степеня $(p_\alpha - 1)$; відповідно до попереднього твердженя були би корінї рівнаня (8) вимірні в обсягу $(R;\ V_{\alpha+1}, V_{\alpha+2}, \ldots, V_\nu)$, а се суперечить з заложенем.

Помножім рівнане (8) добутком Π; знаменник буде симетричний з огляду на величини V_α, V_α', V_α'',... і можна буде його

Digitized by Google

представити цілочисельно при помочи $V_{\alpha+1}, \ldots, V_r$. Також і чисельник буде можна представити як добуток цілочисельної функції величини V_α і симетричної функції корінів рівнаня (9), отже можна обчислити його в величинах V_α. Отже $F_{\alpha-1}$ представить ся нам як цілочисельний многочлен з огляду на V_α: коли його сочинники є дробами з огляду на $V_{\alpha+1}$, поступаємо подібним способом, аж вкінці дійдемо до результату, що $F_{\alpha-1}$ буде цілочисельною функцією величин $V_\alpha, V_{\alpha+1}, \ldots, V_v$ з вимірними сочинниками в обсягу (R).

Коли в такім представленю появить ся величина V_α в степені висшім як $p_{\alpha-1}$, редукуємо її при помочи реляції $V_\alpha^{p_\alpha} = F_\alpha$ до низших степенів, так що вкінці можемо написати:

$$F_{\alpha-1} = J_0 + J_1 V_\alpha + J_2 V^2_\alpha + \ldots + J_{p_{\alpha-1}} V_\alpha^{p_{\alpha-1}}, \qquad (10)$$

де $J_0, J_1 \ldots$ є цілочисельними функціями величин $V_{\alpha+1}, V_{\alpha+2} \ldots, V_1$.

§. 67. Ту редукцію можемо ще дальше продовжити і довести до того, що сочинник при першій степени V_α буде 1.

Нехай буде J_k одним із сочинників функції (10), ріжним від 0: положім

$$J_k V_\alpha^k = W_\alpha. \qquad (11)$$

Можна знайти все такі два числа u і v, які сповнять реляцію

$$ku + p_\alpha v = 1,$$

Піднесім (10) до u-тої степені

$$J_k^u V_\alpha^{1-p_\alpha v} = W_\alpha^u,$$

т. зн.

$$V_\alpha = W_\alpha^u F_\alpha^v J_k^{-u}, \qquad (12)$$

бо $V_\alpha^{p_\alpha v} = F_\alpha^v$. З рівнань (11) і (12) бачимо, що величини V_α і W_α, можемо представити вимірно одну другою і елементами $V_{\alpha+1}, \ldots V_r$, так що обсяги $(R; V_\alpha, V_{\alpha+1}, \ldots)$ і $(R; W_\alpha, V_{\alpha+1})$ є ідентичні. Звідси слідує, що рівнанє (10) можемо написати так:

$$F_{\alpha-1} = J_0 + W_\alpha + L_2 W_\alpha^2 + \ldots + L^{p_\alpha - 1} W_\alpha^{p_\alpha - 1}, \quad (13)$$

якого сочинники є функціями величини $V_\alpha, V_{\alpha+1}, V_{\alpha+2}, \ldots, V_r$.

В нашім представленю не змінить ся нічо, коли замість W_α напишемо V_α, отже будемо врешті мати:

$$F_{\alpha-1} = J_0 + V_\alpha + J_2 V_\alpha^2 + \ldots + J_{p_{\alpha-1}} V_\alpha^{p_\alpha - 1} \qquad (13a)$$

Таку редукцію можемо посунути аж до $\alpha = 1$, і тоді одержимо:

$$x_1 = G_0 + V_1 + G_2 V_1^2 + \ldots + G_{p-1} V_1^{p_1 - 1}. \qquad (14)$$

Digitized by Google

Коли за V_1 підставимо в тім рівнаню всї инші вартости, які та функція може приймати, т. є

$$V_1,\ \omega_1 V_1,\ \omega_1^2 V_1, \ldots\ \omega_1^{p_1-1} V_1,$$

де ω_1 є p_1-тим корінем з одиницї, то ті суми будуть справджувати теж рівнанє (1), значить, вони будуть прочими його корінями:

$$x_2 = G_0 + \omega_1 V_1 + G_2 \omega_1^2 V_1^2 + \ldots + G_{p_1-1} \omega_1^{p_1-1} V_1^{p_1-1},$$

і загально

$$x_{k+1} = G_0 + \omega_1^k V_1 + G_2 \omega_1^{2k} V_1^2 + \ldots + G_{p_1-1} \omega^{(p_1-1)k} V_1^{p_1-1} \qquad (14a)$$

$$(k = 0,\ 1, \ldots,\ p_1 - 1).$$

§. 68. Перенесїм отсе поступованє на примір конкретного рішимого рівнаня, нпр. кубічного

$$x^3 + px + q = 0,$$

яке розвязанє дає (Карданський взір)

$$x_1 = \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3}}$$

Звідси маємо такий ряд реляцій:

$$V_3^2 = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3,$$

$$V_2^3 = -\frac{q}{2} + V_3,$$

$$V_1^3 = -\frac{q}{2} - V_3.$$

$$x_1 = V_1 + V_2.$$

Підставивши ті вартости в дане рівнанє, одержуємо:

$$3 V_2 V_1^2 + (3 V_2^2 + p) V_1 + p V_2 = 0$$

і друге рівнанє

$$V_1 + \left(\frac{q}{2} + V_3\right) = 0.$$

З огляду на те, що

$$(V_1 + V_2)(3 V_1 V_2 + p) = 0$$

маємо $V_1 V_2 = -\frac{p}{3}$, т. є

Digitized by Google

$$V_1 = \frac{-\frac{p}{3}}{V_2} = \frac{-\frac{p}{3}V_2^2}{V_2^3} = \frac{V_2^2\left(-\frac{q}{2} - V_3\right)}{\left(\frac{p}{3}\right)^2},$$

отже в знаменнику нема вже невимірних чисел. В такім разї ряд рівнань (3) зводить ся до

$$V_3^2 = \left(\frac{q}{2}\right)^2 + \left(\frac{p}{3}\right)^3,$$

$$V_3^3 = -\frac{q}{2} + V_3,$$

$$x_1 = V_2 + \frac{V_3^2\left(-\frac{q}{2} - V_3\right)}{\left(\frac{p}{3}\right)^2}.$$

Користуючи ся кінцевою заміткою попереднього §., т. є заступаючи V_1 величинами ωV_1 і $\omega^2 V_1$, маємо:

$$\left.\begin{aligned} x_2 &= \omega^2 V_2 + \frac{\omega V_2^2\left(-\frac{q}{2} - V_3\right)}{\left(\frac{p}{3}\right)^2}, \\ x_3 &= \omega V_2 + \frac{\omega^2 V_2^2\left(-\frac{q}{2} - V_3\right)}{\left(\frac{p}{3}\right)^2}. \end{aligned}\right\} \left(\omega = \frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)$$

§. 69. **II. Твердженє.** Величину x_1, яка сповнює рішиме альґебраічне рівнанє $f(x) = 0$, можна представити в видї цїлочисельної функції невимірних величин

$$V_1,\ V_2,\ \ldots\ldots V_\nu;$$

якої сочинники є числами з обсягу (R). Величини V є з одної сторони функціями корінїв рівнаня $f(x) = 0$ і корінїв з одиницї; з другої сторони можна їх обчислити з ряду рівнань

$$V_\alpha^{p_\alpha} = F_\alpha\,(R;\ V_\nu,\ V_{\nu-1},\ \ldots,\ V_{\alpha+1})$$

$(\alpha = \nu,\ \nu-1,\ \ldots,\ 1)$, де p_α є первими числами, а F цїлими функціями величини $V_\nu,\ V_{\nu-1},\ \ldots,\ V_{\alpha+1}$ і вимірними функціями величин з обсягу R*).

---

*) Netto, Substitutionentheorie, стр. 244. Vogt, Leçons, стр. 116.

Digitized by Google

Доказ. 1. Помножім кожде з рівнань (14a) величиною ω_1^{-k} і додаймо їх; з того одержимо:

$$p_1 V_1 = \sum_{k=1}^{p_1} \omega_1^{-k} x_{k+1},$$

$$V_1 = \frac{1}{p_1} \sum_{k=1}^{p_1} \omega_1^{-k} x_{k+1}, \qquad (15)$$

т. зн., що V_1 є лінійною функцією корінїв рівнаня (1) і корінїв з одиниці.

2. Коли рівнанє (1) є незведиме, то його корінї мусять бути поміж собою ріжні. Викажемо, що корінї $x_1, x_2, \ldots, x_{p_1}$, дані рівнанями (14a), є ріжні.

Добуток

$$f_1(x) = (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_{p_1})$$

є симетричний з огляду на величини $V_1, \omega_1 V_1, \omega_1^2 V_1, \ldots$, отже можна його представити вимірно в обсягу $(V_1, V_2, V_3, \ldots)$; той добуток мусить бути незведимим. Коли-б він був зведимий, то можна-б його розложити на незведимі чинники

$$\varphi_1(x;\ V_2,\ V_3, \ldots) = (x - x_1)(x - x_\alpha) \ldots,$$

$$\varphi_2(x;\ V_2,\ V_3, \ldots) = (x - x_\beta)(x - x_\gamma) \ldots,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots;$$

ліві сторони не заключують в собі величини V_1, отже по виконаню множеня на правих сторонах мусїло би випасти V_1 і звідтам. Значить, що ті рівнаня не змінили-б ся, коли-б V_1 заступити вартостями $\omega_1 V_1, \omega^2 V_2, \ldots$, т. є коли-б кождий з корінїв x заступити иншим. Звідси слїдувало би, що всї чинники $\varphi_1, \varphi_2, \ldots$ є ідентичні, отже $f(x)$ є повною степенею якогось многочлена; а що степень функції $f_1(x)$ є первий, то вона могла би бути тільки p_1-шою степенею ріжниці $(x - x_\alpha)$, а се неможливе, бо $x - x_\alpha$ не є вимірне в $V_2, V_3, \ldots$

З того, що $f_1(x)$ є незведиме, слїдує, що всї корінї $x_1, x_2, \ldots, x_{p_1}$ є ріжні; $f_1(x)$ є незведимим чинником функції $f(x)$ в обсягу $(R;\ V_2,\ V_3, \ldots)$.

3. Тепер творимо добуток зі всїх можливих виражень форми

$$y = \left[\frac{1}{p_1} \sum \omega_1^{-k} x_{k+1}\right]^{p_1},$$

Digitized by Google

т. зн., виконуємо в тім вираженю всї можливі субституції величини x; се дасть нам рівнане

$$\varphi(y) \equiv \Pi(y - y\lambda) = 0,$$

анальоґічне до (1), якого сочинники є вимірні в обсягу R.

Нехай буде y_1 корінем того рівнаня:

$$y_1 = \left[\frac{1}{p_1}\sum_{k=1}^{p_1} \omega_1^{-k} x_{k+1}\right]^{p_1} \tag{16}$$

то можна його представити з одної сторони як

$$y_1 = V_1^{p_1} = F_1(R;\ V_r,\ .\ .\ .,\ V_2)$$

з другої сторони як

$$y_1 = L_0 + V_2 + L_2 V_2^2 + \ .\ .\ .\ + L_{p_2-1} V_2^{p_2-1}.$$

Заступаючи V_2 чергою величинами $\omega_2^k V_2$ ($k=0,\ 1, \ldots, p_1-1$; $\omega_2^{p_2}=1$) одержимо загально:

$$y_{k+1} = L_0 + \omega_2^k V_2 + L_2 \omega_2^{2k} V_2^2 + \ldots + L_{p_2-1} \omega_2^{(p_2-1)k} V_2^{p_2-1}.$$

4. З величинами y поступаємо так само, як перше з x; звідси одержуємо нове рівнане $\psi(z)=0$, степеня p_3, якого корінї виразимо як функції величин V_3, і т. д.

Таким чином наше твердженє доказане.

§. 70. В добутку $f_1(x) = (x-x_1)(x-x_2)\ldots(x-x_{p_1})$ можуть часами величини $V_2,\ V_3,\ .\ .\ .,\ V\lambda_{-1}$ випасти в рахунку рівночасно з V_1; назвім першу невимірність, яка в $f_1(x)$ дїйсно приходить, $V\lambda_{+1}$, тодї маємо:

$$f(x) = f_1(x;\ V\lambda,\ V\lambda_{+1},\ .\ .\ .)\psi_1(x;\ V\lambda,\ V\lambda_{+1},\ .\ .\ .); \tag{18}$$

чинник ψ_1 є цїлочисельний з огляду на ті V, які в ньому заходять.

Сочинники величин $V\lambda^0,\ V\lambda,\ V\lambda^2,\ .\ .\ .,\ V\lambda^{p_\lambda-1}$, мусять бути по тих сторонах рівнаня (18) рівні т. є мусять бути 0, бо $f(x)$ належить до обсягу (R); отже рівнане (18) буде незмінене, коли за $V\lambda$ напишемо $V\lambda,\ \omega\lambda V\lambda,\ \omega\lambda^2 V\lambda,\ .\ .\ .,\ (\omega\lambda^{p_\lambda}=1)$. Утворім добуток тих всїх чинників, які одержимо через таке підставленє

$$f_2(x) = f_1(x;\ V\lambda, \ldots) f_1(x;\ \omega\lambda V\lambda, \ldots) \ldots f_1(x;\ \omega\lambda^{p_\lambda-1} V\lambda, \ldots); \tag{19}$$

сей добуток є незведимий в обсягу $(R;\ V\lambda_{+1},\ V\lambda_{+2}) \ldots)$. Доказ незведимости переводимо анальоґічно як в попереднїм §. для $f_1(x)$.

Приймім, що в $f_2(x)$ разом з $V\lambda$ випадають ще инші невимірности: $V_{p+1}, \ldots, V_{k-1}$, а V_k вже дїйсно знов там приходить. Тепер творимо добуток:

Digitized by Google

$$f_3(x) = f_2(x;\ V_k, \ldots)\ f_2(x;\ \omega_k V_k, \ldots) \ldots;$$

се буде знова один із незведимих чинників рівнаня (1) в обсягу $(R;\ V_{k+1}, \ldots)$, і т. д.

З того бачимо, що при кождім такім розумованю випадає що найменше одна з величини V, отже по кількох таких операціях позбудемо ся всїх невимірностий V. Таким чином дійдемо врештї до добутка $f(x) = 0$, який має n лїнїйних ріжних чинників $x - x_\alpha$ і є в обсягу (R) незведимий. Число n можна представити як добуток: $n = p_1 p_\lambda p_k \ldots$

Звідси слїдує

III. Твердженє. Всї корінї рівнаня (1) одержимо, коли в незведимім добутку степеня p_1

$$f_1(x) = (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_{p_1})$$

заступимо невимірність V_λ величинами $V_\lambda, \omega_\lambda V_\lambda, \omega_\lambda^2 V_\lambda, \ldots, \omega_\lambda^{p_\lambda - 1} V_\lambda$, і утворимо добуток

$$f_2(x) = f_1(x;\ V_\lambda, \ldots)\ f_1(x;\ \omega_\lambda V_\lambda, \ldots)\ f_1(x;\ \omega_\lambda^2 V_\lambda, \ldots);$$

дальше коли в $f_2(x)$ невимірність V_k заступимо анальоґічно величинами $\omega_k^\lambda V_k$ і утворимо добуток

$$f_3(x) = f_2(x;\ V_k, \ldots)\ f_2(x;\ \omega_k V_k, \ldots) \ldots$$

і т. д.; невимірности V_λ, $V_k, \ldots$ є першими, які дїйсно заходять в даних чинниках, а величини $\omega_\lambda, \omega_k, \ldots$, є p_λ-тим, p_k-тим, корінем з одиницї. Степень рівнаня є $n = p_1 p_\lambda p_k \ldots$

Порядок, в якім втягаємо в рахунок невимірности $V_1, V_2, \ldots$, є довільний; коли $V_\alpha, V_{\alpha+1}, \ldots, V_{\beta-1}$ є визначені величинами $V_\beta, V_{\beta+1}, \ldots, V_\nu$ при помочи рівнань

$$V_k^{p_k} = F_k(V_\beta\ V_{\beta+1}, \ldots V_\nu;\ R),\ (k = \alpha, \alpha + 1, \ldots, \beta - 1)$$

то порядок елементів $V_\alpha, V_{\alpha+1}, \ldots$ є довільний.

§. 71. **IV. Твердженє.** Коли степень рівнаня (1) є первим числом, $n = p_1$, то до визначеня x треба нам тільки одної невимірности степеня p_1:

$$x_1 = G_0 + V_1 + G_2 V_1^2 + \ldots + G_{p_1 - 1} V_1^{p_1 - 1}.$$

Виходить се з попереднього твердженя, коли обмежимо ся до першого вказаного там кроку; добуток $f_1(x)$ мусить бути ідентичний з $f(x)$, отже в нїм випадають рівночасно з V_1 всї прочі невимірности $V_2, V_3, \ldots, V_\nu$.

Digitized by Google

Таке рівнане можемо представити добутком:

$$f(x)=\prod_{k=0}^{p_1-1}[x-(G_0+\omega_1{}^k V_1+G_2\omega^{2k}V_1{}^2+\ldots+G_{p_1-1}\omega^{p_1-1}V_1{}^{p_1-1})]=0,$$

де $\omega^{p_1}=1$.

§. 72. **V. Твердженє.** Загальне рівнанє степеня висшого над четвертий не є рішиме альґебраічно.

Доказ *). Нехай буде дане загальне незведиме рівнанє степеня n

$$f(x)=x^n+c_1x^{n-1}+\ .\ .\ .+c_n=0 \qquad (1)$$

якого сочинники є числами обсягу (R), а корінї $x_1, x_2, \ldots, x_n$ не мають нїякого иншого обмеженя, як тільки те, що є між собою ріжні; ми корінїв не знаємо, тільки їх основні симетричні функції.

Коли рівнанє (1) має бути рішиме, то його кождий корінь можна представити в формі (14a), т. є в видї функції величин $V_1, V_2, \ldots, V_r$. Остатня величина з того ряду сповнює реляцію

$$V_r{}^{p_r}=F_r(c_1, c_2, \ldots, c_r)=F_r(c), \qquad (20)$$

отже є цїлочисельною функцією корінїв рівнаня (1):

$$V_r=\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_n)=\varphi x),$$

якої p_r-та степень є симетрична; сама-ж функція $\varphi(x)$ не є симетрична, т. зн., мусить змінити ся, коли на корінях x виконаємо якунебудь пермутацію, але її p_r-та степень зістане незмінена:

$$\varphi^{p_r}=F_r. \qquad (21)$$

З того слїдує, що всї вартости функції $\varphi(x)$ є корінями рівнаня (19), т. зн. мають такі чисельні вартости:

$$\varphi, \omega_r\varphi, \omega_r{}^2\varphi, \ldots$$

Виконаймо на φ транспозицію (12), то одержимо:

$$\varphi(x_2, x_1, x_3, \ldots)=\omega_r\,\varphi(x_1, x_3, x_3, \ldots);$$

коли повторимо ту транспозицію, одержимо:

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, \ldots)=\omega_r(x_2, x_1, x_3, \ldots);$$

помноживши оба рівнаня, маємо: $\omega_r{}^2=1$, т, зн. $p_r=2$. Звідси слїдує, що перша невимірність, яку мусимо долучити до первісного обсягу (R) при розвязцї загального рівнаня (1), мусить бути другої степени. Функція φ зістане незмінна для субституцій трьох і пяти елементів, бо ті субституції можна розложити на паристу скількість транспозицій.

---

*) Доказ того твердженя подав Абель (Crelle's Journal, I. 1826.) Wantzel упростив сей доказ. Пор. Serret, Algèbre, II. стр. 512; Vogt, Leçons, стр. 187.

Digitized by Google

Тепер беремо слідуючу невимірність, V_{r-1}, дану рівнанем

$$V_{r-1}^{p_{r-1}} = F_{r-1}(V_r;\ c_1,\ c_2,\ .\ .\ .\ c_r); \qquad (22)$$

функція F_{r-1} мусить мати в собі елемент V_r, бо в противнім разї була би вона вимірна в V_r і величинах з R — проти заложеня. Подібно як перше кладемо:

$$V_{r-1} = \psi(x_1,\ x_2,\ .\ .\ .,\ x_n)$$

V_{r-1} є функцією, якої p_{r-1}-ша степень є двовартістна, отже має ту саму ґрупу, що φ, т. зн. є незмінна для кождої поодинокої транспозиції. Але для тричленних циклїв ψ не може зіставати без зміни, бо тодї була би се альтернуюча функція, і можна би її виразити вимірно при помочи V_r. Отже з

$$\psi^{p_{r-1}} = F_{r-1} \qquad (23)$$

виходить, що ψ має такі вартости: $\psi, \omega_{r-1}\psi,\ \omega^2_{r-1}\psi,\ .\ .\ .\ .$, $(_{r-1}^{p_{r-1}} = 1)$. Виконуючи на ψ цикль (1 2 3) три рази, одержимо:

$$\psi(x_2,\ x_3,\ x_1,\ x_4,\ .\ .\ .) = \omega_{r-1}\ \psi(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ .\ .\ .),$$

$$\psi(x_3,\ x_1,\ x_2,\ x_4,\ .\ .\ .) = \omega_{r-1}\ \psi(x_2,\ x_3,\ x_1,\ x_4,\ .\ .\ .),$$

$$\psi(x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4,\ .\ .\ .) = \omega_{r-1}\ \psi(x_3,\ x_1,\ x_2,\ x_4,\ .\ .\ .).$$

Вимноживши ті рівнаня, одержуємо: $\omega_{r-1}^3 = 1$, т. зн. $p_{r-1} = 3$, отже друга з черги невимірність мусить бути кубічна.

Коли скількість незвісних є > 4, т. зн. коли степень рівнаня є висший від четвертого, ψ мусить змінити ся для пятичленного циклю; анальоґічно як перше одержимо $\omega_{r-1}^5 = 1$, т. є $p_{r-1} = 5$. З того виходить суперечність, отже рівнане висшого степеня нїж четвертий не може бути рішиме.

§. 73. Заступім в загальній формі коріня рішимого рівнаня (§. 67)

$$x_\lambda = G_0 + \omega^{\lambda-1} V_1 + G_2 \omega^{2(\lambda-1)} V_1^{\ 2} + \ldots + G_{p_1-1} \omega^{(p_1-1)(\lambda-1)} V_1^{p_1-1}, \qquad (14')$$

де ω є p_1-им корінем з одиницї, а $\lambda = 1,\ 2,\ .\ .\ .\ .,\ p_1$, кожду з невимірностий V_α величною $\omega_\alpha^k V_\alpha$, де ω_α є p_α-им корінем з одиницї. Означім, що через ту заміну перейде

$$V_r,\ V_{r-1},\ .\ .\ .\ .,\ V_1;\ G_0,\ G_1,\ .\ .\ .\ .,\ G_{p-1},$$

в

$$v_r,\ v_{r-1},\ .\ .\ .\ .,\ v_1;\ g_0,\ g_1,\ .\ .\ .\ .\ .,\ g_{p_1-1},$$

отже x_λ в

$$\xi_\lambda = g_0 + \omega^{\lambda-1} v_1 + g_2 \omega^{2(\lambda-1)} v_1^{\ 2} + \ .\ .\ .\ + g_{p_1-1} \omega^{(p_1-1)(\lambda-1)} v_1^{p_1-1}. \qquad (24)$$

Digitized by Google

Загал корінїв не може через те змінити ся, бо додане величини ω_α як сочинника не змінить обсягу вимірности величини α, отже $x\lambda$ може що найвисше перейти в x_μ, т. зн.

$$\xi\lambda = x_\mu.$$

Зазначимо се так:

$$\left.\begin{array}{l} g_0 + \quad v_1 + g_2 \quad v_1^2 + \ldots = G_0 + \omega^{k-1} V_1 + G_2 \omega^{2(k-1)} V_1^2 + \ldots, \\ g_0 + \omega v_1 + g_2 \omega^2 v_1^2 + \ldots = G_0 + \omega^{l-1} V_1 + G_2 \omega^{2(l-1)} V_1^2 + \ldots, \\ g_0 + \omega^2 v_1 + g_2 \omega^4 v_1^2 + \ldots = G_0 + \omega^{m-1} V_1 + G_2 \omega^{2(m-1)} V_1^2 + \ldots, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array}\right\} \quad (25)$$

В тих рівнанях вичерпаний загал корінїв; додаючи їх проте, одержимо

$$g_0 = G_0$$

(бо $\omega + \omega^2 + \ldots = 0$, а те саме мусить бути і по правій сторонї). Воно значить, що G_0 є вимірною функцією тих величин, які не змінюють ся через ту заміну; отже коли рівнане (1) є первого степеня, де V_1 є невимірністю степеня p, а инших виложників там нема, G_0 буде числом з обсягу (R).

Множачи лїві сторони рівнань чергою через 1, ω^{-1}, $\omega^{-2}, \ldots$, одержимо

$$p_1 v_1 = G_0(1 + \omega^{-1} + \omega^{-2} + \ldots) + V_1(\omega^{k-1} + \omega^{l-2} + \omega^{m-3} + \ldots)$$
$$+ G_2 V_1^2(\omega^{2k-2} + \omega^{2l-3} + \omega^{2m-4} + \ldots) + \ldots;$$

сочинник першого додатника є 0, инші нї; назвім їх в скороченю $p_1\tilde{\omega}_1$, $p_1\tilde{\omega}_2$, . . ., отже

$$v_1 = \tilde{\omega} V_1 + G_2 \tilde{\omega}_2 V_2 + \ldots: \quad (26)$$

піднесїм те рівнане до степени p_1, то се дасть

$$v_1^{p_1} = (\tilde{\omega}_1 V_1 + G_2 \tilde{\omega}_2 V_2 + \ldots)^{p_1} = A_0 + A_1 V_1 + A_2 V_1^2 + \ldots;$$

всї $\tilde{\omega}$ містять ся в A. З огляду на те, що

$$V_1^{p_1} - F_1(R;\ V_v, \ldots,\ V_2) = 0,$$

маємо такі дві евентуальности:

1. V_1 вимірне в V_2, v_2; V_3, v_3; . . ., — або
2. $v_1^{p_1} - A_0 = 0$, $A_1 = 0$, $A_2 = 0, \ldots$, (§. 64).

Перша евентуальність неможлива, друга дає

$$v_1^{p_1} = A_0,$$

т. зн. права сторона рівнаня (26) є одночленом з огляду на V_1

Digitized by Google

$$v_1 = \tilde{\omega}_\mu G_\mu V_1{}^\mu, \qquad (27)$$

отже

$$\xi_\lambda = g_0 + \omega^{\lambda-1}(\tilde{\omega}_\mu G_\mu V_1{}^\mu) + g_1 \omega^{2(\lambda-1)} \tilde{\omega}_\mu{}^\mu G_\mu V_1{}^\mu)^2 + \ldots$$
$$+ g_{p_1-1} \omega^{(p-1)(\lambda-1)} (\tilde{\omega}_\mu G_\mu V_1{}^\mu)^{p_1-1}; \qquad (28)$$

отсе виражене є заразом корінем рівнаня (1), отже мусить мати форму якогось x_k

$$\xi_\lambda = G_0 + \omega^{k-1} V_1 + G_2 \omega^{2(k-1)} V_1{}^2 + \ldots + G_{p_1-1} \omega^{(p_1-1)(k-1)} V_1{}^{p_1-1}. \qquad (29)$$

Порівнуючи сочинники обох правих сторін при рівних степенях величини V_1, маємо

$$\omega^{\lambda-1} \tilde{\omega}_\mu G_\mu = G_\mu \omega^{(\mu-1)(k-1)},$$

т. є $\omega^{\lambda-1} \tilde{\omega}_\mu = \omega^{(\mu-1)(k-1)}$, а врештї

$$v_1 = \omega^{(\mu-1)(k-1)-(\lambda-1)} G_\mu V_1{}^\mu.$$

З того слїдує, що коли величини V помножити ріжними p_ν-тими корінями з одиницї, $V_1{}^{p_1}$ перейде в

$$(G_\mu V_1{}^\mu)^{p_1}$$

VIII, Рівнаня подїлу кола *).

§! 74. Найпростїйшим типом рішимих рівнань є т. зв. чисті рівнаня (reine Gleichungen), звані також двочленними (binomische) або рівнанями подїлу кола (Kreisteilungsgleichungen).

Двочленне рівнане має форму

$$x^n = a + bi;$$

коли-ж одначе за незвісну x ввести $\frac{x}{\sqrt{a+bi}}$, одержимо:

$$x^n = 1. \qquad (1)$$

Назва „рівнаня подїлу кола" походить звідси, що їх розвязку одержуємо з формули Moivre'a

$$x_k = \cos\frac{2k\pi}{n} + i \sin\frac{2k\pi}{n} \; (k = 1, 2 \ldots, n); \qquad (2)$$

коли-ж представимо ті корінї ґрафічно, відтинаючи дїйсні вартости на оси XX', мнимі на оси YY', то точки, які відповідають коріням,

*) Пор. знаменитий твір: P. Bachmann, Die Lehre von der Kreisteilung, Leipzig, Teubner, 1872.

Digitized by Google

будуть лежати на обводї кола в рівних відступах, отже **подїлять обвід кола на n ріжних частий.**

Підносячи рівнанє (2) до l-тої степени, одержимо

$$(x_k)^l = \left(\cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n}\right)^l = \cos\frac{2kl\pi}{n} + i\sin\frac{2kl\pi}{n} = x_{kl},$$

отже знов корінь того рівнаня. Отсе **характеристична прикмета рівнань подїлу кола, що кожда степень одного з поміж його корінїв є знова коренем рівнаня,** отже корінї рівнаня (1) можемо представити рядом:

$$\omega,\ \omega^2,\ \ldots,\omega^{n-1},\ \omega^n = 1, \tag{3}$$

де $\omega = x_1$.

Рівнанє (1) має один вимірний корінь: $x_0 = = 1$; подїливши проте (1) двочленом $x - 1$, одержуємо **незведиме***) рівнанє степеня $n - 1$

$$f(x) = x^{n-1} + {}^{n-2} + \ldots + x + 1 = 0. \tag{4}$$

§. 75. Розвязуючи рівнанє (1), одержимо

$$x = \sqrt[n]{1};$$

звідси виходить, що n-тий корінь з одиницї має як раз n вартостий; отже корінї рівнаня (1) будемо називати також n-тими **корінями з одиницї** (n-te Einheitswurzel); розвязку $x_0 = 1$ назвемо **головною вартістю** (Hauptwert) n-того коріня з одиницї.

Безпосередно з рівнаня (1) виходить такий результат:

$$x_0 + x_1 + x_2 + \ldots + x_{n-1} = 0,$$

$$x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x_{n-1}^2 = 0,$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$x_0^{n-1} + x_1^{n-1} + x_2^{n-1} + \ldots + x_{n-1}^{n-1} = 0,$$

$$x_0^n + x_1^n + x_2^n + \ldots + x_{n-1}^n = n,$$

бо сума всїх корінїв рівнаня (1) мусить бути $= 0$, суму квадратів можемо з огляду на згадану характеристичну прикмету рівнаня представити як суму других степений корінїв і т. д., але вже

---

*) Про докази незведимости гл. нпр. Weber, Algebra I. стр. 596; Netto, Substitutionentheorie, стр. 174; Bauer, Vorlesungen über Algebra, Leipzig, Teubner 1903, стр. 131.

Digitized by Google

кожда n-та степень коріня є $= 1$, отже їх сума $= n$. Взагалї маємо:

$$\Sigma x_1^k = 0, \text{ коли } k \not\equiv 0 \ (mod.\ n),$$
$$= n, \text{ коли } k \equiv 0 \ (mod.\ n), \qquad (5)$$

бо коли $k = nq$, то

$$x_1^k = x_1^{nq} = (x_1^n)^q = 1,$$

а коли $k = nq + r$, $(r < k)$, то

$$x_1^k = x_1^{nq} . x_1^r = 1 . x_1^r \neq 1.$$

§. 76. Коли ω є рівночасно m-тим і n-тим корінем з одиницї, то є також і $\Delta(m, n)$-тим корінем з одиницї, де $\Delta(m, n)$ означує найбільшу спільну міру чисел m і n. Приймім $m > n$, тодї є

$$\omega^m = \omega^{nq+r} = (\omega^m)^q . \omega^r;$$

коли $\omega^m = 1$ і $\omega^n = 1$, то мусить бути і $\omega^r = 1$.

Коли ω є n-тим корінем з одиницї, то ω^t (t — цїле число) є також n-тим коренем, бо з дефінїциї маємо $\omega^n = 1$, а тим самим $(\omega^t)^n = (\omega^n)^t = 1$. Длятого можемо утворити ряд (3), якого члени будуть повторювати ся періодично. Два вирази з того ряду не можуть бути рівні, бо коли би було

$$\omega^\alpha = \omega^\beta,$$

то з того слїдувало би $\omega^{\alpha-\beta} = 1$; се суперечить з заложенем, що α і β є менші від n, отже і їх ріжниця є менша від n, а число n є першим виложником в рядї (1), для якого $\omega^n = 1$.

Величину ω називаємо первісним n-тим корінем з одиницї (primitive Einheitswurzel), коли нїякий попередний член з ряду (3) перед ω^n не є $= 1$; в противнім разї називаємо непервісним корінем (imprimitive E). Скількість всїх первісних корінїв з одиницї обчисляємо так:

1. Коли n є перве число $n = p$, тодї всї члени ряду (3) є первісними корінями з одиницї, з виїмком $\omega^p = 1$, отже їх скількість є $p - 1$. Зазначім ту скількість символем $\varphi(p)$, то маємо:

$$\varphi(p) = p - 1 = p\left(1 - \frac{1}{p}\right).$$

2. Коли $n = p^\mu$, тодї маємо такий ряд:

$$1, \omega, \omega^2, \ldots, \omega^{p-1}; \ \omega^p, \ldots, \omega^{2p-1}; \ \omega^p, \ldots, \ldots; \ \omega^{p^{\mu-1}}, \omega^{p^{\mu-1}+1}, \ldots, \omega^{p^\mu-1} \ (3a)$$

Digitized by Google

зложений з p_μ членів. Вирази ω^p, $\omega^{p^2}, \ldots \omega^{p^{\mu-1}}$, 1 не є первісними корінями, бо для довільного $i < \mu$, $k < p$ є:

$$(\omega^{kp^i})^{p^{\mu-i}} = 1,$$

отже вже $p^{\mu-i}$-та степень такої величини є $= 1$, а $p^{\mu-i} < m$. Таких величин є $p^{\mu-1}$, отже скількість первісних корінів є

$$\varphi(p^\mu) = p^\mu - p^{\mu-1} = p^\mu \left(p - \frac{1}{p}\right).$$

3. Для $n = r.s$, де r і s є зглядом себе перві, назвім r-тий корінь α, а s-тий β; тоді є:

$$\omega = \alpha^k \beta^l;$$

в тій формі можемо представити кождий первісний n-тий корінь, коли n є зложене число, бо

$$\omega^m = (\alpha^k)^m . (\beta^l)^m = (\alpha^r)^{ks} . (\beta^s)^{kr} = 1.$$

Дальше є всі корінї того виду ріжні, бо коли би було

$$\omega = \omega',$$

то мусїло би бути

$$\alpha\beta = \alpha'\beta',$$

а також і

$$\omega^r = \alpha^r\beta^r = \beta^r; \quad \omega'^r = \alpha'^r\beta'^r = \beta'^r,$$

отже було би $\beta = \beta'$, а анальоґічно й $\alpha = \alpha'$; отже до $\omega = \omega'$ ми брали би рівні величини з рядів для α і для β.

Легко обчислити $\varphi(rs)$. Маємо $\varphi(r)$ r-тих і $\varphi(s)$ s-тих первісних корінїв. Кожда комбінація одного r-того й одного s-того первісного коріня дасть первісний rs-тий корінь, бо треба її підносити аж до степени rs, щоби одержати 1. Таких комбінацій є $\varphi(r)\varphi(s)$, отже

$$\varphi(rs) = \varphi(r)\varphi(s).$$

4. Подібно знайдемо $\varphi(rs\ldots t) = \varphi(r)\varphi(s)\ldots\varphi(t)$, а вважаючи числа $r, s, \ldots, t$ первими між собою, т. є

$$r = p_1^{\mu_1},\ s = p_2^{\mu_2}, \ldots,\ t = p_\lambda^{\mu_\lambda}.$$

маємо

$$n = p_1^{p_1} p_2^{p_2} \ldots p_\lambda^{p_\lambda},$$

отже:

$$\varphi(n) = n\left(1 - \frac{1}{p_1}\right)\left(1 - \frac{1}{p_2}\right)\ldots\left(1 - \frac{1}{p_\lambda}\right). \qquad (6)$$

Digitized by Google

Се т. зв. взір Gauss'а з теорії чисел; він подає скількість всїх чисел, менших від n, які є зглядом n перві *).

§. 77. Розвязку рівнань подїлу кола подав в альґебраічний спосіб перший Gauss**). Він доказав, що рівнане виду (1) можемо все розвязати альґебраічними (т. є непереступними) величинами, а в деяких разах також подати ґрафічну розвязку такого рівнаня при помочи лїнеалу й циркля.

Метода Gauss'а (змодіфікована Бахманом) полягає на такім поступованю (для короткости приймаємо, що n є перве число, $n=p$; коли n є зложене число, зводить ся задача до кількох простїйших проблємів).

До кождого первого числа p дасть ся знайти таке число g, що в рядї

$$g,\ g^2,\ g^2,\ .\ .\ .,\ g^{p-1} \qquad (7)$$

нї одно з чисел дїлене через p, не дасть останка 1, аж тільки g^{p-1}; таке число g називаєть ся первісним корінем p (primitive Wurzel von p). Числа ряду (7), дїлені через p, дадуть останки 1, 2, 3, . . ., $p-1$, — розумієть ся, не в тім самім порядку. Що так є, виходить із слїдуючого:

1. Всїх чисел в рядї (7) є $p-1$, отже стілько буде останків з дїленя; всї вони будуть менші від p;

2. Два останки не можуть бути рівні, бо тодї було би ($\alpha > \beta$)

$$g^\alpha = kp + r,$$
$$g^\beta = lp + r,$$

отже: $g^\alpha - g^\beta = g^\beta(g^{\alpha-\beta} - 1) = (k-l)p$: тодї мусїло би бути або g^β або $g^{\alpha-\beta} - 1$ подїльне через p, а обі ті евентуальности є виключені.

§. 78. Знайшовши перісний корінь g, розкладаємо число $p-1$ на два чинники: $p-1 = a.b$, де a є перве число; уживаючи скороченя

$$\omega^m = [m],$$

творимо такі періоди:

$$(b,\lambda) = [\lambda] + [\lambda g^a] + [\lambda g^{2a}] + \ .\ .\ .\ + [\lambda g^{(b-1)a}], \qquad (8)$$

де λ може мати вартости: $g^0 = 1,\ g^1,\ g^2,\ .\ .\ .\ .\ g^{a-1}$; для $\lambda = 0$ або $= g^\alpha$ одержимо $(b,\ \lambda) = b$, т. зв. невластиву періоду.

---

*) Нпр. P. Bachmann, Niedere Zahlentheorie, Sammlung Schubert, Leipzig, Göschen 1907, стр. 24.

**) Disquisitiones arithmeticae, sectio VII; Werke, т. 1. Göttingen, 1876.

Digitized by Google

Таким чином маємо:

$$\left.\begin{array}{l}
(b,\ 1) = [1] + [g^a] + [g^{2a}] + \ldots + [g^{(b-1)a}]. \\
(b,\ g) = [g] + [g^{a+1}] + [g^{2a+1}] + \ldots + [g^{(b-1)a+1}], \\
(b,\ g^2) = [g^2] + [g^{a+2}] + [^{2a+2}] + \ldots + [g^{(b-1)a+2}]. \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
(b,\ g^k) = [g^k] + [g^{a+k}] + [g^{2a+k}] + \ldots + [g^{(b-1)a+k}]. \\
\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\
(b, g^{a-1}) = [g^{a-1}] + [g^{2a-1}] + [g^{3a-1}] + \ldots + [g^{ab} - 1];
\end{array}\right\} \quad (8a)$$

отже маємо a період, кожду по b членів, разом ab членів. Ті періоди одержуємо по просту так, що упорядкувавши корінї рівнаня (1) по виложниках ряду (7):

$$\omega^g,\ \omega^{g^2},\ \omega^{g^3},\ \ldots,\ \omega^{g^{p-1}}, \qquad (7a)$$

вибираємо чергою по однім членї до кождої із a період і т. д.

Періоди (8a) можна представити як корінї рівнаня степеня a о вимірних сочинниках. Називаючи:

$$(b,\ 1) = b_0,\ (b,\ g) = b_1,\ \ldots,\ (b,\ g^k) = b_k,\ \ldots,\ (b,\ g^{a-1}) = b_{a-1},$$

маємо те рівнане:

$$F(z) \equiv (z - b_0)(z - b_1)\ldots(z - b_{a-1}) = z^a - \sigma_1 z^{a-1} + \sigma_2 z^{a-2} - \ldots - \sigma_a = 0, \quad (9)$$

де σ_i є симетричними функціями період. Ті симетричні функції можна легко обчислити:

$$\sigma_1 = \sum_{k-1}^{a-1} (b\, g^k) = -1 \text{ (перший сочинних рівнаня } f(x) = 0).$$

Щоби обчислити σ_2, творимо:

$$b_\lambda \,.\, b_\mu = \left\{[\lambda] + [\lambda g^a] + [\lambda g^{2a}] + \ldots + [\lambda g^{(b-1)a}]\right\}$$

$$\times \left\{[\mu] + [\mu g^a] + [\mu g^{2a}] + \ldots + [\mu g^{(b-1)a}]\right\};$$

множимо перше ті вирази, які стоять під собою; з огляду на те, що $[\lambda] + [\mu] = [\lambda + \mu]$, бо $\omega^\lambda \,.\, \omega^\mu = \omega^{\lambda+\mu}$, маємо таку суму:

$$[(\lambda + \mu) + [(\lambda + \mu)g^a] + [(\lambda + \mu)g^{2a}] + \ldots + [(\lambda + \mu)g^{(b-1)a}] = b_{\lambda+\mu}.$$

Тепер множимо кождий вираз λ тим μ, що стоїть під ним о одно місце на право і одержуємо:

$$[\lambda + \mu g^a] + [(\lambda + \mu g^a)g^a] + [(\lambda + \mu g^a)g^{2a}] + \ldots + [(\lambda + \mu g^a)g^{(b-1)a}] = b_{\lambda+\mu g^a}$$

остатній вираз відповідає добуткови $[\lambda g^{(b-1)a}] \,.\, [\mu]$. Дальше множимо о 2 місця на право:

Digitized by Google

$$[\lambda+\mu g^{2a}]+[(\lambda+\mu g^{2a})g^{a}]+\ldots=b_{\lambda+\mu g^{2a}},$$

взінці о $(b-1)$ місць на право (т. є о одно місце на ліво):

$$[\lambda+\mu g^{(b-1)a}]+[\lambda+\mu g^{(b-1)a})g^{a}]+\ldots=b_{\lambda+\mu g^{(b-1)a}},$$

отже:

$$b_\lambda\, b_\mu=b_{\lambda+\mu}+b_{\lambda+\mu g^{a}}+b_{\lambda+\mu g^{2a}}+\ldots+b_{\lambda+\mu g^{(b-1)a}}, \quad (10)$$

т. зн., що добуток двох період є сумою $(b-1)$ період, утворених подібним способом, як періоди (8).

Творячи добутки ріжних період, одержуємо результат: **Кожду вимірну функцію, утворену з період, можемо представити сумою подібних період.** Таким чином є всі σ вимірними функціями період, т. зн. є вони сумами період. Ті суми можна обчислити в кождім окремім випадку.

Візьмім найпростійший випадок, з якім маємо до діла при кождім такім рівнаню, а саме; $a=2$, бо $p-1$ є паристе число: $p-1=2b$. Тоді маємо дві періоди по b членів:

$$b_0=[1]+[g^2]+[g^4]+\ldots+[g^{2(b-1)}],$$
$$b_1=[g]+[g^3]+[g^5]+\ldots+[g^{2b-1}];$$

вони є корінями квадратного рівнаня $z^2-\sigma_1 z+\sigma_2=0$,

де $\sigma_1=b_0+b_1=-1$,

$$\sigma_2=b_0\,.\,b_1=b_1+b_{g^2}+b_{g^{4b}}+\ldots+b_{g^{2b}};$$

ті періоди се нічо инше, як тільки b_0 і b_1 на переміну, бо $b_{g^2}=b_1$ і т. д., отже $b_0\,.\,b_1=\frac{b}{2}(b_0+b_1)=-\frac{b}{2}$. Звідси:

$$F(z)\equiv z^2+z-\frac{b}{2}=0 \quad (9a)$$

т. є

$$z=\frac{-1\pm\sqrt{1+2b}}{2}.$$

Знак при b_0 і b_1 добираємо після триґонометричних вартостий корінїв; маємо іменно

$$\omega=\cos\frac{2k\pi}{p}+i\sin\frac{2k\pi}{p};$$

$$b_0=\{[1]+[g^{2(b-1)}]\}+\{[g^2]+[g^{2(b-2)}]\}+\ldots,$$
$$b_1=\{[g]+[g^{2b-1}]\}+\{[g^3]+[g^{2b-3}]\}+\ldots,$$

Вартість першої скобки { } в b_0 є $[1]+[-1]$, бо $\omega_{g^{2(b-1)}}=\omega^{-1}$,

Digitized by Google

а $[1]+[-1]=\left(\cos\frac{2\pi}{p}+i\sin\frac{2\pi}{p}\right)+\left(\cos\frac{2\pi}{p}-i\sin\frac{2\pi}{p}\right)=2\cos\frac{2\pi}{p}$;

анальоґічно буде друга скобка: $[g^2]+[-g^2]=2\cos\frac{4\pi}{p}$ і т. д., отже загалом:

$$b_0=2\left\{\cos\frac{2\pi}{p}+\cos\frac{4\pi}{p}+\ldots\right\};$$

після того, яка є вартість скобки $\{\ \}$, беремо при b_0 знак $+$ або $-$, а при b_1 противний знак.

Кладучи $\varepsilon^2=1$, маємо врешті:

$$b_0=\frac{-1+\varepsilon\sqrt{1+2b}}{2},\ b_1=\frac{-1-2\sqrt{1+2b}}{2}.$$

§. 79. Тепер розкладаймо b на два чинники: $b=cd$, де c є перве. З кождої періоди b_λ творимо c нових по d виразів так, що беремо в неї чергою по однім члені до кождої періоди.

I. b_0 дасть;

$$d_0=[1]+[g^{ca}]+[g^{2ca}]+\ldots+[g^{(d-1)ca}],$$

$$d_a=[g^a]+[g^{(c+1)a}]+[g^{(2c+1)a}]+\ldots+[g^{((d-1)c+1)a}],$$

$$d_{2a}=[g^{2a}]+[g^{(c+2)a}]+[g^{(c+2)a}]+[g^{(2c+2)a}]+\ldots[g^{(d-1)h+2a}],$$

. . . . . .

$$d_{(c-1)a}=[g^{(c-1)a}]+[g^{(2c-1)a}]+[g^{(3c-1)a}]+\ldots+[g^{(d-1)ca+1}];$$

кождий з виложників при g є многократю числа a.

II. b_1 розібємо на:

$$d_1=[g]+[g^{ca+1}]+[g^{2ca+1}]\ldots+[g^{(d-1)ca+1}]$$

$$d_2=[g^{a+1}]+[g^{(c+1)a+1}]+]g^{(2c+1)a+1}]+\ldots+[g^{((d-1)c+1)a+1}],$$

. . . . . .

кождий з виложників є форми $ka+1$; і т. д. Вирази, що повстають з b_λ, будуть мати виложники $ka+\lambda$.

Члени першої ґрупи, d_0, d_a, d_{2a}, ..., $d_{(c-1)a}$, залежать від рівнаня степеня c, якого сочинники є вимірними функціями тих період, а їх симетричні функції є періодами b.

Таких рівнань степеня c є a; всї вони є до себе подібні так, що з одного до другого можемо перейти через субституції показчиків d:

$$s=|\,z\quad z+1\,|\ (mod.\ a).$$

Digitized by Google

Тепер розкладаємо дальше: $d = ef$, де e є перве число; $f = gh$, g є перве число, і т. д., аж дійдемо до $k = lm$, де l і m є перві числа. Тоді маємо вже: $m = m \cdot 1$, отже будемо мати m одночленних період, а ними будуть самі корінї ω.

З того виходить, що рівнане подїлу кола степеня n розвязуємо, розкладаючи $n - 1$ на перві чинники $n - 1 = aceg \ldots lm$. Коли всї ті числа є $= 2$, отже $p - 1 = 2^{\mu}$, тодї маємо самі квадратні рівнаня. В такім разї можемо перевести ґеометричну конструкцію корінїв даного рівнаня при помочи лінії й циркля.

Щоби $p = 2^{\mu} + 1$ було первим числом, мусить бути $\mu = 2^{\nu}$ (Gauss), бо коли-б μ мало ще инші перві чинники крім 2, нпр. $\mu = 2^{\nu} \cdot t$, то p було би подїльне через $2^{2^{\nu}} + 1$; бо положім $2^{2^{\nu}} = A$, то маємо:

$$2^{2^{\nu} \cdot t} + 1 = (2^{2^{\nu}})^{t} + 1 = A^{t} + 1,$$

отже:

$$\frac{A^{t} + 1}{A + 1} = A^{t-1} - A^{t-2} + \ldots \pm 1,$$

т. зн. той квот є цїлим числом. З другої сторони переконано ся що не всї числа форми $p = 2^{2^{\nu}} + 1$ є перві. Для $\nu = 0, 1, 2, 3, 4$ одержуємо:

$$p = 3,\ 5,\ 17,\ 257,\ 65537,$$

самі перві числа; зате для $\nu = 5$ одержуємо число, подїльне через 641. Дальші числа тої форми зложені є для $\nu = 12$ і $\nu = 23$.

Для $p = 5$ і $p = 17$ можна легко виконати дїйсну ґеометричну конструкцію *).

IX. Рівнаня Абеля.

§. 80. Узагальнюючи прикмету, яка була характеристична для рівнань подїлу кола, приймім, що кождий корінь незведимого рівнаня

$$f(x) = 0 \qquad (1)$$

можна представити як вимірну функцію попереднього. Назвім перший корінь x_1, а ту функцію $\varphi(x)$, то одержимо ряд:

$$x_1,\ x_2 = \varphi(x_1),\ x_3 = \varphi(x_2),\ \ldots,\ x_k = \varphi(x_{k-1}),\ \ldots \qquad (2)$$

---

*) Пор. нпр. Netto, Substitutionentheorie стр. 181., Serret, Algèbre II. стр. 565, etc.

Digitized by Google

Рівнане (1) має корінї: $x_1, x_2, x_3, \ldots$, отже коли ми величини (2) вставимо в те рівнане, то одержимо правдиві реляції

$$f(x_k) = f[\varphi(x_{k-1})] = 0. \qquad (1')$$

Ті корінї можемо представити також так:

$$x_3 = \varphi\{\varphi(x_1)\},\ x_4 = \varphi[\varphi\{\varphi(x_1)\}], \ldots, \qquad (2')$$

а уживаючи скорочень: $\varphi\{\varphi(x_1)\} = \varphi^2(x_1), \ldots$, маємо

$$x_3 = \varphi^2(x_1),\ x_4 = \varphi^3(x_1), \ldots, x_k = \varphi^{k-1}(x_1), \ldots \qquad (2'')$$

Сей остатнїй ряд не може бути безконечний, бо скількість корінїв рівнаня є скінчена; проте мусять деякі вирази того ряду повторювати ся. Приймім, що перші вирази, які є собі рівні, є $\varphi^k(x_1)$ і $\varphi^{m+k}(x_1)$; звідси виходить, що $k = 0$, і $\varphi^m(x_1) = x_1$, отже ряд (2) буде мати такі ріжні між собою члени:

$$x_1\ \varphi(x_1),\ \varphi^2(x_1), \ldots, \varphi^{m-1}(x_1) \qquad (2a)$$

Ті члени є дїйсно ріжні; се слїдує з заложеня, бо перший член, який має повторити ся, є $\varphi^m(x_1)$.

Коли $n = m$, то ряд (2a) обіймає всї корінї рівнаня; коли-ж $n > m$, то лишили ся ще деякі корінї поза тим рядом. Приймім, що якесь x_2 є одним із корінїв, необнятих рядом (2a); тодї можемо утворити другий такий ряд, в якім замість x_1 приходить елемент x_2, отже одержимо:

$$x_2,\ \varphi(x_2),\ \varphi^2(x_2), \ldots, \varphi^{\mu-1}(x_1): \qquad (3)$$

μ мусить бути $= m$, бо функція φ є в обох разах та сама, отже по $(m-1)$ повторенях мусимо прийти до первісного коріня.

Члени обох рядів є ріжні; бо коли би було нпр.

$$\varphi^a(x_1) = \varphi^b(x_2),$$

то виконуючи на обох сторонах операцію φ^{m-a}, одержали-б ми:

$$\varphi^{a+m-b}(x_1) = \varphi^m(x_2).$$

т. є

$$x_2 = \varphi^{a-b}(x_1)$$

а з того слїдувало би, що x_2 належить до першого ряду, отже суперечність.

Коли $n = 2m$, то ряди (2a) і (3) вичерпали вже всї корінї рівнаня (1); в противнім разї зістали ще дальші корінї, з яких можемо утворити третїй ряд

$$x_3,\ \varphi(x_3),\ \varphi^2(x_3), \ldots, \varphi^{m-1}(x_3),$$

і т. д. аж вичерпаємо всї корінї.

Digitized by Google

Звідси виходить, що степень рівнаня (1) є многократю числа m.

Отже, коли корінї рівнаня (1) мають ту прикмету, що кождий корінь є функцією иншого коріня, то їх можна уложити в таблицю:

$$\left.\begin{array}{l} x_1,\ \varphi(x_1),\ \varphi^2(x_1),\ \ldots,\ \varphi^{m-1}(x_1), \\ x_2,\ \varphi(x_2),\ \varphi^2(x_2),\ \ldots\ \varphi^{m-1}(x_2), \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ x_\nu,\ \varphi(x_\nu),\ \varphi^2(x_\nu),\ \ldots,\ \varphi^{m-1}(x_\nu); \end{array}\right\} \qquad (4)$$

тут є: $\varphi^m(x_k) = x_k$ для кождого рядка. Степень рівнаня є $n = m\nu$.

§. 81. Ґрупа рівнаня (1) є непервісна. Нам вільно переставлювати елементи в кождім рядку, уживаючи циклїчної субституції

$$c_\lambda = |\ x_\lambda\ \ \varphi(x_\lambda)\ |\ ;$$

отже ті субституції творять ґрупу порядку m^ν, бо циклїв є ν, а кождий з них є m-того степеня. Кожда инша субституція, яка заступить x_1 елементами: $x_2, x_3, \ldots, x_\nu$, переведе цїлий перший рядок в другий, в третїй, ..., в ν-тий. Таких субституцій є $\nu!$, отже порядок цїлої ґрупи буде $\nu!\ m^\nu$. Ґрупа є непервісна; вона має ν клас по m елементів.

§. 82. Приймім, що степень рівнаня (1) є зложений: $n = m\nu$. Доказано, що тодї можна розвязку рівнаня (1) звести до розвязки ν рівнань степеня m, які мають корінї, відповідаючі рядкам таблицї (4).

Утворім ресольвенти Lagrange'a

$$\begin{array}{l} X_1 = x_1 + \varphi(x_1) + \varphi^2(x_1) + \ \ldots\ + \varphi^{m-1}(x_1), \\ X_2 = x_2 + \varphi(x_2) + \varphi^2(x_2) + \ \ldots\ + \varphi^{m-1}(x_2), \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ X_\nu = x_\nu + \varphi(x_\nu) + \varphi^2(x_\nu) + \ \ldots\ \varphi^{m-1}(x_\nu). \end{array}$$

Субституції ґрупи рівнаня (1) не змінюють поодиноких ресольвент, тільки або їх перемінюють поміж собою, або переставлюють лише поодинокі додайники. Отже функція X_k є ν-вартісна; до X_1 належить ґрупа тих m^ν субституцій, які переставлюють елементи в нутрі поодиноких рядків, скомбінована з ґрупою, яка переставлює позісталих $\nu - 1$ рядків. Її порядок є проте: $(\nu - 1)!\ m^\nu$.

Digitized by Google

Симетричні функції величин X можна представити сочинниками рівнаня (1), бо вони мають ту саму ґрупу, що дане рівнанє, отже є вони корінями рівнаня степеня ν:

$$\Phi(X)=(X-X_1)(X-X_2)\ .\ .\ .\ (X-X_\nu)=0. \qquad (5)$$

§ 83. Знаючи одну з тих ресольвент, можемо розвязувати рівнанє дальше методою, поданою в попереднім розділї. Творимо циклїчні функції:

$$\left.\begin{aligned}
\psi_1 &= x_1+\omega\psi(x_1)+\omega^2\varphi^2(x_1)+\ldots+\omega^{m-1}\varphi^{m-1}(x_1),\\
\psi_2 &= x_1+\omega^2\varphi(x_1)+\omega^4\varphi^2(x_1)+\ldots+\omega^{2(m-1)}\varphi^{m-1}(x_1),\\
&\ .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\\
\psi_{m-1} &= x_1+\omega^{m-1}\varphi(x_1)+\omega^{(2m-1)}\varphi^2(x_1)+\ldots+\omega^{(m-1)2}\varphi^{m-1}(x_1):
\end{aligned}\right\} (6)$$

коли утворимо функцію

$$\psi_\alpha\,.\,\psi_1^{\,m-\alpha}=T_\alpha,$$

то та функція буде незмінна для ґрупифункції X_1, яка ставить $\varphi(x_1)$ замість x_1; отже функції T можна представити вимірно величиною X_1.

Для $\alpha=1$ маємо

$$T_1=\psi_\alpha^{\,m},$$

а для инших є

$$\psi_\alpha=\frac{T_\alpha}{\psi_1^{\,m}}\psi_1^{\,\alpha}=\frac{T_\alpha}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^\alpha. \qquad (7)$$

Вставляючи ті вартости в лїві сторони рівнань (5) і узгляднюючи, що

$$X_1=x_1+\varphi(x_1)+\varphi^2(x_1)+\ldots+\varphi^{m-1}(x_1),$$

одержимо:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 &= \frac{1}{m}\left[X_1+\sqrt[m]{T_1}+\frac{T_2}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^2+\ldots+\frac{T_{m-1}}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^{m-1}\right],\\
\varphi(x_1) &= \frac{1}{m}\left[X_1+\omega^{-1}\sqrt[m]{T_1}+\omega^{-1}\frac{T_2}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^2+\ldots+\omega^{(m-1)}\frac{T_{m-1}}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^{m-1}\right],\\
&\ .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\quad .\\
\varphi^{m-1}(x_1) &= \frac{1}{m}\left[X_1+\omega^{-(m-1)}\sqrt[m]{T_1}+\omega^{-2(m-1)}\frac{T_2}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^2+\ldots\right.\\
&\qquad\left.+\omega^{-(m-1)^2}\frac{T_{m-1}}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^m\right].
\end{aligned}\right\} (8)$$

З того бачимо, що корінї рівнаня (1) представили ми в тій формі, до якої дійшли в теорії рішимих рівнань.

Digitized by Google

Та ми тут не маємо ще всїх корінїв рівнаня (1), тільки один рядок таблицї (4). Заступаючи X_1 анальоґічними величинами $X_2, \ldots, X_\nu$, одержимо за кождим разом нових m корінїв, отже загалом $m\nu$ корінїв рівнаня (1).

§ 84. Коли степень рівнаня (1) є первим числом, то в поданій тут розвязцї маємо повну розвязку рівнаня. Величина X_1 буде тут одинока того рода; буде вона сумою всїх корінїв рівнаня, отже першим сочинником рівнаня з противним знаком: $-c_1$. Звідси слїдує

I. Твердженє. Рівнанє первого степеня, якого кождий корінь є функцією попереднього, є рішиме.

Коли число m є зложене: $m = m_1, m_2$, мусимо зважити, що добуванє зложеного коріня розкладаєть ся на два корінованя о виложниках первих. Заступім в рівнаню на ψ_1 ω корінем рівнаня $\omega_1^{m_1} = 1$:

$$\psi_1 = [x_1 + \varphi^{m_1}(x_1) + \varphi^{2m_1}(x_1) + \ldots + \varphi^{(n_1-1)m_1}(x_1)]$$
$$+ \omega_1[\varphi(x_1) + \varphi^{m_1+1}(x_1) + \varphi^{2m_1+1}(x_1) + \ldots + \varphi^{(n_1-1)m_1+1}(x_1)]$$
$$+ \ldots$$
$$+ \omega_1^{m_1-1}[\varphi^{m_1-1}(x_1) + \varphi^{2m_1-1}(x_1) + \varphi^{3m_1-1}(x_1) + \ldots + \varphi^{n_1m_1-1}(x_1)];$$

назвім вирази в гранчастих скобках: $\chi_0, \chi_1, \ldots, \chi_{m_1-1}$, то будемо мати:

$$\psi_1 = \chi_0 + \omega_1\chi_1 + \omega_1^2\chi_2 + \ldots + \omega_1^{m_1}\chi_{m_1-1}.$$

Функція $T_1 = \psi_1^{m_1}$ є незмінна для субституцій $| x_1 \quad \varphi(x_1) |$; таксамо функція $T_a = \psi_a \psi_1^{m_1-a}$ буде незмінна для тих самих субституцій, отже можна ті функції представляти вимірно в X_1. Анальоґічно як перше маємо:

$$\chi_a = \frac{1}{m_1}\left[[X_1 + \omega_1^{-a}\sqrt[m]{T_1} + \omega_1^{-2a}\frac{T_2}{T_1}\left(\sqrt[m]{T_1}\right)^2 + \ldots\right]. \quad (8)$$

Обчисливши одну з величин χ_1, можемо обчислити симетричні функції величин, які стоять в тім χ як додатники, бо всї вони мають ту саму ґрупу. Таким чином можемо обчислити всї m корінїв даного рівнаня, долучивши до обсягу вимірности m_1-ший і n_1-ший корінь з одиницї.

Те саме поступованє можемо примінити, коли m має більше перших чинників: $m = m_1\, m_2 \ldots m_\chi$. Тодї долучуємо m_1-ший, m_2-ий, . . ., m_χ-тий корінь з одиницї і маємо витягнути корінї з тими самими виложниками з величин, які можна представити вимірно сочинниками даного рівнаня і долученими величинами.

Digitized by Google

Коли $m = 2^p$, рівнане зводить ся до витяганя p квадратних корінів.

Таким чином маємо доказане

II. Твердженє. Рівнаня зложених степенів, яких корінї можна роздїлити на кляси о рівній скількости членів так, що кождий корінь можна представити як вимірну функцію попереднього, т. є коли можна уставити корінї в таблицю

$$\left.\begin{array}{l} x_1,\ \varphi(x_1),\ \varphi^2(x_1), \ldots,\ \varphi^{m-1}(x_1);\ [\varphi^m(x_1) = x_1]; \\ x_2,\ \varphi(x_2),\ \varphi^2(x_2), \ldots,\ \varphi^{m-1}(x_2);\ [\varphi^m(x_2) = x_2]; \\ \cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\ x_r\ \ \varphi(x_r),\ \varphi^2(x_r), \ldots,\ \varphi^{m-1}(x_r);\ [\varphi^m(x_r) = x_r]; \end{array}\right\} \quad (1)$$

є рішимі.

§. 85. Рівнаня, якими саме займаємо ся, мають ще одну характеристичну прикмету.

Напишім: $\varphi^\alpha(x_i) = \varphi_\alpha(x_i)$, $\varphi^\beta(x_i) = \varphi_\beta(x_i)$, $\varphi_\gamma(x_i) = \varphi_\gamma(x_i)$. Коли ми на x_i виконаємо з черги два ріжні функційні символї, нпр. φ_α і φ_β, одержимо символь, якого виложником буде $\alpha + \beta$, отже $\varphi_{\alpha+\beta}$; назвім його φ_γ, отже:

$$\varphi_\alpha[\varphi_\beta(x_i)] = \varphi_\alpha\varphi_\beta(x_i) = \varphi_\gamma(x_i).$$

Так само буде, коли ми змінимо порядок φ_α і φ_β:

$$\varphi_\beta[\varphi_\alpha(x_i)] = \varphi_\beta\varphi_\alpha(x_i) = \varphi_\gamma(x_i),$$

бо ми тут виконали в обох разах функційний символь $\alpha + \beta$ разів. Звідси слїдує, що коли φ і ψ означують два які небудь функційні символї, які подають звязь між корінями рівнаня (1), то порядок виконуваня тих символїв є довільний:

$$\varphi[\psi(x)] = \psi[\varphi(x)] \qquad (9)$$

Рівнаня, які мають ту прикмету, називають ся **Абелевими***). Всї рівнаня, про які ми тут говорили, є Абелевими, бо сповняють умову (9). Отже

III. Твердженє. Абелеві рівнаня є рішимі.

---

*) Abel, Mémoire sur une classe d' équations resolubles algèbriquement. Crelle's Journal, 4 т. 1829; Oeuvres, т. 1. стр. 418. Назва походить від Jordan'a (Traité, §. 402) і Kronecker'a (Monatsberichte. Berlin, 1853).

Digitized by Google

Коли Абелеве рівнанє є зведиме, то кождий з його незведимих чинників є опять Абелевим рівнанєм*), отже ми будемо говорити виключно про незведимі Абелеві рівнаня.

Абелеве рівнанє первого степеня називаємо поодиноким або також циклїчним. Отся друга назва походить звідси, що всї корінї того рівнаня можемо замкнути в один цикль, якого кождий член буде функцією попереднього. Ґрупа того рівнаня є циклїчна, бо тільки ті субституції не змінять функцій корінїв, які пересувають показчик о ту саму скількість місць.

Абелеві рівнаня зложених степенїв називаємо зложеними або Абелевими рівнанями висших рядів (höheren Ranges)**): число ν називаєть ся рядом (Rang) Абелевого рівнаня.

§. 86 **IV. Твердженє.** Ґрупа Абелевого рівнаня є перемінна, якої порядок є рівний її степеневи.

Доказ. 1. Кожду субституцію перемінної ґрупи представляли ми в видї

$$s = s_1^{\alpha_1} s_2^{\alpha_2} \ldots s_\nu^{\alpha_\nu} \qquad (10)$$

Перемінну ґрупу G можемо розложити на части, які є опять Абелевими ґрупами, а порядок ґрупи G є добутком з порядків складових ґруп. Нехай одна із складових ґруп G_1, порядку r_1, має субституції форми

$$t_1 = s_a^{\alpha_a} s_b^{\alpha_b} \ldots,$$

друга ґрупа G_2, порядку r_2, субституції

$$t_2 = s_c^{\alpha_c} s_d^{\alpha_d} \ldots,$$

і т. д., то ґрупа G скомбінована з всїх тих частий, буде мати субстутуції

$$s = s_1^{\alpha_1}\ s_2^{\alpha_2}\ b_3^{\beta_3} \ldots;$$

її порядок буде $n = r_1 r_2 \ldots r_\nu$.

2. Нехай до ґрупи G_1 належить функція φ; коли на нїй виконаємо субституцію $s_c = s_a s_b$, то одержали-б ще иншу вартість φ_c, до якої могли-б ми дійти ще й так, що виконали-б перше s_b, а опісля s_a, бо ті субституції є перемінні.

Примінїм се до корінїв Абелевих рівнаня

$$f(x) = 0 \qquad (1)$$

степеня n. Корінї того рівнаня укладали ми в ν рядків по m членів

$$x_i,\ \varphi(x_i),\ \varphi^2(x_i), \ldots,\ \varphi^{m-1}(x_i);\ (i = 1,\ 2,\ \ldots,\ \nu). \qquad (4)$$

---

*) Vogt, Leçons, стр. 140.

**) Netto, Algebra, II. стр. 273.

Digitized by Google

Доберім сей розклад так, щоби m було первим числом. Ґрупа Абелевого рівнаня може мати тільки такі субституції, які переводять члени тільки в нутрі того самого рядка, або перемішують рядки поміж собою. Субституції першого рода дадуть циклічну ґрупу порядку m, субституції другого циклічну ґрупу порядку ν. Скомбінувавши обі ґрупи разом, одержимо перемінну ґрупу порядку $n = m\nu$, отже порядок ґрупи Абелевого рівнаня є рівний степеневи рівнаня, а тим самим і степеневи ґрупи.

3. Що згадана ґрупа є перемінна, виходить з того, що кожда циклічна ґрупа з окрема є перемінна; назвім субституції першого рода σ, а другого рода τ, то субституції скомбінованої ґрупи будуть

$$s = \sigma^\alpha \tau^\beta \quad (\alpha = 0, 1, \ldots m; \ \beta = 0, 1, \ldots, \nu). \qquad (15)$$

Звідси походить назва Абелевих ґруп.

§. 87. На основі того можемо значно зредукувати проблєм розвязки Абелевих рівнань.

V. Твердженє. Абелеве рівнанє степеня

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_\nu^{\alpha_\nu} \qquad (16)$$

можна звести до розвязки цїлого ряду Абелевих рівнань степенів: $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \ldots, p_\nu^{\alpha_\nu}$.

Доказ. Приймім для прозорости $n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2}$. Ґрупа Абелевого рівнаня степеня n матиме порядок n, отже буде мати в собі два роди субституцій такі, яких порядок є дільником числа $p_2^{\alpha_2}$, отже можемо написати:

$$s = \sigma^{\beta_1} \tau^{\beta_2},$$

де σ й τ є тими двома родами субституцій; оба вони творять окремі ґрупи (циклічні) Σ і T.

Назвім функцію, яка належить до циклічної ґрупи Σ, φ, а функцію ґрупи T, ψ. Функція φ має тільки вартостий, кілько виносить порядок ґрупи Σ, т. є $p_1^{\alpha_1}$, отже залежить від рівнаня степеня $p_1^{\alpha_1}$; те рівнанє є Абелеве, бо його ґрупа Σ є перемінна. Так само функція ψ залежить від Абелевого рівнаня степеня $p_2^{\alpha_2}$.

Утворім тепер при помочи двох вимірних величин A і B нову функцію

$$X = A\varphi + B\psi, \qquad (17)$$

то та функція буде належати до ґрупи 1, отже всї функції корінів обох рівнань буде можна нею представити, а передовсїм самі корінї. Значить, що щоби знайти корінї рівнаня (1), треба розвязати

Digitized by Google

одно рівнане степеня $p_1^{\alpha_1}$ і одно степеня $p_2^{\alpha_2}$, а потім з корінів тих рівнань утворити лінїйні функції χ, якими можна представити корінї рівнаня (1).

Тиким чином наше твердженє доказане; воно вчить, що вистарчить знати, як розвязувати Абелеві рівнаня степеня p^α, де p є перве число.

§. 88. **VI. Твердженє.** Розвязку Абелевого рівнаня степеня p^α можна звести на розвязку цїлого ряду незведимих Абелевих рівнань степеня p.

Доказ. Ґрупа Абелевого рівнаня має виключно субституції порядку p або порядку p^λ; назвім p^λ порядок тої субституції, яка має найвисший порядок. Всї ті субституції ґрупи G, яких порядок доходить тільки до $p^{\lambda-1}$, творять ґрупу H.

Коли порядок ґрупи H є p^α, то функція φ, яка належить до тої ґрупи, буде мати $p^{\alpha-\alpha}$ вартостий, отже буде залежати від рівнаня такого степеня. Коли на φ виконаємо субституцію τ з поза ґрупи G, то одержимо тільки p вартостий тої функції, бо τ^p належить вже до ґрупи H, отже субституції ґрупи, до якої належить та функція φ, мають всї порядок p. Рівнанє для φ є Абелеве степеня p.

Коли знаємо φ, то ґрупа рівнаня редукуєть ся до H; з нею повторимо той сам процедер. Субституції, яких порядок є $< p^{\lambda-2}$, творять ґрупу J, до якої належить функція ψ; та функція є з огляду на ґрупу H p-вартісна, отже залежить від Абелевого рівнаня степеня p з ґрупою того самого порядку, і т. д.

Коли $\lambda = 1$, одержуємо α Абелевих рівнань степеня p, бо ґрупа G буде редукувати ся все на низшу о показчику p; отже по α кроках дійдемо до ґрупи 1. Назвім функцію, що належить до ґрупи H, φ, до слїдуючої ґрупи $\psi, \ldots$, а до передостатньої ґрупи, порядку p, ω; тодї маємо: функція

$$\xi = A\varphi + B\psi + \ldots + E\omega$$

належить до ґрупи 1; нею можемо представити всї корінї даного рівнаня (1), а щоби її знати, мусимо розвязати α рівнань степеня p.

§. 89. **VII. Твердженє.** Ґрупа Абелевого рівнаня степеня p^α є аритметичною ґрупою степеня p^α о α показчиках $(mod.\ p)$.

Доказ. Корінї Абелевого рівнаня можна представити також так, що дамо їм по α показчиків:

$$x_{h_1 h_2 \ldots h_\alpha} = (h_1,\ h_2, \ldots,\ h_\alpha = 1,\ 2, \ldots,\ p). \qquad (18)$$

Digitized by Google

Нехай субституція

$$s_k = s_1^{k_1} s_2^{k_2} \ldots s_\alpha^{k_\alpha}$$

переводить згаданий корінь в

$$x_{k_1 k_2 \ldots k_\alpha}$$

так, що кожда зі складових субституцій s_i буде змінювати тільки i-тий показчик коріня (18); тоді мусить субституція

$$s_k . s_l = s_1^{k_1+l_1} s_2^{k_2+l_2} \ldots s_\alpha^{k_\alpha+l_\alpha}$$

перевести корінь (18) в

$$x_{k_1+l_1,\ k_2+l_2, \ldots,\ k_\alpha+l_\alpha},$$

отже субституцію s можна написати так:

$$s = \left| z_1,\ z_2, \ldots,\ z_\alpha \quad z_1 + u_1,\ z_2 + u_2, \ldots,\ z_\alpha + u_\alpha \right| (mod\ p). \tag{19}$$

Коли приймемо $u_\lambda^\delta = 1$, а всї прочі $u = 0$, одержуємо односторонну субституцію s_δ: отже кожду субституцію s можна написати як добуток односторонних

$$s_k = s_1^{k_1} s_2^{k_2} \ldots s_\alpha^{k_\alpha}.$$

X. Ґрупи рішимих рівнань.

§. 90. Ґрупою рівнаня

$$f(x) = 0 \tag{1}$$

назвали ми таку ґрупу, яка не змінює нїякої вимірної (в R) функції корінїв того рівнаня. З тої точки погляду панує між рівнанями а їх ґрупами тїсна звязь, яку ми можемо так виразити, що назвемо ґрупу рішимого рівнаня рішимою, а рівнане, якого ґрупа є первісна або непервісна, назвемо первісним чи то непервісним.

Ми вже доказали твердженє (§. 52), що ґрупа незведимого рівнаня є перехідна, і навпаки: рівнане, якого ґрупа є перехідна, є незведиме. Тепер розслїдимо вплив первісности й непервісности ґрупи на рівнане.

Приймім, що ґрупа G рівнаня (1) є непервісна; тоді можемо корінї розложити на ν кляс по m членів ($n = m\nu$):

$$\begin{matrix} x_{11}, & x_{12}, & \ldots, & x_{1m}, \\ x_{21}, & x_{22}, & \ldots, & x_{2m}, \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{\nu 1}, & x_{\nu 2}, & \ldots & x_{\nu m}, \end{matrix} \tag{2}$$

Digitized by Google

так, що субституції ґрупи G будуть або тільки пересувати елементи в кождім рядку, або рядки поміж собою. Возьмім тепер за ресольвенту яку небудь симетричну функцію корінів першого рядка; під впливом ґрупи G перейде вона в симетричні функції всїх инших рядків. Тих всїх симетричних функцій буде рівно ν:

$$\begin{aligned} y_1 &= S(x_{11}, x_{12} \ldots, x_{1m}), \\ y_2 &= S(x_{21}, x_{22}, \ldots, x_{2m}), \\ &\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ y_\nu &= S(x_{\nu 1}, x_{\nu 2} \ldots, x_{\nu m}); \end{aligned} \tag{3}$$

вони є корінями рівнаня степеня ν:

$$\varphi(y) = 0, \tag{4}$$

якого сочинники є незмінні для ґрупи G, отже можна їх представити вимірно. Розвязавши рівнане (4), знаємо симетричні функції $y_1, y_2, \ldots, y_\nu$, а також і всї инші симетричні функції, утворені з поодиноких рядків (2). Нехай

$$\sigma_1(x_\alpha), \sigma_2(x_\alpha), \ldots, \sigma_m(x_\alpha)$$

будуть основними симетричними функціями α-того рядка, то з них маємо рівнане

$$\psi_\alpha = x^m - \sigma_1(x_\alpha)x^{m-1} + \sigma_2(x_\alpha)x^{m-2} - \ldots \pm \sigma_m(x_\alpha) = 0, \tag{5}$$

яке дає всї корінї α-того рядка. Отже рівнане (1) одержимо, коли виелїмінуємо величину y з (4) і (5), т. є з:

$$f(x) = \prod_{\alpha=1}^{\nu} \psi_\alpha = 0 \tag{6}$$

Звідси слїджує

Твердженє. Коли рівнане (1) можемо одержати через елїмінацію величини y з рівнань (4) і (5), то ґрупа даного рівнаня буде непервісна, і навпаки: непервісне рівнане можемо вважати результатом такої елїмінації.

З того виходить, що рівнаня, яких ґрупа є непервісна, можна все редукувати; отже в загальній теорії рівнань займаємо ся тільки первісними рівнанями.

§. 91. Займім ся тепер дальшими прикметами ґрупи даного рівнаня (1).

Коли утворимо ресольвенту Galois загального рівнаня,

$$\xi_1 = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \ldots + \alpha_n x_n, \tag{7}$$

Digitized by Google

яка має $n!$ вартостий, то ґрупа рівнаня і ґрупа рівнаня ресольвенти

$$F(\xi_1) = 0 \tag{8}$$

будуть ізоморфні. Коли рівнане (1) загальне (т. зн. нерішиме), отже його ґрупа симетрична, то ґрупа рівнаня (8) має порядок рівний степеневи, і всї корінї рівнаня (8) можна представити вимірно одним з поміж них, т. зн., розвязка рівнаня (1) є рівнозначна з розвязкою рівнаня (8).

Спеціяльне рівнане ріжнить ся від загального тим, що між його корінями панує реляція

$$\varphi(x_1, x_2, \ldots x_n) = 0; \tag{9}$$

нехай ґрупа функції φ буде G, порядку r, тодї корінї рівнаня (1) позволяють тільки на субституції ґрупи G, бо кожда инша субституція перевела би φ в відмінну функцію φ', а та функція змінила би вже характер рівнаня (1).

Виконаймо субституції ґрупи G на ресольвентї (7); через те одержимо r ріжних вартостий $\xi_1, \xi_2, \ldots \xi_r$, які творять рівнане

$$F_1(\xi) = (\xi - \xi_1)(\xi - \xi_2) \ldots (\xi - \xi_r) = 0. \tag{10}$$

До того самого результату дійдемо, коли до обсягу рівнаня (8) долучимо реляцію (9); тодї рівнане $F(\xi) = 0$ стане зведиме і розпадеть ся на незведимі чинники степеня r; одним з тих чинників буде (10). Ґрупи тих всїх чинників будуть одностепенно ізоморфні до ґрупи G.

Звідси слїдує

I. Твердженє. За долученем функції $\varphi = 0$ рівнане ресольвенти розпадаєть ся на $\varrho = \frac{n!}{r}$ чинників степеня r. Всї корінї кождого з чинників можна представити вимірно одним з них, а ними можна представити корінї рівнаня (1).

Коли два рівнаня $f_1(x) = 0$ і $f_2(x) = 0$, схарактеризовані реляціями $\varphi_1 = 0$ і $\varphi_2 = 0$, які належать до тої самої ґрупи, то розвязка одного рівнаня подає заразом і розвязку другого рівнаня.

§. 92. Функція, яку треба долучити до обсягу рівнаня (1), дана звичайно в такій формі, що якась її степень,

$$\psi_\nu^m = A(x_1, x_2, \ldots, x_n) \tag{11}$$

належить до обсягу рівнаня (1), т. зн., ми долучуємо не величину

Digitized by Google

ψ впрост, тільки корінь иншого рівнаня, яке вважаємо рішимим. В такім разї долучуємо всї корінї рівнаня (11):

$$\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_m$$

т. зн. всї вартости функції ψ, які вона може в обсягу R приймати. Робимо се тому, що для вишуканя рівнаня

$$\psi^m = A \qquad (11a)$$

мусимо знати всї вартости функції ψ, які вона приймає під впливом ґрупи G. Тодї маємо:

$$g(\psi) = (\psi - \psi_1)(\psi - \psi_2) \ldots (\psi - \psi_m) = 0 \qquad (12)$$

є бажаним помічним рівнанєм.

Ґрупа G — зглядно функція φ, яка до неї належить — характеризує дане рівнанє (1).

§. 93. Долучім до рівнаня (1) з ґрупою G всї корінї рівнаня (12) і утворім яку небудь функцію тих корінїв, $\Phi(\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_m)$. Ґрупа, яка тепер буде належати до рівнаня (1), буде підґрупою ґрупи G, а заразом і перекроєм ґруп

$$H_1, H_2, \ldots, H_m. \qquad (13)$$

які належать до функцій

$$\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_m. \qquad (14)$$

Назвім той перекрій K, тодї знаємо, що K належить до функції $\Phi(\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_m)$.

Ґрупа G, виконувана на рядї функцій (14), може тільки пересувати їх поміж собою, бо ті вартости одержали ми, виконуючи субституції ґрупи G на функції ψ_1. З того слїдує, що K не змінить ся, коли його будемо трансформувати ґрупою G:

$$G^{-1}KG = K,$$

або

$$KG = GK.$$

Утворім тепер з тих субституцій, які є спільні ґрупам G і K, підґрупу Γ, то Γ буде так само перемінне з G, отже буде її визначною підґрупою.

Коли G не є зложеною ґрупою, то Γ мусить бути ідентичною ґрупою, отже за долученєм функцій ψ одержимо з G ґрупу 1, т. зн. рівнанє (1) буде розвязане. Коли-ж G є зложене, то Γ може бути або 1, або ґрупою висшою від 1; тодї рівнанє ресольвенти (8) розпадеть ся, що правда на чинники низших степенїв, але неконечно на лінійні.

Digitized by Google

§. 94. Порядок ґрупи K рівний степеневи рівнаня, яке має корінї:

$$\chi = a_1\psi_1 + a_2\psi_2 + \ldots + a_m\psi_m; \qquad (15)$$

коли будемо вважати χ функцією величин $x_1, x_2, \ldots, x_m$, то ґрупою тої функції буде K, а Γ буде перекроєм ґруп G і K. Всї вартости χ одержимо, коли до тої функції приміним ґрупу G; звідси слїдує, що порядок ґрупи K є

$$\nu = \frac{r}{r'},$$

де r і r' є порядками ґрупи G і Γ. — Коли G є поодинокою ґрупою, є $r' = 1$, отже $\Gamma = 1$, а $\nu = r$, т. зн., що таке долучене не посуне розвязки рівнаня вперед.

Ґрупа К не може мати r субституцій, бо не всї вартости ψ є ріжні між собою; ті субституції, які творять ґрупу Γ, не змінюють їх, отже порядок ґрупи K є $\frac{r}{r'}$.

Виберім на ресольвенту таку функцію ξ, яка належить до ґрупи Γ, отже вона буде залежати від рівнаня степеня ν, а всї її корінї буде можна виразити вимірно одним з поміж них, бо всї вони будуть належати до тої самої ґрупи Γ.

Коли Γ є найбільшою (визначною) підґрупою ґрупи G, то ґрупа рівнаня

$$\lambda(\xi) = (\xi - \xi_1)\ldots(\xi - \xi_\nu) = 0 \qquad (16)$$

буде поодинока*), перехідна. Тодї можна рівнане (16) розвязати вже за одним долученем, отже тільки тодї можемо мати користь з долучена ресольвенти, коли ґрупа рівнаня ресольвенти буде проста, т. зн., коли ґрупа Γ буде найбільшою підґрупою первісної ґрупи. В такім разї ґрупа G редукуєть ся на Γ.

Тепер вважаємо Γ ґрупою рівнаня (1) і поступаємо з нею зовсїм так само, аж врештї дійдемо до ідентичної ґрупи. Отже розвязку рівнаня (1) можна повести такою дорогою:

Ґрупу G розкладаємо на ряд зложеня

$$G,\ G_1,\ G_2, \ldots,\ G_\nu,\ 1, \qquad (17)$$

т. зн., кождий слїдуючий член є найбільшою підґрупою попереднього. Порядки членів того ряду є

$$r\ \ r_1,\ r_2, \ldots,\ r_\nu,\ 1. \qquad (18)$$

---

*) Netto, Substitutionentheorie, стр. 268.

Digitized by Google

До обсягу R рівнаня

$$f(x)=0 \qquad (1)$$

долучуємо чергою коріні рівнань степенів

$$\varrho_1=\frac{r}{r_1},\ \varrho_2=\frac{r_1}{r_2},\ldots,\ \varrho_{\nu+1}=r_\nu; \qquad (19)$$

сочинники кождого з тих рівнань належать до обсягу попереднього рівнаня. Кожде з тих рівнань є незведиме, і коріні кождого з них можна представити вимірно одним котрим небудь. Порядки ґруп, які належать до тих рівнань, є числами з ряду (19).

Рівнанє ресольвенти, яке зразу було незведиме і степеня r, розпадаєть ся чергою на

$$\varrho_1,\ \varrho_1\varrho_2,\ \varrho_1\varrho_2\varrho_3,\ldots,\ \varrho_1\varrho_2\ldots\varrho_\nu=r$$

чинників. З остатньою операцією є рівнанє (1) розвязане.

§. 95. Шукаймо тепер дальше умов рішимости рівнаня 1). Назвім долучені рівнаня

$$\chi_1=0,\ \chi_2=0,\ldots,\ \chi_{\nu+1}=0; \qquad (20)$$

вони мають ту прикмету, що всї їх коріні можна представлювати одним з них, отже се циклїчні рівнаня.

Степені тих рівнань мусять бути [illegible]. Се конечна й достаточна вимога для рішимости рівнаня, отже:

II. Твердженє. Конечною і достаточною умовою для рішимости рівнаня (1) є те, щоби ряд чинників зложеня ґрупи G, т. є ряд (19), складав ся з самих первих чисел.

Та умова є конечна, бо тільки тодї можна розвязати рівнанє (1), коли рівнаня (20) будуть рішимі, а се можливе тільки тодї, коли вони є циклїчними первого степеня, — а заразом і достаточна, бо тодї дїйсно ґрупа G буде редукувати ся в згаданий спосіб.

§. 96. **III. Твердженє.** Другою конечною і достаточною умовою рішимости рівнаня (1) є, щоби ґрупа G складала ся з таких субституцій, що в рядї її зложеня

1. субституції кождої ґрупи G_1 є з собою перемінні аж по субституції слїдуючої ґрупи $G\lambda$;

2. найнизша степень кождої субституції з $G\lambda$, яка приходить в $G_{\lambda-1}$, має первий виложник.

Доказ. 1. Перша умова сповнена вже самою дефініцією ряду зложеня. Нехай в рядї зложеня по G слїдує G_1; назвім s субсти-

Digitized by Google

туції з G t з G_1, а σ нехай буде такою субституцією з G, якої нема в G_1; тоді є (§. 24).

$$s_\alpha s_\beta = s_\beta s_\alpha \cdot t_\mu$$

2. Приймім, що m-та степень субституції σ приходить вже в G_1, отже $\sigma^m = t_a$; таке m істнує все; в найгіршім разї буде m порядком субституції σ. Коли m є зложеним числом, $m = pq$, напишім $\sigma^p = \tau$, отже τ^q буде містити ся в G_1

$$\tau^q = \sigma^{pq} = t_a.$$

Трансформуймо τ всїми субституціями з G_1; через те одержимо ряд субституцій $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_\lambda$, з яких нї одної нема в G_1. Утворім ґрупу Γ з G_1 і з $\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_\lambda$; Γ є переміннє з G, бо

$$s^{-1}\Gamma s = s^{-1}\{G_1 . \tau_1^{\alpha_1}\tau_2^{\alpha_2}\ldots\}s = s^{-1}G_1 s . s^{-1}\tau_1^{\alpha_1}s . s^{-1}\tau_2^{\alpha_2}s\ldots$$
$$= G_1 . \tau_1'^{\delta}\tau_2'^{\delta}\ldots = \Gamma.$$

З того слїдує, що G_1 не може бути найбільшою підґрупою для G, бо Γ є висшою визначною підґрупою. Неможливе отже, щоби m було зложеним числом; наше твердженє доказане посередно.

§. 97. **IV. Твердженє.** Коли степень незведимого, рішимого рівнаня $f(x) = 0$ є зложеним числом, $n = i.m$ (де i і m є зглядно перві), то по долученю корінїв одного рівнаня степеня m рівнанє (1) розпадеть ся на m рівнань степеня i

$$f\lambda(x) = 0 \quad (\lambda = 1, 2, \ldots, m),$$

яких сочинники належать до обсягу, розширеного корінями згаданого рівнаня степеня m. Ґрупа рівнаня (1) є непервісна.

Доказ. Виходить се звідси, що ґрупа рівнаня зложеного степеня не може бути первісна. Поміж субституціями ґрупи G можна буде знайти такі, які будуть змінювати елементи тільки серед тої самої кляси, або будуть пересувати цїлі кляси, нерозриваючи їх. Коли-ж рівнанє непервісне, то його можна представити як результат елїмінації величини y з рівнань

$$y^i - k_1 y^{i-1} + \ldots \pm k_i = 0,$$

де кождий сочинник є величиною з розширеного обсягу.

Отся редукція показує, що коли маємо розвязувати рівнанє зложеного степеня, то той проблєм зводить ся до розвязки ряду рівнань степенїв p^λ, де всї p є первними числами.

Digitized by Google

Третя частина.

Рішимі рівнаня.

XI. Рішимі рівнаня первого степеня.

§. 98. Остатне твердженє попереднього роздїлу вказує, як можна зредукувати проблем розвязки альґебраїчних рівнань. Іменно, коли степень рівнаня є зложений

$$n = p_1^{\alpha_1} p_2^{\alpha_2} \ldots p_\nu^{\alpha_\nu},$$

($p_1, p_2, \ldots, p_\nu$ перві числа, ріжні між собою), то розвязку рівнаня степеня n можна звести до ряду рівнань степенїв $p_1^{\alpha_1}, p_2^{\alpha_2}, \ldots, p_\nu^{\alpha_\nu}$, — отже ми маємо займати ся типовим проблемом: знайти і розвязати рішимі рівнаня степеня p^ν, де p є числом первим.

Коли рівнанє

$$f(x) = 0 \qquad (1)$$

є рішиме, то його ґрупа G називаєть ся теж рішима; вона мусить сповнювати ось такі вимоги: 1) мусить бути перехідна, бо в противнім разї рівнанє було би зведиме; 2) мусить бути первісна, бо приймаємо, що рівнанє має найпростїйшу форму, отже не можна його вважати результатом елїмінації, вказаної в §. 90; 3) мусить мати ряд зложеня о первих показчиках. Отсей ряд складаєть ся з таких членів, що кождий з них є найбільшою (визначною) підґрупою попереднього; кожда ґрупа є перемінна аж по субституції слїдуючого члена, а остатня ґрупа є зовсїм перемінна, т. зн. Абелева.

§. 97. Найпростїйший є той випадок, що $\alpha = 1$, отже $n = p$, т. зн. степень рівнаня є первий. Ми бачили, що корінї такого рівнаня можемо представити при помочи невимірностий

$$\left.\begin{aligned} V_\nu^{p_\nu} &= F_\nu(R), \\ V_{\nu-1}^{p_{\nu-1}} &= F_{\nu-1}(R;\ V_\nu), \\ &\ldots\ldots \\ V_1^{p} &= F_1(R;\ V_\nu, V_{\nu-1}, \ldots, V_2) \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

в формі:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= G_0 + V_1 + G_1 V_1^2 + \ldots + G^{p-1} V_1^{p-1}, \\ x_2 &= G_0 + \omega V_1 + G_2 \omega^2 V_1^2 + \ldots + G_{p-1} \omega^{p-1} V_1^{p-1}, \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots \\ x_p &= G_0 + \omega^{p-1} V_1 + G_2 \omega^{2(p-1)} V_1^2 + \ldots + G_{p-1} \omega^{(p-1)^2} V_1^{p-1}, \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

де ω є p-тим корінем з одиниці.

Digitized by Google

Заступаючи кожду з невимірностий V величинами $\omega^{\mu} V$, одержимо замість V_1 вираженє $G_{\mu}\omega^{k\mu} V_1{}^{\mu}$; примінюючи те до корінів рівнаня побачимо, що така переміна переводить тільки один корінь в другий, отже цілости системи (3) не може змінити. З того слідує, що всї такі субституції, які викликують згадану зміну, належать до ґрупи G рівнаня (1).

Ужиймо такої субституції, яка переводить V_1 в ωV_1, т. є

$$| V_1 \ \omega V_1 | ; \tag{4}$$

вона переведе x_1 в x_k, x_2 в $x_{k+1}, \ldots$, x_p в $_{k+p-1}$, отже є рівнозначна з субституцією

$$| x_{\mu} \ x_{\mu+k-1} | \ (mod. \ p), \tag{4a}$$

Беручи самі показчики незвісних, можемо написати ту субституцію в такій найпростійшій формі:

$$g = | z \ \ z+1 | , \tag{5}$$

бо кожду иншу субституцію виду (4a) можемо представити як степень субституції g. Субституція (5) є циклїчна; ми назвали її також аритметичною. Її періода дає циклїчну ґрупу порядку p, якої не можна вже розложити на підґрупи; назвім ту підґрупу M; вона пересуває всї коріні рівнаня. Вона є також переміна, отже буде стояти в ряді зложеня ґрупи G на остатнїм місцї перед 1. З того слідує, що кожда більшима ґрупа степеня p мусить містити в собі циклїчну ґрупу як підґрупу.

§. 100. Шукаймо дальших субституцій ґрупи G. Можемо се робити на два способи; 1) або шукати субстатуції, які не пересувають всїх корінїв, тільки деякі, 2) або брати під розвагу функції, що належать до ґрупи M, і їх ріжні вартости.

Субституції g пересувають всї коріні рівнаня (1). Шукаймо тепер таких субституцій, які змінюють $p-1$ корінїв, а один лишають незмінний. Приймім, що якась переміна в V не змінює коріня x_{α}, а всї другі коріні пересуває, отже $x_{\alpha+1}$ переводить нпр. в $x_{\alpha+\beta}$ ($\beta \neq 1$). Се значить, що коли

$$V_1 \text{ переходить в } G_{\mu}\omega^{k\mu} V_1{}^{\mu}, \text{ то}$$

$$\omega^{\alpha-1} V \text{ перейде в } G_{\mu}\omega^{k\mu+\alpha-1} V_1{}^{\mu},$$

а з того виходило би, що вираженє на x_{α} мусїло би містити в собі член $G_{\mu}(\omega^{\alpha-1} V_1)^{\mu}$, який переходить в инший член того самого коріня, т. є в $G_{\mu}\omega^{k\mu+\alpha-1} V_2{}^{\mu}$. Порівнуючи виложники при ω, маємо:

Digitized by Google

$$k_\mu + \alpha - 1 \equiv \mu(\alpha - 1) \ (mod.\ p.),$$

або

$$k_\mu \equiv (\mu - 1)(\alpha - 1) \ (mod.\ p.) \qquad (6)$$

Та сама переміна переведе $x_{\alpha+1}$ в $x_{\alpha+\beta}$, отже дають:

$$G_\mu \omega^{k+\alpha} V_{1\mu} = G_\mu \omega^{\mu(\alpha+\beta-1)} \ V_1{}^\mu,$$

т. зн.

$$k\mu + \alpha \equiv \mu(\alpha + \beta - 1) \ mod.\ p) \qquad (7)$$

З обох тих конґруенцій виходить:

$$\beta\mu \equiv 1 (mod.\ p.),$$

і

$$k \equiv (\alpha - 1)(1 - \beta) \ (mod.\ p). \qquad (8)$$

Рівної переміни мусить зазнати кождий инший корінь; нпр. x_γ перейде в таке x_δ, що член

$$\omega\gamma^{-1} V_1 \text{ перейде в } G_\mu \omega^{k\mu+\gamma-1} V_1{}^\mu = G_\mu \omega^{\mu(\delta-1)} V_1{}^\mu;$$

вставивши тут вартість на k, одержимо:

$$k\mu + \gamma - 1 \equiv \mu(\alpha - 1)(1 - \beta) + \gamma - 1 \equiv \mu[(\alpha - 1)(1 - \beta) + \beta(\gamma - 1)] \equiv$$
$$\mu[(\alpha - 1) + \beta(\gamma - \alpha)] \ mod.\ p.),$$

а се має давати $\mu(\delta - 1)$, отже

$$\delta \equiv \alpha(1 - \beta) + \beta\gamma. \qquad (mod.\ p.) \qquad (9)$$

Ту субституцію можемо написати так;

$$t_0 = | \ \gamma \quad \beta\gamma + \alpha(1 - \beta) \ | \ ;$$

помноживши її знаною вже субституцією $g^{-\alpha(1-\beta)}$, одержимо

$$t = | \ \gamma \quad \beta\gamma \ | \ ;$$

β може приймати всї вартости від 1 до $p - 1$; 0 і p є виключені, бо такі субституції не мали би значіня. Можемо проте написати на місцї β первісний корінь з числа p; тодї субституція t матиме можливо найпростїйшу форму:

$$t = | \ z \quad \varrho z \ | \ ; \qquad (10)$$

її порядок є $p - 1$. Вона змінює $p - 1$ корінїв: $x_1, x_2, \ldots, x_{p-1}$, а корінь x_p лишає незмінений.

101. Коли-б ми хотїли шукати дальше таких субституцій, які лишають більше нїж один корінь незмінений, то переконаємо ся, що такі субституції лишають всї корінї незмінені. Приймім, що якась субституція не змінює корінїв x_α і x_β; тодї побіч реляції (6) мусить істнувати ще анальоґічна

$$k\mu \equiv (\mu - 1)(\beta - 1) \ (mod.\ p). \qquad (6a)$$

Digitized by Google

Вони обі мусять істнувати рівночасно; $\alpha = | = \beta$. З того слїдує: $\mu = 1$, $k = 0$, т. зн., що та субституція переводить V_1 в себе само, отже не перемінює нї одного коріня в инший. Так само заховували-б ся субституції, що не змінюють трьох, чотирох etc. корінів.

Инакших субституцій не можна брати під увагу, бо вони вже змінювали би вартости поодиноких корінїв. Отже ґрупа G складаєть ся з аритметичних і ґеометричних субституцій (5) і (10), т. зн. є метациклїчна порядку $(p-1)p$. Длятого то називаємо рішимі рівнаня первого степеня також метациклїчними; те означене перенесемо опісля на рівнаня зложених степенїв.

Метациклїчна ґрупа G є дійсно рішима, т. зн. сповнює вимоги §. 98. Вона є перехідна і первісна, бо неможливий є подїл p корінїв на системи. Її ряд зложеня має самі перві показчики, а про се переконуємо ся так:

Найнизша ґрупа в ряді зложеня є M порядку p. Розложім число $p-1$ на перві чинники,

$$p - 1 = k_1 k_2 \ldots k_\nu ; \tag{11}$$

числа $k_1, k_2, \ldots, k_\nu$ можуть бути рівні або ріжні. Утворім тепер частинну ґрупу з субституцій

$$t_\nu = t^{\frac{p-1}{k_\nu}} = | z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} z | \tag{12}$$

і з M; назвім ту ґрупу G_ν. Вона буде попереджувати ґрупу в ряді зложеня, бо її субституції є перемінні аж по g:

$$g^{-1} t_\nu g = | z+1 \quad z | . | z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} z | . | z \quad z+1 | = | z+1 \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} z+1 |$$

$$= | z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} z + 1 - \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} | = t_\nu g' ;$$

$$t^{-1} t_\nu t = | \varrho z \quad z | . | z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} z | . | z \quad \varrho z | = | \varrho z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}+1} z | = | z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu}} z | = t_\nu$$

Порядок ґрупи $G_{\nu-1}$ є добутком з порядкових чисел складових субституцій; порядок субституції t_ν є k_ν, бо $t_\nu^{k_\nu} = 1$, отже порядок ґрупи $G_{\nu-1}$ є $r_{\nu-1} = k_\nu . p$.

Показчик ґруп $G_{\nu-1}$ і M є k_ν, отже перве число.

Тепер творимо дальшу частинну ґрупу з попередньої і з нової субституції

$$t_{\nu-1} = t^{\frac{p-1}{k_\nu k_{\nu-1}}} = | z \quad \varrho^{\frac{p-1}{k_\nu k_{\nu-1}}} z | \tag{13}$$

Digitized by Google

порядку $k_\nu k_{\nu-1}$, бо $t_{\nu-1}{}^{k_{\nu-1}} = t_\nu$, $t_{\nu-1}{}^{k_{\nu-1}} = t_\nu{}^{k_\nu} = 1$. Ґрупа $G_{\nu-2} = \{G_{\nu-1}, t_{\nu-1}\}$ буде стояти в ряді зложена перед $G_{\nu-2}$; її порядок буде $r_{\nu-1}, = k_{\nu-1}\ k_\nu . p$, а показчик $k_{\nu-1}$, отже знов перве число.

Поступаючи так дальше, творимо ґрупи:

$$G_{\nu-3} = \{G_{\nu-2}, t_{\nu-2}\};\ t_{\nu-2} = t^{\overline{k_\nu k_\nu k_{\nu-1} k_{\nu-2}}^{p-1}};\ r_{\nu-3} = k_{\nu-2} . k_{\nu-1} . k_\nu . p;$$

$$G_{\nu-4} = \{G_{\nu-3}, t_{\nu-3}\};\ t_{\nu-3} = t^{\overline{k_\nu k_{\nu-1} k_{\nu-2} k_{\nu-3}}^{p-1}};\ r_{\nu-4} = k_{\nu-3} . k_{\nu-2} . k_{\nu-1} . k_\nu p;$$

. . . . . .

$$G_1 = \{G_2, t_2\};\ t_2 = t^{\overline{k_\nu k_{\nu-1} \ldots k_2}^{p-1}};\ r_1 = k_2\ k_3 \ldots k_\nu\ p:$$

$$G_0 = \{G_1, t_1\};\ t_1 = t \qquad ;\ r_0 = k_1 k_2 \ldots k_\nu p = p\ (p-1)$$

Остатня ґрупа є нашою ґрупою G, отже її ряд зложеня виглядає так:

$$G,\ G_1,\ G_2,\ \ldots,\ G_{\nu-1},\ M,\ 1, \tag{14}$$

а ряд показчиків є

$$k_1,\ k_2,\ k_3,\ \ldots,\ k_\nu,\ p,$$

отже ґрупа G є рішима.

§. 102. Між корінями рішимого рівнаня первого степеня панує реляція, що двома довільними корінями можна представити всї инші. Бо коли до обсягу R долучимо два корінї, нпр. x_α і x_β, то ґрупа G зредукуєть ся до тої підґрупи, яка не змінює тих двох корінїв, т. є до 1. Отже по тім долученю є вже знана кожда функція тих двох корінїв; всї инші корінї будуть вимірними функціями в обсягу $(R;\ x_\alpha,\ x_\beta)$:

$$x_k = \psi_k\ (x_\alpha,\ x_\beta)\ (k = 1,\ 2,\ \ldots,\ p). \tag{15}$$

Навпаки, коли між корінями панує така реляція, то рівнанє є рішиме: α і β мусять бути два довільні корінї. З того слїдує, що ґрупа G того рівнаня є перехідна; вона не має крім 1 инших субституцій, які не змінювали-б α і β. Отже ґрупа, яка змінює всї елементи, має $p-1$ субституцій, а є вона циклїчна, бо в противнім разї деякі її степенї не змінювали би всїх елементів. Та циклїчна ґрупа є утворена з періоди субституції

$$g = |\ z \quad z+1\ |.$$

Поза тим є в G $p-1$ таких субституцій, які пересувають тільки $p-1$ елементів; приймім, що субституція t не змінює елемента x_p, отже мусить бути $t^{-1}st = s^\alpha$, т. зн., що t викликує таку зміну:

Digitized by Google

$$\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_p \\ x_\alpha & x_{2\alpha} & \dots & x_p \end{pmatrix}$$

Такою субституцією є

$$t = \| u \quad \alpha u \|.$$

Отже ґрупа G є ідентична з нашою рішимою ґрупою.

Рівнаня первого степеня, які мають ту прикмету, що кождий з корінїв можна представити як вимірну функцію двох котрих небудь инших, називають ся рівнанями Galois*). Кожде рішиме рівнане первого степеня є рівнанем Galois. Рівнаня Абеля є специяльним родом тих рівнань.

Коли в обсягу R є два корінї рівнаня (1), нпр. x_α і x_β дійсні, то з (15) слїдує, що всї инші корінї мусять бути дійсні. Коли-ж маємо до дїла з одним сполученим (мнимим) корінем, нпр. x_α, то одержимо всї злучені корінї з виїмком одного. Отже рівнане первого степеня має або один або всї корінї дійсні.

§. 104. Тепер займемо ся розвязкою рівнаня первого степеня. Утворім ресольвенту Lagrange'а для рівнаня (1):

$$\xi = x_1 + \omega^2 x_3 + \dots + \omega^{p-1} x_p;$$

для субституції g вона перейде в $\xi\omega^{-1}$, отже циклїчна функція $\xi^p = \varphi_1$ буде незмінна для аритметичної ґрупи M. Инші субституції ґрупи G переведуть φ_1 в спряжені вартости: $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_k$. Виконуючи серед функцій φ субституції ґрупи G на корінях x, одержимо такі переміни вартостий φ, які дадуть ґрупу Γ, ізоморфну з ґрупою G; вона буде належати до рівнаня

$$F(\varphi) = \prod_{i=1}^{k} (\varphi - \varphi_i) = 0. \qquad (16)$$

Рівнане (16) є циклїчне, бо Γ є циклїчною ґрупою. Коли уложимо субституції ґрупи G в таблицю

$$\begin{array}{lllll} 1, & g, & g^2, & g^3, \dots, & g^{p-1}, \\ t, & gt, & g^2t, & g^3t, \dots, & g^{p-1}t, \\ t^2, & gt^2, & g^2t^2, & g^3t^2, \dots, & g^{p-1}t^2, \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}$$

то до кождого рядка буде належати одна вартість функції φ:

$$\varphi_1 = \varphi, \ (\varphi)_t = \varphi_2, \ (\varphi)_{t^2} = \varphi_3, \dots, (\varphi)_{t^{k-1}} = \varphi_k. \qquad (17)$$

---

*) Netto, Substitutionentheorie, стр. 226.

Digitized by Google

Субституції ґрупи Γ можуть пересувати величини φ тільки циклїчно, бо субституції $t^{\lambda}g^{\alpha}$ мають для всїх λ форму $g^{\alpha}\varrho^{\lambda}t^{\lambda}$, отже ряд функцій

$$\varphi_{t^{\beta}g^{\alpha}},\ \varphi_{t^{\beta+1}g^{\alpha}},\ \ldots,\ \varphi_{t^{k\beta-1}g^{\alpha}}$$

є ідентичний з рядом

$$\varphi_{\alpha},\ \varphi_{\beta-1},\ \ldots,\ \varphi_{k\beta-1}=\varphi_{\beta-1},$$

т. зн., що ґрупа Γ є дійсно циклїчна. Проте розвязка рівнаня степеня p зводить ся до розвязки двох рівнань:

1. циклїчного степеня $p-1$ або $\frac{p-1}{\sigma}$, де σ є дїльником числа $p-1$, і

2. циклїчного степеня p.

§. 104. Розходить ся нам ще о означене форми, яку мають мати корінї рішимого рівнаня степеня p. Напишім ті корінї в такій формі:

$$\left.\begin{aligned}
x_1 &= G_0+\sqrt[p]{R_1}+\sqrt[p]{R_2}+\sqrt[p]{R_3}+\ldots+\sqrt[p]{R_{p-1}},\\
x_2 &= G_0+\omega\sqrt[p]{R_1}+\omega^{\varrho}\sqrt[p]{R_2}+\omega^{\varrho^2}\sqrt[p]{R_3}+\ldots+\omega^{\varrho^{p-1}}\sqrt[p]{R_{p-1}}\\
x_3 &= G_0+\omega^2\sqrt[p]{R_1}+\omega^{2\varrho}\sqrt[p]{R_2}+\omega^{2\varrho^2}\sqrt[p]{R_3}+\ldots+\omega^{2\varrho^{2p-1}}\sqrt[p]{R_{p-1}},\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
x_p &= G_0\,\omega^{p-1}\sqrt[p]{R_1}+\omega^{(p-1)\varrho}\sqrt[p]{R_2}+\omega^{(p-1)\varrho^2}\sqrt[p]{R_3}+\ldots+\omega^{(p-1)\varrho^{p-1}}\sqrt[p]{R_{p-1}},
\end{aligned}\right\}\quad(18)$$

де $\sqrt[p]{R_i}$ мають такі значіня:

$$\sqrt[p]{R_1}=V_1,\ \sqrt[p]{R_2}=G_{\varrho}V_1^{\varrho},\ \sqrt[p]{R_3}=G_{\varrho_2}V_1^{\varrho^2},\ldots,$$

взагалї

$$\sqrt[p]{R_{\lambda}}=G_{\varrho^{\lambda-1}}V_1^{\varrho^{\lambda-1}}\quad(\lambda=1,\ 2,\ \ldots,\ p-1).\qquad(19)$$

З (18) слїдує:

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt[p]{R_1} &= \frac{1}{p}\left[x_1+\omega^{-1}x_2+\omega^{-2}x_3+\ldots+\omega x_p\right].\\
\sqrt[p]{R_2} &= \frac{1}{p}\left[r_1+\omega^{-\varrho}x_2+\omega^{-2\varrho}x_3+\ldots+\omega^{\varrho}x_p\right],\\
\sqrt[p]{R_3} &= \frac{1}{p}\left[x_1+\omega^{-\varrho^2}x_2+\omega^{-2\varrho^2}x_3+\ldots+\omega\varrho^2x_p\right],\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{aligned}\right\}\quad(20)$$

Digitized by Google

отже взагалї:

$$\sqrt[p]{R_\lambda}=\frac{1}{p}\left[x_1+\omega^{-\varrho^{\lambda-1}}x_2+\omega^{-2\varrho^{\lambda-1}}x_3+\ldots+\omega^{\varrho^{\lambda-1}}x_p\right]. \quad (20')$$

Субституція g переводить $\sqrt[p]{R_\lambda}$ в $\omega^{\varrho^{\lambda-1}}\sqrt[p]{R_\lambda}$, отже зовсїм не змінює величин $R_1, R_2, \ldots, R_{p-1}$; вони є проте циклїчними функціями корінїв $x_1, x_2, \ldots, x_p$. Зате субституція

$$t^{-1}=\left|\begin{matrix} z & \varrho^{-1}z \end{matrix}\right|=\left|\begin{matrix} z & \varrho^{p-2}z \end{matrix}\right| \quad (21)$$

переводить кожде $\sqrt[p]{R_\lambda}$ в $\omega^{-\varrho^{\lambda}+\varrho^{\lambda-}}\sqrt{R_{\lambda+1}}$, отже пересуває циклїчно величини R_λ.

§. 105. Утворім тепер функцію*).

$$Q=\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}}+\sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}}+\sqrt[p]{R_3}\sqrt[p]{R_{p-3}}+\ldots+\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\sqrt[p]{R_{\frac{p+1}{2}}}. \quad (22)$$

Отся функція належить до ґрупи G, бо кожда субституція переведе $\sqrt[p]{R_1}$ в $\omega\sqrt[p]{R_1}$, а $\sqrt[p]{R_{p-1}}$ в $\omega^{-1}\sqrt[p]{R_{p-1}}$, т. зн. не змінить добутка $\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}}$; так само не змінить вона всїх инших додайників суми Q. — Подібно субституція t^{-1} переведе в себе циклїчно додайники тої суми. Звідси слїдує, що функція Q є вимірна в сочинниках рівнаня (1). Отсю функцію можемо дїйсно обчислити.

Маємо:

$$\sqrt[p]{R_1}=\frac{1}{p}\left[x_1+\omega^{-1}x_2+\omega^{-2}x_3+\ldots+\omega^{-(k-1)}x_k+\ldots+\omega^{-(l-1)}x_l+\ldots+x_p\right]$$

$$\sqrt{R_{p-1}}=\frac{1}{p}\left[x_1+\omega x_2+\omega^2x_3+\ldots+\omega^{k-1}x_k+\ldots+\omega^{l-1}x_l+\ldots+\omega^{p-1}x_p\right].$$

Ті рівнаня множимо одно другим. Наперед множимо члени так, як вони стоять під собою, а опісля збираємо добутки о рівних показчиках в суми. Впровадьмо скорочене:

$$\omega^k+\omega^l=(k,\ l);$$

тепер маємо:

$$\begin{aligned} p^2\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}}=\Sigma x_i^2&+(1,-1)x_1x_2+(2,-2)x_1x_3+\ldots+(p-1,\ 1-p)x_1x_p\\ &+(1,-1)x_2x_3+\ldots+(p-2,\ 2-p)x_2x_p\\ &+\ldots\\ &+(1,-1)x_{p-1}x_p \end{aligned}$$

*) J. Dolbnia, Sur la forme plus précise des racines des équations algébriques resolubles par radicaux. — Darboux Bull. des sc. math. (2). XVIII/1. 1894. стр. 132.

Digitized by Google

т. зн.

$$\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}}=\frac{1}{p^2}\left[\Sigma x_i^2+\Sigma(k-l,\ l-k)x_k x_l\right]\ (k\equiv|\equiv l\ (mod.\ p).\ (23)$$

Виконаймо на тім рівнаню субституцію t^{-1}; вона переведе ліву сторону в другий член суми Q. t^{-2} переведе її в третій член і т. д., а на правій стороні повстануть такі зміни:

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}}&=\frac{1}{p^2}\left[\Sigma x_i^2+\Sigma(k-l,\ l-k)x_k x_l\right],\\
\sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}}&=\frac{1}{p^2}\left[\Sigma x_i^2+\Sigma(k-l,\ l-k)\,x_{k\varrho^{p-2}}x_{l\varrho^{p-2}}\right]\\
\sqrt[p]{R_3}\sqrt[p]{R_{p-3}}&=\frac{1}{p^2}\left[\Sigma x_i^2+\Sigma(k-l\ \ l-k)x_{k\varrho^{p-3}}x_{l\varrho^{p-3}}\right]\\
&\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\\
\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}R_{\frac{p+1}{2}}}&=\frac{1}{p^2}\left[\Sigma x_i^2+\Sigma(k-l,\ l-k)x_{k\varrho^{\frac{p+1}{2}}}x_{l\varrho^{\frac{p+1}{2}}}\right]
\end{aligned}\right\}\ (24)$$

Додаймо всї ті вираженя:

$$Q=\frac{p-1}{2p^2}\sum x_i^2+\frac{1}{p^2}\sum(k-l,\ l-k)\sum_{\lambda=1}^{\frac{p-1}{2}}x_{k\varrho^{p-\lambda}}x_{l\varrho^{p-\lambda}}.\quad(25)$$

Сочинники рівних добутків $x_k x_l$ не можуть бути рівні; коли-б сочинники при $(m,-m)$ в членах

$$\sqrt[p]{R_\alpha}\sqrt[p]{R_{p-\alpha}}\ \text{ і }\ \sqrt[p]{R_\beta}\sqrt[p]{R_{p-\beta}}$$

були рівні, т. зн.

$$x_\alpha x_{\alpha-m\varrho^{1-\alpha}}=x x_{\alpha\ \alpha-m\varrho^{1-\beta+\alpha}},$$

то з того виходило би $\beta\equiv 2\alpha$ $(mod.\ p)$, а се неможливе, коли $\alpha\leqq\frac{p-1}{2}$, $\beta\leqq\frac{p-1}{2}$.

Так само неможлива рівність сочинників при $(k-l,\ l-k)$, т. зн., Неможлива реляція

$$x_{k\varrho^{p-\lambda}}x_{l\varrho^{p-\lambda}}=x_{(k+m)\varrho^{p-\mu}}x_{(l+m)\varrho^{p-\mu}},\ (m=|=0).$$

Тут можливі такі дві евентуальности:

$$1.\ \left.\begin{aligned}k\varrho^{p-\lambda}&\equiv(k+m)\varrho^{p-\mu},\\ l\varrho^{p-\lambda}&\equiv(l+m)\varrho^{p-\mu},\end{aligned}\right\}\ (mod.\ p.);$$

Digitized by Google

З них виходило би

$$(k-l)\ \varrho^{p-\lambda} \equiv (k-l)\varrho^{p-\mu}\ (mod.\ p),$$

т. зн. мусіло би бути $\lambda \equiv \mu$ $(mod.\ p-1)$, а се не можливе.

$$2.\ \left.\begin{array}{l} k\varrho^{p-\lambda} \equiv (l+m)\varrho^{p-\mu} \\ l\varrho^{p-\lambda} \equiv (k+m)\varrho^{p-\mu} \end{array}\right\}\ (mod\ p.),$$

або $\varrho^{\lambda} + \varrho^{\mu} \equiv 0$ $(mod.\ p.)$, т. зн $\varrho^{\lambda} \equiv p - \varrho^{\mu}$, а се також неможливе на основі дефініції величини Q. З того слідує, що всі сочинники в сумах (25) є ріжні поміж собою.

Обчислїм тепер суму сочинників кождого члена $x_k x_l$

$$\Sigma(k-l,\ l-k) = (1,-1) + (2,-2) + \ldots + \left(\frac{p-1}{2}, \frac{p+1}{2}\right) = -1,$$

отже

$$Q = \frac{p-1}{2p^2}\sum x_i^2 - \frac{1}{p^2}\sum x_k x_l, \qquad (26)$$

т. зн., що Q є величиною, вимірною в сочинниках рівнаня (1). Звідси слїдує, що при помочи величини Q можемо представити вимірно корінї рівнаня (1).

§. 106. Творім тепер дальше такі функції при помочи величини ε, даної рівнанем:

$$\varepsilon^{\frac{p-1}{2}} = 1;$$

$$Q_1 = \left(\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}} + \varepsilon\sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}} + \varepsilon^2\sqrt[p]{R_3}\sqrt[p]{R_{p-3}} + \ldots + \varepsilon^{\frac{p-1}{2}}\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\sqrt[p]{R_{\frac{p+1}{2}}}\right)^{\frac{p-1}{2}},$$

$$Q_2 = \left(\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}} + \varepsilon^2\sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}} + \varepsilon^4\sqrt[p]{R_3}\sqrt[p]{R_{p-3}} + \ldots + \varepsilon^{\frac{p-5}{2}}\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\sqrt[p]{R_{\frac{p+1}{2}}}\right)^{\frac{p-1}{2}},$$

. . . . . .

$$Q_{\frac{p-3}{2}} = \left(\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}} + \varepsilon^{\frac{p-3}{2}}\sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}} + \varepsilon^{\frac{p-5}{2}}\sqrt[p]{R_3}\sqrt[p]{R_{p-1}} + \ldots + \varepsilon\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\sqrt[p]{R_{\frac{p+1}{2}}}\right)^{\frac{p-1}{2}};$$

Digitized by Google

всї вони незмінні для ґрупи G, бо субституція g не змінить зовсїм додайників тих сум, а t^{-1} пересуне їх тільки циклїчно серед тої самої суми, так що надчисельні сочинники ε^i відпадуть при степенованю. З того слїдує, що всї ті величини Q_i можна представити вимірно величиною $Q = c$.

Доберім до тих рівнань ще

$$a = \sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}} + \sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}} + \ldots + \sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\sqrt[p]{R_{\frac{p+1}{2}}}$$

і розвяжім їх як лїнїйну систему рівнань з огляду на добутки величин R, то се дасть:

$$\left.\begin{aligned}
\sqrt[p]{R_1}\sqrt[p]{R_{p-1}} &= \frac{2}{p-1}\left(a + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1} + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_2} + \ldots + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_{\frac{p-3}{2}}}\right) \\
\sqrt[p]{R_2}\sqrt[p]{R_{p-2}} &= \frac{2}{p-1}\left(a + \varepsilon^{-1}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1} + \varepsilon^{-\frac{p-1}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_2} + \ldots \varepsilon^{-\frac{3p-1}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_{\frac{p-1}{2}}}\right), \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}} &= \frac{2}{p-1}\left(a + \varepsilon^{-\frac{p-3}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1} + \varepsilon^{-\frac{p-5}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_2} + \ldots + \varepsilon^{-1}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_{\frac{p-3}{2}}}\right)
\end{aligned}\right\} \quad (28)$$

вираженя Q_i є вимірними функціями величини a.

§ 107. Тепер треба ще обчислити добутки $\sqrt[p]{R_\lambda}\sqrt[p]{R_{p-\lambda}}$.

Сума

$$b = (R_1 + R_{p-1}) + (R_2 + R_{p-2}) + \ldots + (R_{\frac{p-1}{2}} + R_{\frac{p+1}{2}}) \qquad (29)$$

є функцією, яка належить також до ґрупи G, отже є знаною величиною. Так само функції

$$L_i = \left[(R_1 + R_{p-1}) + \varepsilon^i(R_2 + R_{p-2}) + \ldots + \varepsilon^{\frac{p-1}{2}i}(R_{\frac{p-1}{2}} + R_{\frac{p+1}{2}})\right]^{\frac{p-1}{2}} \qquad (30)$$

$$\left(i = 1, 2, \ldots, \frac{p-3}{2}\right)$$

мають G за ґрупу, отже є вимірними функціями величини b. З (29) і (30) маємо:

Digitized by Google

$$R_1 + R_{p-1} = \frac{2}{p-1}\left(b + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1} + \varepsilon^{-\lambda}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2} + \ldots \varepsilon^{\frac{p-3}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_{\frac{p-1}{2}}}\right)$$

взагалї:

$$R_\lambda + R_{p-\lambda} = \frac{2}{p-1}\left(b + \varepsilon^{-}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1} + \varepsilon^{-\lambda}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2} \ldots + \varepsilon^{-}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_{\frac{p-3}{2}}}\right), \quad (31a)$$

$$\left(\lambda = 1, 2. \ldots, \frac{p-1}{2}\right).$$

З (28) і (30) обчисляємо чергою R_1 і R_{p-1}, і R_2 і R_{p-2} і т. д.

Оба перші рівнаня дадуть $R_1 + R_{p-1}$ і R_2 R_{p-1}, отже ті величини знаходимо як корінї квадратного рівнаня:

$$t^2 - \frac{2}{p-1}\left(b + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1} + \ldots + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_{\frac{p-3}{2}}}\right)t + \left(\frac{2}{p-1}\right)^p\left(a + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1} + \ldots\right.$$

$$\left. + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_{\frac{p-3}{2}}}\right)^p = 0, \quad (31)$$

отже:

$$R_1 = \frac{1}{p-1}\left(b + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1} + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2} + \ldots\right) +$$

$$+ \ldots + \sqrt{\frac{1}{(p-1)^2}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1} + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2} + \ldots - \left(\frac{2}{p-1}\right)^p\left(a + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1} + \ldots +\right)}$$

$$R_{p-1} = \frac{1}{p-1}\left(b + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{} + \ldots\right),$$

$$-\sqrt{\frac{1}{(p-1)^2}\left(b + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2} + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2} + \ldots\right) - \left(\frac{2}{p-1}\right)^p\left(a + \sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1} + \ldots\right)}.$$

На тій самій дорозї обчислимо всі инші R. Знаючи вже всі R, вертаємо до x, і таким чином маємо розвязане рівнанє (1).

Digitized by Google

XII. Рішимі рівнаня степеня p^2.

§. 108. Другою квестією в загальнім проблемі розвязки рівнань ν_1 є рішимі рівнаня і ґрупи степеня p^2.

Нехай буде дане рішиме рівнане первісне степеня p^2

$$f(x)=0 \tag{1}$$

з ґрупою G. Ґрупа G є зложена, а остатнім членом її ряду мусить бути аритметична Абелева ґрупа M, утворена з субституцій

$$g=|\,h,\ k\quad h+\alpha,\ k+\beta\,|\ (mod.\ p), \tag{2}$$

які можемо представити як добутки з односторонних аритметичних субституцій

$$g=g_1^{\alpha}g_2^{\beta},\ (\alpha,\ \beta=0\ 1,\ .\ .\ .,\ p-1) \tag{3}$$

де

$$\left.\begin{aligned} g_1&=|\,h,\ k\ h+1,\ k\,|\,,\\ g_2&=|\,g,\ k\ h,\ k+1\,|\,. \end{aligned}\right\} \tag{3a}$$

Прочі субституції ґрупи G є ґеометричні, бо тільки ті субституції можуть бути перемінні з ґрупою M. Щоби се доказати, покажемо, що тільки субституції лінійної ґрупи (§. 43) можуть трансформувати аритметичну ґрупу саму в себе.

Найзагальнїйша лінійна субституція степеня p^2 має форму

$$u=|\,h,\ k\quad ah+bk+\alpha,\ ch+dh+\beta\,|\ (mod.\ p). \tag{4}$$

Тепер шукаємо такої субституції τ, щоби було

$$\tau^{-1}\ M\tau=M, \tag{5}$$

як того вимагає наше твердженє. Кожду субституцію показчиків h, k можемо представити як функцію тих величин, уживаючи до тої цїли інтерполяційного взору Lagrange'a:*)

$$\tau=|\,h,\ k\quad \varphi(h,\ k),\ \psi(h,\ k)\,| \tag{6}$$

Ґрупа M складаєть ся з субституцій g, отже рівнане (5) можемо написати також так:

$$\tau^{-1}g\tau=\tau^{-1}g_1^{\alpha}\tau.\,\tau^{-1}g_2^{\beta}\tau=(\tau^{-1}g_1\tau)^{\alpha}.(\tau^{-1}g_2\tau)^{\beta}=g' \tag{5a}$$

т. зн., маємо знайти таке τ, щоби $\tau^{-1}g_1\tau$ і $\tau^{-1}g_2\tau$ були опять аритметичними субституціями:

$$\left.\begin{aligned} \tau_1&=\tau^{-1}g_1\ \tau=g_1^{\gamma}g_2^{\delta}\\ \tau_2&=\tau^{-1}g_2\,\tau=g_1^{\varepsilon}g_2^{\zeta}. \end{aligned}\right\} \tag{7}$$

---

*) Netto, Algebra, II. стр. 329.

Digitized by Google

Субституція τ^{-1} переводить $\varphi\ (h,\ k)$ в h_1, субституція g_1 переводить h в $h+1$, а τ переводить h в $\varphi\ (h,\ k)$, отже $h+1$ перейде в $\varphi\ (h+1,\ k)$, т, зн., що під впливом τ_1 перейде $\varphi\ (h,\ k)$ в $\varphi(h+1,\ k)$; подібно τ_2 переведе $\psi\ (h,\ k)$ в $\psi\ (h,\ k+1)$.

Коли τ_1 і τ_2 мають бути аритметичними субституціями, то кождий показчик, представлений функціями φ і ψ, мусить збільшити ся о якесь стале число:

$$\left.\begin{array}{l|l} \varphi(h+1,\ k)=\varphi(h,\ k)+a', & \psi(h+1,\ k)=\psi(h,\ k)+c'. \\ \varphi(h,k+1)=\varphi(h,\ k)+b', & \psi(h,\ k+1)=\psi(h,\ k)+d'. \end{array}\right\}$$

Приймаючи, що

$$\varphi\ (0,\ 0)=m,\ \psi(0,\ 0)=n,$$

одержимо, коли будемо зменшувати показчики h і k чергою о 1:

$$\varphi(h,\ k)=a'h+b'k+m,$$
$$\psi(h,\ k)=c'h+d'k+n,$$

отже субституція τ є лінїйна. Наше твердженє є проте доказане, З того слїдує, що рішима ґрупа G є або лїнїйною ґрупою, або підґрупою лїнїйної ґрупи.

§. 109. Рішимі ґрупи висших (т. є зложених) степенїв називає Weber*) рівно-ж метациклїчними. Вони ріжнять ся тим від метациклїчних ґруп первого степеня, що тамті є ідентичні з лїнїйними ґрупами степеня p, а тут можуть бути метациклїчні ґрупи тільки їх підґрупами.

Метациклїчні ґрупи степеня p^2 перший сконструував C. Jordan**); він виказав, що є три типи таких ґруп. Його метода лежить в тім, що перше зводить ся лїнїйні субституції до найпростїйшої форми (канонїчної, Jordan; нормальної, Netto), а опісля добирає ся до Абелевої ґрупи M такі субституції, які є з собою перемінні по субституції попередньої ґрупи. Таким чином доходить Jordan вкінцї до своєї найзагальнїйшої ґрупи.

Найпростїйша форма лїнїйних — а саме ґеометричних — субституцій є та, що така субституція переводить кожду функцію показчиків в її многократь ***).

---

*) Weber, Algebra I, стр. 647.

**) C. Jordan, Sur la résolution algèbrique des équations du degré p^2 (p—un premier impair) Liouville's Journal, (2) XIII. 1868, стр. 111—135. — Netto, Algebra II, стр. 444.

***) C. Jordan, Traité de substitutions et des équations algèbriques, Paris 1870, стр. 114.

Digitized by Google

Нормальна форма субституції

$$t = | h, k \quad ah + bk, ch + dk | \quad (mod.\ p) \tag{8}$$

переведе функцію

$$\varphi(h, k) = mh + nk \tag{9}$$

в її многократь

$$\varrho\varphi = \varrho(mh + nk);$$

t переводить φ в

$$\varphi_t = m(ah + bk) + n(ch + dk) = \varrho\varphi,$$

отже величини m, n і ϱ мусять сповнювати отсї конґруенції

$$\left.\begin{array}{l} m(a - \varrho) + nc \equiv 0 \\ mb + n(d - \varrho) \equiv 0 \end{array}\right\} \quad (mod.\ p) \tag{10}$$

Елїмінуючи звідси m і n, одержуємо т. зв. **характеристичну конґруенцію** (Jordan)

$$\begin{vmatrix} a - \varrho, & c \\ b, & d - \varrho \end{vmatrix} \equiv 0 \quad (mod.\ p), \tag{11}$$

яка має три ріжні можливі розвязки, в міру того, чи її діскрімінанта

$$D = (a + d)^2 - 4(ad - bc) = (a - d)^2 + 4bc \tag{12}$$

є через p подїльна, є квадратним останком або не-останком $(mod.\ p)$. Перша евентуальність дає два рівні корінї конґруенції (11), друга два ріжні корінї, дїйсні, а третя два спряжені корінї.

§. 110. **Перша можливість.** $D \equiv 0$ $(mod.\ p)$. Тодї конґруенція (11) має одну розвязку ϱ, т. зн., що істнує тільки **одна** така функція φ показчиків, яка переходить в $\varrho\varphi$ під впливом субституції t; другої такої функції нема. Пишучи ту функцію на місцї показчика h, одержимо

$$t = | \varphi, \psi \quad \varrho\varphi, \psi_1 + \psi_2 |$$

одначе за φ і ψ можемо написати h і k:

$$t = | h, k \quad \varrho h, ch + dk | ,$$

т. зн. маємо $a = \varrho$, $b = 0$. Вставивши ті вартости в (12), одержуємо: $(\varrho - d)^2 \equiv 0$ $(mod.\ p)$, отже $d = \varrho$, проте **перша нормальна форма субституції** t є

$$t = | h, k \quad \varrho h, ch + \varrho k | \tag{13}$$

Друга можливість. D є квадратним останком $(mod.\ p)$, т. зн. конґруенція

$$z^2 \equiv D \ (mod.\ p)$$

є рішима в цїлих числах. Тодї істнують дві дїйсні розвязки конґруенції (11) $\varrho_1 = a$, $\varrho_2 = b$, так що можемо написати

Digitized by Google

$$t = | h, k \quad ah, bk | ; \qquad (14)$$

се друга нормальна форма субституції t.

Третя можливість. D є квадратним не-останком ($mod.\ p$), т. зн. конґруенція $z^2 \equiv D$ ($mod.\ p$) не є рішима; тоді маємо дві спряжені розвязки, так що в (14) можемо написати:

$$a = a_1 + b_1 j,$$
$$b = a_1 - b_1 j,$$

де $j^2 \equiv e$ ($mod.\ p$); e — не-останок ($mod.\ p$). Порівнуючи в субституції (14) дійсні і мнимі части з собою, одержимо як третю нормальну форму субституцію

$$t = | h, k \quad ah + bek, bh + ak | . \qquad (15)$$

§. 111. Тепер шукаємо ряду зложеня для ґрупи G, яка має складати ся з субституцій g і нормальних форм субституції t. Останнім членом ряду буде Абелева ґрупа M порядку p^2. Дальшим членом L буде така ґрупа, яка побіч M буде містити в собі самі перемінні субституції t. Отся ґрупа мусить напевно складати ся з субституцій форми

$$s_a = | h, k \quad ah, ak | \ (a = 1, 2, \ldots, p-1) ; \qquad (16).$$

ті субституції можна назвати рівнобічними (gleichseitig). Крім них може та ґрупа мати ще инші субституції, загальнійшої форми t.

Ще висший член одержимо, коли до згаданої ґрупи L доберемо такі субституції, які з собою перемінні тільки по субституції попередньої ґрупи. Таким чином вичерпаємо цілу ґрупу.

Шукаючи ґрупи L, мусимо розріжнити дві можливости:

1. субституціям t не накладаємо ніякого обмеженя (можливість A);

2. за субституції t беремо тільки рівнобічні s_a (можливість $Б$).

Можливість А.

§. 112. Перша нормальна форма. Субституція

$$t = | h, k \quad \varrho h, ch + \varrho k | \qquad (12)$$

має бути перемінна з кождою иншою субституцією форми

$$\tau = | h, k \quad \alpha h + \beta k, \gamma h + \delta k | ,$$

т. зн. має бути

$$t\tau = \tau t.$$

Звідси слїдує: $\beta = 0$, отже

$$\tau = | h, k \quad \alpha h, \gamma h + \delta k | . \qquad (17)$$

Digitized by Google

Возьмім субституцію σ з висшої ґрупи K,

$$\sigma = | h, k \quad mh + nk, qh + rk | ,$$

то вона мусить трансформувати субституцію t в якесь τ, бо $K^{-1}LK = L$, т. зн. $\tau\sigma = \sigma\tau$. Звідси слїдує: $n = 0$, отже

$$\sigma = | h, k \quad mh, qh + rk | .$$

Бачимо, що всї субституції ґрупи G мають форму τ. Така ґрупа є, правда, метациклїчна, але не є первісна, бо можна корінї x_{hk} рівнаня (1) роздїлити на p клас по p членів так, що перші показчики будуть в кождій клясї рівні. Тодї субституції t не будуть могли роздїлити тих клас, отже ґрупа G є непервісна.

§. 116. Друга нормальна форма. Возьмім субституцію

$$t = | h, k \quad ah, bk | , \tag{14}$$

яка має бути переміна з кождою иншою ґеометричною

$$\tau = | h, k \quad \alpha h + \beta k, \gamma h + \delta k | .$$

З $t\tau = \tau t$ слїдує $a\beta = b\beta$ і $a\gamma = b\gamma$. a і b є ріжні від 0, бо детермінанта субституції мусить бути $\equiv | \equiv 0$; отже мусить бути $\beta = 0$, $\gamma = 0$, т. зн., що субституція τ є тої форми, що t.

Субституція σ з ґрупи K мусить трансформувати кожде t в якесь τ; беручи знов

$$\sigma = | h, k \quad mh + nk, qh + rk | ,$$

одержуємо з $t\sigma = \sigma\tau$:

$$am = \alpha m, \; bq = \alpha q ; \; an = \delta n, \; br = \delta r.$$

Ті вимоги можна сповнити двома ріжними способами:

$$1. \; n = 0, \; q = 0 ; \; 2. \; m = 0, \; r = 0.$$

Перший спосіб дає

$$\sigma_1 = | h, k \quad mh, rk | , \tag{18}$$

субституцію форми t, другий

$$\sigma_2 = | h, h \quad nk, qh | ;$$

ту другу субституцію можна звести до простїйшої форми, комбінуючи її з відповідним σ_1:

$$\sigma_1^{-1} = | h, k \quad qh, nk |^{-1} = | qh, nk \quad h, k | ;$$

се дає:

$$\sigma_2 = | h, k \quad k, h | . \tag{19}$$

Таку субституцію, яка тільки переставлює показчики, можна назвати транспонуючою (transponierende Subst.).

Тими субституціями вичерпали ми цїлу ґрупу G. Маємо отже перший тип загальних, первісних, метациклїчних ґруп степеня p^2; назвемо їх ґрупами G_I. Ґрупа G_I складаєть ся з таких субституцій:

Digitized by Google

$g = g_1^{\alpha} g_2^{\beta}$ $(\alpha, \beta = 0, 1, \ldots, p-1)$; порядок p^2;

$\sigma_1 = | h, k \quad ah, bk |$ $(a, b = 1, 2, \ldots, p-1)$; порядок $(p-1)^2$;

$$\sigma_2 = | h, k \quad k, h |; \text{ порядок } 2;$$

отже порядок ґрупи G_I є

$$r_I = 2(p-1)^2 p^2. \tag{20}$$

§. 114. Третя нормальна форма. Вибираємо найвигіднійшу форму субституції t

$$t = | h, k \quad ah + bek, bh + ak |; \tag{15}$$

перемінна з нею субституція τ має таку саму форму

$$\tau = | h, k \quad ah + \beta ek, \beta h + \alpha k |,$$

а субституція σ з висшої ґрупи K

$$\sigma_1 = | h, k \quad mb + nek, nh + mk | \tag{21}$$

або

$$\sigma_2 = | h, k \quad k, -h |. \tag{22}$$

Порядок субституції σ_1 є p^2-1, бо зі всїх можливих комбінацій m і n треба виключити $m = n = 0$.

Тут маємо отже другий тип шуканих ґруп, G_{II}. Вони складають ся з

$g = g_1^{\alpha} g_2^{\beta}$ $(\alpha, \beta = 0, 1, 2, \ldots, p-1)$; порядок p^2;

$\sigma_1 = | h, k \; ah + bek, bh + ak |$ $(a, b = 0, 1, 2, \ldots, p-1)$,

$a = b = 0$ виключене: e — не-останок $(mod.\ p)$); порядок p^2-1;

$$\sigma_2 = | h, k \quad k, -h |; \text{ порядок } 2;$$

отже

$$r_{II} = 2(p^2-1)\, p^2. \tag{23}$$

Можливість Б.

§. 115. Тут маємо шукати таких ґруп K, яких субституції є з собою перемінні по субституції форми s, отже таких t і τ, що

$$t\tau = \tau t \,.\, s_1; \tag{24}$$

ґрупа L складаєть ся з самих s.

Перша нормальна форма дає також непервісні ґрупи, бо з виїмком субституцій s всї инші мають вид (13).

§. 116. Друга і третя форма ведуть до того самого типу, бо ріжниця між ними обома виступає що йно у висшім члені ряду зложеня, понад K. Тому можемо взяти

$$t = | h, k \quad ah, bk |, \tag{14}$$

де a і b є дїйсні або спряжені (мнимі) числа. Приймаючи знов

Digitized by Google

$$\tau = | h, k \quad \alpha h + \beta k, \gamma h + \delta k |,$$

одержуємо з реляції (24).

$$a\alpha = a\alpha l, \; a\beta = b\beta l; \; b\gamma = a\gamma l, \; b\delta = b\delta l.$$

Се веде знов до двох можливостий:

1. $\beta = 0$, $\gamma = 0$, $\alpha\delta \neq 0$; 2. $\alpha = 0$, $\delta = 0$, $\beta\gamma \neq 0$; перша можливість дає $l = 1$ — т. зн., що t і τ належали би до чисто перемінної ґрупи; друга дає $a = bl$, $b = al$, отже $l^2 = 1$, $l = \pm 1$; тільки вартість $l = -1$ є придатна, а з неї маємо: $\alpha = 0$, $\delta = 0$, $b = -a$. Відповідно до того є:

$$t = | h, k \quad ak, -ak | = | h, k \; ah, ak | \quad | h, k \; h, -k |,$$

або в найпростійшій формі

$$t = | h, k \quad h, -k |. \qquad (25).$$

Дальше є

$$\tau = | h, k \quad \beta k, \gamma h |,$$

приймаючи детермінанту тої субституції ± 1, маємо $\beta = \gamma = 1$, і

$$\tau = | h, k \quad k, h |. \qquad (26)$$

§. 117. Одначе ті субституції не вичерпують ще цїлої ґрупи G. Є ще такі субституції, які стоять поза ґрупою К. Назвім одну таку субституцію

$$v = | h, k \quad Ah + Bk, Ch + Dk |, \qquad (27)$$

то вона мусить бути з субституціями t і τ перемінна аж по рівнобічні субституції s_i. Приглянмо ся близше тим обставинам.

Впровадимо на хвилю такі означеня: T за одну з субституцій t або τ, $[T]$ за яку небудь їх комбінацію (отже t або τ само, або $t\tau$; бо вже квадрат котрої небудь з них дає 1). Зі всїх можливих комбінацій, які одержали-б ми з трансформації субституцією v, задержимо тільки ті, в яких ліва сторона рівнаня

$$v^{-1}Tv = [T]. \; s\pi \qquad (28)$$

не приходить ще в ґрупі K; всї инші комбінації відкидаємо. Мусимо тут розріжнити такі можливости:

1. По обох сторонах рівнаня (28) є таке саме T, отже або t, або τ. Порівнуючи сочинники при h і k, маємо $AC = 0$, $BD = 0$; з огляду на те, що детермінанта субституції v

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$$

має бути перва супроти модулу p, мусить бути або $A = 0$, $D = 0$, $BC \neq 0$, або $B = 0$, $C = 0$, $AD \neq 0$. Обі можливости дають на правій стороні $T.s\pi$; така субституція приходить вже в K, отже ту комбінацію треба виключити.

Digitized by Google

2. Так само мусимо виключити ще й ту можливість, що v трансформує оба T в те саме [T]. s_π — розуміється, показчик π може мати ріжні вартости. В такім разї мусїла б субституція v трансформувати добуток $t\tau$ в $t\tau . s_1$, або в $\tau . s_1'$, або в s_1'', отже була би перемінна в $t\tau$ аж по s_1.

3. Остають ще тільки такі випадки, що v трансформує одно T в $T_1 . s\pi$, а друге T в $t\tau . s_{\pi'}$; тодї v^2 мусить трансформувати перше T в $t\tau . s\varphi$, а друге T в $T_2 . s\varphi'$, і навпаки. Тут треба ще розріжнити, чи перше T є ідентичне з T_1 — а очевидно друге T з T_2 —, чи нї. Ті дві можливости дають одинокі нові субституції, яких ще нема в ґрупі K. Їх можна написати так:

$$v_1^{-1} t v_1 = \tau s_\alpha, \qquad v_2^{-1} t v_2 = t\tau s_\gamma,$$
$$v_1^{-1} \tau v_1 = t\tau s_\beta; \qquad v_2^{-1} \tau v_2 = t s_\delta,$$

або в вигіднїйшій формі

$$t v_1 = v_1 \tau s_\alpha, \qquad t v_2 = t\tau s_\gamma,$$
$$\tau v_1 = v_1 t\tau s_\beta; \qquad \tau v_2 = v_2 t s_\gamma. \qquad (29)$$

Обчислимо тепер v_1 і v_2.

§. 118. Приймім, що шукані субституції є такі:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= | \, h, \; k \quad Ah + Bk, \; Ch + Dk \, | \, , \\ v_2 &= | \, h, \; k \quad \mathrm{A}h + \mathrm{B}k, \; \Gamma h + \Delta k \, | \, . \end{aligned}\right\} \qquad (30)$$

З (29) одержуємо такі системи лїнїйних рівнань:

$$\left.\begin{aligned} &A = \alpha B, \; B = \alpha A; \; C = -\alpha D, \; D = \alpha C; \\ &C = -\beta B, \; D = \beta A; \; A = -\beta D = \beta C; \end{aligned}\right\} \qquad (31)$$

і

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{A} = -\gamma \mathrm{B}, \; \mathrm{B} = \gamma \mathrm{A}; \; \Gamma = \gamma \Delta, \; \Delta = -\gamma \Gamma; \\ &\Gamma = \delta \mathrm{A}, \; \Delta = -\delta \mathrm{B}; \; \mathrm{A} = \delta \Gamma, \; \mathrm{B} = -\delta \Delta. \end{aligned}\right\} \qquad (32)$$

Нї одна з тих величин не може бути зером, бо тодї субституції або не мали би значіня, або належали би до иншої ґрупи, або врештї вели би до непервісних ґруп.

З (31) і (32) слїдує в першій мірі

$$\alpha^2 = 1, \; \beta^2 = -1, \; \gamma^2 = -1, \; \delta^2 = 1; \qquad (33)$$

оба середнї рівнаня треба радше вважати конґруенціями з модулом p, отже вони є тодї рішимі, коли $p \equiv 1$ ($mod.$ 4), а нерішимі, коли $p \equiv -1$ ($mod.$ 4). Назвім j корінь конґруенції

$$j^2 \equiv -1 (mod. \; 4), \qquad (34)$$

і шукаймо, коли вона має дїйсну, а коли мниму розвязку.

§. 119. Перша можливість. (Форма Я). $p \equiv 1$ ($mod.$ 4). Конґруенцію (34) можна розвязати в дїйсних числах, отже $\beta = j$. З двовартісного $\alpha = \pm 1$ (33) маємо дві такі системи розвязок для (31):

Digitized by Google

$$1.\ A=+B,\ C=-D;\ 2.\ A=-B,\ C=+D;$$

але що вони обі виходять на одно, бо треба в данім разї переставити тільки показчики, беремо $A=B$ і $C=-D$, і маємо дальше $C=-jB$, $D=jA$. Заступаючи ще тільки в v_1 показчик k величиною λk і визначуючи λ з конґруенції
$\lambda\gamma\equiv 1\ (mod.\ p)$ маємо

$$v_1=|\ h,\ k\quad A(h+h),\ A(h-k)\ |\ ;$$

чинник A можемо вилучити при помочи субституції s_A, отже найпростійша форма буде

$$v_1=|\ h,\ k\quad h+k,\ h-k\ |\ . \tag{35}$$

Подібно обчислюємо v_2:

$$v_2=|\ h,\ k\quad h-jk,\ h+jk\ |\ . \tag{36}$$

Таким чином одержуємо третій тип (форму $\mathfrak{A}$) шуканих ґруп, $\mathfrak{G}_{\mathrm{III}\mathfrak{A}}$. В їх склад входять:

$$g=g_1^{\alpha}g_2^{\beta},\ (\alpha,\ \beta=0,\ 1,\ .\ .\ .,\ p-1);\ \text{порядок}\ p^2-1;$$
$$s_a=|\ h,\ k\quad ah,\ ak\ |\ ,\ (a=1,\ 2,\ .\ .\ .,\ p-1);\ \text{порядок}\ p-1;$$
$$s=|\ h,\ k\quad h,-k\ |\ ;\ \text{порядок}\ 2;$$
$$\tau=|\ h,\ k\ k,\ h\ |\ ;\ \text{порядок}\ 2;$$
$$v_1=|\ h,\ k\ h+k,\ h-k\ |\ ;\ \text{порядок}\ 2;$$
$$v_2=|\ h,\ k\ h-jk,\ h+jk\ |\ ;\ j^2\equiv -1\ (mod.\ p);\ \text{порядок}\ 3;$$

отже

$$r_{\mathrm{III}\mathfrak{A}}=3.2.2.2.(p-1).\ p^2=24\ (p-1)\ p^2. \tag{37}$$

§. 120. Друга можливість (Форма $\mathfrak{B}$). $p\equiv -1\ (mod.\ 4)$. З огляду на те, що конґруенція (34) не має дійсних корінів, представляємо субституції t і τ в иншій формі. До того надаєть ся найлїпше третя нормальна форма у видї

$$t=|\ h,k\quad (m+nj)h,\ (m-nj)k\ |\ ; \tag{38}$$

тут також і показчики є злученими числами:

$$h=h'+k'j,\ k=h'-k'j;$$

се дає

$$t=|\ h,\ k\ mh-nk,\ nk+mk\ |\ . \tag{38a}$$

Субституція τ з ґрупи K

$$\tau=|\ h,\ k\ \mu h+\nu k,\ \xi h+\pi k\ |$$

є з t перемінна аж по s_l

$$t\tau=\tau.s_l,$$

а звідси слїдує:

$$\left.\begin{array}{l|l} m\mu-n\xi=\lambda(m\mu+n\nu), & m\xi+n\mu=\lambda\,(m\xi+n\pi), \\ m\nu-n\pi=\lambda(-n\mu+m\nu)\,; & m\pi+n\nu=\lambda(-n\xi+m\pi). \end{array}\right\} \tag{39}$$

Digitized by Google

Отся система є однородна й лінійна у величинах μ, ν, ξ, π, отже її детермінанта мусить бути зером:

$$\begin{vmatrix} (1-\lambda)m, & -\lambda n, & -n, & 0 \\ \lambda n, & (1-\lambda)m, & 0, & -n \\ n, & 0, & (1-\lambda)m, & -\lambda n \\ 0, & n, & \lambda n, & (1-\lambda)m \end{vmatrix} = 0.$$

З неї одержуємо рівнане для λ, m, n. Її вартість є:

$$[(1-\lambda)((1-\lambda)m^2+(1+\lambda)n^2)]^2=0; \qquad (40)$$

се можливе тільки так, що або $1-\lambda=0$, або вираженє в грубшій скобці є 0. Перше не має значіня, друге дає $m=0$, і або $n=0$, або $\lambda=-1$; $n=0$ є неможливе, отже зістає тільки $\lambda=-1$. Звідси дістаємо

$$t=|h,\ k\quad nh,-nk|$$

або в найпростійшій формі

$$t=|h,\ k\quad h,-k|; \qquad (41)$$

подібно маємо, з огляду на те, що $\xi=\nu$, $\pi=-\mu$,

$$\tau=|h,\ k\quad \mu h+\nu k,\ \nu h-\mu k|. \qquad (42)$$

§. 121. Реляції (29) можемо тут примінити без застереженя. З них маємо

$$C=\alpha(A\mu+B\nu),\ D=-\alpha(A\nu-B\mu);\ A=-\alpha(C\mu+D\nu),\ B=\alpha(C\nu-D\mu);$$

$$A\mu+C\nu=\beta(A\nu-B\mu),\ B\mu+D\nu=-\beta(A\mu+B\nu);$$

$$A\nu-C\alpha=\beta(C\nu-D\mu),\ B\nu-D\mu=-\beta(C\mu+D\nu); \qquad (43)$$

і

$$\Gamma=\gamma(A\nu-B\mu),\ \Delta=-\gamma(A\mu+B\nu);\ A=-\gamma(\Gamma\nu-\Delta\mu),$$

$$B=\gamma(\Gamma\mu+\Delta\nu); \qquad (44)$$

$$A\mu+\Gamma\nu=-B\delta,\ A\nu-\Gamma\mu=-\delta\Delta;\ B\mu+\Delta\nu=A\delta,\ B\nu-\Delta\mu=\Gamma\delta.$$

З тих двох систем маємо насамперед:

$$\alpha^2(\mu^2+\nu^2)\equiv-1\ (mod\ p). \qquad (45)$$

Отся конґруенція є все рішима для $p\equiv-1$ (*mod.* 4), коли тільки поставимо $\alpha^2=1$, т. зн. $\alpha=-1$ ($\alpha=+1$ мусимо виключити). Нехай μ, ν буде довільною парою чисел, яка сповнює конґруенцію (45), то ті два числа можна поставити в субституції τ; отже тепер μ і ν не є вже довільними числами, тільки вони звязані реляцією (45).

Рівнаня (43) дають

$$v_1=|h,\ k\quad \mu k+(\nu+1)k,\ (\nu-1)h-\mu k|;\ \text{порядок } 2; \qquad (46)$$

з (44) маємо

Digitized by Google

$$v_2 = | h, k \quad -(1+\mu\nu)h+(\mu-\nu^2)k, (\nu+\mu^2)h+(\mu\nu-\mu+\nu)k |;$$
порядок 3. (47)

Таким чином доходимо до третього типу (форма $\mathfrak{B}$) $G_{\text{III}\mathfrak{B}}$ шуканих ґруп:

$$g = g_1^{\alpha} g_2^{\beta}; \text{ порядок } p^2;$$
$$s_a = | h, k \; ah, ak |, (a = 1, 2, \ldots, p-1); \text{ порядок } p-1;$$
$$t = | h, k \quad k, -h |; \text{ порядок } 2;$$
$$\tau = | h, k \quad \mu k+\nu k, \nu h-\mu k |; \text{ порядок } 2;$$
$$v_1 = | h, k \quad \mu h+(\nu+1)k, (\nu-1)h-\mu k |; \text{ порядок } 2;$$
$$v_2 = | h, k \quad -(1+\mu\nu)h+(\mu-\nu^2)k, (\nu+\mu^2)h+(\mu\nu-\mu+\nu)k |;$$
порядок 3;

$$\left.\begin{array}{l}\text{порядок ґрупи є рівно-ж} \\ \qquad r_{\text{III}\mathfrak{B}} = 24\,(p-1)p^2.\end{array}\right\} \mu^2+\nu^2 \equiv -1 \; (mod.\ p)$$

§. 122. Субституції тої ґрупи τ_1, v_1 і v_2 містять в собі довільну пару розвязок конґруенції (45); длятого мусимо ще доказати, що довільність в виборі чисел μ і ν не спричинює зміни ґрупи $G_{\text{III}}\mathfrak{B}$, т. зн., що дві субституції, утворені з двох ріжних пар розвязок, μ_1, ν_1; μ_2, ν_2 можна представити взаїмно як добутки з инших субституцій тої самої ґрупи, независимих від конґруенції (45).

Тут є дві можливости:

1. Конґруенція має тільки одну пару розвязок, $| a |$ і $| b |$; з тих чисел можна утворити вісім комбінацій:

$$\mu = \pm a, \quad \text{і} \quad \mu = \pm b,$$
$$\nu = \pm b; \qquad \nu = \pm a.$$

Всї ті комбінації дають ту саму субституцію, а ріжнять ся тільки в показчику субституції форми s. Перемінім μ і ν з $-\mu$ і $-\nu$, або числа μ і ν з собою, і введїм скорочене:

$$\tau = | h, k \quad \mu h+\nu k, \nu h-\mu k | = (\mu, \nu).$$

Тодї є:

$$\tau' = (-\mu, \nu) = \tau . s_i, \text{ де } i = \mu^2 - \nu^2,$$
$$\tau'' = (\mu, -\nu) = \tau' . s_{-1};$$
$$\tau''' = (-\mu, -\nu) = \tau . s_{-1};$$

а так само

$$\tau_1 = (\nu, \mu) = \tau . s_l, \; l = -2\mu\nu.$$

2. Конґруенція має дві ріжні пари розвязок:

$$\mu_1^2+\nu_1^2 \equiv -1 \; (mod.\ p),$$
$$\mu_2^2+\nu_2^2 \equiv -1 \; (mod.\ p).$$

Digitized by Google

Коли $\tau_1 = (\mu_1, \nu_1)$ і $\tau_2 = (\mu_2, \nu_2)$, то

$$\tau_2 = \tau_1 . u; \; u = (a, b),$$

де

$$a = -\mu_1\mu_2 - \nu_1\nu_2$$
$$b = \mu_1\nu_2 - \mu_2\nu_1,$$

отже також

$$a^2 + b^2 \equiv -1 \; (mod. \; p).$$

XIII. Метациклїчні ґрупи степеня p^2.

§. 123. Вишукавши ґрупи степеня p^2, мусимо переконати ся, чи вони відповідають своїй цїли, т. зн., чи є 1. первісні, 2. загальні, 3. метациклїчні.

Ґрупи G_{I}, G_{II}, G_{III} є первісні, бо нї одна з них не має прикмети, спільної всїм непервісним ґрупам, а іменно:

Непервісна лїнїйна ґрупа може мати тільки такі субституції, які переводять дїйсні функції показчиків в їх многократи*).

Доказ. Нехай буде G первісною лїнїйною ґрупою. Елементи, які вона має переставлювати, можна подїлити на кляси, яких не розриває нїяка субституція з G. Ті субституції можуть або тільки пересувати елементи в нутрі одної кляси, або перемінювати кляси поміж собою. Назвім ті кляси (r'), (r''), (r'''), . . ., а елементи кождої з них r_1', r_2',...; r_1'', r_2'',...; r_1''', r_2'''...;...

Субституції g є перехідні у всїх елементах; нехай

$$g' = | \, h, \; k \quad h + \alpha', \; k + \beta' \, | \qquad (1)$$

переводить елемент r_1' в r'_q серед тої самої кляси, то вона не розірве кляси (r'). Можемо доказати, що g' не розірве взагалї нї одної кляси.

Нехай буде (r'') другою клясою елементів; поміж субституціями g мусить бути одна така

$$g'' = | \, h, \; k \quad h + \alpha'', \; k + \beta'' \, | \, , \qquad (2)$$

яка переводить кожде r_i' в r_i''; отже вона переведе цїлу систему (r') в (r''). Субституція g' може пересувати елементи (r') тільки поміж собою, отже

$$g''^{-1} \; q' g''$$

може пересувати тільки елементи (r''). Субституції g' і g'' є перемінні, отже $g''^{-1} \, g' \, g'' = g'$ буде пересувати елементи (r'') і взагалї в кождій клясї (r). З того слїдує, що така субституція не розриває нї одної кляси.

Ту прикмету може мати тільки субституція g' і її степенї; всї инші субституції, нпр.

*) Jordan, Sur les équations du dégré p^2, стр. 128.

Digitized by Google

$$g_1 = | h, k \quad h+\alpha_1, k+\beta_1 | , \tag{3}$$

можуть тільки переміщувати кляси. Конечною і достаточною умовою, щоби субституція g_1 не була степенню субституції g', є те, що конґруенції

$$\left.\begin{array}{l} m\alpha' \equiv \alpha_1 \\ m\beta' \equiv \beta_1 \end{array}\right\} (mod.\ p) \tag{4}$$

не можуть істнувати рівночасно, коли приймемо

$$\alpha'\beta_1 - \alpha_1\beta' \equiv\!| \equiv 0 \ (mod.\ p); \tag{4a}$$

m цїле число, $< p$.

Отже ґрупа G складаєть ся з двох родів субституцій g:

1. з g', які переставляють елементи тільки в нутрі поодиноких кляс;

2. з g_1, які пересувають кляси поміж собою.

Инакших субституцій нема в G, бо кляси як такі мусять оставати нерозірвані.

Субституції g' і g_1 є перемінні, отже ґрупа G є Абелева; кожда її субституція має форму

$$g = g'^{\eta} g_1^{\vartheta}. \tag{5}$$

Тепер шукаймо таких двох функцій показчиків, щоби g' збільшувало першу з них о s, а другої не змінювало, а g_1 навпаки. Нехай ті функції будуть

$$\left.\begin{array}{l} h_1 = mh + nk, \\ k_1 = qh + rk, \end{array}\right\} \tag{6}$$

тоді мусять істнувати таки пари конґруенцій:

$$\left.\begin{array}{l} m\alpha' + n\beta' \equiv 1, \\ m\alpha_1 + n\beta_1 \equiv 0; \end{array}\right\} (mod.\ p) \tag{7a}$$

$$\left.\begin{array}{l} q\alpha' + r\beta' \equiv 0, \\ q\alpha_1 + r\beta_1 \equiv 1; \end{array}\right\} (mod.\ p). \tag{7b}$$

ті конґруенції є все рішимі, бо їх детермінанта (4a) не є 0.

Впроваджуючи ті нові показчики, маємо:

$$\begin{array}{l} g' = | h, k \quad h+1, k | , \\ g_1 = | h, k \quad h, k+1 | ; \end{array} \tag{8}$$

показчики h_1 і k_1 заступили ми старими h і k, бо се виходить на одно.

Кожда инша субституція з G,

$$t = | h, k \quad ah + bk, ch + dk | ,$$

трансформує

Digitized by Google

Коли $\tau_1 = (\mu_1, \nu_1)$ і $\tau_2 = (\mu_2, \nu_2)$, то

$$\tau_2 = \tau_1 . u; \; u = (a, b),$$

де

$$a = -\mu_1\mu_2 - \nu_1\nu_2$$
$$b = \mu_1\nu_2 - \mu_2\nu_1,$$

отже також

$$a^2 + b^2 \equiv -1 \; (mod. \; p).$$

XIII. Метациклїчні ґрупи степеня p^2.

§. 123. Вишукавши ґрупи степеня p^2, мусимо переконати ся, чи вони відповідають своїй цїли, т. зн., чи є 1. первісні, 2. загальні, 3. метациклїчні.

Ґрупи G_{I}, G_{II}, G_{III} є первісні, бо нї одна з них не має прикмети, спільної всїм непервісним ґрупам, а іменно:

Непервісна лїнїйна ґрупа може мати тільки такі субституції, які переводять дїйсні функції показчиків в їх многократи*).

Доказ. Нехай буде G первісною лїнїйною ґрупою. Елементи, які вона має переставлювати, можна подїлити на кляси, яких не розриває нїяка субституція з G. Ті субституції можуть або тільки пересувати елементи в нутрі одної кляси, або перемінювати кляси поміж собою. Назвім ті кляси (r'), (r''), (r'''), . . ., а елементи кождої з них r_1', r_2',...; r_1'', r_2'',...; r_1''', r_2'''...;...

Субституції g є перехідні у всїх елементах; нехай

$$g' = | \, h, \; k \quad h + \alpha', \; k + \beta' \, | \qquad (1)$$

переводить елемент r_1' в r'_q серед тої самої кляси, то вона не розірве кляси (r'). Можемо доказати, що g' не розірве взагалї нї одної кляси.

Нехай буде (r'') другою клясою елементів; поміж субституціями g мусить бути одна така

$$g'' = | \, h, \; k \quad h + \alpha'', \; k + \beta'' \, | \, , \qquad (2)$$

яка переводить кожде r_i' в r_i''; отже вона переведе цїлу систему (r') в (r''). Субституція g' може пересувати елементи (r') тільки поміж собою, отже

$$g''^{-1} \; q' g''$$

може пересувати тільки елементи (r''). Субституції g' і g'' є перемінні, отже $g''^{-1} \; g' \; g'' = g'$ буде пересувати елементи (r'') і взагалї в кождій клясї (r). З того слїдує, що така субституція не розриває нї одної кляси.

Ту прикмету може мати тільки субституція g' і її степенї; всї инші субституції, нпр.

*) Jordan, Sur les équations du dégré p^2, стр. 128.

Digitized by Google

$$g_1 = | h, k \quad h+\alpha_1, k+\beta_1 | , \tag{3}$$

можуть тільки переміщувати кляси. Конечною і достаточною умовою, щоби субституція g_1 не була степенню субституції g', є те, що конґруенції

$$\left.\begin{array}{l} m\alpha' \equiv \alpha_1 \\ m\beta' \equiv \beta_1 \end{array}\right\} (mod.\ p) \tag{4}$$

не можуть істнувати рівночасно, коли приймемо

$$\alpha'\beta_1 - \alpha_1\beta' \not\equiv 0 \ (mod.\ p); \tag{4a}$$

m цїле число, $< p$.

Отже ґрупа G складаєть ся з двох родів субституцій g:

1. з g', які переставляють елементи тільки в нутрі поодиноких кляс;

2. з g_1, які пересувають кляси поміж собою.

Инакших субституцій нема в G, бо кляси як такі мусять оставати нерозірвані.

Субституції g' і g_1 є перемінні, отже ґрупа G є Абелева; кожда її субституція має форму

$$g = g'^{\eta} g_1^{\ s}. \tag{5}$$

Тепер шукаймо таких двох функцій показчиків, щоби g' збільшувало першу з них о s, а другої не змінювало, а g_1 навпаки. Нехай ті функції будуть

$$\left.\begin{array}{l} h_1 = mh + nk, \\ k_1 = qh + rk, \end{array}\right\} \tag{6}$$

тодї мусять істнувати таки пари конґруенцій:

$$\left.\begin{array}{l} m\alpha' + n\beta' \equiv 1, \\ m\alpha_1 + n\beta_1 \equiv 0; \end{array}\right\} (mod.\ p) \tag{7a}$$

$$\left.\begin{array}{l} q\alpha' + r\beta' \equiv 0, \\ q\alpha_1 + r\beta_1 \equiv 1; \end{array}\right\} (mod.\ p). \tag{7b}$$

ті конґруенції є все рішимі, бо їх детермінанта (4a) не є 0.

Впроваджуючи ті нові показчики, маємо:

$$\begin{array}{l} g' = | h, k \quad h+1, k | , \\ g_1 = | h, k \quad h, k+1 | ; \end{array} \tag{8}$$

показчики h_1 і k_1 заступили ми старими h і k, бо се виходить на одно.

Кожда инша субституція з G,

$$t = | h, k \quad ah+bk, ch+dk | ,$$

трансформує

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{lll} g' & \text{в} & g'^{\frac{d}{\Delta}} g_1^{-\frac{c}{\Delta}}, \\ g_1 & \text{в} & g'^{-\frac{b}{\Delta}} g_1^{\frac{a}{\Delta}}; \end{array}\right\} \quad (\Delta = ad - bc \not\equiv 0)$$

трансформовані субституції мають ті самі прикмети що первісні, отже мусить бути $b=0$, $c=0$, т. зн.

$$t = | h, k \quad ah, dk | . \qquad (9)$$

Отся субституція множить кожду дійсну функцію показчиків (6) сталим чинником; наше твердженє є проте доказане.

§. 124. Ґрупи степеня p^2 мають такі субституції, які не сповнюють наведених тут умов.

1. Ґрупа G_I має в собі субституцію

$$\sigma_2 = | h, k \quad k, h | ,$$

яка не є форми (9).

2. Так само в ґрупі G_{II} є субституція

$$\sigma_1 = | h \; k, \; ah + bke, \; bh + ak | ,$$

яка не допускає такого добору функцій h_1 і k_1, тим більше, що тут маємо до діла зі злученими величинами.

3. Субституції v_1 і v_2 в обох своїх формах є занадто скомплікованi, щоби могли виконувати таку просту переміну.

Таким чином ми доказали, що наші ґрупи не можуть бути непервісні.

§. 125. Тепер займаємо ся питанем, коли ґрупи G є загальні і ріжні поміж собою.

I. Твердженє. Кожда ґрупа G_I для $p=3$ і $p=5$ містить ся в G_{III}; так само кожда ґрупа G_{II} для $p=3$.

Доказ. 1. G_I; $p=3$. Субституція

$$u = | h, k \quad h+k, h-k | \qquad (11)$$

є перемінна з ґрупою G_I, отже $\{G_I, u\}$ творить загальнїйшу метациклїчну ґрупу, яка містить ся в G_{III}; $u=\tau$.

2. G_I; $p=5$. Комбінуючи ґрупу G_I з

$$\left.\begin{array}{r} u_1 = | h, k \quad h, -k | , \\ u_1 = | h, k \quad h+k, \; -2h+2k | , \end{array}\right\} \qquad (11)$$

одержимо метациклїчну ґрупу, загальнїйшу від G_I, яка є підґрупою третього типу G_{III}; $u_1 = ts_2$, $u_2 = v_1 ts_2$.

3. G_{II}; $p=3$. Для $p=3$ є $e=-1$, отже

$$\left.\begin{array}{r} \sigma_1 = | h, k \quad ah - bk, \; bh + ak | , \\ a^2 + b^2 \not\equiv 0 \; (mod. p). \end{array}\right\}$$

Утворивши ґрупу $\{G_{II}, u\}$, де

Digitized by Google

$$u = | h, k \quad \alpha h + \beta k, \beta h - \alpha k |, \tag{12}$$

а α і β сповнюють умову

$$(\alpha^2 + \beta^2)(a^2 + b^2) + 1 \equiv\!|\!\equiv 0 \ (mod.\ 3), \tag{13}$$

загальнійшу ґрупу, яка містить в G_{III} з; $u = \sigma_1^{-1}\tau$.

§. 126. Отсе ті одиноко можливі виїмки, що наші ґрупи є підґрупами ґруп инших типів.

II. Твердженє. Ґрупа G_I є загальна для $p > 5$, G_{II} для $p > 3$, G_{III} все.

Доказ. Крітерією загальности є те, що порядок ґрупи мусить бути многократю порядку кождої підґрупи. Коли отся крітерія не вистарчає, доказуватимемо твердженє безпосередно.

1. G_I не може містити ся в G_{II}, бо

$$\frac{r_{II}}{r_I} = \frac{2(p^2-1)p^2}{2(p-1)^2p^2} = \frac{p+1}{p-1}$$

не може бути цілим числом, коли $p > 3$.

2. Так само G_{III} не може містити ся в G_I, бо

$$\frac{r_I}{r_{II}} = \frac{p-1}{p+1}$$

ніколи не є цілим числом.

Дальше слїдують безпосередні докази.

1. G_I не може містити ся в G_{III}, бо в G_I містить ся субституція форми σ_1

$$\sigma_1 = | h, k \quad \varrho h, k |, \tag{14}$$

де ϱ є первісний корінь $(mod.\ p)$, яка не змінює рівно p корінів, а саме тих, яких перший показчик є p. Кожда инша субституція, яка має ту саму прикмету, є комбінацією того σ_1 з

$$g_2 = | h, k \quad h, k+1 |,$$

т. зн.

$$\sigma = \sigma_1 g_2^{\lambda} = | h, k \quad \varrho h, k+\lambda |. \tag{15}$$

r-та степень тої субституції є

$$\sigma^r = | h, k \quad \varrho^r h, k+\lambda r |; \tag{16}$$

вона мусить зіставляти без зміни ті самі корінї, в числї p, що σ_1 і σ. Те можливе тільки тодї, коли $\beta = 0$ і $\varrho^r \equiv 1$ $(mod.\ p)$; з того бачимо, що тільки субституція σ_1 і її степенї дають бажану переставку. Твердженє Fermat'а дає: $r = m(p-1)$.

Означім якусь субституцію з ґеометричної ґрупи третього типу u і шукаймо тих степений субституцій u, які є перемінні з τ (т. є з t або τ) аж по s_1:

$$Tu^{\mu} = u^{\mu} T . s_1; \tag{17}$$

Digitized by Google

легко провірити, що $\mu \leqq 4$. Кожда субституція, перемінна з τ, має форму

$$s_k = | h, k \quad ah, a k | ,$$

отже $u^{\mu} = s_k$.

Коли-б субституція σ_2 містила ся в G_{III}, то одна з її степений мусіла-б бути перемінна з T, т. зн. мусіла-б мати форму s; воно можливе тільки для $\mu = r$. Звідси виходить суперечність: r є многократю числа $p-1$, а μ є що найбільше 4, отже для $p > 5$ ґрупа G_I не може містити ся в G_{III}.

2. G_{II} не може містити ся в G_{III}, бо коли u є субституцією з G_{III}, то u^r $(r \leqq 4)$ редукуєть ся на

$$u' = | h, k \quad ah + \alpha, bk + \beta | ; \tag{18}$$

$(p-1)$-ша степень тої субституції редукуєть ся на

$$u'' = | h, k \quad a^{p-1} h + (a^{p-1} + a^{p-2} + \ldots + 1)\, \alpha, b^{p-1} k + (b^{p-1} + b^{p-2} + \ldots + 1)\, \beta |$$
$$= | h, k \quad h + \alpha, k + \beta | \tag{19}$$

а p-та степень тої субституції є $\equiv 1$.

G_{II} має субституцію σ_2 порядку $p^2 - 1$; отже всї ті її степені, які редукують ся на 1, мають порядок $c(p^2 - 1)$; коли-б σ_1 містило ся в G_{III}, то

$$\frac{r(p-1)p}{c(p^2-1)} = \frac{rp}{c(p+1)}$$

мусїло-б бути цїлим числом; p і $p+1$ є супроти себе перві, отже r мусїло би бути многократю числа $p+1$, а се неможливе для $r \leqq 4$, $p > 3$.

§. 127. Остає ще тільки виказати, що ґрупа G_{III} є загальна.

1. G_{III} не може містити ся в G_I. Возьмім субституції

$$\left.\begin{aligned} u' &= | h, k \quad ah + \alpha, bk + \beta | , \\ u'' &= | h, k \quad ak + \alpha, bh + \beta | , \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

яких квадрати є

$$\left.\begin{aligned} u'^2 &= | h, k \quad a^2 h + (a+1)\alpha, b^2 k + (b+1)\beta | , \\ u''^2 &= | h, k \quad abh + (a\beta + \alpha), abk + (b\alpha + \beta) | . \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Обі ті субституції є в G_I: $u' = \sigma_1 g$, $u'' = \sigma_1 \sigma_2 g$, отже і субституція

$$w = u'^{-2} u''^{-2} u'^2 u''^2 \tag{22}$$

містить ся в G_{III}; вона редукуєть ся на

$$w = | h, k \quad h + \eta, k + \vartheta | , \tag{23}$$

де η і ϑ дані рівнанями

$$\left.\begin{aligned} a^2 b \eta &\equiv (a^2 - 1)\beta - (a+1)(b-1)\alpha, \\ a b^2 \vartheta &\equiv (b^2 - 1)\alpha - (b+1)(a-1)\beta. \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

Digitized by Google

Порядок субституції w є p або 1; те друге є тодї, коли $\eta = 0$, $\vartheta = 0$.

2. G_{II} містить в собі подібну субституцію як G_I з тою ріжницею, що тут є показчики числами сполученими; w має також і тут порядок p або 1.

3. G_{III} не може містити в собі такої субституції порядку p або 1. Возьмім v_2 за u', а $v_2 t$ за u'', то се дасть:

$$w = v_2^{-2}(v_2 t)^{-2} v_2^{2}(v_2 t)^{2} = t\tau \qquad (22)$$

отже субституцію порядку 4 ($\neq p$, $\neq 1$).

Таким чином ми вичерпали всї можливости і виказали, що виймаючи G_I для 3 і 5, і G_{II} для 3 всї типи ґруп є загальні, т. є. не можна одного з них переводити в другий. З тих доказів бачимо також, що всї ті типи є поміж собою ріжні.

§. 128. Тепер уставимо ряди зложеня для наших ґруп. Коли нам вдасть ся розложити ті ґрупи так, щоби їх показчики були первними числами, то се буде доказом, що ґрупи є метациклїчні. Побачимо, що се справдї можливе.

Всї три типи ґруп мають спільну визначну підґрупу M порядку p^2, яка переставляє оба показчики корінїв; субституції тої ґрупи можна представити як добуток двох односторонних субституцій

$$g = g_1^{\alpha} g_2^{\beta} (\alpha, \beta = 0, 1, \ldots, p-1) \qquad (25)$$

Порядок ґрупи M є p^2; приймаючи $\beta = 0$, одержимо Абелеву ґрупу N, зложену з односторонних субституцій g_1. Таким чином маємо вже кінцеву частину ряду зложеня для G з відповідним рядом показчиків

$$\begin{matrix} M, & N, & 1, \\ & p, & p. \end{matrix} \qquad (26)$$

Та частина ряду зложеня є для всїх трьох ґруп спільна. Від тепер мусимо розкладати кождий тип з окрема.

§. 129. В першім типі маємо таку зложену субституцію

$$\sigma_1 = | h, k \quad ah, bk | . \qquad (27)$$

яку можемо опять розложити на дві односторонні

$$s = | h, k \quad ah, k | ,$$
$$t = | h, k \cdot h, bk | ;$$

найпростїйша форма тих субституцій буде, коли за a і за b положимо ϱ, первісний корінь числа p:

$$\left.\begin{aligned} s &= | h, k \quad \varrho h, k | , \\ t &= | h, k \quad h, \varrho k | , \end{aligned}\right\} \qquad (28)$$

отже

Digitized by Google

$$\sigma_1 = s^a t^b \quad (a,\ b = 0\ 1,\ 2, \ldots,\ p-2). \tag{29}$$

Держимо ся тут зовсім такої самої методи, як при метацикліччних ґрупах степеня p; розкладаємо $p-1$ на перві чинники

$$p - 1 = k_1 k_2 \ . \ . \ . \ k_\nu \tag{30}$$

і творимо субституції

$$\left.\begin{aligned} s_\nu &= s^{\frac{p-1}{k_\nu}}, \\ t_\nu &= t^{\frac{p-1}{k_\nu}}; \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

їх порядки є однакові, k_ν. До ґрупи порядку M добираємо субституцію t_ν і одержуємо ґрупу L''_ν порядку $k_\nu . p^2$; її показчик з огляду на M є k_ν. Добираючи до L''_ν ще s_ν, одержуємо ґрупу L'_ν порядку $k_{\nu-1}^2\ p^2$, з показчиком k_ν.

Тепер творимо знов субституції

$$\left.\begin{aligned} s_{\nu-1} &= s^{\frac{p-1}{k_\nu k_{\nu-1}}}, \\ t_{\nu-1} &= t^{\frac{p-1}{k_\nu k_{\nu-1}}}; \end{aligned}\right\} \tag{32}$$

їх $k_{\nu-1}$-ті степені містять ся вже в L'_ν і L''_ν, отже їх порядок є $k_{\nu-1}$. При їх помочи творимо дальше ґрупи $L''_{\nu-1}$ і $L'_{\nu-1}$ порядків $k_{\nu-1}\ k_\nu^2 p^2$ і $k_{\nu-1}^2 k_\nu^2 p^2$ з показчиками $k_{\nu-1}$ і $k_{\nu-1}$. Так поступаємо все дальше, аж врешті з субституціями

$$\left.\begin{aligned} s_1 &= s^{\frac{p-1}{k_\nu \cdots k_1}} = s \\ t_1 &= t^{\frac{p-1}{k_\nu \cdots k_1}} = t \end{aligned}\right\} \tag{33}$$

вичерпаємо всї субституції σ_1 і одержимо ґрупу L'_1.

Зістала ще тільки транспонуюча субституція σ_2 порядку 2, яку добираємо до L'_1 як найвисший член ґрупи G_I. Отже наш ряд зложеня з рядом відповідних показчиків виглядає так:

$$\begin{matrix} G_I, & L'_1, & L_1'', & L'_2, & L''_2, & . \ . \ ., & L'_\nu, & L''_\nu, & M, & N, & 1, \\ 2, & k_1, & k_1, & k_2, & k_2 & . \ . \ ., & k_\nu, & k_\nu, & p, & p. \end{matrix} \tag{34}$$

Всї показчики є первими числами, отже G_I **метацикліччною ґрупою.**

§. 130. Зовсім подібно поступаємо **при третім типі.** Тут маємо субституцію

$$s_a = |\ h,\ k \quad ah,\ ak\ |\ , \tag{35}$$

яку ми назвали **рівнобічною.** Напишім за a опять ϱ, то одержимо найпростійшу її форму

Digitized by Google

$$s_\varrho = s = | h, k \quad \varrho h, \varrho k |, \tag{36}$$

отже

$$s_\alpha = s^\alpha \ (\alpha = 0, 1, \ldots, p-2). \tag{37}$$

За вихідну точку беремо субституцію $s^{\frac{p-1}{k_\nu}}$ і творимо чергою такі субституції:

$$\left.\begin{array}{l} s_\nu = s^{\frac{p-1}{k_\nu}}, \\ s_{\nu-1} = s^{\frac{p-1}{k_\nu k_{\nu-1}}} \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ s_1 = s^{\frac{p-1}{k_\nu \ldots k_1}} = s \end{array}\right\} \tag{38}$$

порядків $k_\nu, k_{\nu-1}, \ldots, k_1$. З них творимо ґрупи комбінуючи їх по черзі з ґрупою M. Се дає: $L_\nu, L_{\nu-1}, \ldots, L_1$, ґрупи порядків $k_\nu p^2$, $k_{\nu-1} k_\nu p^2, \ldots, k_1 k_2 \ldots k_\nu p^2 = (p-1) p^2$, показчиками будуть числа $k_\nu, k_{\nu-1}, \ldots, k_1$.

Вичерпавши всї субституції s_a, маємо ще чотири инші t, τ, v_1, v_2, яких форма залежить від числа p. В формі $\mathfrak{A}$ $(p = 4n+1)$ маємо:

$$t^2 = 1, \ \tau^2 = 1, \ v_1{}^2 = s_2, \ v_1{}^3 = s_{2(1+j)},$$

отже v_1 і v_2 переходять в другій, згл. третїй степенї в якесь s.

В формі $\mathfrak{B}$ $(p = 4n-1)$ є

$$t^2 = s_{-1}, \ \tau^2 = s_{-1}, \ v_1{}^2 = s_2, \ v_2{}^3 = s_m,$$

отже всї чотири субституції переходять в s. Звідси маємо таку конструкцію ряду: добираючи t до L_1, одержуємо K; далї добираємо τ і маємо J, а вкінцї v_1 і v_2 і маємо H і і G_{III}. Порядки тих ґруп є такі: $(K) = 2(p-1)p^2$, $(J) = 4(p-1)p^2$, $(H) = 8(p-1)p^2$ або $12(p-1)p^2$, $(G_{\text{III}}) = 24(p-1)p^2$. Отже ряди зложена і показчиків для G_{III} є:

$$\left.\begin{array}{l} G_{\text{III}} \quad H, J, K, L_1, L_2, \ldots, L_\nu, M_1, N_1, 1. \\ \quad (2, 3), (2, 2) \ k_1, k_2, \ldots, k_\nu, p, p. \end{array}\right\} \tag{39}$$

Числа, замкнені в скобках, значать, що пари субституцій v_1 і v_2, t і τ можемо добирати в довільнім порядку.

§. 134. В другім типі поступаємо трохи инакше, а то тому, що тут σ_1 має більше скомплїковану будову. Коли

$$\sigma_1 = | h, k \quad ah + bek, \ bh + ak |, \ e \text{ — не-останок } (mod. p), \tag{40}$$

тодї шукаємо такої лїнійної однородної функції показчиків

$$\varphi = mh + nk,$$

яка під впливом σ_1 зміняла би ся в свою многократь. Анальоґічно як при вишукуваню нормальної форми маємо тут такі конґруенції:

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l} ma+nb\equiv m\varrho, \\ mbe+na\equiv n\varrho \end{array}\right\} (mod.\ p), \tag{41}$$

з яких визначуємо ϱ

$$\begin{vmatrix} a-\varrho, & b \\ be, & a-\varrho \end{vmatrix} \equiv 0\ (mod.\ p),$$

т. зн.

$$\varrho^2 - 2a\varrho + a^2 - b^2e \equiv 0\ (mod.\ p) \tag{42}$$

Звідси слідує;

$$\varrho \equiv a \pm b\sqrt{e}\ (mod.\ p);$$

ϱ має дві вартости, ϱ_1 і ϱ_2; вони є дійсні або злучені відповідно до того, чи e є додатне, чи відємне. В такім разї можна представити σ_1 простійше так:

$$t = |\ h,\ k\quad \varrho_1 h,\ \varrho_2 k\ |, \tag{44}$$

де

$$\left.\begin{array}{l} \varrho_1 \equiv a+b\sqrt{e} \\ \varrho_2 \equiv a-b\sqrt{e} \end{array}\right\} (mod\ p) \tag{45}$$

Тепер йде розклад подібно як перше. Порядок субституції t є p^2-1, бо з поміж можливих p^2 комбінацій чисел a і b мусимо виключити $a=0$, $b=0$.

p^2-1 є все подільне через 8; тому в ряді показників буде число 2 приходити три (або більше) разів. Длятого мусимо шукати таких субституцій t_1, t_2, t_3, щоби було:

$$t_1^2 = 1,\ t_2^2 = t \text{ або} = 1;\ t_3^2 = t_2^q\ (q=0,\ 1,\ 2). \tag{46}$$

Коли

$$t_1 = |\ h\ \ k\quad \lambda_1 h,\ \mu_1 k\ |,$$

то мусить бути $\lambda_1^2 \equiv 1$, $\mu_1^2 \equiv 1$ $(mod.\ p)$, т. зн. мусить істнувати така пара конґруенцій:

$$\left.\begin{array}{l} a^2+b^2e\equiv 1, \\ 2ab\sqrt{e}\equiv 0. \end{array}\right\} (mod\ p). \tag{47}$$

Розвязку тих конґруенцій називаємо a_1, b_1. Дальше мусить бути

$$t_2 = |\ h,\ k\quad \lambda_2 h,\ \mu_2 k\ |$$

таке, щоби було $\lambda_2^2 \equiv 1$, $\mu_2^2 \equiv 1$ $(mod.\ p)$, або $\lambda_2^2 \equiv \lambda_1$, $\mu_2^2 \equiv \mu_1$ $(mod.\ p)$. В першім разї беремо ту саму розвязку, що в (47), в другім творимо нові конґруенції

$$\left.\begin{array}{l} a_2+b^2e\equiv a_1, \\ 2ab\sqrt{e}\equiv b_1; \end{array}\right\} (mod\ p) \tag{48}$$

їх розвязка нехай буде a_2, b_2. Тепер визначуємо так само t_3, т. є або 1). $\lambda_3^2 \equiv 1$, $\mu_3^2 \equiv 1$; або 2). $\lambda_3^2 \equiv \lambda_1$, $\mu_3^2 \equiv \mu_1$; або 3). $\lambda_3^2 \equiv \lambda_2$, $\mu_3^2 \equiv \mu_2$. Третя можливість дасть нову пару конґруенцій, яка буде мати розвязку a_3, b_3.

Digitized by Google

На подібній дорозї обчисляємо дальші с[illegible]туції, розкладаючи число p^2-1 на перві чинники:

$$p^2 - 1 = l_1 l_2 \ldots l_\mu \tag{49}$$

добираємо такі субстатуції $\tau_\mu, \tau_{\mu-1}, \ldots, \tau_1$, щоби їх l_μ-та, $l_{\mu-1}$, -та, . . ., l_1-та степень містила ся в попереднїй. До кождої lз них будемо мусїли розвязати одну пару конґруенцій.

Тепер укладаємо ряд для G_{II}; беремо чергою субстатуції $\tau_\mu, \tau_{\mu-1}, \ldots, \tau_1$ і комбінуємо їх все з попередньою ґрупою, так що одержимо ряд ґруп L_μ (степень $l_\mu\, p^2$), $L_{\mu-1}$ (степень $l_{\mu-1}\, l_\mu\, p^2$), . . ., L_1 (степень $l_1 l_2 \ldots l_\mu p^2 = (p^2-1)\, p^2$); показчики будуть тут $l_\mu, l_{\mu-1}, \ldots, l_1$.

Вкінцї добираємо ще σ_2 і маємо вже повну ґрупу G_{II} з рядами зложеня і показчиків.

$$\left.\begin{array}{r} G_{II},\ L_1,\ L_2,\ \ldots,\ L_\mu,\ M,\ N,\ 1 \\ 2,\ l_1,\ l_2,\ \ldots,\ \ l_\mu,\ p,\ p. \end{array}\right\} \tag{50}$$

Субстатуції τ, які виступають в невимірній або й злученій формі, можна привести назад до вимірного виду.

§. 132. Визначенє ряду зложеня для ґруп G подає заразом дорогу, як треба вести розвязку рівнаня степеня p^2. Приймім, що дане рівнанє

$$f(x) = 0 \tag{51}$$

має сочинники з обсягу (R). Той обсяг розширюємо так, що долучуємо до нього по одному коріневи рівнань первих степенів, так що поміж тими степенями будуть всї числа з ряду показчиків, з виїмком двох остатнїх. Через те ґрупа редукуєть ся постепенно аж до M; коли назвемо сей розширений обсяг (R'), то рівнанє, яке має ґрупу M, є Абелевим рівнанєм степеня p^2. Отсе рівнанє можна розвязати зовсїм, розвязуючи два Абелеві рівнаня степеня p.

Нехай буде

$$F(y) = 0 \tag{52}$$

тим Абелевим рівнанєм степеня p^2, якого сочинники належать до обсягу (R'). Називаючи його корінї y_{hk}, творимо при помочи ω, первісного p-того коріня з одиниці, функції:

$$\left.\begin{array}{l} Y_1 = y_{11} + y_{21} + \ldots + y_{p1}, \\ Y_2 = y_{12} + y_{22} + \ldots + y_{p2}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ Y\ = y_1 + y_{2p} + \ldots + y_{pp}, \end{array}\right\} \tag{53}$$

Digitized by Google

$$\left.\begin{array}{l} U_1 = Y_1 + \omega Y_2 + \omega^2 Y_3 + \ldots + \omega^{p-1} Y_p, \\ U_2 = Y_1 + \omega^2 Y_2 + \omega^4 Y_3 + \ldots + \omega^{2(p-1)} Y_p, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ U_{p-1} = Y_1 + \omega^{p-1} Y_2 + \omega^{2(p-1)} Y_3 + \ldots + \omega^{(p-1)^2} Y_p; \end{array}\right\} \quad (54)$$

до них долучуємо ще вимірну величину

$$U_0 = Y_1 + Y_2 + Y_3 + \ldots + Y_p = a. \qquad (54a)$$

Через те розпадають ся корінї на p кляс неперівісности по p членів; субституції g_1 пересувають елементи в нутрі поодиноких рядків (53), а g_2 рядки поміж собою. Виконуючи ті субституції на (54), переконаємо ся, що g_1 не змінює тих функцій, а g_2 переводить U_i в $\varepsilon^{-i} U_i$. Звідси слідує, що функції U_i^p належать до ґрупи M; тому можна їх виразити вимірно одною з них.

З рівнань (54) і (54a) маємо

$$Y_i = \frac{1}{p}\left[a + \sum_{n=1}^{p-1} \omega^{-in} U_n\right]; \qquad (55)$$

U_n^p є величиною в обсягу (R', ω), нпр. $= u_n$, отже для обчислення функцій Y_i мусимо витягнути p-тий корінь з величин u_n, які можна означити вимірно:

$$Y_i = \frac{1}{p}\left[a + \sum_{n=1}^{p-1} \omega^{-in} \sqrt[p]{u_n}\right]. \qquad (55a)$$

Отсе вираженє має p^2 вартостий, а Y може мати тільки p ріжних вартостий; щоби усунути злишню многозначність, творимо такі функції

$$\varphi_\lambda = U_\lambda . U_1^{p-\lambda} \; (\lambda = 1, 2, \ldots, p-1); \qquad (56)$$

для $\lambda = 0$ є $\varphi_0 = U_0 . U_1^p = a u_1$, отже вимірна величина. Кожде φ_1 можна представити одним з них, бо вони всї належать до тої самої ґрупи, т. є до M: анї g_1, анї g_2 не змінюють φ_λ. З того слідує:

$$U_\lambda = \frac{\varphi_\lambda}{U_1^p} . U_1^\lambda = \frac{\varphi_\lambda}{u_1} . U_1^\lambda; \qquad (57)$$

спеціяльно є

$$U_1 = \frac{\varphi_1}{u_1} . U_1,$$

т. зн.

$$\varphi_1 = u_1.$$

Всї инші φ_λ є вимірними функціями одного φ, нпр. φ_1:

$$\varphi_\lambda = \chi_\lambda(u_1) . u_1,$$

так що се дає:

$$U_\lambda = \chi_\lambda(u_1) . U_1^\lambda.$$

Digitized by Google

Вставивши се в (55a), маємо

$$Y_i = \frac{1}{p}\left[a + \sum_{n=1}^{p-1} \omega^{-in} \chi_n(u_1)\left(\sqrt[p]{u_1}\right)^n\right] \tag{58}$$

Тут маємо вираженє, яке може приймати p вартостий для $i = 1, 2, \ldots, p$; одержимо його, добуваючи p-тий корінь з величини u_1, вимірної в обсягу (R', ω). Таким чином ми визначили p корінів Абелевого рівнаня степеня p

$$\Phi(Y) = \prod_{i=1}^{p} (Y - Y_i) = 0 \tag{59}$$

§. 133. Хотячи перейти до самих корінів y, мусимо звернути увагу на те, що з одної кляси непервісности до другої переходимо через субституції g_2; отже ґрупа N, зложена з субституцій g_2, є ґрупою тих поодиноких клас. З того бачимо, що треба нам обчислити тільки елементи з одної кляси, а всї прочі одержимо при помочи субституцій g_2.

До обсягу (R', ω) долучуємо ще одну невимірність ζ, первісний p^2-ий корінь з одиниці, і творимо функції з елементів першої кляси:

$$\left.\begin{array}{l} Y_1 = y_{11} + y_{21} + y_{31} + \ldots + y_{p1}, \\ \xi_1' = y_{11} + \zeta y_{21} + \zeta^2 y_{31} + \ldots + \zeta^{p-1} y_{p1}, \\ \xi_2' = y_{11} + \zeta^2 y_{21} + \zeta^4 y_{31} + \ldots + \zeta^{2(p-1)} y_{p1}, \\ \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \\ \xi'_{p-1} = y_{11} + \zeta^{p-1} y_{21} + \zeta^{2(p-1)} y_{31} + \ldots + \zeta^{(p-1)^2} y_{p1} \end{array}\right\} \tag{60}$$

Ґрупа N переводить ξ'_i в $\zeta^{-i}\xi'_1$; отже коли напишемо $\xi'^{p^2}_i = w'_i$, одержимо нові величини, вимірні в (R', ζ), які належать до ґрупи N і дають ся виразити одною з них. З (60) маємо

$$y_{i1} = \frac{1}{p}\left[Y_1 + \sum_{m=1}^{p-1} \zeta^{-im} \xi'_m\right]; \tag{61}$$

злишні вартости виражень під коренем ξ'_m вилучуємо при помочи функції

$$\psi'_\lambda = \xi'_\lambda \cdot \xi_1'^{p^2-\lambda},$$

яка належить до ґрупи N, т. зн.

$$\xi'_\lambda = \frac{\psi'_\lambda}{\xi_1'^{p^2}} \cdot \xi_1'^{\lambda} = \omega'_\lambda(w_1') \cdot \xi_1'^{\lambda}. \tag{62}$$

Се дає

$$y_{i1} = \frac{1}{p}\left[Y_1 + \sum_{m=1}^{p-1} \zeta^{-im} \omega'_m(w_1') \left(\sqrt[p^2]{w_1'}\right)^m\right]. \tag{63}$$

Digitized by Google

Отсе вираженє має для $i = 1, 2, \ldots, p$ знов p вартостий. Субституція g_2 веде до

$$y_{i2} = \frac{1}{p}\left[Y_2 + \sum_{m=1}^{p-1} \zeta^{-im} \omega''_m(w_1'') \left(\sqrt[p^2]{(w_1'')}\right)^m \right] \tag{64}$$

Тут маємо під корінем иншу функцію, а саме w_1''. Ті обі функції, w_1' і w_1'', дають ся представити одна другою вимірно, а так само кожда инша $w_1^{(j)}$.

$$w_1^{(j)} = \vartheta_j(w_1'), \tag{65}$$

отже специяльною $w_1' = \vartheta_1(w_1')$. Рівно-ж величини $\omega''_m, \omega'''_m \ldots$, можна представити функцією ω'_m, так що се дає

$$\omega_m^{(j)}(w_1^{(j)}) = \tilde{\omega}_m^{(j)}(w_1'). \tag{66}$$

Вставивши те в (64), маємо

$$y_{i2} = \frac{1}{p}\left[Y_2 + \sum_{m=1}^{p-1} \zeta^{-im} \tilde{\omega}''_m(w_1') \left(\sqrt[p^2]{\zeta_2(w_1')}\right)^m \right]$$

і загально

$$y_{ij} = \frac{1}{p}\left[Y_j + \sum_{m=1}^{p-1} \zeta^{-im} \tilde{\omega}^{(j)}_m(w_1') \left(\sqrt[p^2]{\zeta_j(w_1')}\right)^m \right] \tag{67}$$

Комбінуючи се з вираженєм на Y_j (58), одержимо вкінці корінь рівнаня (52):

$$y_j = \frac{1}{p^2}\left[a + \sum_{n=1}^{p-1} \omega^{-jn} \chi_n(u_1) \left(\sqrt[p]{u_1}\right)^n + p \sum_{m=1}^{p-1} \zeta^{-im} \tilde{\omega}^{(j)}_m(w_1') \left(\sqrt[p^2]{\zeta_j(w_1')}\right)^m \right] \tag{68}$$

Тут маємо функцію о p^2 вартостях. Її одержимо, коли добудемо p-тий корінь з величини u_1 з обсягу (R', ω): дальше при помочи того коріня визначимо величину w_1' і її вимірні функції $\zeta_j(w_1')$ в обсягу (R', ζ), а вкінці з тих функцій добудемо p-тий корінь.

Се ще не є одначе найзагальнїйше вираженє, яке може приймати p^2. Коли розходить ся о найзагальнійшу p^2-вартісну функцію, тоді мусимо узглядпити ті всї „приготовлюючі“ долученя, які привели первісний обсяг вимірности (R) до (R'). При помочи корінів тих помічних рівнань знаходимо корінї первісного рівнаня $f(x) = 0$. Таким чином наш проблем рішений вповні.

XIV. Закінченє.

§. 134. Описану тут методу Jordan'а для рівнань степеня p^2 можемо примінити до всїх рішимих рівнань степеня p^a, $a > 2$.

Digitized by Google

Рішиме рівнане степеня p^α буде мати в ряді зложеня своєї ґрупи Абелеву підґрупу M порядку p^α, яку творять субституції

$$g = | h_i \; h_i + \alpha_i | \; (i = 1, 2, \ldots, \alpha); \qquad (1)$$

їх представимо як добуток α односторонних субституцій

$$g = g_1^{a_1} \; g_2^{a_2} \; \ldots \; g_\alpha^{a_\alpha}. \qquad (2)$$

Потім означимо нормальні форми ґеометричних субституцій по припису Jordan'a *), а опісля будемо з них будувати метациклічні ґрупи.

Нормальні форми субституцій степеня p^α знайдемо, розвязуючи конґруенцію

$$\begin{vmatrix} a_{11} - \varrho, & a_{12}, & \ldots, & a_{1\alpha} \\ a_{21}, & a_{22} - \varrho, & \ldots, & a_{2\alpha} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{\alpha 1}, & a_{\alpha 2}, & \ldots, & a_{\alpha\alpha} - \varrho \end{vmatrix} \equiv 0, \quad (mod.\ p) \quad (3)$$

якої детермінанта

$$D = \begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1\alpha} \\ a_{21}, & a_{22}, & \ldots, & a_{2\alpha} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{\alpha 1}, & a_{\alpha 2}, & \ldots, & a_{\alpha\alpha} \end{vmatrix} \qquad (4)$$

не є зером. Отся конґруенція має взагалї n корінїв; вони можуть бути або дїйсні, або злучені. Тепер розбираємо, які є можливі комбінації рівних, дїйсних або злучених спряжених розвязок. Так нпр. для $\alpha = 3$ маємо конґруенцію

$$\varrho^3 - (a_{11} + a_{22} + a_{33}) \varrho^2 + (A_{11} + A_{22} + A_{33}) \varrho - D \equiv 0 \; (mod.\ p); \quad (5)$$

A_{11}, A_{22}, A_{33} є мінорами, приналежними до елементів a_{11}, a_{22}, a_{33}. В тім разї можливі такі комбінації розвязок:

1. всї три корінї дїйсні, рівні;
2. всї три корінї дїйсні, — два з них рівні, третїй відмінний;
3. всї три корінї дїйсні, всї ріжні;
4. один корінь дїйсний, два другі злучені, спряжені.

Обі перші можливости дадуть мабуть непервісні ґрупи; бо коли істнує тільки одна або дві такі функції, які перемінять ся під впливом тих субституцій в свої многократи, то можна буде знайти елементи, яких вони не змінять; нпр. 1. дасть нормальну форму

$$t = | h, k, l \quad \varrho h, a_{21} h + a_{22} k + a_{23} l, a_{31} h + a_{32} k + a_{33} l |,$$

яка не змінить елементів, котрі будуть мати перший показчик $= p$; в разї 2. буде нормальна форма

---

*) C. Jordan, Traité etc., стр. 114.

Digitized by Google

$$t = | h, k, l \quad \varrho_1 h, \varrho_2 k, a_{31} h + a_{32} k + a_{33} l |,$$

яка не змінить елементів x_{ppi} $(i = 1, 2, \ldots, p)$. Тільки 3.

$$t = | h, k, l \quad \varrho_1 h, \varrho_2 k, \varrho_3 l |$$

і 4.

$$t = | h, k, l \quad \varrho_1 h, (\varrho_2 + \varrho_3 j) k, (\varrho_2 - \varrho_3 j) l |$$

будуть могли дати первісні ґрупи.

Проблемом рівнань степеня p^3 займемо ся другим разом.

ДОДАТОК.

(Доповнене до рівнань четвертого степеня, §§. 56—60).

На стр. 54 подано хибно методу, яку подає Vogt, Leçons, стр. 94sqq., під назвою методи Euler'a. З огляду на теоретичну й практичну вартість тої методи подаємо її в цїлости.

В рівнаню четвертого степеня, зведеним до найвигіднїйшої форми,

$$y^4 - py^2 - qy + r = 0, \tag{1}$$

кладемо

$$y = \sqrt{u_1} + \sqrt{u_2} + \sqrt{u_3}. \tag{2}$$

Закладаючи

$$u_1 + u_2 + u_3 = \gamma_1,$$
$$u_1 u_2 + u_2 u_3 + u_3 u_1 = \gamma_2$$
$$u_1 u_2 u_3 = \gamma_3,$$

одержимо через подвійне квадроване реляції (2)

$$y^2 = \gamma_1 + 2\left(\sqrt{u_1 u_2} + \sqrt{u_2 u_3} + \sqrt{u_3 u_1}\right),$$

$$y^4 - 2\gamma_1 y^2 + \gamma_1^2 = 4\left(\gamma_2 + 2\sqrt{\gamma_3} \cdot y\right),$$

або

$$y^4 - 2\gamma_1 y^2 - 8\sqrt{\gamma_3} \cdot y + (\gamma_1^2 - 4\gamma_2) = 0; \tag{3}$$

з порівнаня сочинників при (1) і (3) одержуємо

$$\gamma_1 = \frac{p}{2},$$

$$\gamma_2 = \frac{p^2}{16} - \frac{r}{4},$$

$$\gamma_3 = \frac{q^2}{64}.$$

Величини $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ є основними симетричними функціями величин u_1, u_2, u_3, які одержимо, розвязуючи кубічне рівнане

$$u^3 - \gamma_1 u^2 + \gamma_2 u - \gamma_3 = 0,$$

Digitized by Google

т. 6

$$u^3 - \frac{p}{2}u^2 + \left(\frac{p^2}{16} - \frac{r}{4}\right)u - \frac{q^2}{64} = 0, \qquad (4)$$

рівнане, яке вповні покриваєть ся з кубічною ресольвентою в методі д. Цвойдзїньского (стр. 56), так що ся остатня метода являєть ся тільки дуже простою (а корисною для рахунку) модіфікацією методи Euler'a.

Термінольоґічний додаток *).

Абелеве рівнане Abel'sche Gleichung.
альтернуючий alternierend.
визначна підґрупа ausgezeichnete Untergruppe; Normalteiler.
виконувати субституцію eine Substitution ausüben.
*вимірний (вимірний) rational.
головний ряд (зложеня) Haupt(kompositions)reihe.
двостороння субституція zweiseitige Substitution.
долучене Adjunktion.
доповняюча ґрупа komplementäre Gruppe.
допускати субституцію eine Substitution gestatten.
ізоморфний isomorph.
*квадратний (квадратовий) quadratisch.
кляса непервісности Imprimitivitätssystem.
комплексія Komplexion.
корінь з одиницї Einheitswurzel.
*лїнїйний (лїнїовий) linear.
метациклїчний metazyklisch.
многовартісний mehrwertig.
многостепенний mehrstufig; meroëdrisch.
найбільша (визначна) підґрупа ausgezeichnete Maximaluntergruppe; Maximalnormalteiler.
*невимірність (невимірність) Irrationalität.
незмінна підґрупа invariante Untergruppe.
не-останок Nichtrest.
непервісний imprimitiv.

---

*) Подані тут такі терміни, яких нема в „Матеріялах до математичної термінольоґії" ВП. Дра В. Левицького (Збірник т. VIII/2), або які пропонував би я ввести замість поданих Дром В. Левицьким; ті остатні зазначені звіздкою (*), а в скобцї містить ся їх давня назва

Digitized by Google

неперéхідний intransitiv.
*обсяг вимірности (виміримости) Rationalitätsbereich.
одностепенний einstufig; holoëdrisch.
односторонна субституція einseitige Substitution.
оператор Operator.
*первісний (первичний) primitiv.
*перекрій (перерів) Durchschnitt.
перемінний kommutativ.
*періода (fem., не masc.) Periode.
підґрупа Untergruppe.
побічна ґрупа Nebengruppe.
поодинокий einfach.
похідний abgeleitet.
правильний regelmässig, regulär.
природний обсяг вимірности natürlicher Rationalitätsbereich.
*ресольвента (розвязник) Resolvente.
рівнане ресольвенти Resolventengleichung.
рішимий auflösbar.
рішимість Auflösbarkeit.
роздїлене Verteilung.
розширити erweitern.
ряд (Абелевого рівнаня) Rang.
ряд зложеня Reihe der Zusammensetzung, Kompositionsreihe.
*система (fem. не masc.). System.
складовий konstituierend.
спряжені роди konjugierte Gattungen.
транспонуюча субституція transponierende Substitution.
чисельний numerisch.
циклїчний zyklisch.

ПОКАЗЧИК.

(Цифри означують сторони).

А) Річи.

Ґатунок ґрупи, vide Рід.
Ґрупа 12, Абелева 18 sqq, 37, 90, 111, 135, **альтернуюча** 15, 27 sqq, аритметична 38, 91, 111, **безконечна** 12, **доповняюча** 31, зложена 14, 22, ідентична 13, ізоморфна 22, 94, **лїнійна** (повна)

Digitized by Google

41, 111, метациклїчна 39, 42, 102, 112, непервісна 22, 84, 93, 122 sqq., неперехідна 22, 92, первісна 22, 93, 122 sqq., перемінна 18, 89, перемінна аж по субституції иншої ґрупи 23, 24, перехідна 21, 27, 46, поодинока 14, 22, 27, 28, побічна 15, похідна 17, рівнаня 46, 92, рішима 92, симетрична 13, 26 sqq., спряжена 16, трансформована 16, функції 32, циклїчна 13, 27 sqq., 36, 89, 90, 100.
Ґрупи показчик 14, порядок 12, розділене 14, рід 33, ряд зложеня 23 sqq., 102, 127 sqq., ряд зложеня головний 25, степень 12.
Діскрімінанта 32, 47.
Долучене невимірности 43, функції 94.
Закон переміни і сполучуваня 5.
Інтерполяційний взір Lagrange'a 111.
Кляси непервісности 22.
Комплексія 3.
Конструкція правильного 5 і 17-кутника 23.
Корінї з одиниці 76 sqq., первісні з якогось числа 79.
Корінї рівнаня, дійсні й злучені 104, рішимого рівнаня степеня p 105.
Множене пермутацій 4.
Найбільша спільна міра ґруп 16.
Невимірність 43, 63.
Обсяг вимірности 43.
Оператор 12.
Основне твердженє альґебри 42.
Перекрій ґруп 16.
Переміщене 10.
Переставлене 3.
Пермутація 3, відворотна 7, ідентична 4, перемінна 5.
Пермутацій множене 4, періода 6, порядок 6, степень 5, 6.
Підґрупа 13, визначна (незмінна) 16, 40, 95, найбільша 22, 23, 96.
Показчик ґрупи 14, ряду ґрупи 23, 31.
Порядок субституції 6, ґрупи 12, рода ґрупи 33.
Ресольвента 58, Galois 44, 48, 93, Lagrange'a 59, 60, 85, 104.
Рівнанє 42, Абелеве 58, 88 sqq., 104, 131 sqq., Абелеве незведиме 89, Galois 104, двочленне 75, загальне 44, 72, зведиме 43, квадратне 47, кубічне 48 sqq., 67, метациклїчне 102, 112, незведиме 43, 46, 76, непервісне 92, 93, нерішиме 72, первісне 92, 93, первого степеня 99 sqq., ресольвенти 44, рішиме 42, 63, 92, спеціяльне 44, 57, 94, степеня p^2 111 sqq., степеня p^3 136, четвертого степеня 51 sqq., 136, чисте 75.
Рід (ґатунок) ґрупи 33, 35, функції 44, 45.
Роди спряжені 33; порядок рода 33.

Digitized by Google

Роздїлене ґрупи 14.
Розширене обсягу 43.
Ряд (Rang) Абелевого рівнаня 89.
Ряд (зложеня) ґрупи 23 sqq., 96, 127 sqq., головний 25.
Система побічних ґруп 15.
Спільна міра ґруп 16.
Спряжені роди (вартости) 33.
Субституція 7, аритметична 38, 100, ґеометрична 41, 111, двостороння 37, лїнїйна 39, лїнїйна однородна 41, лїнїйна (нормальна форма) 112 sqq., 135 sqq., метациклїчна 39, односторонна 37, 92, першого і другого рода 15, подібна 9, правильна 9, рівнобічна 114, 128, трансформована 11, циклїчна 7, 37 sqq., 100.
Субституцію виконати (ужити) 31, допускати 32.
Тїло 43.
Транспозиція 10.
Трансформація субституції 11, ґрупи 16.
Функція 31, альґебраїчна 63, альтернуюча 32, 33, в тїлї 43, Gauss'a 77 sqq., Galois 36, 44, зведима 43, лїнїйна 35, метациклїчна 43 sqq., многовартісна 31, незведима 43, одновартісна 31, симетрична 32, циклїчна 36 sqq.; допускає субституцію 32.
Функції ґрупа 32; ужити її 31.
Чинник зложеня ґрупи 23, 31.
Цикль 7.

Б) Імена.

Abel 2, 18, 37, 58 sqq, 88 sqq., 131 sqq.
Bachmann 79.
Cauchy 2, 38, 41.
Cardano 1, 49, 50, 67.
Cwojdziński 56, 137.
Dedekind 43.
Дивільковський 57.
Dolbnia 106.
Euler 56, 136.
Ferrari 1.
Ferro 1.
Galois 2, 36, 44, 48, 104.
Gauss 1, 2, 42, 79 sqq.
Hölder 2, 30.
Hudde 49.
Jordan 2, 16, 39, 88, 112 sqq., 135 sqq.
Kronecker 2, 39, 88.
Lagrange 1, 49, 53 sqq., 59 sqq., 85, 104, 111.
Менехм 1.
Mertens 2, 14, 16, 17.
Moivre 75.
Netto 2, 7, 16, 23, 25.
Пітаґорейцї 1.
Плято 1.
Ruffini 1.
Study 16.
Tartaglia 1.
Wantzel 72.
Weber 2, 7, 15, 16, 23.
Wiman 2.

Digitized by Google

RÉSUMÉ.

An der Theorie der algebraischen Gleichungen hat sich die ganze heutige Algebra ausgebildet; die Theorie der Gleichungen bedient sich nunmehr eines der mächtigsten Hilfsmittel der modernen Mathematik — der Substitutionengruppen.

In der vorliegenden Arbeit werden die Grundzüge derjenigen Disziplin geschildert, die unter dem Namen: „Galois'sche Gleichungstheorie" bekannt ist. In der ersten Abteilung werden die Grundlagen für die Theorie gewonnen: die Substitutionen und deren Gruppen. Es werden die vier Haupteigenschaften derselben untersucht (Transitivität und Intransitivität, Primitivität und Imprimitivität, Isomorphismus, Einfachheit und Zusammensetzung), sowie wird der Einfluss der Gruppen auf algebraische Funktionen besprochen. Mit einem Abschnitt über spezielle (zyklische und metazyklische) Gruppen- und Funktionen wird dieser Teil der Arbeit abgeschlossen.

Die zweite Abteilung bringt die eigentliche Theorie der Gleichungen dar. Nach einer kurzen Behandlung der quadratischen, kubischen und biquadratischen Gleichungen wird das Problem der algebraischen Auflösung der Gleichungen höherer Grade vor Augen gestellt, woraus erhellt, dass allgemeine Gleichungen vom höheren als dem vierten Grade algebraisch nicht lösbar sind. In den zwei folgenden Abschnitten werden specielle Klassen von Gleichungen: Kreisteilungs- und Abel'sche Gleichungen behandelt, und zuletzt die Gruppe einer auflösbaren Gleichung untersucht; hieraus ergeben sich notwendige und hinreichende Kriterien für die Auflösbarkeit der Gleichungen.

Die dritte Abteilung ist spezielleren Untersuchungen gewidmet; es wird dargetan, dass die Lösung einer Gleichung zusammengesetzten Grades auf diejenige mehrerer Gleichungen von Primzahlpotenzgraden p^α reduziert werden kann. Wir stellen also ein typisches Problem auf, eine primitive Gleichung vom Grade p^α zu lösen.

Für $\alpha = 1$ haben wir mit einer Gleichung vom Primzahlgrad zu tun, deren Lösung wir Abel, Galois und in neuesten Zeit Herrn Weber verdanken; in der vorliegenden Arbeit wurde aber einer wenig bekannten, aber doch präzisen und durchsichtigen Methode des Herrn J. Dolbnia Platz gegeben.

Für $\alpha = 2$ haben wir Gleichungen vom Grade p^2. Metazyklische Gruppen vom Grade p^2 hat Herr C. Jordan aufgestellt: er fand drei Typen derselben, indem er die homogenen linearen (geometrischen) Substitutionen von zwei Indices

Digitized by Google

$$t = | h, k \quad ah + bk, ch + dk |$$

auf Normalformen brachte, die aus der charakteristischen Kongruenz

$$\begin{vmatrix} a-\varrho, & b \\ c, & d-\varrho \end{vmatrix} \equiv 0 \ (mod.\ p)$$

zu entnehmen sind. Diese Kongruenz hat eine reelle, zwei reelle oder zwei konjugiert komplexe Wurzeln, und diesen drei Möglichkeiten entsprechen die drei Normalformen von t, durch welche jede Funktion der Indices in eines ihrer Vielfachen verwandelt wird. Die genannten drei Gruppentypen sind:

Erster Typus: Die Gruppe G_I besteht aus der Kombination der arithmetischen Substitutionen g*), mit den geometrischen der Form

$$\sigma_1 = | h, k \quad ah, bk | \quad (a, b = 1, 2, \ldots, p-1),$$

und

$$\sigma_2 = | h, k \quad k, h | .$$

Ihre Ordnung ist $2\,(p-1)^2\,p^2$.

Zweiter Typus: G_{II} besitzt neben den arithmetischen Substitutionen g solche geometrische:

$$\sigma_1 = | h, k \quad ah + bek, bh + ah | , \ e\text{- Nichtrest } (mod.\ p);$$

$$(a, b = 0, 1, 2, \ldots, p-1;\ a = b = 0 \text{ ausgeschlossen});$$

$$\sigma_2 = | h, k \quad h, -k | ;$$

ihre Ordnung ist $2\,(p^2-1)\,p^2$.

Im dritten Typus haben wir zwei Formen zu unterscheiden:

Form $\mathfrak{A}$ für $p \equiv 1$ $(mod.\ 4)$. Ausser den g haben wir noch

$$s = | h, k \quad \varrho h, \varrho k | , \ (\varrho \text{ — primitive Wurzel von } p);$$

$$t = | h, k \quad h, -k | ,$$

$$\tau = | h, k \quad k, h | ;$$

$$v_1 = | h, k \quad h + k, h - k | ;$$

$$v_2 = | h, k \quad h - jk, h + jk | ,$$

worin j eine Wurzel der Kongruenz

$$j^2 \equiv -1 \ (mod.\ \mathrm{p})$$

bedeutet.

Form $\mathfrak{B}$ für $p \equiv 3$ $(mod.\ 4)$ besitzt ausser den g und s auch noch

$$t = | h, k \quad k, -h | ;$$

$$\tau = | h, k \quad \mu h + \nu k, \nu k - \mu k | ;$$

---

*) Arithmetische Substitutionen des Grades p^2,

$$g = | h, k \quad h + \alpha, k + \beta | \quad (\alpha, \beta = 0, 1, \ldots, p-1),$$

können als Kombinationen sog. einseitiger Substitutionen gedacht werden, die nur einen einzigen Index um 1 vermehren,

$$g_1 = | h, k \quad h+1, k | , \text{ bzw. } g_2 = | h, k \quad h, k+1 | ,$$

so dass $g = g_1^{\alpha}\, g_2^{\beta}$ $(\alpha, \beta = 0, 1, 2, \ldots, p-1)$ ist.

Digitized by Google

$$v_1 = | h, k \quad \mu h + (\nu + 1)k, (\nu - 1)h - \mu k | ;$$
$$v_2 = | h, k'' - (1 + \mu\nu)h + (\mu - \nu^2)k, (\nu + \mu^2)h + (\mu\nu - \mu + \nu) k | ,$$
worin die Zahlen μ und ν durch die Relation
$$\mu^2 + \nu^2 + 1 \equiv 0 \ (mod.\ p)$$
mit einander verbunden sind.

Die Ordnung des dritten Gruppentypus ist in beiden Formen dieselbe, u. z. $24(p-1)p^2$.

Alle diese Gruppen sind, wie es sich zeigt, primitiv und allgemein, ausgenommen die Fälle $p = 3$ für G_{I} und G_{II}, und $p = 5$ für G_{I}. Dass diese Gruppen metazyklisch sind, erhellt aus der Aufstellung ihrer Kompositionsreihe, deren sämtliche Indices Primzahlen sind.

Bei der Auflösung einer primitiven Gleichung vom Grade p^2, deren Koeffizienten Zahlen des natürlichen Rationalitätsbereiches (R) sind, wird folgender Weg eingeschlagen: Durch „vorbereitende" Adjunktionen von Irrationalitäten, deren Grade die Indices der Kompositionsreihe von G sind, kommt man durch allmähliche Reduktion der Gruppe auf eine Abel'sche Gleichung vom Grade p^2
$$F(y) = 0,$$
der ein erweiterter Bereich (R') zugrundeliegt. Durch Adjunktion zweier weiteren Irrationalitäten, einer p-ten und einer p^2-ten primitiven Einheitswurzel (was eigentlich auf eine einzige Adjunktion auskommt), wird diese Gleichung vollständig gelöst. Um die x zu finden, muss man noch Rückschritte durch „vorbereitende" Gleichungen machen.

Zuletzt wird die Methode skizziert, wie das Problem der Gleichungen p^α für $\alpha > 2$ zu behandeln wäre; den Fall $\alpha = 3$ behält sich Verf. einer späteren Gelegenheit vor.

Digitized by Google

ЗМІСТ.

Стор.

Передмова 1

Перша частина. Основи.

I. Пермутації і субституції 3
II. Ґрупи 12
III. Головні прикмети ґруп 21
IV. Ґрупи в віднесеню до альґебраічних функцій . . 31
V. Циклїчні й метациклїчні функції 36

Друга частина. Теорія рівнань.

VI. Альґебраічні рівнаня 42
VII. Альґебраічна розвязка рівнань 63
VIII. Рівнаня подїлу кола 75
IX. Рівнаня Абеля 83
X. Ґрупи рішимих рівнань 92

Третя частина. Рішимі рівнаня.

XI. Рішимі рівнаня першого степеня 99
XII. Рішимі рівнаня степеня p^2 111
XIII. Метациклїчні ґрупи степеня p^2 122
XIV. Закінчене 134
Додаток 136
Термінольоґічний додаток 137
Показчик 138
Résumé 141

Digitized by Google

Найважнійші друкарські похибки.*)

(Перша цифра означує сторону, друга стрічку; звіздка вказує, що стрічку треба числити з долини. Вираз взятий в гранчасту скобку [ ] видрукований хибно, має бути справлений так, як стоячий побіч нього в знаках наведеня „ “).

6, 4. [π^5], „π^4“.
6, 5. [$n^4 . \pi$], „$\pi^4 . \pi$“.
6, 16*. [1. Коли π не переводить], „1. Коли π переводить“.
13, 13*. [субституції v], „субституції c“.
22, 6*. [внакше], „в противнім разї“.
23, 12. [$r^{\mu-1}$], „$r_{\mu-1}$“.
26, 5. [члени ряду (22)], „члени ряду (22) нї“.
26, 17. [кроях], „кроках“.
27, 12*. [$= (kl)$], „$= (1kl)$“.
30, 11. [$G = (H, g_1 H, g_2 H)$], „$G = (H, g_1 H, g_2 H, \ldots, g_{\nu-1} H)$“.
30, 14 (в передостатнім виразї). [$= g_\alpha H . g_\alpha g_\gamma H$] „$= g_\alpha H . g_\beta g_\gamma H$“.
34, рівн. (8), визначник зі знаменника, другий рядок з гори, [$\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_\nu$], „$\psi_1, \psi_2, \ldots, \psi_\varrho$“.
35, 15*. [рівнане (10)], „рівнане (11)“.
40, 12*. [ω_2], „ω^2“.
40, 6*. [$\omega^{\varrho-1} x_{p+1}$], „$\omega^{p-1} x_{p+2}$“.
42, 13*. [сполучених], „злучених“.
44, 2* / 45, 2 і 3 } [ґатунок], „рід“.
53, 8*. [$t =$], „$t_2 =$“.

---

*) З технїчних причин вкралось в отсю розвідку помимо великого числа корект, богато похибок, які утрюднювали-б розуміне річи, коли-б їх не справити перед читанем.

Digitized by Google

54, 5* і 4*. [$\sqrt{\vartheta_3}$], „$-\sqrt{\vartheta_3}$“.
54, 2*. [**Метода** Euler'a], „**Инша метода** (Vogt, Leçons, стр. 94)“.*)
56, 10 і 11. [$-\gamma^2$], „$-\alpha\gamma^{2}$“.
56, 6*. [$\sqrt{\beta^2 \quad \alpha\gamma^2}$], „$\sqrt{\beta^2-\alpha\gamma^2}$“.
58, 1. [$-8q\beta$], „$-8q\beta^{3}$“.
59, 8. по: „**рівнана**“, **додати**: „**висших степенів**“.
61, 4. [$+\omega^{p-1}X_p$], „$+\omega^{2(p-1)}X_p$“.
61, 8*. [$y^p-\xi_1{}^r=0$], „$y^p-\xi_1=0$“.
66, 12. [$J_2V^2{}_\alpha$], „$J_2V_\alpha{}^{2}$“.
66, 15*. [(10)], „(11)“.
70, 14*. [$V_{\lambda+1}$], „V_λ“.
70, 2*. [V_{p+1}], „$V_{\lambda+1}$“.
73, 14. [$(\nu_{-1}{}^{p\nu-1}=1)$], „$(\omega_{\nu-1}{}^{p\nu-1}=1)$“.
77, 1*. $\left[\omega^{p^{2}-1}\right]$, „$\omega^{p^{2}-1}$“.
77, 1*. $\left[\omega^{p^{\mu-1}+1}\right]$, „$\omega^{p^{\mu-1}+1}$“.
78, 1. [$\omega_p{}^2$], „$\omega^{p^{2}}$“.
80, 10 (**ціла стрічка**):

„$\omega^g,\ \omega^{g^2},\ \omega^{g^3},\ \ldots,\ \omega^{g^{p-1}},$ (7a)“.

80, 3*. [$-b\lambda+\mu g^a$], „$b_{\lambda+\mu g^a}$“.
81, 12*. [$b_g{}^{4b}$], „$b_g{}^{4}$“.
82, 8. $\left[b_1=\frac{-1-2\sqrt{1+2b}}{2}\right]$, „$b_1=\frac{-1-\varepsilon\sqrt{1+2b}}{2}$“.
82, 15*. [$g^{(d-1)h+2)a}$], „$g^{[(d-1)c+2]a}$“.
86, 10. [$\omega^{(m-1)2}\varphi^{m-1}(x_1)$], „$\omega^{(m-1)^2}\varphi^{m-1}(x_1)$“.
88, 15. [$\varphi\gamma(x_i)=\varphi\gamma(x_i)$], „$\varphi^{\gamma}(x_i)=\varphi\gamma(x_i)$“.
100, 5*. [$G_\mu\omega^k\mu V_1\mu$], „$G_\mu\omega^{k\mu}V_1{}^{\mu}$“.
100, 4*. [$G_\mu\omega^k\mu+\alpha-1V_1\mu$], „$G_\mu\omega^{k\mu+\alpha-1}V_1\mu$.“
101, 1 і 3. [k_μ], „$k\mu$“.
101, 5. [$G_\mu\omega^{k+\alpha}V_{1\mu}$], „$G_\mu\omega^{k+\alpha}V_1\mu$.“
102, 12*. по: „**ґрупу**“, **пропущено**: „M“.
103, 1. [$t_{\nu-1}{}^k{}_{\nu-1}=t_\nu{}^k{}_\nu=1$], „$t_{\nu-1}{}^k{}_\nu{}^k{}_{\nu-1}=t_\nu{}^k{}_\nu=1$“.
104, 2*. [$(\varphi)_{t_2}$], „$(\varphi)_t{}^{2}$“.
105, 2*. [$\omega-{}^{2\varrho}x_3$], „$\omega-{}^{2\varrho}x_3$“.
105, 1*. [$\omega-{}^{2\varrho^2}x_3$], „$\omega-{}^{2\varrho^2}x_3$“.

---

*) Vide Додаток, стр. 136.

Digitized by Google

107, 9. $\left[x_{k\varrho^{\frac{p+1}{2}}}\, {}_{l\varrho^{\frac{p+1}{2}}}x\right]$, „$x_{k\varrho^{\frac{p+1}{2}}}\, x_{l\varrho^{\frac{p+1}{2}}}$“.

107, 9*. $[xx_{\alpha\alpha_{-m}}\varrho^{1-\beta+\alpha}]$, „$x_\alpha x_{\alpha_{-m}}\varrho^{1-\beta+\alpha}$“.

109, 11. (в (28) 2-га з гори; ціла стрічка):

$$„\sqrt[p]{R_2}\,\sqrt[p]{R_{p-2}}=\frac{2}{p-1}\left(a+\varepsilon^{-1}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1}+\varepsilon^{2}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_2}+\ldots+\varepsilon^{-\frac{p-3}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_{\frac{p-3}{2}}}\right)“.$$

109, 12. (в (28) остатня; ціла стрічка):

$$„\sqrt[p]{R_{\frac{p-1}{2}}}\,\sqrt[p]{R_{\frac{p+1}{2}}}=\frac{2}{p-1}\left(a+\varepsilon^{-\frac{p-3}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1}+\varepsilon^{-\frac{p-1}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_2}+\ldots+\varepsilon^{-1}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_{\frac{p-3}{2}}}\right)“.$$

109, 4*. $\left[\varepsilon^{\frac{p-1}{2}}i\right]$, „$\varepsilon^{\frac{p-1}{2}}i$“.

110, 1. (остатній вираз суми): „$+\varepsilon^{\frac{p-3}{2}}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_{\frac{p-1}{2}}}$“.

110, 3. (ціла стрічка):

$$„R_\lambda+R_{p-\lambda}=\frac{2}{p-1}\left(b+\varepsilon^{-\lambda}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1}+\varepsilon^{-2\lambda}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2}+\ldots+\varepsilon^{-\frac{p-1}{3}\lambda}\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_{\frac{p-3}{2}}}\right)“.$$

110, 8. $\left[\left(\frac{2}{p-1}\right)^p\right]$, „$\left(\frac{2}{p-1}\right)^p$“.

110, 5* і 3*. (ціла стрічка):

$$„\sqrt{\frac{1}{(p-1)^2}\left(b+\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_1}+\sqrt[\frac{p-1}{2}]{L_2}+\ldots\right)^2-\left(\frac{2}{p-1}\right)^p\left(a+\sqrt[\frac{p-1}{2}]{Q_1}+\ldots\right)^p}“.$$

(В 5* перед коренем стоїть знак +, в 3* знак −).

Digitized by Google

Digitized by Google

Вплив температури
на скорість декількох хемічних реакций.

(Доповнене).

Др. Юліян Гірняк.

(Реферовано на засіданю мат.-прир.-лік. секциї дня 30. грудня 1910).

Головним вислідом моєї попередної праці, публікованої під тимсамим заголовком, було меньше-більше сконстатоване слідуючої приближеної правильности: чим більше є „зложений“ молекул треторядного аміну, тим меньша є скорість єго злучуваня з етильовим йодом, але і противно, тим більший є сочинник температури такого процесу. О скілько возьмемо однак під огляд подані там гетероциклькові аміни разом з деякими анілінами (дво-метильо-аніліна, дво-метильо-пара-толюїдина), то таку приближену правильність завважуємо доперва на амінах, в яких треторядний атом N находить ся в бензольовім перстені. Тому і цілій правильности припалоби досить зглядне чи обмежене значінє.

Неясні концепциї в роді загальних понять „зложености“ молекулів вже не вистарчають, щоби з ними можна наближати ся до орґанїчної структурової доктрини хемічних сполук. Вона вже нині на се за високо і за всесторонно розвинена. Одним з моїх „улюблених“ переконань є, що як раз тому богато кінетичних питань, котрі доторкають навіть дуже зложеної, про око недосяглої механїчної сторони молекулів, можна буде колись розвязувати на не простих, але у високім степени зложених молекулах тїл, відкриваних орґанїчною синтезою. Совершенний розвій кінетичної теориї материї — отже свого рода чисто фізикальний проблем — буде обусловлений колись як раз дальшими відкритями на сїй „правокрильній“ области загальної хемії, подібно, як найінтимнїйшу за-

Digitized by Google

гадку хемії „радіоактивність і будову хемічного атому“ розкриває тепер одиноко компетентна фізика. І колиби я відважив ся нині відповідати на таке пр. питане, з котрого боку брати ся до вияснення температури топленя поодиноких субстанций або до теоретичного вишуканя якогось закону в сій загадці, то я радиньбим вибрати за материял не найпростійші тіла, як пр. совершенні або одноатомові ґази, а дальше метан з єго недалекими гомольоґами і т. д., але як раз противно, пр. ізомери найвисших звісних ароматичних (многоперстеневих) углеводнів [1]).

Про оправданість такої точки погляду говорити нині передвчасно. Я однак не вагав ся нею руководити в попередній праці. Бо мимо того, що я в ній змінив раз цілий плян роботи (стор. 10.), коли одинокий дослід мене переконав про безвиглядність потвердженя погляду H. v. Halban'a — то потім при самім рекапітульованю вислідів (майже на один день перед висилкою манускрипту [2])) я не уважав за річ ризиковну змінити досить радикально мій погляд на значінє сочинників температури дуже нечисленних а навіть провізорично змірених (скоростий) процесів. Завваживши тоді майже припадково ідентичну ріжницю скоків в сочиннику при зіставленю: піридина, α-піколїна, коллїдина (стор. 16.), (до тої хвилї я все лиш квалїтативних правильностий надіяв ся), я рішив ся сейчас в поглядї, що се не припадок і начеркнув відтак коротенько зовсім иньше теоретичне поясненє. В нім йде вже не о „зложеність“ реаґуючих молекулів, але о закриті або відслонені центри реаґуючих атомів в молекулах.

В дотеперішних дослідах над скоростию деяких процесів, стрічали ся спорадично пр. здвоєня скорости (дві карбоксильові ґрупи в положеню орто і ин.), теоретично зовсім наглядно зрозумілі, але загальнїйшої правильности дотепер не сконстатовано на ніякій типовій ґрупі сполук. Се нікого не дивує і про правильність ледви чи який кінетик мріє. Коли однак я в моїм материялї стрінув ся зі здвоєнем скоку сочинника на відповідних трох субстанциях, то тут йде вже о зовсїм иньшу річ [3]). В тім случаю проявляє ся дійсно незвичайна вразливість того сочинника на простірну будову моле-

---

[1]) Необхідним доповнюванем однак синтетично-препаративних дослідів є означенє темп. топленя кождої субстанциї, хочби вже тому, що ся температура є незвичайно вражлива на конституцию. Кожде несозначенє єї тоді, як до сего є нагода, сьвідчить лиш про брак розуміня єї великого значіня.

[2]) Супроти Хв. Редакциї був я звязаний невідкличним речинцем.

[3]) Здвоєнє ріжниці в сочиннику, хочби вона виносила лиш 0·36, спроваджує без порівнаня більший „розріст“ скорости (k) у висших температурах, чим здвоєнє скорости (k) при незміненім сочиннику.

Digitized by Google

кулів, независимо як раз від їх „зложености“, від концентрациї, а навіть чи не від каталїзи, а іменно до певної міри від степеня чистоти материялу. (Цїлу експериментальну працю я трактував як ориентацийну і не уважав тому за вказане висилювати ся на найвисший степень педантичности в переведеню, яка нинї далаби ся тут осягнути).

Висше згадані правильности в безглядній скорости процесів, хоч як виїмково подибувані, сьвідчать також про се, що і вона є зависима від структури молекулів. Нинї однак се вже всесторонно виказано, як вона в першій мірі залежить від майже всїх иньших фізикальних впливів, які нинї прямо дають ся подумати.

Коли однак мій висше начеркнений погляд є вірний, тодї загально вже сконстатована „антибатия“ між безглядною скоростию процесів а їх сочинником температури стає досить зрозумілою і по части вияснено́ю. Вже примітивне[1]) рівнанє Goldschmidt'a, яке я попередно (стор. 17) зацитував, вказує на дуже близьку звязь між ними. Коли-ж тепер менї малоби удати ся виказати незвичайну вразливість сочинника температури на простірну будову молекулів, тодї мимо „найріжнїйших“ каталїтичних впливів на вартість скорости процесу, мусить в грубім приближеню лишити ся в результатї зовнїшна звязь між ними і то в загальнім того слова значіню. Так бим собі тепер поясняв антибатию.

Піднести тут мушу один ще момент, котрого поминенє моглоби спровадити деяке непорозуміне мого пояснюваня.

На перший погляд можнаби обговорювану антибатию вичитати вже з „примітивного“ рівнаня Goldschmidt'a. В чімже малоби лежати ще моє додаткове поясненє, коли воно не має бути злишне. Коротка відповідь булаби така:

1) З самого вже понятя „степеня заслоненя“ реаґуючого центрум виходить антибатия сама з себе, без нїяких рахункових дедукций кінетичної теориї.

2) Можність відчитаня антибатиї з рівнаня Goldschmidt'a є що правда дуже корисною обставиною для его теориї. В такім однак загальнім (приближенім) сформуловано сеї справи, як у него, не можнаби відважити ся зґенералїзувати теоретично антибатиї на всї дійсні процеси, супроти а) незвичайного впливу каталїзи на їх безглядну скорість, б) сподїваного а мною виказаного невпли-

[1]) Примітивне, бо се є перший крок в пошукуваню кінетичної гіпотези, а радше приближеного моделю, після якого требаб собі уявити механізм хемічної переміни. Те саме відносить ся і до теориї F. Krüger'a (гл. там loc. cit.).

Digitized by Google

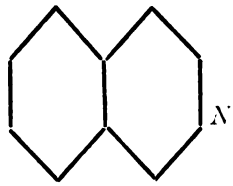
ваня сеї каталїзи (принайменьше деякої) на сочинник, і в) неузглядненя взагалї будови молекулів в теориях так Goldschmidt'a, як і F. Krüger'a. Доперва коли приймемо моє пояснене неменьше анормальної вразливости сочинника на зглядне відслонене активного центрум, в змислї тої антибатиї, стає вона зрозумілою в розширенім (дїйснім) значіню, згідно з експериментальним ствердженєм:

а) Сочинник температури є виключно залежний від положеня активного центрум в молекулї.

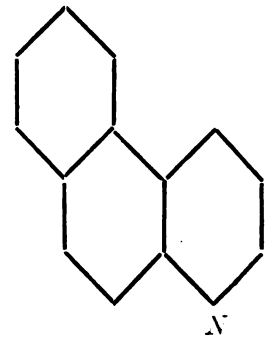
б) Безглядна скорість процесу є очивидно так само від того положеня відворотно залежною, не меньш однак крім того від цїлої серії иньших впливів, між иньшими пр. від загальної рухливости і положеня всїх ґруп в молекулї, так активних, як невтральних.

З самого зіставленя піридини, α- піколїни і коллїдини я не відваживби ся витягати всїх консеквенций, які тут ще насувають ся. Тому недавно перевів я кілька дальших ориентацийних визначень. Материял однак я вибрав так, щоби на нїм було досадно виказане зглядне заслонене чи закрите атому N в порівнаню з попереднім материялом в послїдній розвідцї. Тому до зіставленя субстанций на стор. 10. і 11. я вибрав ще:

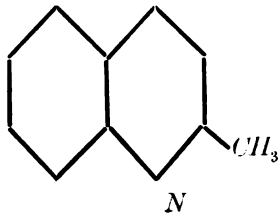
ізохінолїну:



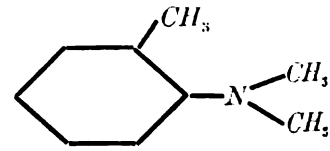
β - нафтохінолїну:



хінальдину:



дво - метильо - орто - толюїдину:



Digitized by Google

В змислї мого понятя релятивного заслоненя центрум (N) можна тут з гори предвидїти і сподївати ся таких вартостий (в приближеню):

для ізохінолїни: 2·5
„ β-нафтохінолїни: 3·0
„ хікальдини: висше від 3·0, коло 3·3
„ дво-метильо-орто-толюїдини: коло 2·5, евентуально навіть значно (неозначено) висше.

Для двох перших субстанций вийшли в дослїдї дїйсно зовсїм гладко числа: 2·53, 3·10, два дальші визначеня вийшли менї меньше удачно з результатом 3·3[1]) і 2·7. В кождім случаю потверджене є надсподївано точне, так, що я відважую ся витягнути всї дальші теоретичні консеквенциї з висше сформулованого понятя. Вони є слїдуючі:

Передовсїм стає зрозумілою правильність, яку недавно сконстатував H. v. Halban. Вона звучить: мономолекулярні реакциї мають переважно значно висший сочинник температури нїж бімолекулярні, три- і т. д. Коли приглянемо ся треторядним амінам злученим пр. з C_2H_5I, то в них атом азоту є незвичайно глубоко схований в молекулї. Нема однак сумнїву, що і розпад такого молекула відбуває ся в тім самім місци, де находить ся N, то значить в місци закритім зі всїх сторін ріжними невтральними ґрупами. Коли лиш подумаємо собі, що той розпад заходить конечно через інтервенїюючу співучасть молекулів розчинника, тодї відразу будемо тут сподївати ся дуже високого сочинника температури. В своїй послїдній працї[2]) находить H. v. Halban цїлий ряд клясичних примірів, в котрих розпад таких тїл є злучений з дуже високим сочинником температури (4—5); але рівночасно показує ся, що той сам процес має зглядно дуже низький сочинник (1·9—2·5), коли реакция йде в противнім напрямі. На мій спосіб пояснює ся той факт так, що не „бімолекулярність“ сама в собі грає тут причинову ролю, лиш очивидне відкрите реаґуючих центрів. В дальшій консеквенциї цїле пересуване ся рівноваги при змінюваню температури дає ся спровадити на сю ріжницю сочинників. Ся консеквенция дає ся розтягнути аж до процесу диссоциациї ґазових тїл. Беручи на примір розклад:

$$I_2 \underset{k_2}{\overset{k_1}{\rightleftarrows}} I + I$$

[1]) від 3·2 до 3·45.

[2]) Die Rolle des Lösungsmittels usw. Zeitschr. f. phys. Chemie. Bd. 67. 1909.

Digitized by Google

можемо так сказати: сочинник скорости k_1 росте з температурою без порівнаня більше ніж k_2, з причини такої самої, як при амінах в розчині. На поодиноких атомах йоду мабуть треба приймити „сильні місця свояцтва"; а в такім случаю в двоатомовім молекулі I_2 тії місця повинні бути далеко більше обома атомами заслонені чим на поодиноких здиссоциованих складниках. А тоді і пересунене рівноваги з температурою є конечне, в змислі тім самім, що виказує експеримент і термодинаміка. Або формально можнаби подібно висказати ся за H. v. Halban'ом,

що реакция $I_2 \longrightarrow I + I$ є мономолекулярна,

а „ $I + I \longrightarrow I_2$ є бімолекулярна. Після мене однак лиш формально можна на сю ріжницю звести причину пересуненя рівноваги з температурою.

Метода визначеня поодиноких k_1 і k_2, отже визначеня чи не стану nascendi атомового йоду, є зовсім можлива і здає ся мені, навіть дуже легка. При найближшій нагоді задумую тому перевести відповідні досліди.

Виїмки від формальної правильности H. v. Halban'а далиби ся легко моїм способом вияснити. Бо і мономолекулярні реакциї повинні виказувати малий сочинник температури, коли реаґуючі центри не є заслонені, лиш находять ся близько поверхнї сфери цілого молекула. До певної міри можнаби се виказати і на моїх кількох дослідах, попередно поданих. На иньшім місци обговорю се докладнїйше.

Понятє релятивного заслоненя активного центрум в молекулах має гарну анальоґію до кінетичної теориї тиску насиченої пари Boltzmann'а. На се звернув G. Mie[1]) увагу, що Boltzmann зробив перший крок до фізичної інтерпретациї на пів емпіричних (термодинамічно видедукованих) виражень в рівнаню того тиску. В інтерпретациї Boltzmann'а висока вартість одної (міродайної) сталої відносного рівнаня є відворотно пропорциональна до вільного простору між молекулами, який стоїть до диспозициї перелетним поступовим рухам тих молекулів. Моє понятє булоби отже розтягненем кінетичної консеквенциї Boltzmann'а з молекулярних вільних просторів на міжатомові в поодиноких молекулах. Таке розширенє чи доповненє згаданої консеквенциї промавлялоби сильно за чисто кінетичним характером хемічних процесів. (Воно не булоби рівнодушне з огляду на три недавно проголошені теориї

[1]) Ann. der Phys. Bd. 11. 1903 S. 657. Zur kinet. Theorie der einatomigen Körper.

Digitized by Google

сочинника температури, з котрих дві виходять з чистої кінетики, а трета лиш з термодинаміки).

З тої точки погляду дає ся добре переінтерпретувати також знаменита дискусия всїх дотепер пропонованих рівнань сочинника (Berthelot, van't Hoff, Arrhenius), яку подав в своїй послїдній працї H. v. Halban. Найважнїйше однак є се, що суперечність сочинника в тавтомерних перемінах зі змислом рівнань van't Hoff'a, яку дуже оправдано підчеркує H. v. Halban, дає ся зовсїм усунути при введеню мого понятя. З причини, що висьвітлене сеї справи вимагає більше місця, я задумую се в коротцї окремо публїкувати.

Липськ в грудни 1910

Digitized by Google

Digitized by Google

Про закон бігунового дуалїзму ґеометричних творів.

написав

В. Калїцун.

(B. Kalicun. Über das Gesetz der polaren Dualität in der Geometrie.)

Часть I. (I. Teil.)

[Два рисунки.]

Короткий погляд на історию розвою теориї бігунового дуалїзму.

1. Одною з прегарних спадщин по великім умі Poncelet'a є теория бігунового дуалїзму ґеометричних творів.

Вже Monge, сотворитель ґеометриї начеркової, подає кілька поодиноких примінень переміни одних творів ґеометричних на иньші, де точкам і простим одного твору відповідають прості і точки другого твору; в роцї 1806 Brianchon перемінює в подібний спосіб твердженє Pascal'a о шестикутнику, вписанім на кривій II-го степеня — на твердженє о шестибічнику, описанім на кривій II-го степеня; загальну однак теорию бігунового дуалїзму розвиває по раз перший Poncelet в р. 1824 в своїй працї п. з. „Théorie générale des polaires réciproques".

В тій розвідцї Poncelet доказує, що бігуновий дуалїзм, в віднесеню до кривої II-го ст. або поверхнї II-го степ., є не тільки загальною методою трансформацийною всїх свійств начеркових ґеометричних творів, але дасть ся крім того примінити до певного рода получень метричних, обнятих одною назвою „получень метричних метових" (проекцийних). Через консеквентне примінене тої методи до ґеометричних правд доходить відтак Poncelet до заключеня, що кождому свійству, кождому твердженю, в котрих виступають полученя метові (так начеркові як метричні) між елементами площі або простору, відповідає бігуново иньше свійство, иньше твердженє; що отже ґеометрия розпадає ся на два ряди правд, які лучать ся зі собою і собі відповідають.

Digitized by Google

На дорозї вказаній Poncelet'ом поступив о крок наперед Gergonne, вельми заслужений математик францускиї, виказуючи, що взаїмність і лучність, яка панує між твердженями ґеометричними не є случайним вислїдом бігунових свійств з огляду на криві і поверхнї II-го степеня, але є основним свійством ґеометричних творів. Після сего закона, котрий Gergonne назвав „дуалїзмом", відповідає плянїметриї точки — плянїметрия простої, стереометриї точки — плянїметрия площі.

Завзята і довголїтна суперечка, яка вивязала ся між Poncelet'ом і Gergonne'ом о першеньство відкритя сего закона дуалїзму, закінчив Steiner в р. 1832 в своїм творі п. з. „Systematische Entwickelung der Abhängigkeit geometrischer Gestalten von einander".

„Закон дуалїзму" — говорить Steiner в передмові до свого дїла — „появляє ся вже в елементарних творах основних, наколи теория бігунового дуалїзму є доперва вислїдом получеия тих основних творів. Коли однак Gergonne міг тілько заобсервувати закон дуалїзму в первісних елементах ґеометриї, то в теориї бігунового дуалїзму виступає доказ сего закона. А що не брак рівнож і примірів, в котрих при помочи свійств бігунових доходить ся до нових, величавих вислїдів, проте не дасть ся заперечити, що Poncelet був перший, що підніс велике значінє закона дуалїзму, яко методи трансформацийної".

2. З поміж многих розвідок Chasles'a, що відносять ся до сеї теориї, заслугують на увагу передовсїм дві з них:

„Premier Mémoire sur la transformation des relations métriques des figures" [Quet. Corr. Том 5, 1829].

„Sur la transformation parabolique des relations métriques des figures" [Quet. Corr. Том 6, 1830].

Суть они дїйсним доповненєм теориї бігунового дуалїзму. Працї ті спонукали Poncelet'a до загальнїйшого розвиненя трансформациї параболїчної (ортоґональної) сполучень метричних в знаменитій розвідцї п. з.: „Note sur quelques principes généraux de transformation des relations métriques des figur" [Quet. Corr., Том 7, 1832].

3. Способом загальним, не залежним від кривої II-го ст., доходить до свійств бігунового дуалїзму на площі Möbius в своїй розвідцї п. з. „Der barycentrische Calcul" [Липск 1827, том 1] Гадку Möbiusa доповняє і переносить на простор тривимірний Steiner в своїм повисше згаданім дїлї, а відтак Seydewitz, Staudt, Reye і прочі.

Möbius'ови завдячуємо рівнож „систем бігуново-зероний", котрий відкрив в роцї 1833, розвязуючи задачу з механїки: „Ви-

Digitized by Google

черкнути дві сили, котрі-би заступили даний систем сил, ділаючих на цїпке тїло".

[Crelle's Journal für d. r. u. a. Mathematik, том 10].

В кілька лїт пізнїйше відкрив той систем рівнож Chasles [Comptes Rendus, 1843].

Про закон бігунового дуалїзму на площі.

I.

1 а) Нехай буде дана довільна точка P на площі стіжкового перерізу c^2.

Дві довільні прямі, переходячі через точку P, перетинають криву c^2 в парах точок A, B; C, D, котрі визначують чотирокутник $ABCD$, вписаний в тую криву; стичні a, b, c, d начеркнені відповідно в тих точках до кривої c^2, творять чотиробічник, описаний на тійже кривій [рис. 1). Звісно однак, що точки перекутні P, Q, R чотирокутника $ABCD$ лежать на перекутних p, q, r чотиробока $abcd$ [Dr. Łazarski, Zasady geometryi wykreślnej, том I, ст. 29]. З сего слїдує, що точки U, V, в яких перекутня $-p-$ перетинає прямі AB, CD є гармонїчно спряжені з точкою P, з огляду на пари точок A, B; C D, —, с. є $(PUAB) = -1$, $(PVCD) = -1$.

Коли точки A, B і їх стичні a, b позістануть сталі, а тятива CD, переходяча через точку P, обертати ся ме около тоїж точки, тодї пряма $-p-$, що на нїй порушати ся ме точка V, позістане рівнож сталою, бо пряма та є визначена точкою U і спільною точкою стичних a і b. — Отже:

„Єсли тятива (CD) стіжкового перерізу (c^2) обертає ся около сталої єї точки P, тодї точка V, гармонїчно спряжена з точкою P, з огляду на точки C, D, — описує сталу пряму $-p-$".

А що точка V є одинокою точкою гармонїчно спряженою з точкою P в ґрупі $(PVCD) = -1$, проте пряма $-p-$ є одиноким місцем ґеометричним, описаним точкою V. В той спосіб:

„З кождою дїйсною точкою (P), лежачою на площі стіжкового перерізу (c^2), є спряженя тільки одна дїйсна пряма (p), докладно визначена тоюж точкою (P) і перерізом стіжковим (c^2)".

Пряму $-p-$ названо „бігуновою" точки P, з огляду на перерів стіжковий c^2.

1 б) Звісно, що єсли з двох пар точок, які творять ґрупу гармонїчну, одна пара сходить ся в однїй точцї, тодї і трета точка тої ґрупи сходить ся з тою самою точкою. З того свійства слїдує нове означенє бігунової:

Digitized by Google

„Бігунова — p — точки — P —, з огляду на криву II-го ст. c^2, є тятивою стичности стичних, поведених з тої точки до даної кривої".

Не трудно рівнож зі свійства чотиробічника $abcd$, описаного на кривій c^2, відразу здогадати ся, що:

„Єсли тятива (CD) стіжкового перерізу c^2 обертає ся около сї сталої точки P, то стичні c, d, вичеркнені до кривої c^2, в єї кінцях (C, D), перетинають ся на сталій прямій — p —, бігуновій точки P, з огляду на криву c^2".

З тих самих причин, з котрих пряма — p — є бігуновою точки P, є перекутні q, r відповідно бігуновими точок Q, R; або иньшими словами:

„Єсли в переріз стіжковий є вписаний чотирокутник $ABCD$, тоді боки єго трикутника перекутного є бігуновими протилежних вершків того трикутника".

2 а) Приймім тепер на площі перерізу стіжкового c^2 довільну просту (рис. 1).

Дві пари стичних a, b; c, d, вичеркнених з двох довільних точок тої прямої до кривої c^2, утворять чотиробічник описаний на тій кривій, а їх точки стичности A, B; C, D, визначать чотирокутник вписаний в туюж криву; боки трибічника перекутного pqr чотиробічника $abcd$ переходять відповідно через вершки P, Q, R трикутника перекутного чотирокутника $ABCD$. Коли означимо через u, v прості, що сполучають точку P з точками (a, b), (c, d) пересїчи стичних a, b, c, d, тоді зі свійств гармонїчних чотиробічника $abcd$ слїдує, що пряма — u — є гармонїчно спряжена з прямою — p —, з огляду на стичні a, b, — як рівнож проста — v — є гармонїчно спряжена з тоюж простою — p —, з огляду на стичні c, d; се є: $(abpu) = -1$, $(cdpv) = -1$.

При сталім положеню прямої — p — і стичних a, b, нехай стичні c, d так по кривій c^2 порушають ся, щоби їх точка пересїчи позіставала завсїгди на прямій — p —; то пряма — v — гармонїчно спряжена з прямою — p —, з огляду на стичні c, d, мусить переходити через тую саму точку P, бож точка та творить ґрупу гармонїчну з трома сталими точками A, B, U. Отже:

„Єсли точка пересїчи пари стичних c, d кривої II-го ст. порушає ся по сталій прямій — p —, то пряма — v — гармонїчно спряжена з прямою — p —, з огляду на стичні c, d, переходить завсїгди через сталу точку P".

А що через кожду точку прямої — p — можна повести тільки одну пряму — v — гармонїчно спряжену з — p —, з огляду на

Digitized by Google

стичні c, d, що дають ся з тої точки повести до кривої c^2, проте точка P є одинокою спільною точкою для всїх прямих — v —.

Подібно отже — як через бігун є однозначно визначена єго бігунова, — так і навідворіть:

„З кождою дїйсною прямою (p), що лежать на площі стіжкового перерізу c^2, є спряжена тільки одна дїйсна точка (P), докладно визначена через тую пряму і криву c^2".

Точку P названо „бігуном" даної прямої, з огляду на переріз c^2.

2 б) З повисшої фігури дасть ся вичитати прямо слїдуюче свійство:

„Єсли чотиробічник $abcd$ є описаний на кривій II-го ст. c^2, тодї кождий вершок єго перекутного трибічника є бігуном протилежного бока того трибічника".

Як рівнож:

„Єсли спільна точка стичних c, d до кривої II-го ст. c^2 порушає ся по сталій прямій — p —, то пряма, сполучаюча їх точки стичности, обертає ся около своєї сталої точки P, що є бігуном прямої — p —, в віднесеню до кривої c^2".

3. Беру єще раз під розвагу чотирокутник $ABCD$, вписаний в криву II-го степ. c^2 і чотиробічник $abcd$ описаний відповідно в вершках A, B, C, D на тійже кривій (рис. 1).

Після тверджень в уступах 1 б), 2 б) є боки p, q, r спільного перекутного трикутника обох чотирокутників бігуновими єго протилежних вершків P, Q, R; і взаїмно вершки P, Q, R того трикутника є бігунами єго протилежних боків p, q, r.

Єсли отже — q — є боком трикутника перекутного, що сполучає єго вершки P і R, то єї бігун R є точкою спільною тятив BD і AC; подібно бігун R бока — r — знаходить ся в спільній точцї тятив BC і AD.

Нехай при сталім положеню вершків A і B чотирокутника $ABCD$ бік DC обертає ся около точки P; тодї прямі AD і BD (або AC і BC) опишуть дві вязки проективні, о вершках A і B, а точки Q і R, яко точки пересїчи відповідних простих тих вязок з прямою — p —, утворять два проективні ряди. А що прямі (q) є перспективічні з рядом (R) [подібно як прості (r) є перспективічні з рядом (Q)], — проте маємо:

„Єсли пряма — q —, обертаючи ся около своєї сталої точки P, описує вязку $P(q)$, натодї бігун Q тої прямої, з огляду на криву II-го ст. c^2 [що лежить на площі вязки], описує на бігуновій — p — точки P ряд p (Q), проективний з вязкою $P(q)$".

Digitized by Google

Однак легко мож запримітити, що пряма — p — мусить переходити через осередок вязок A (D) і B (D), з чого слїдує, що відповідні точки Q і R рядів (Q) і (R) суть заміннї і творять інволюцию [Dr. Łazarski, Zasady geom. w. I, st. 16].

Коли проте назвем „бігунами спряженими", з огляду на криву II-го ст. c^2, такі дві точки (пр. Q і R), котрі посїдають свійство, що бігунова одної з них переходить через другу, а „бігуновими спряженими", з огляду на криву c^2, такі дві прямі (пр. q, r), з котрих одна переходить через бігун другої, тодї з тверджень попередних слїдує:

„Бігуни спряжені, з огляду на криву II-го ст. c^2, що лежать на прямій, творять інволюцию, для якої точки пересїчи тої прямої з кривою c^2 є точками подвійними. Та інволюция є отже гіперболїчна, параболїчна або еліптична, залежно від сего, чи підстава інволюциї перетинає криву c^2 в дїйсних точках, стикає ся з нею, чи перетинає єї в двох точках мнимих".

І навідворіть:

„Бігунові спряжені, в віднесеню до кривої II-го ст. c^2, що переходять через одну точку, творять інволюцию, для котрої стичні, начеркнені з даної точки до кривої c^2, є подвійними прямими. Та отже інволюция є гіперболїчна, параболїчна або еліптична, залежно від сего, чи дана точка лежить на внї, на обводї або в нутрі кривої c^2".

Нетрудно рівнож запримітити слїдуюче свійство:

„Вязка інволюцийна бігунових спряжених, що переходять через одну точку, є перспективічна з рядом бігунів спряжених, що лежать на бігуновій тої точки".

Розуміючи відтак через „трокутник бігуново спряжений", з огляду на криву II-го ст. c^2, — три точки, посїдаючі тоє свійство, що бігунова одного з них переходить через два иньші; подібно через „трибічник бігуново спряжений", з огляду на криву c^2, — три прямі, які посїдають свійство, що бігун одної з них є спільною точкою двох иньших, — тодї два перші з повисших тверджень дадуть ся слїдуючо висказати:

„Кожда точка P на площі перерізу стіжкового c^2 є спільним вершком безконечного множества трикутників бігуново спряжених з огляду на криву c^2, для котрих то трикутників бігунова — p — точки — P — є спільним боком. Пара вершків, що лежать на прямій — p — творять ряд інволюцийний, а пара боків, що переходять через точку P, творять вязку інволюцийну".

І взаїмно:

Digitized by Google

„Кожда пряма — p — є спільним боком безконечного множества трибічників бігуново спряжених з огляду на криву c^2, для котрих бігун P тої прямої є спільним вершком. Пари боків, що переходять через тую точку, творять вязку інволюцийну, а пари вершків, що лежать на прямій — p —, творять ряд інволюцийний".

4 а) Повисші полученя, визначені з огляду на криву II-го ст. c^2, між елементами площі (π) і творами першого степеня тих елементів — становлять основне свійство закона бігунового дуалїзму на площі.

Після сего закона відповідає кождій точцї площі — π — єго бігунова, і навпаки кождій прямій тої площі єї бігун, з огляду на криву II-го ст. c^2; рядови точок відповідає проєктивна з ним вязка прямих, і навпаки. Системови плоскому u, зложеному з точок, прямих, рядів точок і вязок прямих, відповідає иньший систем плоский u_1 (на тій самій площі), зложений з прямих, точок, вязок прямих і рядів точок, — при чім:

„Кождому твердженю, кождій дефініциї, конструкциї або задачі, в котрих є згадка о сполученях і свійствах метових між елементами або творами першого степеня систему u — відповідає иньше твердженє, иньша дефініция, конструкция або задача о сполученях і свійствах метових між елементами або творами першого степеня систему u_1, які слїдують з перших, коли поміняємо понятя: точка і пряма, дїланя: перетинати і лучити, — оставляючи незміненими понятя: перспективічного положеня і відношеня подвійного подїлу".

Системи u і u_1 в той спосіб собі відповідаючі названо „системами бігуново зі собою спряженими", в віднесеню до кривої II-го ст. c^2, котру названо „провідною бігунового дуалїзму".

Замітка: З того, що сказалисьмо о бігуні і бігуновій легко мож пізнати, що: 1) точкам і стичним підстави c^2, зачислюваним до одного з системів бігуново спряжених (н. пр. до u), відповідають стичні поведені в тих точках до кривої c^2, взглядно точки стичности тих стичних, належачі до другого системи (u_1)".

2) Осередкови (S) провідної c^2 відповідає бігуново пряма в безконечности, і навідворіть: пряма в безконечности має за бігун осередок тої кривої".

4 б) Нехай отже будуть дані в системі u дві вязки проєктивні прямих: W (a, b, c, ...) і W_1 (a_1, b_1, c_1, ...), котрі визначають, як звісно, криву другого степеня c^2; то вязкам тим відповідають бігуново, з огляду на провідну c^2, в системі u_1 два ряди проєктивні W (A, B, ...) і W_1 (A_1, B_1, C_1, ...), котрі визначують криву другої кляси c^2. Точкам пересїчи прямих a і a_1, b і b_1, ... с. з.

Digitized by Google

точкам кривої c_1^2, відповідають прямі, що лучать точки A' і A'_1, B' і B'_1, ... т. є стичні кривої c^2; і навпаки стичним кривої c_1^2, котрі, як звісно, лучать по дві безпосередно по собі слідуючі точки тоїж кривої, відповідають точки пересічи, що двох безпосередно по собі слідуючих стичних кривої c_2, с. є єї точка. Звідси одержуємо:

„Кривій II-го степ. c_1^2, що належить до системи u, відповідає в системі u_1, бігуново спряженім з u, крива кляси другої c_2^4".

Такі дві криві c_1^2 і c_2, в котрих кожда має бігунові точки другої за стичні, будучи рівночасно місцем ґеометричним бігунів стичних другої, названо „кривими бігуново спряженими", з огляду на c^2.

На основі замітки на попередній стороні легко буде запримітити, що:

„Крива кляси другої c_2, бігуново спряженої з кривою другого степ. c_1^2, з огляду на криву c^2, є гіперболею, параболею або еліпсою, залежно від того, чи осередок S провідної c^2 лежить поза обводом, на обводі або на поли кривої $c_1^{2\alpha}$.

З осередка S провідної c^2 дадуть ся випровадити до кривої c_1^2 дві стичні, котрі є: в першім случаю дійсні і ріжні, в другім случаю накривають ся, а в третім случаю є мнимі; стичним тим відповідають точки в безконечности кривої c_2, котрі отже є: в першім случаю обі дійсні і ріжні, в другім случаю накривають ся, а в третім случаю є мнимі спряжені.

Позаяк означеню бігуна і бігунової, з огляду на криву c_1^2, відповідає бігуново дуалїстично означене бігунової і бігуна, з огляду на криву c_2, проте маємо твердженє:

„Єсли точка P і пряма $-g-$ є бігуново спряжені, з огляду на криву c_1^2, тодї бігунова $-p-$ точки P і бігун G прямої $-g-$, з огляду на провідну c^2, є зі собою бігуново спряжені, з огляду на криву c_2, що відповідає бігуново кривій $c_1^{2\alpha}$.

Звідси одержуємо слідуюче твердженє:

„Осередок кривої кляси другої c_2, бігуново спряженої з кривою II-го ст. c_1^2, — є бігуном, з огляду на провідну бігунового дуалїзму c^2, — такої прямої, котра є бігуновою осередка кривої c^2, з огляду на $c_1^{2\alpha}$.

Свійствам і твердженям кривої c_1^2, що полягають на проєктивности вязок прямих або рядів точок відповідають свійства і твердженя кривої c_2, що полягають на проєктивности рядів точок або вязок прямих. Приміром, твердженю Pascal'a о шестикутнику, вписанім в криву c_1^2, відповідає твердженє Brianchon'a о шестибічнику описанім на кривій c_2, і т. д.

Digitized by Google

Колиби криві II-го ст. c_1^2, c_2^2 ... творили вязку о основі $ABCD$, натоді криві кляси другої c'_2, c''_2 ..., бігуново спряжені з попередними, утворилиби ряд, вписаний в основу $abcd$, причім свійства метові ряду відповідалиби бігуново дуалїстично тим-же свійствам вязки.

4 в) Коли точка P, порушаючи ся після певного закона на площі кривої провідної c^2, описує в системі U криву c, натоді бігунова — p — тої точки, з огляду на c^2, порушаючи ся після певного закона, обвине в системі U_1 криву c_1, бігуново спряжену з c. Єсли точка P займе безконечно близьке положенє на кривій c, с. з. порушить ся по стичній в тій точцї до кривої, то єї бігунова — p — оберне ся около своєї точки стичности, яка є навпаки бігуном стичної в точцї P до кривої c. З сего слїдує:

„Кожду з двох кривих c і c_1 бігуново зі собою спряжених, з огляду на криву II-го степ. c^2, можна уважати за обвідню бігунових точок другої або за місце ґеометричне бігунів стичних тоїж другої кривої“.

Коли точка P, описуючи криву c, переходить два, три, ... r разів тую саму точку D, виходячи кождим разом взагалї з иньшого положеня, тодї єї бігунова — p —, обвиваючи криву c_1, сходить ся два, три, ... r. разів з тою самою прямою — d —, виходячи кождим разом з иньшого положеня. Звідси отже бачимо, що:

„Точцї r — кратній і стичним в тій точцї одної кривої (c) відповідають бігуново дуалїстично стична r — кратна і єї точки стичности другої кривої (c_1)“.

Нетрудно буде рівнож доказати, що:

„Коли крива — c — є степеня m-го кляси n, то крива c_1, бігунового з нею спряжена є кляси m, степеня n-го“.

Бо m- точкам, в яких довільна пряма перетинає криву c, відповідає бігуново дуалїстично m- стичних, поведених з бігуна тої прямої до кривої c_1, а n- стичним, що дають ся вичеркнути з довільної точки до кривої c, відповідає n- точок кривої c_1, що лежать на бігуновій тої точки.

Звісно однак, що кляса кривої m-го степеня дасть ся означити рівнанем: $n = m(m-1)$. Та многість вказує якраз на степень кривої c_1, бігуново спряженої з кривою c, з чого слїдувалоби, що кляса m кривої c_1 малаби вартість $m = m(m-1)[m(m-1)-1]$, а се після попередного твердженя повинно бути рівне рядови кривої c. Отже та сама крива — c — булаби раз m-го степеня, другий раз степеня $m(m-1)[m(m-1)-1]$, що є неможливе.

Digitized by Google

Тую суперечність повисших тверджень, знану під назвою „парадокса Poncelet'a" ухилив Plücker, виказуючи, що крива висшого степеня віж другого посідає точки особливі, котрі знижають клясу, а крива висшої кляси віж другої посідає стичні особливі, котрі знижають степень кривої. А іменно:

„Точка подвійна знижає клясу кривої о дві, точка звороту о три одиниці. Стична подвійна знижає степень кривої о дві, а стична звороту (перегинаня) о три одиниці".

Коли отже означимо через — δ — число точок подвійних, а через — $\varkappa$ — число точок звороту, одержуємо на означене кляси кривої — c — рівнане: $n = m(m-1) - 3\delta - 3\varkappa$, котре в той спосіб зреконструоване виражає ряд кривої бігуново спряженої c_1.

Подібно, означуючи через — δ — число стичних подвійних, а через — i — число стичних перегинаня, одержуємо на означене ряду кривої — c — рівнане: $m = n(n-1) - 2\delta - 3i$, що виражає клясу кривої c_1.*)

Твердженям о многокутниках вписаних або описаних на кривій — c — відповідають бігуново дуалїстично твердженя о многобічниках описаних або вписаних в криву c_1, і на відворіть. Свійствам метовим вязки кривих — c — відповідають подібні свійства ряду кривих c_1, і т. д.

4 г) Приміри повисші виказують, що закон бігунового дуалїзму є загальною методою трансформацийною сполучень і свійств метових творів ґеометричних, до яких зачисляють ся всї свійства начеркові тих творів і сполученя взаїмного положеня їх елементів, що опирають ся на відношеню подвійного подїлу. Однак до получень метричних, в котрих виступають сталі величини довжин або кутів, або їх відношене поєдинчого подїлу, — взагалї тої методи примінювати не можна, бо понятє довжини і кута не мають для себе понятий бігуново дуалїстичних.

Так приміром: Конструкциї прямих подвійних вязки інволюцийної відповідає бігуново дуалїстично конструкция точок подвійних ряду інволюцийного, однак та відповідність не розтягає ся на означене нормальних вязки інволюцийного і осередка ряду інволюцийного. Рівнож не дасть ся перемінити при помочи тої методи слїдуюче твердженє: „Кожда стична в колї є нормальною до проміру, що переходить через єї точку стичности".

*) Рівнаня повисші випровадив Plücker дорогою аналїтичною; дорогою синтетичною удало ся дійти до них Дрови Лазарскому в розвідці п. з. „O wpływie punktów i stycznych szczególnych na rząd i klasę krzywych płaskich" Sprawozdania Akademii w Krakowie — рік 1887.

Digitized by Google

Обсяг приміненя тої методи до сполучень метричних трохи ся розширяє, наколи за лінію провідну бігунового дуалізму приймемо коло або параболю, як то в слідуючім розділї наміряю виказати.

5 а) Нетрудно на основі розумовань, поміщених в уступах 1 б) і 2 б), запримітити, що бігунова довільної точки, з огляду на коло (k), є прямовісною до проміру того кола, яке переходять через дану точку. З причини того свійства коло може бути ужите з певною користю за криву провідну при бігуново дуалїстичній трансформациї метричних получень.

Приймім отже на площі кола — k — кут ABC; то єго раменам AB, CB відповідають з огляду на коло — k —, бігуни A', C', що лежать на бігуновій — b — вершка B, котра є прямовісною до прямої, сполучаючої вершок B з осередком S даного кола — k —. Кут $A'SC'$, котрий творять прямі, сполучаючі осередок S з бігунами A', C' є рівний даному або є єго сповненем; в кождім случаю оба кути посїдають рівні sinus'и. З того заключуємо:

„Коли дві фіґури плоскі є бігуново дуалїстично зі собою спряжені, з огляду на коло — k —, а між величинами кутів одної з них заходить певне получене, то подібне получене заходити мусить між кутами, утвореними около середоточки S кола — k — через проміри, що переходять через бігуни рамен даних кутів".

Коли кут ABC, не зміняючи своєї величини, обертає ся довкола сталих точок A і C своїх рамен, натоді бігуни єго рамен A', C' порушати ся муть на бігунових a, c точок A, C, причім кут $A'SC'$ буде мати рівнож сталу величину. А що вершок B даного кута, при повисшім руху, опише обвід кола — k_1 —, які переходить через точки A, C, проте єго бігунова $A'C'$ обвине переріз стіжковий c^2, котрий є стичний до бігунових a, c і посїдає одно огнище в осередку S кола — k —. Отже:

„Крива бігуново спряжена з колом — k_1 —, з огляду на иньше коло — k —, є перерізом стіжковим c^2, котрий має одно огнище в осередку — S — кола — k —, а за провідну приналежну до того огнища, бігунову осередка кола k_1, з огляду на — k —".

Що ся тичить доказу другої части того твердженя, то належить запримітити, що стичним рівнобіжним кола — k_1 — відповідають бігуново точки кривої c^2, котрі лежать на тятивах, які переходять через осередок S кола провідного k, а тятивам, сполучаючим точки стичности тих стичних, відповідають точки пересїчи стичних в повисших точках кривої c^2. А що всї тятиви, що лучать точки стичности стичних рівнобіжних по — k_1 —, переходять через осередок того кола, проте точки пересїчи, що двох стичних кривої c^2, що їх

Digitized by Google

тятиви стичности переходять через осередок S кола, провідною — k —, лежать на одній прямій, що є бігуновою осередка даного кола — k_1 —, з огляду на коло — k —. Однак та пряма є рівнож бігуновою точки S, з огляду на c^2, отже провідною тої кривої.

З повисшого твердженя слїдує відтак, що колам k_1, k_2 ..., довільно уміщеним на площі кола провідного — k —, відповідають бігуново дуалїстично криві c^2, $c_1{}^2$ ..., що мають в осередку S кола — k — спільне огнище. Отже:

„Розличні твердженя і свійства кутів у кіл можна перемінити бігуново дуалїстично на иньші твердженя і свійства кутів, що належать до спільного огнища перерізів стіжкових“.

5 б) Трансформацию сполучень метричних при помочи параболї, яко провідної бігунового дуалїзму, назвав Chasles „параболїчною“, а Poncelet „ортоґональною“. Полягає она на слїдуючім свійстві:

„Бігунові двох довільних точок, з огляду на параболю, визначують на єї оси довжину, котра є рівна довжині прямовісного мета на ту вісь довжини, що сполучає дані точки“.

І дїйсно, нехай через дані точки переходять дві прямі, прямовісні до оси параболї; то через бігуни тих прямих перейдуть відповідно бігунові даних точок. Звісно однак, що віддаленя тих бігунів від вершка параболї є рівні віддаленям тих прямих від тогож вершка. З того слїдує, що віддалене тих бігунів — с. з. довжина визначена через бігунові даних точок на оси параболї — є рівна віддаленю прямовісних до оси параболї, що переходять через дані точки — т. є метови прямокутному довжини, сполучаючої дані точки.

Нехай отже A, B, C, D, E ... будуть точками фіґури плоскої, а $\Phi(AB, CD, EF, \ldots) = O$ сполученем між довжинами єї боків. Натодї бігунові a, b, c, d, ... точок A, B, C, ... з огляду на параболю p^2, що лежать на площі тої фіґури, утворять другу фіґуру, бігуново дуалїстично спряжену з першою. Єсли α, β, γ, ... будуть означати точки, в яких бігунові a, b, c, ... перетинають вісь — x — параболї — p^2 —, то з твердженя повисшого слїдує, що:

$$\alpha\beta = AB \cos(AB, x), \ \gamma\delta = CD \cos(CD, x), \ldots$$

Довжини AB, CD, ... обчислені з тих рівнань і підставлені в рівнане $\Phi = O$ замінять єго на слїдуюче:

$$\Phi\left[\frac{\alpha\beta}{\cos(AB, x)}, \ldots\right] = O.$$

Digitized by Google

Єсли послїдне рівнане буде того рода, що *cosinus*'и зі знаменників уступлять, так, що рівнане то прийме вид: $\Phi[\alpha\beta, \gamma\delta, \ldots] = O$, натодї представляти оно буде получене між довжинами, що належать виключно до другої фіґури, та виражати єї свійство, що відповідає бігуново дуалїстично свійству першої фіґури, представленому рівнанем $\Phi[AB, CD, \ldots] = O$.

II.

1. Часто два системи U і U_1, бігуново зі собою спряжені, з огляду на криву II-го ст. c^2, унажаємо за оден, називаючи єго „системом бігуновим кривої c^2".

В отсїм роздїлї буду ся старати доказати, що свійство такого системи бігунового, представлене в I. роздїлї, істнує незалежно від єго провідної c^2, і що систем той є визначений, єсли будуть дані дві єго бігунові спряжені і до них приналежні в тім системі ряди інволюцийні спряжених бігунів.

Нехай отже дані бігунові спряжені будуть прямі p_1, p_2 [рис. 2], а на них інволюцийні ряди спряжених бігунів нехай будуть визначені через пари спряжених бігунів: A, A_1; B, B_1 зглядно A', A_1'; B', B_1'.

Спільній точцї P прямих p_1, p_2 відповідає в інволюцийнім рядї (p_1) одинока з ним спряжена точка P_2, котра є бігуном прямої p_2, а в рядї інволюцийнім (p_2) відповідає єму одинока, з ним спряжена точка P_1, котра є бігуном прямої p_1. З того слїдує, що прама $-p-$, що сполучає точки P_1, P_2 є одинокою бігуновою точки P.

Єсли хочемо для довільної прямої p_x визначити єї бігун P_x, треба визначити точки C_1, C_1', спряжені в даних інволюцийних рядах з точками C і C', в яких та прама перетинає основи p_1, p_2 тих інволюций. Прямі, що лучать точки C_1, P_1; C_1', P_2 є бігуновими відповідно точок C і C'. Спільна точка P_x тих прямих є якраз одиноким бігуном даної прямої p_x.

Подібно відворотною конструкциєю буде можна для кождої точки P_x визначити однозначно єї бігунову p_x.

Звідси бачимо, що повисші дані позваляють „з кождою точкою (P_x) площі спрягти певну, однозначно означену пряму (p_x) — єго бігунову; і взаїмно, з кождою прямою (p_x) спрягти певну, однозначно означену точку P_x — єї бігун", подібно як то одержувалисьмо в I. роздїлї при помочи кривої II-го ст. c^2.

2. На основі повисшої конструкциї нетрудно буде відтак доказати, що „єсли точка P_y, порушаючи ся по прямій $-p_x-$, опи-

Digitized by Google

сує ряд (P_y), нагоді єго бігунова p_y, обертаючи ся около бігуна P_x прямої p_x, визначать вязку (p_y), проєктивну з рядом $(P_y)^a$.

Єсли іменно точка P_y порушає ся по прямій p_x, тоді прямі $P_1 P_y$, $P_2 P_y$ (рис. 2) описують дві перспективні вязки; спільні отже точки D' і D тих прямих зі сталими прямими p_2, p_1 визначать на тих послідних два проєктивні ряди. В виду того мусять бути рівнож проєктивні і ряди, визначені через точки δ' і δ, спряжені відповідно з точками D' і D в даних інволюцийних рядах спряжених бігунів на прямих p_2 і p_1. Однак з рисунку можна побачити, що єсли точка P_y зійде ся зі спільною точкою прямих p, p_x, то точки D і D' зійдуть ся з точками P_1 і P_2, яким в обох інволюциях відповідає одна і та сама точка P, що є спільною точкою прямих p_1 і p_2. Звідси слідує, що ряди (δ) і (δ') є перспективічні, отже прямі (p_y), які лучать точки відповідні тих рядів, переходити мусять через одну і тую саму точку P_x, котра є бігуном прямої p_x; бо нетрудно запримітити, що коли точка P_y сходить ся з точкою C або C' пересічи p_x з прямими p_1 і p_2, то пряма p_y сходить ся в першім случаю з прямою $C_1 P_1$, в другім случаю з прямою $C_1' P_2$, а ті перетинають ся якраз в точці P_x, бігуні прямої p_x [стр. 13]. А що ряди (δ) і (δ') є проєктивні з рядом (P_y), проте вязка бігунових (p_y), переходячих через точку P_x, є проєктивна з рядом бігунів P_y, що лежать на прямій p_x.

Вязка (p_y) визначає на прямій p_x ряд точок (P_y') проєктивний з рядом (P_y). А що точки відповідні тих рядів є спряженими бігунами, проте є замінні і творять інволюцию, а тим самим їх бігунові $[p_y$ і $p_y']$ є зі собою бігуново спряжені і творять інволюцийну вязку, котра є перспективічна з тим же рядом.

Тим робом отже доходимо до таких самих свійств як в I. розділї на стр. 5 і 6:

„Всї пари спряжених бігунів даного бігунового системy, що лежать на довільній прямій, творять інволюцийний ряд, подібно як всї пари спряжених бігунових, переходячих через тую саму точку, творять інволюцийну вязку. Ряд інволюцийний спряжених бігунів на прямій — p_x — є перспективічний з вязкою інволюцийною спряжених бігунових, що переходять через бігун P_x тоїж прямої p_x".

Так отже дїйсно систем бігуновий на площі є визначений, скоро є дані дві прямі бігуново спряжені в тім системі і до них приналежні інволюциї спряжених бігунів в тімже системі.

В подібний спосіб доказати можна, що систем бігуновий буде визначений: 1) через свої два спряжені бігуни і до них приналежні

Digitized by Google

інволюцийні вязки спряжених бігунових; 2) єсли є даний єго трикутник бігуновий, оден бігун і єго бігунова.

3. Належало-би тепер спитати, чи є на площі бігунового систему (u):

а) такі точки, котрих-би бігунові переходили через них самих;

б) такі прямі, котрих-би бігуни на них самих лежали;

в) яке є місце ґеометричне — одних і других?

Звісно з попередного уступу, що єсли точка P_y порушає ся по прямій $-p_x-$, натоді єї бігунова $-p_y-$ зачеркує вязку около бігуна P_x прямої p_x, а пряма $-p_x-$ визначує на тій вязці ряд (P_y'), котрий є проєктивний з рядом (P_y), творячи з ним інволюцийний ряд спряжених бігунів, приналежний до прямої p_x в данім бігуновім системі. Подвійні точки тої інволюциї будуть отже посідати те свійство, що їх бігунові будуть переходити через них самих.

Приймім, що інволюция спряжених бігунів на прямій $-p_x-$ є гіперболічною, а єї подвійні точки є E і F; то кожда з тих точок є точкою подвійною всїх інволюцийних рядів спряжених бігунів, приналежних до прямих, що переходять через ті точки. З того бачимо, що на кождій прямій (l), переходячій через точку F, находить ся єще одна така Z, через яку переходить єго бігунова. Щоби отже визначити місце ґеометричне тих точок, треба-би обертати пряму p_x около єї подвійної точки F і вишукати другі точки подвійні (Z) інволюцийних рядів спряжених бігунів на тих прямих.

Шукані точки Z дадуть ся визначити при помочи слїдуючої конструкциї [рис. 2].

Нехай бігунова p_y точки P_y перетинає пряму p_x в точцї P_y', то точки P_y і P_y' є відповідними точками ряду інволюцийного спряжених точок на прямій p_x, творять отже ґрупу гармонїчну з подвійними точками E і F. Подібно річ має ся на довільній прямій $-l-$, переходячій через точку подвійну F: пряма та перетинає ся з прямою p_y в точцї G, а з бігуновою $P_y\gamma$ тої точки в точцї G_1, котра є гармонїчно спряжена з точкою G, з огляду на точки подвійні F і єще не звісну точку Z. З того слїдує, що точка Z є точкою пересїчи прямої $-l-$ з прямою, що лучить другу точку подвійну E на $-p_x-$ з точкою γ, що є спряжена з точкою G в рядї інволюцийнім на p_y. Однак легко запримітити, що коли пряма $-l-$ обертає ся около точки подвійної F, то точки G визначає ряд (G), проєктивний з рядом (γ), визначеним точкою γ, бігуново спряженою з G, — пряма отже $E\gamma$ утворить вязку проєктивну з вязкою (l).

Digitized by Google

Ті дві проективні вязки визначують якраз тукане місце ґеометричне точок Z, котре отже є кривою II-го ст. c^2. Стичні до тої кривої c^2 в точках E, F будуть відповідати в тих вязках прямій, котра лучить їх вершки E і F. Є то отже прямі, що лучать точку P_x прямої p_y, бігуново спряженої зі спільною точкою P_y' прямих p_x і p_y — з точками E і F. А що точка P_x є бігуном прямої — p_x —, проте стичні $P_x E$, $P_x F$ є бігуновими точок E і F в данім бігуновім системі (u). — Отже бігунові систему бігунового (u), переходячі через свої бігуни, є стичними кривої c^2.

З повисшої конструкциї слїдує, що трикутник $P_x E F$ є бігуново спряжений не тілько з огляду на даний систем бігуновий (u), але рівнож з огляду на стіжковий переріз c^2. Подібно пряма $P_y \gamma$ є бігуновою точки G, а пряма $P_y G$ є бігуновою точки — γ — так з огляду на даний систем бігуновий, як рівнож з огляду на тойже переріз стіжковий c^2.

З повисших розумовань слїдує відповідь на поставлене питанє:

„Місце ґеометричне точок в бігуновім системі плоскім, котрих бігунові переходять через них самих, є крива II-го степ. (c^2), яка є рівночасно обвідня всїх прямих, котрих бігуни лежать на них самих — так, що кожда точка тої кривої і в тій точцї єї стична є зі собою бігуново спряжені в тім-же бігуновім системі. Той отже переріз стіжковий містить точки подвійні всїх рядів інволюцийних спряжених бігунів того бігунового системи, котрі то ряди виступають на загалї прямих єго площі, а стичні того перерізу є прямими подвійними всїх вязок інволюцийних спряжених бігунових, приналежних в тім системі до загалу точок єго площі. Той стіжковий переріз названо лїнїєю провідною даного бігунового системи, а сей послїдний не є нїчим иньшим — як загалом бігунів і бігунових, визначених з огляду на єго лїнїю провідну так, що бігун і бігунова, з огляду на тойже переріз стіжковий, є ними і з огляду на даний бігуновий систем“.

4. Повисші розважаня і конструкциї були заложені на тім, що інволюция спряжених бігунів на прямій p_x була гіперболїчна, о дійсних точках подвійних (E, F). Однаковож не тратять они значіня і тодї, коли інволюция та єсть еліптична, о мнимих точках подвійних.

Взагалї легко є доказати — на основі розличних даних [ст. 14, 15], — потрібних до визначеня бігунового системи плоского (u), що ряди інволюцийні спряжених бігунів на прямих того системи могуть бути:

а) Частию гіперболїчні, частию еліптичні; такий систем зове ся „гіперболїчний“; крива провідна є дійсний переріз стіжковий (c^2).

Digitized by Google

б) Всї еліптичні; такий уклад бігуновий зове ся „еліптичний“; єго провідна є перерізом стіжковим мнимим.

в) Коли оден з двох рядів інволюцийних спряжених бігунів [p_1, p_2 на рис. 2], що служать до визначеня укладу бігунового (u), є параболїчний, приміром p_1, о подвійній точцї P_2, а другий ряд p_2 є гіперболїчний, о точках подвійних E_1, F_1, тодї точка P_2 є бігуном для кождої прямової на площі, і на відворіть, бігунова кождої точки на площі мусить переходити через тую точку P_2. З того слїдує, що вязка інволюцийна прямих, котрої вершок лежить в точцї P_2, а яка є перспективічна з даним інволюцийним рядом на p_2, визначує на кождій прямій приналежний до неї в данім укладї інволюцийний ряд спряжених бігунів.

Крива провідна того бігуновочо систему деґенерує ся на дві прямі, що сполучають точку P_2 з точками подвійними E_1, F_1 інволюцийного ряду на p_2.

Єсли би в повисшім случаю ряд гіперболїчний — p_2 — був заступлений рядом еліптичним, тодї крива провідна такого укладу бігунового булаби заступлена двома прямими мнимими спряженими.

Уклад бігуновий розважаний під в) зове ся „параболїчний“.

Отже дїйсно, свійства бігунового плоского систему істнують незалежно від єго кривої провідної; виступають они навіть тодї, коли провідна є мнима.

III.

1. Особлива точка (M) площі бігунового систему (u), котра є бігуном прямої в безконечности, зове ся осередком, а прості, що через єї переходять, промірами тогож систему. Проміри спряжені бігунового систему (u) творять вязку інволюцийну (ст. 14), котрої прямі нормальні є головними осями, а прямі подвійні асимптотами систему. Але з твердженя на сторонї 16 слїдує, що повисші случайности бігунового систему сходять ся з тимиж провідної (c_2), з чого слїдує, що огнища тої кривої, які є вершками інволюцийних вязок нормальних бігунових спряжених, в віднесеню до тої кривої, посїдати мусять анальоґічні свійства для бігунового систему (u). Знані отже твердженя о огнищах перерізу стіжкового c_2 відносять ся і до бігунового систему u [Weyr. Projectivische Geometrie. Thl II, ст. 197].

„Пари прямих до себе нормальних і бігуново зі собою спряжених в системі бігуновім плоскім (u), визначують на головних осях того систему і прямій в безконечности пари точок інволюцийних рядів, котрих подвійні точки є огнищами того систему. Одна

Digitized by Google

пара тих огнищ є завсїгди дїйсна, одна мнима, а одна сходить ся з мнимими точками коловими в безконечности".

2. Кожду пряму l, що переходить через точку P бігунового систему u, можна уважати за одну з двох спряжених бігунових до себе нормальних того системи. Лучі l вязки $P(l)$ визначують на головній оси принятого бігунового системи ряд точок (L), котрий є проєктивний з рядом $(L\infty)$, після якого перетинає пряма в безконечности вязку $P(l)$ обернену о кут 90 степенів.

Коли (L') буде означати ряд точок, що відповідають точкам (L) в інволюцийнім ряді, котрого точки подвійні є огнищами на оси головній системи u, натодї нормальні (l'), вичеркнені з точок (L') до лучів вязки $P(l)$, є бігуново спряжені з тими прямими (l). А що ряди (L) і (L') є, як звісно, проєктивні, проте проєктивні є рівнож ряди $(L\infty)$ і (L'); отже прямі, що лучать їх відповідні точки, обвивають параболю. Параболя та, як легко запримітити, дотикає обох головних осий бігунового системи і має за провідну пряму, що лучить дану точку P з осередком M даного бігунового системи. Отже:

„Прямі (l'), бігуново спряжені в плоскім бігуновім системі з прямими (l), що переходять через сталу точку P, і до них нормальні, — обвивають параболю (p^2), котра має пряму PM, що лучить дані точки з осередком системи, за провідну і дотикає своїм обводом головних осий того системи і нормальних інволюцийної вязки бігунових спряжених, приналежної до тої точки P в данім системі. Кождій отже точцї (P) бігунового системи — u — відповідає певна означена параболя (p^2). Єсли однак точка P порушає ся по прямій l_0, тодї параболя — p^2 — перебігає ряд параболь, вписаних в спільний чотиробік, котрий творять: дві головні оси бігунового системи, пряма в безконечности і пряма до даної l_0 нормальна і з нею бігуново спряжена. Провідні всїх тих параболь переходять через осередок даного бігунового системи".

А що ряд (L') є проєктивний з рядом (L), проте мусить він бути рівнож проєктивний з вязкою $P(l)$; з того слїдує, що вязка (l') стичних до параболї p^2 є проєктивна з вязкою $P(l)$. Звісно однак, що такі дві вязки визначають криву III. степеня (c^3), для котрої точка P є точкою подвійною. [Weyr. Theorie der mehrdeutigen geometr. Elementargebilde....]. Отже:

„Прямі (l'), бігуново спряжені з прямими (l), що переходять через сталу точку P, і до них нормальні, перетинають ся з ними в точках кривої III-го степеня c^3, для котрої точка P є точкою подвійною, а нормальні інволюцийної вязки бігунових спряжених, пря-

Digitized by Google

належної до тої точки в данім бігуновім системі, є стичними тої кривої (c^3) в точці P^1.

Однак на основі попередних розумовань нетрудно запримітити, що:

„Крива та c^3 переходить через: огнища даного бігунового системи, точки мнимі колові в безконечности, безконечно далеку точку прямої PM, основи нормальних, вичеркнених з точки P до головних осий системи, врешті через точки подвійні інволюцийного ряду спряжених бігунів, що лежать на бігуновій точки P. Колиби точка P лежала на одній з головних осий системи, тоді крива c^3 складалаби ся з тої оси і кола, зачеркненого на промірі, ограниченім точкою P і точкою P^1, спряженою з P в інволюцийнім ряді, визначаючім огнища системи на тій оси. Колиби однак точка P була в безконечности, то крива c^3 складалаби ся з прямої в безконечности і рівнобічної гіперболї".

3. При помочи повисшої кривої c^3 буде можна легко означити клясу кривої, котру обвивають нормальні лучі інволюцийних вязок спряжених бігунових плоского бігунового системи, що їх вершки лежать на певній прямій $-p-$. Именно пряма $-p-$ перетинає криву III-го ст. c^3, належачу в тім системі до точки P, взагалї в трох точках, котрі посїдають то свійство, що прямі, що лучать їх з точкою P, є осями трох інтолюцийних вязок спряжених бігунових, приналежачих до тих точок в тім бігуновім системі. З того отже бачимо, що до шуканої кривої буде можна попровадити з довільної точки що найбільше три стичні, та отже крива є третої кляси. Звідси слїдують твердженя:

„Нормальні лучі інволюцийних бігунових спряжених плоского бігунового системи, котрих вершки лежать на тій самій прямій $-p-$, обвивають криву третої кляси (c_3), що стикає ся з прямою $-p-$ в точцї, в котрій перетинає єї пряма з нею бігуново спряжена і до неї нормальна".

Легко однак запримітити, що:

„Крива та стикає ся: з головними осями бігунового системи, з прямими, начеркненими нормально до тих осий в точках, в котрих їх дана пряма (p) перетинає, а крім того з прямою в безконечности. Єсли пряма $-p-$ переходить через одно з огнищ даного системи, тодї крива c_3 складає ся з того огнища і параболї, що має за своє огнище друге огнище бігунового системи на тій самій оси, а за провідну пряму $-p-$".

4. Розумованя отсего роздїлу (III.) основують ся на інволюцийних рядах бігунового системи на єго головних осях і прямій в без-

Digitized by Google

конечности, яких точки подвійні були огнищами того системи (ст. 17). Однак, як легко доказати, самі огнища не визначують докладно бігунового системи, і взагалї істнує безконечно богато бігунових системів плоских, що посїдають ті самі огнища. Криві провідні тих системів творять ряд стіжкових перерізів співогнищевих. З того заключаємо, що:

„Всї інволюцийні вязки спряжених бігунових, приналежні до довільної точки P у всїх бігунових системах співогнищевих, посїдають спільні лучі нормальні. Ті отже системи посїдають: спільну параболю p^2 і криву III-го ст. c^3, які відповідають тій точцї P, подібно криву кляси третої c_3, що відповідає довільній прямій $-p-$".

О бігуновім дуалїзмі в снопі.

1. Засади бігунового дуалїзму, виказані в попередних роздїлах для плоского системи, дадуть ся відразу перенести на сніп, уважаючи его за перспективу того систему з довільної точки в просторі.

Коли отже зроблю мет плоскої фіґури на рис. 1 з довільної точки W, що лежить коло єї площі, тодї крива другого степеня c^2 буде кинена стіжком $W(c^2)$, кожда точка P лучем WP, а кожда пряма $-p-$ площею діяметральною Wp того стіжка; стичні отже a; b кривої c^2 будуть заступлені площами Wa, Wb стичними до стіжка $W(c^2)$.

В виду того з твердженя на стор. 4 слїдує твердженє для поверхнї стіжкової II-го степеня:

„Коли діяметральна площа $W(CD)$ стіжкової поверхнї $W(c^2)$ II-го ст. обертає ся около сталого, на нїй лежачого проміра WP, тодї промір WV, гармонїчно спряжений з проміром WP, з огляду на творячі стіжка WC, WD, після котрих та площа перетинає даний стіжок, лежить на однїй і тій самій площі діяметральній Wp".

Площу Wp названо „площею бігуновою" проміру WP, з огляду на поверхню стіжкову II-го ст. $W(c^2)$; лучить она, як легко запримітити, творячі стичности площ стичних, поведених через промір WP до тої стіжкової поверхнї.

І на відворіть, з твердженя на ст. 4, 5 слїдує:

„Коли пряма пересїчи пари площ стичних (Wc, Wd) поверхнї стіжкової II-го ст. $W(c^2)$ порушає ся по сталій площі діяметральній Wc, гармонїчно спряженій з площею Wp, з огляду на площі стичні Wc, Wd, натодї площа WP переходить завсїди через оден і той самий промір WP".

Digitized by Google

Промір WP наввано „проміром бігуновим“ площі Wp, з огляду на стіжок $W(c^2)$; є він прямою пересічи площ стичних того стіжка вздовж творячих, після котрих єго перетинає площа Wp.

Загал тих промірів і площ діяметральних стіжкової поверхні II-го ст., спряжених зі собою в повисший спосіб, зове ся „снопом бігуновим“ тої поверхні, для котрого та послїдна є „провідною“.

З розумовань в роздїлї II. поміщених бачимо, що стіжок провідний снопа бігунового може бути дійсний, мнимий або здеґенерований до двох площ дійсних або мнимих.

2. З тверджень о вязках, які заходять між елементами і творами I-го степеня плоского бігунового систему, легко буде здогадатись відповідних тверджень між елементами і творами I-го степеня бігунового снопа (W). І так з твердженя на сторонї 5 (або 14) читаємо прямо:

„Єсли площа Wq снопа бігунового W, обертаючи ся около сталого, на нїй лежачого проміру WP, описує вязку площ, тодї промір WQ, бігуново спряжений з тою площею в данім снопі, описує на площі Wp бігуновій проміру WP — вязку лучів, проективну з тою вязкою площ“.

Називаючи відтак в снопі бігуновім W „промірами бігуново спряженими“ такі два проміри, що посїдають те свійство, що площа бігунова одного з них переходить через другий, а „площами діяметральними бігуново спряженими“ такі дві площі діяметральні, з котрих одна з них переходить через промір спряжений з другою, з тверджень на сторонї 5, 6 (або 14) слїдують твердженя:

„Пари промірів бігуново спряжених в бігуновім снопі W, лежачі на тій самій площі, творять інволюцийну вязку, для котрої творячі пересічи тої площі з провідним стіжком $W(c^2)$ того снопа є лучами подвійними. Та інволюция є отже гіперболїчна або еліптична, залежно від того, чи площа дана перерізує провідний стіжок після двох творячих дійсних, є до него стичною або цїлком єго не перерізує.

І взаїмно:

„Пари діяметральних площ бігуново спряжених в снопі бігуновім W—, а переходячі через той самий промір, творять вязку інволюцийну, для котрої стичні площі, поведені через той промір до провідного стіжка того снопа, є подвійними площами. Та інволюция є отже гіперболїчна, параболїчна або еліптична, залежить від сего, чи той промір лежить на внї, на поверхни або в нутрі того провідного стіжка“.

Однаковож легко запримітити, що:

Digitized by Google

„Вязка інволюцийна діяметральних площ бігуново спряжених в бігуновім снопі W, — що переходять через той сам промір, є перспективічна з вязкою інволюцийною бігуново спряжених промірів, що лежать на діяметральній площі, бігуново спряженій з тим проміром“.

Три проміри бігунового снопа W, які посідають те свійство, що площа бігунова одного з них переходить через дві дальші, зовуть ся „трійкою бігуново спряжених промірів“ того снопа; подібно три площі діяметральні того снопа, які посідають свійство, що промір бігуново спряжений з одною з них є прямою пересічи двох иньших, зовуть ся „трійкою площ діяметральних бігуново спряжених“ того снопа. — В виду того повисші твердженя дадуть ся слїдуючо висказати:

„Кождий промір бігунового снопа W є спільний для безконечного множества трійок бігуново спряжених промірів того снопа; що два дальші проміри тих трійок лежать на площі бігуновій проміра і творять інволюцию“.

І взаїмно:

„Кожда площа діяметральна бігунового снопа W є спільною для безконечного множества трійок площ діяметральних бігуново спряжених в тім снопі; що дві дальші площі тих трійок переходять через промір бігуново спряжений з тою площею і творять вязку інволюцийну“.

Увага: Легко є доказати, що поміж безконечним множеством трійок бігуново спряжених промірів в певнім снопі бігуновім W є взагалї: або тілько одна нормальна або всї ті трійки є нормальні. В тім другім случаю названо бігуновий сніп „ортоґональним“; повстає він, коли з кождим проміром кулї спряжемо єго площу діяметральну, нормальну до сего проміру. Стіжок асимптотичний кулї є стіжком провідним того снопа, що єго площа в безконечности перетинає після систему бігунового плоского, для котрого кривою провідною є мниме коло в безконечности.

3. Повисші получення між елементами і творами І-го степеня бігунового снопа — становлять основне свійство „закона бігунового дуалїзму того снопа“.

Після того закона відповідає кождому промірови снопа з ним бігуново спряжена площа діяметральна, і взаїмно; вязцї промірів відповідає з ним проєктивна вязка площ діяметральних. Творови (n), зложеному з промірів і площ діяметральних того снопа відпо-

Digitized by Google

відає иньший твір (n_1), зложений з площ діяметральних і промірів того снопа -- при чім:

„Кождому твердженю, кождій дефініциї, конструкциї або задачі, в яких говорить ся о сполученях або свійствах метових між елементами твору — n —, відповідає иньше твердженє, иньша дефініция, конструкция або задача о сполученях метових між елементами твору n_1, — які слідують з перших, коли замінимо взаїмно понятя: промір і площа діяметральна; дїланє: перетинати і лучити, лишаючи однак ненарушеними понятя: перспективічного положеня і відношеня подвійного подїлу“.

B. KALICUN: Über das Gesetz der polaren Dualität in der Geometrie. I. Teil.

In dieser Abhandlung entwickelt der Verfasser das Gesetz des polaren Dualismus in der Ebene und im Bündel. Nach einer kurzen historischen Einleitung stellt er im I. Abschnitte die Abhängigkeit der projektivischen Eigenschaften der geometrischen Gebilde in der Ebene von einander vor, indem er diese Gebilde polarisch in Bezug auf einen Kegelschnitt verbindet, und weist nach, daß der polare Dualismus eine allgemeine Transformationsmethode der projektivischen Eigenschaften ist. Am Ende dieses Abschnittes benutzt er diese Methode zur Transformation einiger metrischen Eigenschaften der ebenen Gebilde, indem er zur Leitlinie einen Kreis bzw. eine Parabel annimmt. Im II. und III. Abschnitte zeigt der Verfasser daß das Gesetz des polaren Dualismus unabhängig von dem Leitkegelschnitte existirt.

Das Gesetz des polaren Dualismus im Bündel wird direkt von demselben in der Ebene ausgeführt, weil das Bündel als eine Projektion des ebenen Systems aus einem beliebigen Punkte des Raumes angesehen werden kann.

Digitized by Google

Digitized by Google

Рис. 1.

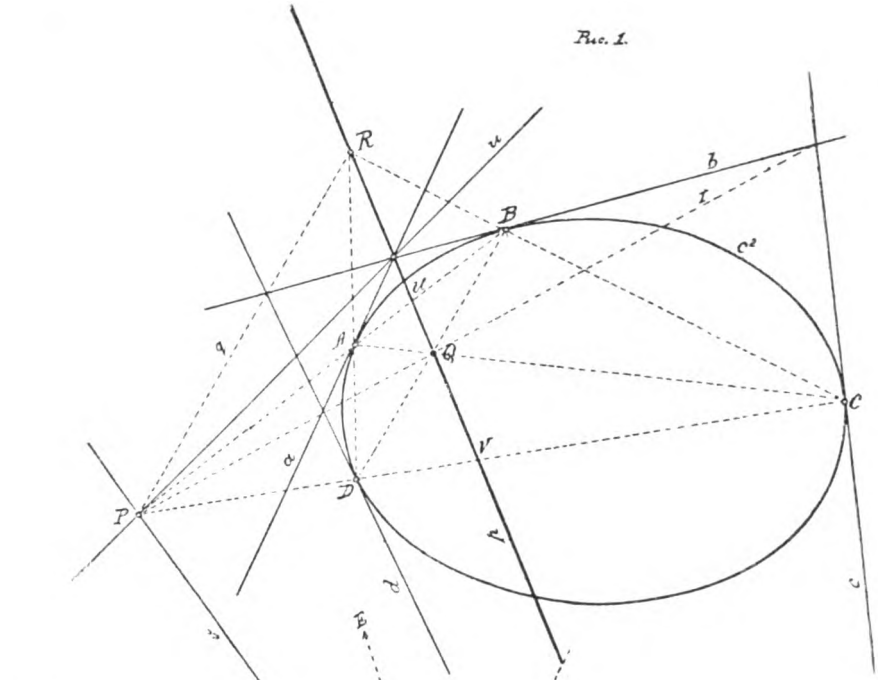
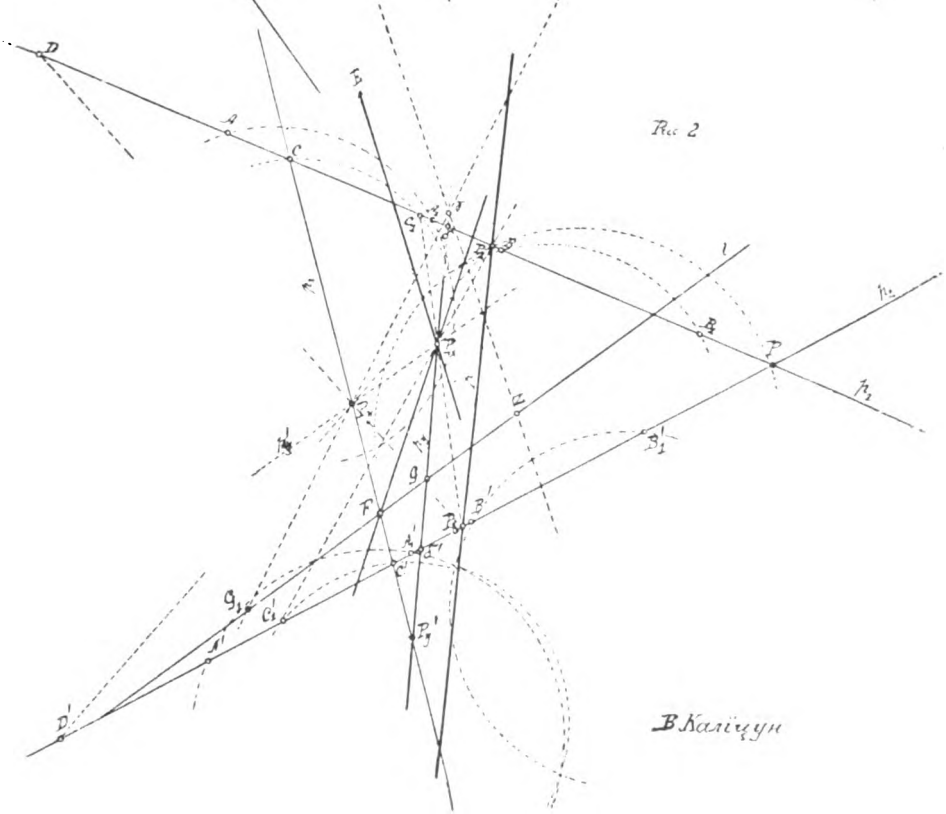


Рис. 2



В. Калицун

Digitized by Google

Digitized by Google

Приблизна конструкція правильного семикутника.

подав

Микола Чайковський.

(Angenäherte Konstruktion eines regulären Siebenecks).

---

1. Конструкція правильних многокутників, вписаних в коло, стоїть в тїсній звязи з розвязкою рівнаня

$$x^n - 1 = 0, \qquad (1)$$

де n є яке небудь цїле число. Знаючи, що

$$x = \cos\frac{2k\pi}{n} + i\sin\frac{2k\pi}{n} \qquad (2)$$

можемо по приписам альґебраічної розвязки рівнаня (1) відтяти на оси XX величину $\cos\frac{2\pi}{n}$, а на оси YY величину $\sin\frac{2\pi}{n}$; вони визначать точку P на обводї кола о лучи $r=1$, який відтинає n-ту часть цїлого круга кола, числячи від поземої оси.

Gauss подав спосіб альґебраічної розвязки рівнаня (1); коли n є число перве, яке зменшене о 1 дає таке розложене на перві числа

$$n - 1 = p_1 p_2 \cdots p_r, \qquad (3)$$

то розвязка рівнаня (1) зводить ся до розвязки рівнань степенїв $p_1, p_2 \cdots, p_r$.

Щоби таку розвязку можна начертати при помочи лїнїї і циркля, мусить складати ся ряд (3) з самих двійок, бо при помочи лїнїї і циркля можна сконструувати тільки корінї лїнїйних і квадратних рівнань. Щоби n було крім того первим числом, мусить воно мати вигляд $2^{2^\mu}+1$, де μ є яким небудь цїлим числом. Для $\mu=0, 1, 2, 3, 4$ маємо справдї перві числа тої форми; але для $\mu=5$ одержуємо вже зложене число, подїльне через 641, так що не є певне, чи всї числа тої форми є перві, і котрі з них є зложені.

Digitized by Google

2. Випадок $n=7$ не належить до сеї катеґорії, бо $n-1=6=2.3$, отже має чинник 3, а кубічне рівнанє не має ґеометричної конструкції. Альґебраічна розвязка веде до таких корінїв: 1; y_1, y_2, y_3; z_1, z_2, z_3, де y і z є корінями кубічних рівнань:

$$\left.\begin{aligned} y^3-\varphi_1 y^2+\varphi_2 y-1=0,\\ z^3-\varphi_2 z^2+\varphi_1 z-1=0,\end{aligned}\right\} \quad (4)$$

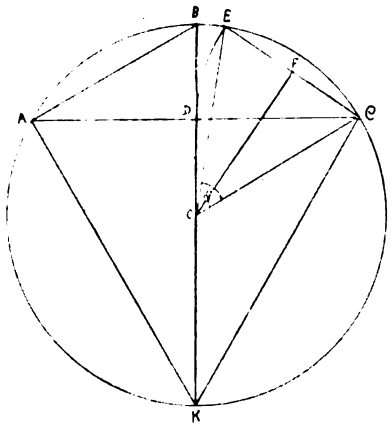
а:

$$\varphi_1=\tfrac{1}{2}(-1-i\sqrt{7}),$$
$$\varphi_2=\tfrac{1}{2}(-1+i\sqrt{7}),$$

φ_1 і φ_2 можемо сконструувати ґеометрично, але не можемо сього зробити з корінями рівнань (4).

3. Все ж таки істнує спосіб приблизної конструкції правильного многокутника, вписаного в коло, який в практицї вистарчає навіть для дуже точних помірів.

В колї відтинаємо дві тятиви рівні лучеви, як при правильнім шестикутнику і лучимо з собою їх кінцеві точки. Половина тятиви AC, т. є половина бока рівнобічного трикутника, є дуже зближена до бока правильного семикутника.



Доказ. Назвім бік шуканого семикутника $EC=CD=x$; тодї маємо:

$$x=\tfrac{1}{2}AC=\frac{r}{2}\sqrt{3}=s_7$$

як висота в рівнобічнім трикутнику OAB.

З трикутника OCE виходить для кута φ:

$$\sin\frac{\varphi}{2}=\frac{x}{2r}=\frac{1}{4}\sqrt{3},$$

а се дає:

$$\varphi=51^0 19' 04\cdot 16''.$$

Отсей кут ріжнить ся від осередочного кута правильного, т. є від $\frac{2\pi}{7}=51^0 25' 42\cdot 85''$, тільки о $6' 38\cdot 69''$, так що 7φ ріжнить ся від 2π всього о $46' 33\cdot 83''$. Отся ріжниця відповідає тятиві (або дузї) довжини $0\cdot 0013544\,r$, так що при $r=10\,cm$ будемо мати всього $0\cdot 13\,cm$ блуду, який можемо розділити на 7 частий по несповна $0\cdot 02\,cm$.

Digitized by Google

4. Знаючи бік семикутника і луч описаного кола, обчислимо легко луч вписаного кола $\varrho_7 = OF$ **з** $\triangle OEF$:

$$\varrho_7^2 = r^2 - \left(\frac{s_7}{2}\right)^2 = \frac{13}{16} r^2,$$

$$\varrho_7 = \frac{r}{4}\sqrt{13},$$

а звідси поверхню елементарного $\triangle OEC$:

$$f_7 = \frac{\varrho_7 s_7}{2} = \frac{r^2}{16}\sqrt{39}.$$

Обвід семикутника буде:

$$u_7 = 7 s_7 = \frac{7}{2} r \sqrt{3}.$$

Львів 28. червня 1910.

RÉSUMÉ.

Die Konstruktion eines regelmässigen, dem Kreise eingeschriebenen Siebenecks ist bekanntlich mittelst Zirkel und Lineal undurchführbar, weil die Lösung der Kreisteilungsgleichung $x^7 - 1 = 0$ die Lösung einer kubischen Resolvente erheischt.

Es existiert aber eine approximative Konstruktion des regulären Siebenecks, deren Annäherung so gross ist, dass sie in der Praxis sehr gut gebraucht werden kann.

Wenn wir dem Kreise ein gleichseitiges Dreieck ACK einschreiben, dann ist die Hälfte der Seite desselben beinahe gleich der gesuchten Seite des Siebenecks. Denn es ist $x = \frac{1}{2} AC = \frac{r}{2}\sqrt{3} = s_7$, und aus OCE folgt für φ:

$$\sin\frac{\varphi}{2} = \frac{x}{2r} = \frac{1}{4}\sqrt{3},$$

woraus sich $\varphi = 51^0 19' 04.16''$ ergibt. Die Differenz $2\pi - 7\varphi$ ist $= 46'$ $33{\cdot}83''$, was einer Länge der Sehne (oder des Bogens) von $0{\cdot}0013544\ r$ entspricht. Für $r = 1m$ wäre die Korrektur $0{\cdot}13\ cm : 7$ erforderlich; dies gäbe eine Verschiebung jeder Ecke des Siebenecks um beinahe $0{\cdot}2\ mm$.

Digitized by Google

Digitized by Google

Метода Hermite'а
інтеґрованя вимірних функцій.

подав

Микола Чайковський.

(Hermite's Integrationsmethode von rationalen Funktionen).

---

§. 1. Інтеґроване вимірних дробових функцій з многократними чинниками в знаменнику можна собі улекшити при помочи методи Hermite'а*) яка позваляє відлучити альґебраічну часть інтеґрала від переступної, без попереднього розкладаня на частинні дроби.

Інтеґрал

$$J=\int\frac{f(x)}{F(x)}dx \qquad (1)$$

виконуємо в той спосіб, що функцію $\frac{f(x)}{F(x)}$ розкладаємо на частинні дроби: коли $F(x)$ є многократні чинники, то частинні дроби будуть мати в знаменниках всї степенї кождого чинника; інтеґруючи їх одержимо з кождого дроба альґебраічний інтеґрал, з виїмком тих, яких знаменники є однократні. Потім мусимо додати до себе всї альґебраічні інтеґрали.

Метода Hermite'а дає нам спосіб ощадити собі ту працю розкладаня на частинні дроби альґебраічної части і стяганя її в суму.

§. 2. Нехай буде

$$F(x)=\prod_{i=1}^{\mu}(x-a_i)^{\alpha_i}\cdot\prod_{j=1}^{\nu}(x^2+b_j x+c_j)^{\beta_i} \qquad (2)$$

знаменником інтеґрованої функції; степень тої функції є

$$s=\Sigma\alpha_i+2\Sigma\beta_i,$$

степень чисельника $f(x)$ є що найменше s_1-1. Знаменник альґебраічної части інтеґрала буде обіймати всї чинники функції $F(x)$ в степенях о 1 низших ніж в $F(x)$, бо

---

*) Отсю методу подав Hermite в своїх викладах „Cours d' analyse"; одначе ніхто не користував ся нею, аж зробив про неї замітку Lipschitz, Lehrbuch der Analysis, II. стр. 407. Про ту методу дізнав ся я від мого Вп. Професора Т. Цвойдзїнського.

Digitized by Google

$$\int \frac{dz}{z^n} = \frac{1}{nz^{n-1}}$$

длятого маємо функцію

$$\Phi(x) = \prod_{i=1}^{\mu} (x - a_i)^{\alpha_i - 1} \prod_{j=1}^{\nu} (x^2 + b_j x + c_j)^{\beta_j - 1}, \qquad (3)$$

якої степень буде

$$s_2 = s_1 - \mu - 2\nu,$$

а степень чисельника $\varphi(x)$ що найвисше $s_2 - 1$. – Переступна часть буде мати в знаменнику всї чинники функції $F(x)$ однократно,

$$\Psi(x) = \prod_{i=1}^{\mu} (x - a_i) \cdot \prod_{j=1}^{\nu} (x^2 + b_j x + c_j) \qquad (4)$$

степеня

$$s_3 = \mu + 2\nu;$$

чисельник $\psi(x)$ буде степеня $\leqq s_3 - 1$. Маємо отже

$$F(x) = \Phi(x)\Psi(x); \qquad (5)$$

звідси згідно з дефініціями

$$s_1 = s_2 + s_3$$

З того слїдує таке розділене інтеґрала

$$J = \int \frac{f(x)}{F(x)} dx = \frac{\varphi(x)}{\Phi(x)} + \int \frac{\psi(x)}{\Psi(x)} dx. \qquad (1a)$$

§. 3. Зріжничкуймо рівнане (1a) після x:

$$dJ = \frac{f(x)}{F(x)} dx = \frac{\Phi(x)\varphi'(x) - \Phi'(x)\varphi(x)}{\Phi^2(x)} dx + \frac{\psi(x)}{\Psi(x)} dx,$$

а позносивши знаменники маємо

$$f(x) = \frac{F(x)\varphi'(x)}{\Phi(x)} - \frac{F(x)\Phi'(x)\varphi(x)}{\Phi^2(x)} + \frac{F(x)\psi(x)}{\Psi(x)};$$

супроти реляції (5) є

$$f(x) = \Psi(x)\varphi'(x) - \frac{\Psi(x)\Phi'(x)}{\Phi(x)} \varphi(x) + \Phi(x)\psi(x). \qquad (6)$$

Ріжничкуючи функцію (3) маємо

$$\Phi'(x) = (\alpha_1 - 1)\frac{\Phi(x)}{x - \alpha_1} + \ldots + (\beta_1 - 1)(2x + b_1)\frac{\Phi(x)}{x^2 + b_1 x + c_1} + \ldots$$

або

$$\frac{\Phi'(x)}{\Phi(x)} = \sum \frac{\alpha_i - 1}{x - a_i} + \sum \frac{(\beta_j - 1)(2x + b_j)}{x^2 + b_j x + c_j}.$$

В знаменнику тої функції містять ся всї чинники функції $\Psi(x)$, отже

$$\frac{\Psi(x)\Phi'(x)}{\Phi(x)} = G(x) \qquad (7)$$

Digitized by Google

є цілою функцією. Вставивши те в (6) одержуємо

$$f(x) = \Psi(x)\varphi'(x) - G(x)\varphi(x) + \Phi(x)\psi(x). \qquad (6a)$$

Степень того рівнаня є:

по лівій стороні; $\leqq s_1 - 1$;

по правій стороні (поодинокі вирази): $\leqq s_3 + s_2 - 2 = s_1 - 2$;

$\leqq s_3 + s_2 - 1 - s_2 + s_2 - 1 = s_1 - 2$; $\leqq s_2 + s_3 - 1 = s_1 - 1$,

отже по обох сторонах рівні.

Порівнуючи сочинники при x по обох сторонах рівнаня (6a), одержимо s_1 лінійних реляцій, з яких визначимо s_2 сочинників для функції $\varphi(x)$ і s_3 для функції $\psi(x)$.

Таким чином буде довершений розклад інтеґрала на альґебраічну і переступну часть.

§. 4 Примір. Квадратура еліпси веде до інтерала

$$E = \int_0^a y dx = \frac{b}{a}\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\, dx.$$

Підставляючи

$$\frac{a - x}{a + x} = z^2,$$

т. зн.

$$\sqrt{a^2 - x^2} = \frac{2az}{1 + z^2}.$$

$$dx = -\frac{4az}{(1 + z^2)^2} dz,$$

одержимо

$$E = 8ab\int_0^1 \frac{z^2 dz}{(1 + z^2)}.$$

Тут є:

$$F(z) = (1 + z^2)^3;\ f(z) = z^2;$$

$$(\Phi z) = (1 + z^2)^2;\ \varphi(z) = k_0 + k_1 z + k_2 z^2 + k_3 z^3;$$

$$\Psi(z) = 1 + z^2;\ \psi(z) = l_0 + l_1 z;$$

звідси слідує

$$G(z) = 4z,$$

отже маємо рівнанє (6a)

$$z^2 = \begin{cases} k_1 + 2k_2 z + 3k_3 z^2, \\ \qquad + k_1 z^2 + 2k_2 z^3 + 3k_3 z^4, \\ \quad - 4k_0 z - 4k_1 z^2, \quad 4k_2 z^3 - 4k_3 z^4, \\ + l_0 + l_1 z + 2l_0 z^2 + 2l_1 z^3 + l_0 z^4 + l_1 z^5 = 0 \end{cases}$$

Digitized by Google

яке дає: $k_0 = 0, k_1 = -\frac{1}{8}, k_2 = 0, k_3 = \frac{1}{8}$; $l_0 = \frac{1}{8}, l_1 = 0$,

т. зн.

$$\varphi(x) = -\frac{1}{8}z + \frac{1}{8}z^2,$$

$$\psi(x) = \frac{1}{8}.$$

Звідси

$$E = 8ab\left[\frac{-\frac{1}{8}z + \frac{1}{8}z^2}{(1+z^2)^2} + \frac{1}{8}\int_0^1 \frac{dz}{1+z^2}\right]$$

$$= \frac{\pi ab}{4},$$

згідно з иншими обчисленями.

Тернопіль, 2. XII. 1910.

RÉSUMÉ.

Die Hermite'sche Integrationsmethode dient dazu, im Integral einer rational gebrochenen Funktion mit mehrfachen Faktoren im Nenner, den algebraischen Teil vom transzendenten ohne Partialbruchzerlegung abzuspalten. Sei

$$J = \int \frac{f(x)}{F(x)} dx$$

das gesuchte Integral, worin $F(x)$ mehrfache Faktoren ersten und zweiten Grades besitzt, dann können wir schreiben:

$$J = \int \frac{f(x)}{F(x)} dz = \frac{\varphi(x)}{\Phi(x)} + \int \frac{\psi(x)}{\Psi(x)} dz;$$

die Funktion $\Phi(x)$ besitzt dieselben Faktoren wie $F(x)$, nur ihre Grade sind um 1 geringer; $\Psi(x)$ besitzt dagegen alle Faktoren von $F(x)$, aber nur einfach. Somit haben wir

$$F(x) = \Phi(x)\Psi(x).$$

Wir differenzieren das Integral nach x:

$$dJ = \frac{f(x)}{F(x)} dx = \frac{\Phi(x)\varphi'(x) - \Phi'(x)\varphi(x)}{\Phi^2(x)} dx + \frac{\psi(x)}{\Psi(x)} dx,$$

woraus wir nach einigen Umformungen bekommen:

$$f(x) = \Psi(x)\varphi'(x) - G(x)\varphi(x) + \Phi(x)\psi(x);$$

$G(x)$ bedeutet hierin die ganze Funktion $\frac{\Psi(x)\Phi'(x)}{\Phi(x)}$. Aus dieser Gleichung berechnen wir nach der Methode der unbestimmten Koefizienten die Funktionen $\varphi(x)$ und $\psi(x)$.

Digitized by Google

ПОКАЗЧИК

до Збірника математично-природописно-лїкарської секції Наукового Товариства імени Шевченка.

Т. I—XIII. Роки 1898—1909.

Зладив **Микола Чайковський.**

ВІД ВПОРЯДЧИКА.

Отсей показчик поділений на 4 части. В першій подані всї оріґінальні працї, які появили ся в 13 перших томах »Збірника« (в числї 95), а і ті працї, які друковано перед появою »Збірника« в 13 перших томах »Записок« Наук. Тов. ім. Шевченка. В другій части зібрані всї матеріяли до української научної термінольоґії (17 статий в »Збірнику« і 4 в »Записках«). Віддїлили ми їх тому окремо, що отся частина научної працї — творенє термінольоґії з обсягу математично-природописних наук — у нас дуже важна.

Римське число при кождій статї означує том »Збірника«, арабські числа сторони, а число в скобцї з доданєм »м.« місце, на якім статя знаходить ся в книжцї.

В третій части зібрана бібліоґрафія зі всїх томів »Збірника« і деяких томів »Записок«. В тій части видалось нам відповіднїйшим упорядкувати імена авторів по латинській азбуцї, бо переважаюча більшість рецензованих книжок друкована не-українською азбукою. Українські та російські твори вставлено там, де їм належалось би місце в польській транскрипції. — Видавництво книжки подавано в скороченю[1]), з пропущенєм цїни і числа сторін. Рецензент зазначений *курсивом*: його імя

---

[1]) **Скороченя**: med. = medizinisch, Monh. = Monatshefte, Bln. = Berlin, Lpz. = Leipzig, Tb. = Teubner (видавець), G. V. = Gauthier-Villars (видавець), Ztsch. = Zeitschrift, Wochschr. = Wochenschrift і т. д.

Digitized by Google

взяте в скобку, коли він підписував ся по кількох рецензіях параз, або зовсім не підписував ся (як редактор цілої книжки). — Паґінація відносить ся до відділу, затитулованого »Справозданя і реферати« (в скороченю »Спр.«), »Звіти«, Бібліоґрафія та хроніка математично-фізична« (»Бібл.«), в X. томі »Літературні новини до ґеоґрафії України-Руси« »Л. Н«. а в XI. томі „Bacteroidae“ д. Я. Федюка („Bact.“). — Звіздкою (*) зазначені ті твори, які тільки вичислені в »Збірнику« без рецензії. Порядкове число взяте в скобки, означує, що розвідка друкована в »Записках«: ті числа взяті з »Показчика до Записок« для тт. I—XX. (Львів. 1898). Дотичний том »Записок« зазначений товстим друком.

Четверта часть містить в собі математично-фізикальну хроніку: вона розділена на такі ґрупи: 1. Personalia, 2. Математика, 3. Фізика й хемія, 4. Електроніка й радіоактивність, 5. Астрономія, 6. Космічна фізика й метеорольоґія, 7. Ріжні дрібні нотатки. В кождім відділі пороблені точні відсилачі.

По списі імен слідує додаток в німецькій мові (Anhang), в якім подано заголовки всіх оріґінальних праць для ужитку чужинців, що не знають української мови.

Липень — Падолист, 1910. *М. Ч.*

I. Оріґінальні праці та розвідки.

1. **Бобяк** Гринько, Причинки до ліхенольоґії східної Галичини. Обрісники Перемисчини та Підгаєччини. VIII/2 1—8. (м. 6).
2. —, Причинки до микольоґії східної Галичини. Гриби околиці Бережан. XI. 1—41. (м. 5).
3. —, Про наші губи. VIII/2 1—22. (м. 5).

Верхратський Іван. Бібліоґрафія (*vide* **Turati** в бібл. частині).

4. —, Др. Іван Яхно. (Згадка посмертна). XI. 1—5. (м. 9).
5. —, Красавка брунявка (Arctia Caja L.). в двох поколїнях. XI. 3—5. (м. 7).
6. —, Михайло Поляньский. (Згадка посмертна). X. 1—6. (м. 1).
7. —, Нічна лівка на мотилів на ивиних цьвітах. III/2. 1—10. (м. 2).
8. —, Перепелиці (Coturnix communis) яко зимосонники. XI. 1—2. (м. 6).
9. —, Скілько часу потребують мотилї сьвіжо вилягли до повного розвитку своїх крил? I. 1—4. (м. 5).
10. **Гвоздецький** Теофіль, др. Нові напрями в лїченю перероcту припрутні (hypertrophia prostatae). III/1. 27—30. (Справ. м. 5).
11. **Гірняк** Юліян, др. Вплив температури на скорість декількох хемічних реакций. XIII. 1—19. (м. 3).
12. —, Замітки до рівнань моно- і бімолекулярної хемічної кінетики. XIII. 1—29. (м. 2).
13. —, О проводі тепла цукру у водним розчині. XI. 1—11. (м. 2).
14. —, Про вплив синхронічної зміни концентрациї на хід мономолекулярної реакциї. XII. 1—14. (м. 2).
15. —, Про періодичні хемічні реакциї. XII. 1—8. (м. 3).

Digitized by Google

16. —, Роля сталої, плинної і ґазової фази в хемічній рівновазї. IX. 1—42. (м. 2).

17. **Глїбовицький** Клим, Микола Генрих Абель і его значінє в математицї. (З нагоди столїтних роковин его уродин). IX. 1—88. (З портретом Абеля) (м. 1).

18. —, Права руху маятника. (На основі теориї функций еліптичних). III/2. 1—14. (м. 3).

19. —, Рівнанє пятого степеня. II. 1—36. (м. 1).

20. **Горбачевський** Іван, проф. др., Загальний метод добуваня нуклеїнного квасу з орґанів. Тимчасова звістка. III/1. 1—4. (м. 1).

21. —, О кристалїзованім ксантинї і ґуанїнї. I. 1—4. (м. 3).

22. —, Причинки до пізнаня виживи сїльської людности галицького Поділя. V. 1—16. (м. 1).

23. —, Про виказанє закраски крови. VIII/1. 1—4. (м. 1).

24. —, Про повставанє товщи в звіриннім орґанїзмі. VIII/1. 1—4. (м. 2).

25. **Горницький** Зенон Евген. Проєкт еліпсоґрафу. X. 1—4 + табл. (м. 4).

26. **Дакура** Осип, др., Бактериольоґічні вислїдки посмертні а дияґноза клїнічна недуг інфекцийних. (Тимчасове донесенє). II. 1—14. (м. 4).

27. —, Дослїди з новою лїмфою (Tuberculin TR.) Роберта Коха. — Зі шпиталю Вільгельміни у Відни (директор Др. Тельґ. III/1. 1—9 + лїтература, стр. 10. (м. 3).

28. —, Заклад лїчебний для сухотників в Аллянд. II. 1—8. (м. 5).

29. —, Зі шпитальної казуїстики за рік 1899. Зі шпиталю Вільгельміни у Відни - Отакрінґу, дир. Др. Тельґ. (I. Embolia arteriae pulmonalis. II. Pyaemia. III. Tumor cerebri. IV. Кілька випадків erysipelas.) VI/2. 1—9. (м. 3).

30. —, Інтересний случай новотвору передного середгрудя. Зі шпиталю Вільгельміни у Відни — Оттакрінґу, дир. Др. Тельґ. V/1. 1—9. (м. 3).

31. —, Клїнїчні спостереженя що до подаваня уроферину. — Зі шпиталю Вільгельміни у Відни — Отакрінґу, директор др, Тельґ. V/2. 1—8. (м. 2).

32. —, Причинки до певного ставленя клїнїчної діяґнози тифа на підставі бактеріольоґічних дослїдів. — З шпиталю Вільгельміни у Відни, Оттакрінґ, директор Др. I. Тельґ. VIII/1. 1—10 + табл. (м. 3).

33. —, Причинок до діяґностики клїнїчної тифу кишкового. (Діязореакция Ерлїха і Серодіяґностика Відаля) I. 1—20. (м. 7).

34. —, Про вагу посмертних бактеріольоґічних дослїдів. — (Доповненє до працї в II. т.) (Зі шпиталю Вільгельміни, Відень — Оттакрінґ. Директор Др. Тельґ.) IV/1. 1—14. (м. 3).

35. —, Стремлїня і здобутки теперішньої терапії. III/1. 1—24. + лїтер. стр. 25—26. (Справ. м. 5).

36. —, **Долинський** Маріян, др., З положничої казуїстики. V/1. 1—6. (м. 4).

37. —, Про лїченє рака родиці вприскуванєм extracti chelidonii majoris. — З клїнїки проф. Пордана в Кракові. IV/1. 1—3. (м. 5).

38. **Кобринський** Евген, др., Про лїченє „Ectopia vesicae". З чеської хірурґічної клїнїки проф. Майдля в Празї. V/1 1—10. (м. 2).

39. **Кос** Михайло, др., Лїченє трахоми і других запалень злуч-

Digitized by Google

ниці іхтарґаном. IX. 1—4. (м. 7).

40. —, Очні хиби у новобранців. (Виклад виголошений 3. цьвітня 1902 в науковім товаристві військових лікарів в Перемишлю) IX. 1—10. (м. 5).

41. —, Про скіяскопію. (Відчит виголошений дня 10. падолиста с. р. [1899], на засіданю товариства військових лікарів в Перемишли). V/2. 1—9 + табл. (м. 3).

42. **Кучер** Володимир, Основи електроніки. XIII. 1—68. (м. 1).

43. **Левицький** Володимир, др., Відношенє ґеометриї метричної до метової. IX. 1—11. (м. 3).

44. —, Ґеометрия метова в оптиці ґеометричній (після теориї Ф. Кляйна). VIII/2. 1—12 + табл. (м. 1).

45. —, Дра Гільберта основи ґеометриї. VIII/2. 1—7. (м. 7).

46. —, Додаток до теориї дробів тяглих та ґрупи модулової. (Друга нота) VII/2. 1—8. (м. 5).

47. —, Докази істнованя інтеґралів рівнань ріжничкових. I. 1—30. (м. 2).

48. —, До теориї рядів степенних. VII/1. 1—10. (м. 1).

49. —, Електро-маґнетна теория сьвітла і филї електричні. II. 1—69. + табл. (м. 3).

(105). —, Еліптичні функциї модулові. **VII.** 1—28 + 2 табл. (м. 3).

50. —, Кілька уваг про форму інтерполяцийну Lagrange'a. IV/2. 1—8. (м. 2).

51. —, Клим Глїбовицький (згадка посмертна). XII. 1—6. (м. 5).

52. —, Кліматичні відносини Тернополя (на основі праць д. В. Саткого). IV/2. 1—6. (м. 3).

53. —, Клясифікация наук математичних. VI/1. 1—16. (м. 3).

54. —, Короткий начерк теориї функций автоморфних. VII/1. 1—28 + табл. (м. 3).

55. —, Математика теоретична а практична. (Погляди проф. Ф. Кляйна). VIII/2. 1—14. (м. 8).

56. —, Найновійші праці з теориї функций аналїтичних. VII/2. 1—12. (м. 4).

57. —, Осафат Петрик. (Некрольоґ). II. 2 стор. (без паґінациї, м. 8).

58. —, Причинок до поділу рівнань другого степеня. II. 1—6 + табл. (м. 2).

59. —, Причинок до теориї дробів тяглих і ґрупи модулової. IV/2. 1—8. (м. 1).

60. —, Про зерові місця функциї $\zeta(s)$. X. 1—3. (м. 3).

61. —, Про переступ чисел e і π. I. 1—28. (м. 1).

(107). —, Про симетричні вираженя з вартостий функциї mod. m. **IV.** 124—139.

62. —, Теория перстенів Сатурна. VII/2. 1—46. + табл. (м. 1).

Марішлєр Юліян, др., *vide* **Озаркевич** Евген, др., і **Марішлєр** Юліян, др.

63. **Матвіяс** Софрон, Дещо про лучі Бекереля (Becquerel). VII/1. 1—8. + табл. (м. 2).

64. —, Новійші розсліди над лучами Бекереля. VIII/2. 1—6. (м. 2).

65. **Морачевська-Окуневська** Софія, др., Вплив температури на осмотичне тисненє еритроцитів. — Із фізіольоґічної лябораториї проф. дра Бека у Львові. III/1. 1—10. (м. 2).

66. **Морачевський** Вячеслав, др. Нові способи досліду білковини. VI/2. 1—11. (м. 2).

67. —, Переміна материї при акромеґалії. IX. 1—6. (м. 6).

68. **Озаркевич Евген**, др., Досліди над пропасницею (malaria). IV/1. 1—17. (м. 2).

Digitized by Google

69. —, Значіне і метода при дослідах над переміною материї. III/1. 1—12 (м. 4).

70. —, Про уробілїнну жовтачку (Urobilinicterus). VI/2. 1—10. (м. 1).

71. —, і **Марішлєр** Юліян, др., Досліди над переміною материї при зменшаючій ся і збільшаючій ся черевній опухоли (ascites). — З клїніки внутрішних недуг проф. Антона Ґлюзїнського у Львові. V/1. 1—15. (м. 1).

72. **Олїйник** Михайло, др., Про нападову гемоґльобінурию (Paroxysmale Haemoglobinurie). З клїніки проф. дра Найссера у Відни. V/2. 1—4. (м. 4).

73. **Примак** Федір, Єще кілька слів про глезу (thymus) риб кістноскелетних (Teleostei) з узглядненем осклївців (Ganoidei) і кругоротих (Cyclostomi). (Інститут анатомії порівнательної ц. к. Університета у Львові). VIII/2. 1—11. (м. 3).

74. —, Причинки до історії розвитку і інволюциї желези thymus у риб кістноскелетних (Teleostei). (Інститут анатомії порівнательної ц. к. університета у Львові). VII/2. 1—26. + табл. (м. 3).

(108). **Пулюй** Іван, професор др., Апарат до міряння ріжниці фаз межи перемінними протоками і кілька за єго помочю зроблених помірок. **III.** 1—23.

75. —, Безпечна стация телефонів. VI/1. 1—6 + 2 табл. (м. 1).

76. —, Електрична централка Гогенфурт фірми Г. Спіро і синове в Крумляві. X. 1—35 + 16 таблиць (м. 5).

77. —, Кругова діяграма генераторів для перемінних прудів. X. 1—24. (м. 2).

78. **Раковський** Іван, др., Bronislavia Radziszewskii. Нова рідня і новий рід семейства Ховзятковатих (Gammaridae). VIII/2. 1—14 + 4 табл. (м. 4).

79. —, Причинки до анатомії порівнательної судин кровних у хробаків. I. 1—14 + табл. (м. 4).

(109). —, Причинок до пізнання будови проводу кормового у пявки лїкарскої. **IX.** 1—6 + табл. (м. 4).

80. — 81. **Рудницький** Стефан, др., Знадоби до морфольоґії підкарпатського сточища Днїстра (Mit einem deutschen Résumé). X. 1—83. (Résumé 84—85). (м. 6).: XI. 1—77, 80 (Résumé 78—79). (м. 3).

—, Літературні новини для ґеоґрафії України-Руси. X. 1—17. (м. 8). (vide в бібл. части **Rehman** і **Uhlig**).

82—83. —, Про плями сонїчні, часть перша. VII/1. 1—27. (м. 4). Часть друга. VII/2. 1—90. (м. 2).

84. —, Фізична ґеоґрафія при кінци XIX столїтя. (Наукова хроніка за 1898, 1899 і 1900 р.) IX. 1—116. (м. 4).

85. **Сельський** Щасний, др., До механіки нормальних і патольоґічних змін положеня материниці. (Руська термінольоґія І. Верхратського). I. 1—14. (м. 6).

86. —, Спірні питаня про відклін родниці (retroflexio uteri). IV/1. 1—16. (м. 1).

87. **Сидоряк** Семен, Про ногастки (Myriopoda) зібрані в Галичинї в протязї року 1897). III/2. 1—14. (м. 1).

88. —, Студия анатомічна над взаїмними відношенями снаряду слухового і міхура плавного у риб шарановатих (Cyprinidae) і вюноватих (Cobitidae). VI/1. 1—50. + 4 табл. (м. 2).

Digitized by Google

89. **Соловій** Адам, др., Причинок до перерваня родниці (Ruptura uteri). Сполучене перерване зводу і шийки підчас породу при луковатій проділеній одношийковій родниці. (Uterus arcuatus septus unicollis). — З клініки положничо-ґінекольоґічної проф. А. Чижевича у Львові. IV/1. 1—7. (м. 4).

90. **Стефанович** Еміліян, Зведенє інтеґралів еліптичних. XI. 1—14. (м. 1).

91. **Федюк** Ярослав, Bacteroidae. I. Перегляд літератури. XI. 1—48 (м. 4). (*vide* дотичні твори в бібліоґр. відділі).

(114). **Черняхівський** О., др., Пристрій до мірення сили скорочень уразу (uterus). **II.** 114—118 + табл.

(111). **Ч.** О., др., Випадок vesaniae melancholicae, скоре і цілковите видужанне після самоповішення. **XIII.** 1—12. (м. 3).

92. —, З'їзд британської асоциянції наук. II. 1—3. (м. 7).

(112). —, Неовіталізм і його хиби. **IX.** 1—20. (м. 3).

93. —, VI. Пироговський з'їзд лікарів у Київі. I. 1—38. (м. 8).

94. —, VII. Інтернаціональний ґеольоґічний з'їзд у Петербурзі. II. 1—4. (м. 6).

95. **Янович** Володимир, др., Цілковите вилічене вовка (lupus) за помочию Kalium hypermanganicum. V/2. 1—2. (м. 5).

(114). * * *, Патольоґічні переміни в яєчку (муді) при деяких інфекцийних хоробах. **VI.** 1—4. (м. 5).

II. Матеріяли до української научної термінольоґії.

96. **Верхратський** Іван, Виразня мінеральоґічна. XIII. 1—64. (м. 4).

97. —, Нові знадоби до номенклятури і термінольоґії природописної, народної. XII. 1—84. (м. 1).

22 а. **Горбачевський** Іван, др., Словарець до праці: »Причинки etc.«. V/2. 5. (м. 7).

98. —, Уваги о термінольоґії хемічній. X. 1—7. (м. 7).

99. **Грабовський** О., Терміни записані з уст народних. III/1. 7. (м. 6).

100. **Г.** Я., Кілька слів про термінольоґію. III/1. 1—2. (м. 6).

101. **Гр.** Яр., Витяг термінольоґічний з цілого випуску. III/1. 7—13. (м. 6).

49 а. **Левицький** Володимир, др., Додатки до термінольоґії електричної та оптичної. II. 70—72. (м. 3).

(105 а). —, Додаток до термінольоґії математичної. **VII.** 29—30. (м. 3).

102. —, Материяли до математичної термінольоґії. Часть перша, математика елементарна. Часть друга, математика висша. VIII 2 1—33. (м. 9).

(106). 103—104. —, Материяли до фізичної термінольоґії. Часть перша (механіка), **XI.** 1—12. (м. 3). Часть друга (механіка течий, ґазів, тепло і метеорольоґія). Часть трета (маґнетизм, електричність і електротехніка). III/1. 1—13. (м. 4). Часть четверта (акустика і оптика, астрономія і космоґрафія). VIII 2. 1—12. (м. 10).

105. —, Начерк термінольоґії хемічної. IX. 1—12. (м. 8).

106. **Невестюк** Яків, др., Материял термінольоґічний (букви А, В, С). III/1. 3—7. (м. 6).

Digitized by Google

107—111. **О.** Е., др., Термінольоґічний витяг з цілого випуску. IV/1. 35—40. (м. 7). V/1. 48—51. (м. 6). V/2. 1—4. (м. 7). VI/2. 51—53. (м. 5). VIII/1. 67—69. (м. 5).

(108 а). **Пулюй** Іван, др., Додатки до рускої термінольоґії. **III.** 24.

75 а. — , Причинок до руської термінольоґії. VI/1. 7. (м. 1).

112. **Рудницький** Стефан, др., Начерк ґеоґрафічної термінольоґії. XII. 1—151. (м. 4).

III. Бібліоґрафія.

113. **Abadie,** Nature et traitement du glaucome. (Arch. d'ophtalm. 1899. Nr. 2). *(Др. Михайло Кос).* V/1. 38—39. Спр.

114. **Abderhalden,** Die Bezichungen der Wachstumsgeschwindigkeit des Säuglings zur Zusammensetzung der Milch beim Hunde, beim Schwein, beim Schaf, bei der Ziege und beim Meerschweinchen. (Ztschr. f. phys. Ch. B. 27. H. 4—5) *М.* V/2. 4—5. Спр.

*115. **Abel,** Abhandlungen über eine besondere Klasse algebraisch auflösbarer Gleichungen. (Ostwalds Klass. Bd. 111). *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

116. **Abraham** Max, Theorie der Elektrizität, II. Bd. Elektromagn. Theorie der Strahlung (2 Aufl., Lpz. Tb. 1908). *В. К.* XIII. 18—19. Бібл.

*117—119. **Acta** mathematica (Stockholm) T. 24., зош. 1—2. (1900) *(В. Л.).* VII/2. 17. Бібл. — T. 24., зош. 3—4, (1900—1). *(В. Л.).* VII/2. 5. Бібл. — T. 25., зош. 1—2. (1901) і 3—4. (1902). *(В. Л.).* IX. 31—32. Бібл.

*120. **Adámek** A., Měřictví pro školy mistrovské, odborné a řemeslnické (Praha 1897, Jedn. česk. Math.). *В. Л.* VI/1. 19. Бібл.

121. **Adler,** A., Fünfstellige Logarithmen, (Lpz. 1909. Sml. Gösch.). *М. Ч.* XIII. 9—10. Бібл.

122. **Ahrens** A., W., Dr., Mathematische Spiele. (Lpz. 1907. Tb.). *В. Л.* XII. 6. Бібл.

123. **Aldor,** Untersuchungen über die Verdauungs- und Aufsaugungsfähigkeit des Dickdarmes. (Zbl. f. inn. Med. N. 7. 1898). *Е. О.* V/1. 9—10. Спр.

124. **Alexandroff** I., Aufgaben aus der niederen Geometrie (Lpz. Tb. 1903). *(В. Л.).* X. 16—17. Бібл.

125. **Alving** E., Influance de la voie et du mode d'introduction sur le develloppement des effects immunisants du serum antidittérique. (C. R. t. 127., 1898). *М.* IV/1. 6. Спр.

126. **Ambronn** L., Handbuch der astronomischen Instrumentenkunde (Bln., Springer, Bd. I—II. 1899). *В. Л.* VII/2. 15. Бібл.

American Journal. of Mathematics, *(vide)* **Journal.**

127. **Andogsky,** Zur Frage über die Ganglienzellen der Iris. (Arch. f. Aug. XXXIV. 1897). *(Я. Грушкевич).* III/1. 47—48. Спр.

128. **Andoyer** H., Theorie de la lune (Paris, Naud, 1902). *С. Р.* IX. 22. Бібл.

129. **Anjeszky,** Über Immunisierung gegen Wuth mit normaler Nervensubstanz. (Zbl. f. Bakt. 1900). *О. Д.* V/2. 17—18. Бібл.

*130—132. **Annalen,** mathematische (Lpz. Tb.) 54, зош. 1—2, (1900), зош. 3 (1901). *(В. Л.).* VII/2.

Digitized by Google

18. Бібл. — Т. 54, зош. 4 (1901). Том 55, зош. 1—2 (1901). *(В. Л.).* VIII/2. 3—4. Бібл. — Том 55, зош. 3—4. (1902). Том 56. зош. 1—3 (1902). *(В. Л.).* IX. 30. Бібл.

*133. **Annales** de l'école normale supérieure, Сер. III. Т. 18. зош. 10—12. (1901). Т. 19, зош. 1—9. (1902). *(В. Л.).* IX. 33. Бібл.

*134. **Annales** of Mathematics (Harvard University), (Сер. 2). Т. 2. Nr. 3—4, Т. 3. Nr. 1. (1901). *(В. Л.).* VIII/2. 8. Бібл.

*135—136. **Annales** of Mathematics (London), (серія 2), т. 2. Nr. 2. (1901). *(В. Л.).* VII/2. 20. Бібл. — Т. 3. Nr. 1—4 (1901—2). *(В. Л.).* IX. 36. Бібл.

*137—139. **Annali** di matematica pura ed applicata, (Milano) (серія 3). Т. V. зош. 2 (1901). *(В. Л.).* VII/2. 20. Бібл. — Т. V. зош. 3—4. (1901). *(В. Л.).* VIII/2. 8. Бібл. — Т. VI. (1901). Т. VII. (1902). Т. VIII. зош. 1 (1902). *(В. Л.).* IX. 36—37. Бібл.

140. **Appell** P., Eléments d'analyse mathématique à l'usage des ingénieurs et des physiciens (Paris, Carré et Naud 1898). *(В. Л.).* VII/2. 13—14. Бібл.

*141. —, Traité de mécanique rationelle T. I. (Statique, dynamique du point, 1893). T. II. (Dynamique des systèmes, mécanique analytique, 1896.) T. III. (Équilibre et mouvemeut des milieux continus, 1900). (Paris, G. V). *(В. Л.).* VII/2. 13—14. Бібл.

142. — et **Lacour** E., Principes de la théorie des fonctions elliptiques et applications (Paris, G. V. 1897). *В. Л.* IV/2. 4. Бібл.

*143. **Арбузовъ** В., Сборникъ аритм. задачь для учениковъ средн. учебн. завед. (Москва) *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

*144—145. **Archiv** der Mathematik und Physik Grunert's, (Lpz. Tb.) Третя серія, Т. I. зош. 1—2, 3—4. (1901). *(В. Л.).* VIII/2. 2—3. Бібл. — Т. II. зош. 1—4. (1901—2), Т. III. зош. 1—4. (1902). *(В. Л.).* IX. 28—30. Бібл.

146. **Arldt** C., Die Funkentelegraphie (Lpz., Thomas, 1903). *В. Л.* IX. 24. Бібл.

147. **Arndt**, Über atonische Blutungen des Uterus und ihre Behandlung (Ther. Mh. 1898). *В. Г.* IV/1. 12—13. Спр.

Artault, *vide* **Scrini et Artault**.

148. **Atwater** W., Über die Entbindung von Stickstoff aus seinen Verbindungen und die Aufnahme athmosphärischen Stickstoffs durch Pflanzen. (Am. Chem. Journ. vol. 8. 1886). *Ярослав Федюк,* XI. 14. Bact.

*149. **Auerbach** F., Die Grundbegriffe der modernen Naturlehre (Lpz. Tb.). *(В. Л.).* X. 29. Бібл.

150. —, Die Weltherrin und ihr Schatten (Jena, Fischer, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 29. Бібл.

151. —, Taschenbuch für Mathematiker und Physiker (Lpz. Tb. 1909). *В. Л.* XIII. 8—9. Бібл.

152. **Ausset** et **Raviart**, Un cas d'ophtalmophlégie nucléaire progressive (La presse méd. 1900). *(Др. Михайло Кос).* VI/2. 36—37. Спр.

153. **Авербах** Ф., Цариця сьвіта і єї тінь (перекл. Яків Миколаєвич. Львів, 1904). *(В. Л.).* X. 33. Бібл.

154. **Babeau** I., Des differants modes d'élimination de la chaux chez les rhachitiques et des diverses périodes du rhachitisme (C. R. t. 126, 1898). *М.* III/1. 39. Спр.

Digitized by Google

155. **Babes** V., Sur le traitement de la rage par l'injection de substance nerveuse normale. (C. R., t. 126). *Е. О.* III/1 40. Спр.

56. **Bachmann** Paul, Grundlehren der neueren Zahlentheorie. (Lpz. 1907. Gösch., SS.) *М. Ч.* XIII. 6—7. Бібл.

157. **Bäck,** Heilung eines Falles von schwerem Pannus trachomatosus durch ein intercurrentes Erysipel. (Klin. Mh. f. Aug., 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 40. Спр.

158. **Badal,** Trois cas de kératocone. (Arch. d. opht. 1901, Nr. 8). *М. К.* VIII/1. 11. Звіти.

159. **Bahrdt** Wilhelm, Physikalische Messungsmethoden. (Lpz. Sml. Gösch. 1906). *В. Л.* XII. 7. Бібл.

160. **Barbarin** P., La géometrie non-euclidienne (Paris, Naud, 1902). *В. Л.* IX. 7. Бібл.

161. **Barret,** Ein Fall von Filaria im menschlichen Auge (Arch. f. Aug. XXXIV. 1897). *Я. Грушкевич,* III/1. 52. Спр.

*162. **Barret** Hugo, Dr., Geschichte der Chemie (Lpz. Sml. Gösch. Bd. I. 1905, Bd. II. 1906). *В. Л.* XII. 12. Бібл.

163. **Baum,** Über die Anwendung und therapeutischen Indikationen des Jodipins. (Ther. Mh. 1901, Nr. 7). *Е. О.* VIII/1. 39—40. Звіти.

164. **Beck** T., Beiträge zur Geschichte des Maschinenbaues. (Bln., Springer, 1900). *В. Л.* VII/2. 15. Бібл.

165. **Beco de Liège,** Note sur la valeur de l'agglutination par le serum antityphique expérimental comme moyen de diagnostic entre le bacille d'Eberth et les races côliformes. (Zbl. f. Bakt. XXVI). *О. Д.* V/2. 13—14. Спр.

166. **Behring** E., Über Heilprinzipien, insbesondere über das aetiologische und das isopathische Heilprinzip. (D. med. Wschr. Nr. 5. 1898). *О. Д.* III/1. 59—62. Спр.

167. **Beijerinck,** Über die Natur der Fäden der Papilonaceen-Knöllchen. (Zbl. f. Bakt. XV. 1894). *Ярослав Федюк,* XI. 35. Bact.

168. **Bein** W., Dr., Elemente der Akkumulatoren, ihre Theorie und Technik (Lpz. Barth, 1908). *В. Л.* XII. 10—11. Бібл.

169. **Bendix,** Zur Cytodiagnose der Meningitis. (D. med. Wochschr. 1901, Nr. 43). *В. Г.* VIII/1. 50. Звіти.

170. **Benecke** F., Über die Knöllchen an Leguminosen-Wurzeln. (Bot. Ztsch. 1887. 1). *Ярослав Федюк,* XI. 20—21. Bact.

171. **Benedikt** und **Schwarz,** Grundzüge der Typhusdiätetik. (Münch. med. Wschr. 1899. Nr. 6). *М.* V/1. 8—9. Спр.

Benoit, *vide* **Noel** et **Benoit.**

*172. **Bernoulli** Jakob, Wahrscheinlichkeitsrechung (Ostwald Klass. I—II., III—IV. чч. 107—8). *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

173. **Bernstein,** Dr., Oophorin bei Osteomalacie. (Münch. med. Woch. 1898, Nr. 14). *(М.).* III/1. 33. Спр.

174. **Berger,** Sur un cas d'endotheliom (La Sem. méd. 1899, 52. Ac. de Sc. 1899). *Е. К.* V/2. 32. Спр.

175. **Bernheimer,** Anatomische und experimentelle Untersuchungen über die corticalen Sehcentren. (Klin. Mbl., 1900). *(Др. Яр. Грушкевич),* VI/2. 48—49. Спр.

176. **Berthelot** M., Sur la fixation directe de l' azote gazeux de

Digitized by Google

l'athmosphère par les terres végétales. (C. R. 104. 1887. 1). *Ярослав Федюк*, XI. 20. Bact.

177. **Besredka** (du lab. de M. Metchnikoff). Du role des leucocyts dans l'intoxication par un composé arsénical soluble. (An. del' Int. Past. XIII). *Л.* VI/2. 17—18. Спр.

178. **Beutel** Eugen, Algebraische Kurven. Erster Teil: Kurvendiscussion (Lpz. 1909. Sml. Göch). *М. Ч.* XIII. 5—6. Бібл.

178 bis. **Beyerinck** M. W., Die Bacterien der Papilionaceen-Knöllchen (Bot. Ztg. 1888). *Ярослав Федюк*, XI. 22—23. Bact.

179. **Bezold**, W., Theoretische Betrachtungen über die Ergebnisse der theoretischen Luftschiffahrten (Brschg. Vw. 1900). *(В. Л).* VIII/2. 33. Бібл.

*180—181. **Bibliographia** mathematica rossica (bug. „Физ. мат. общ." в Казани, ред. Д. Синцов). (1897). *В. Л.* VI/1. 19. Бібл. (1898). *(В. Л.)* VII/1. 7. Бібл.

*182. **Bibliotheca** mathematica (журнал присв. історії мат. наук: Lpz. Tb.). III. серія. Т. II. зош. 1. (1901). *(В. Л.).* VII/2. 17. Бібл.

183. **Biegański** Władysław, Zagadnienia ogólne z teoryi nauk lekarskich (Варш. 1897). *Я. Грушкевич*, III/1. 30—31. Спр.

184. **Biernacki** E., Dr., Weitere Beobachtungen über spontane Blutsedimentirung. (Ztsch. f. phys. Ch. XXIII. 5). *М.* III/1. 34—35. Спр.

185. **Billwiller**, Über Stickstoff-Assimilation einiger Papilionaceen, deren Bedeutung für die Landwirtschaft unter specifischer Berücksichtigung schweizerischer Verhältnisse. (In.-Diss. Bern 1895). *Ярослав Федюк*, XI. 35—36. Bact.

(194). **Бѣлый**, Кобелякська земська медична комісия (рос.). (Земскій Врачъ 1894). *О. Ч.* VIII. 7. Н. Хр.

186. **Білик** Іван, Dwie zasady termodynamiki. (Spr. gimn. Brzeżany. 1899). *В. Л.* VI/1. 4. Бібл.

*187. —, Soczewki jako podwójne źwierciadła. (Spr. I. gimn. Kołomyja, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 11. Бібл.

188. —, dto. *С. М.* IX. 25. Бібл.

189. **Bloch**, Dionin als schmerzstillendes Mittel in der Praxis. (Tb. M. 1899, Nr. 8). *Е. О.* V/2. 31—32. Спр.

*190. **Blochmann** R., Luft, Wasser, Licht und Wärme. (Lpz. Tb.). *(В. Л.).* X. 29. Бібл.

191. **Blum**, Über den Nährwert der Heteroalbumose des Fibrins und der Protoalbumose des Casein. (Ztsch. f. phys. Ch. XXX. H. 12). *М.* VI/2. 6—7. Спр.

192. **Blumenthal**, Über Sidonal, ein neues Heilmittel. (Протокол з засїданя тов. берл. лїк. — Zbl. f. inn. Med., 1900, N. 13). *Е. О.* VI/2. 28—29. Спр.

193. **Boas**, Die interne Behandlung der Hämorrhoiden (Th. d. Geg. 1899. N. 10). *Е. О.* VI/2. 29—30. Спр.

(166). **Богдановичъ**, Пережитки давнього сьвітогляду у Білорусів (рос.). (Научн. Обозр. 1894). *О. Ч.* VIII. 4. Н. Хр.

194. **Bohland**, Über die Einwirkung der Hidrotica und Antihidrotica auf den Leukocytengehalt des Blutes. (Zbl. f. inn. Med. 1899. N. 15). *М. Вахлянин.* V/1. 20—22. Спр.

*195. **Boltzmann** L., Vorlesungen über Gastheorie. 2. Theil (Lpz. Barth). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

Digitized by Google

— , *vide* **Festschrift.**

196. **Bondi**, Die klinischen und anatomischen Augenhintergrundserkrankungen eines Falles von Leukaemia lienalis. (Prag. Med. Wschr. 1901, Nr. 26). *M. K.* VIII/1. 10. Звіти.

197. —, Über die Indicationen zur Operation des Alterstaares. (Wiener Med. Presse. 1901, Nr. 30). *M. K.* VIII/1. 11—12. Звіти.

198. **Bönninger**, Über die Methode der Fettbestimmung im Blut u. den Fettgehalt des menschlichen Blutes. (Ztsch. f. kl. Med. 42. I—II.) *M.* VIII/1. 1—2. Звіти.

199. **Bonola** Roberto, Die nichteuklidische Geometrie (autoris. deutsche Ausg. von Dr. H. Liebmann, Lpz. Tb., 1908). *B. Л.* XII. 7. Бібл.

200. **Bordet**, Le mécanisme de l'agglutination. (Ann. de l'inst. 1899. Nr. 3). *O. Л.* V/2. 8—9. Спр.

201. **Borel** Émile, Leçons sur la théorie des fonctions. (Paris G. V. 1898). *B. Л.* VI/1. 1—2. Бібл.

202. —, Leçons sus les fonctions entières. (Paris, G. V. 1900). *(B. Л.)*. VII/2. 3—4. Бібл.

203. —, Leçons sur les fonctions méromorphes (Paris, G. V. 1903). *B. Л.* IX. 13—20. Бібл.

204. —, Leçons sur le séries à termes positifs. (Paris, G. V. 1902). *B. Л.* IX. 8—13. Бібл.

205. —, Leçons sur les séries divergentes. (Paris G. V. 1901). *B. Л.* VIII/2. 18—22. Бібл.

206. **Bouchand**, Essai de la cryoscopie de urines. (C. R. 129, 1899). *M.* V/1. 2. Спр.

207. **Bourget**. Zur Behandlung der Influenza und der grippenartigen Infectionen. [?] *O. Г.* VIII/1. 60—61. Звіти.

208. **Bouty** E., Progrès de l'Electricité. Oscillations hertziennes. (Paris 1899). *B. Л.* VI/1. 2—3. Бібл.

209. **Bréal**, Expériences sur la culture de Légumineuses. (Ann. agr. XV. 1889). *Ярослав Федюк.* XI. 29. Bact.

210. —, Observations sur la fixation de l'azote atmosphèrique par les Légumineuses dont les racines portent des nodesités. (C. R. 107. 1888). *Ярослав Федюк*, XI. 27. Bact.

211. **Bremer**, Zur Radicaloperation von Cruralhernien nach Fritz Salzer. (Zbl. f. Chir. 1899. N. 44). *B. Г.* V/2. 34—35. Спр.

Brook Fr. W., *vide* **Hopkins** F. G. and **Brook** Fr. W.

212. **Bruhns** G., Grundlinien des wissenschaftlichen Rechnens. (Lpz. Tb. 1903). *(B. Л.)*. X. 16. Бібл.

213. **Brunchorst** I., Über die Knöllchen an den Leguminosen-Wurzeln. (Ber. d. d. bot. Ges. III. 1884). *Ярослав Федюк*, XI. 12. Bact.

214. —, Über die Knöllchen an den Wurzeln von Alnus und der Eleagnen. (Tgbl. d. 58. Vers. d Naturf. u. Arz. 1885). *Ярослав Федюк*, XI. 12—13. Bact.

215. **Bruner** Ludwik, Ewolucya materyi, zarys nauki o promieniotwórczości. (Kraków, nakł. kółka mat.-fiz. 1909). *B. Л.* XIII. 21. Бібл.

216. **Bucherer** H. A., Elemente der Vektoranalysis (Lpz. Tb. 1903). *B. Л.* X. 5—6. Бібл.

217. **Buchner**, Zymase aus getödteter Hefe. (Ber. d. d. chem. Ges. B. 33. N. 17). *M.* VIII/1. 2—3. Звіти.

Digitized by Google

*218—219. **Buhlert,** Ein weiterer Beitrag zur Frage der Arteinheit der Knöllchenbakterien der Leguminosen. (Zbl. f. Bakt. 1901. IX/2. — Fühling's landw. Ztg. 1901). *Ярослав Федюк,* XI. 43. Bact.

220. —, Untersuchungen über die Arteinheit der Knöllchenbacterien der Leguminosen und über die landwirtschaftliche Bedeutung dieser Frage. (Zbl. f. Bakt. 1901. IX/2). *Ярослав Федюк,* XI. 43. Bact.

*221—223. **Bulletin** de la Société mathématique de France T. 29, зош. 1. (1900). *(В. Л.).* VII/2. 19. Бібл. — T. 29, зош. 2—3. (1901). *(В. Л.).* VIII/2. 6—7. Бібл. — T. 29, зош. 4. (1901). T. 30, зош. 1—2. (1902) *(В. Л.).* IX. 34. Бібл.

224—225. **Bulletin** médical, le. Nr. 19. (1899). а) Случай острої інверзиї ропниці. б) Отроєне tinctur-ою cannabis indica. *Е. К.* V/1. 43—44. Спр. — Nr. 20. (1899). Penitis gangrenosa наслїдком прутня paracoli (paracolibacille). *Е. К.* V/1. 46. Спр.

226. **Bumm** E., Zur Kenntnis des Eintagfiebers im Wochenbett. (Zbl. f. Gyn. 1897, N. 45). *Ал. Бач.* III/1. 43—44. Спр.

*227. **Burkhard** H., Funktionentheoretische Vorlesungen. 2. Theil (Elliptische Funktionen). (Lpz. Veit). *(В. Л.).* VII/1 5. Бібл.

Burr, *vide* **Stutzer, Burr** und **Mandl.**

228. **Camus,** Action anticoagulante des injections intraveineuses de lait d'une espèce animale sur le sang des animaux de même espèce. (C. R. t. 137, Nr. 27). *М.* VIII/1 5. Звіти.

229. **Cantor** M., Politische Arithmetik oder die Arithmetik des täglichen Lebens (Lpz. Tb. 1898). *В. Л.* VI/1. 1. Бібл.

230. —, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (IV. том, Lpz. Tb. 1908). *В. Л.* XIII. 11. Бібл.

231. **Caselli,** Recherches expérimentales et bactériologiques sur la fièvre puerpérale, рефер. Labbé. (La presse méd. 1899. Nr. 27). *О. Д.* V/1. 45—46. Спр.

232. **Caspary,** Über die 4. Generation der Reitenbach'schen Wruke. (Schriffen der physikal.-ökonom. Ges. zu Königsberg, 1879). *Ярослав Федюк,* XI. 9—10. Bact.

233. —, Uber erbliche Knollen und Laubsprossenbildung an den Wurzeln von Vruken. (Brassica napus L). (Pringsheim's Jahrb. 1879. XII. Heft 1). *Ярослав Федюк,* XI. 9. Bact.

*234. **Cauchy** A., Abhandlung über bestimmte Integrale zwischen imaginären Grenzen. (Ostwald's Klass. Bd. 112). *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

—, *vide* **Lagrange** et **Cauchy.**

235. **Цегельский** P., Оповіданя з природописної науки (фізика). Часть I (про воздух, воду, ґази і течи. Дещо з механіки). Часть II. (про тепло, маґнетну та електричну силу, голос та сьвітло). (Чернівці, »Руска Бесїда« 1909). *М. Ч.* XIII. 23—24. Бібл.

236. **Chabry,** De la sténose du col de l'uterus, de son traitement principalement de l'evidement commisural du col stomatoplastic. Operation de M. le doct. Pozzi. *С. П.* V/2. 43. Спр.

237. **Chauveau** A., Comparaison du pouvoir thermogène et dynamogene des éléments avec leur

Digitized by Google

pouvoir nutritiv etc. (C. R. t. 125. 1897). *(E. O.)* III/1. 39—40. Спр.

238. —, La production du travail musculaire utilise-t-elle comme potentiel énérgetique l'alcool substibué á une partie de la ration aliméntaire? (C. R. t. 132). *M.* VIII/1. 4—5. Звіти.

239. —, Sur l' importance du sucre considéré comme aliment. Nouvelle demonstration de la supériorité de la valeur nutrifive du sucre sur celle de la graisse en égard à la valeur thermogène etc. (C. R. t. 126. 1898). *(M.)*. III/1. 37. Спр.

*240. **Хвольсонъ** О. Д., Курсъ физики. Т. III. Ученіе о теплотѣ. (Спб. 1899). *(B. Л.)*. VII/1. 8. Бібл.

241. **Cohn,** Bemerkungen zum Koplik'schen Frühsymptom der Masern. (Ther. Mh. 1899, N. 11). *E. O.* VI/2. 31. Спр.

242. —, Die neueren Forschungen betrefs der Assimilierung des freien Stickstoffs. Vortrag (Fühling's Landw. Ztg. 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 16. Bact.

243. —, Zur Frage der Zuckerbildung aus Eiweiss. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 28. Heft 1—2). *M.* V/2. 3. Спр.

Comberousse Ch. de, *vide* **Rouché** E. et **Comberousse Ch. de.**

244. **Cordier** L., Sur le dosage du suc gastrique. (C. R. t. 12. 6. 1898). *(E. O.)*. III/1. 41. Спр.

245. **Coupin.** Action des vapeurs anesthétiques sur la vitalité des grains seches et des grains humides. (C. R. t. 129). *M.* V/2. 4. Спр.

246. **Cours complét** de mathématiques élémentaires, publié sous la direction de M. Darboux (Paris, Colin). *B. Л.* V/1. 2. Бібл.

Crelle's Journal, *vide* **Journal.**

247. **Cuénot** et **Remlinger,** Un cas de lèpre oculaire. (La presse méd. 1900, Nr. 9). *(Др. Михайло Кос).* VI/2. 37—38. Спр.

248. **Curie** S., Mme. Untersuchungen über die radioaktiven Substanzen (übers. W. Kaufmann). (Brschg. Vw. 1904). *I. Б.* X. 24—25. Бібл.

249. **Curschmann,** Zur diagnostischen Beurtheilung der vom Blinddarm und Warzenfortsatze ausgehenden entzündlichen Processen. (Münch. med. Wschr. 1901, Nr. 8). *B. Г.* VIII/1. 57—58. Звіти.

(901). **Cybulski** N., Próba badań nad żywieniem się ludu miejskiego w Galicyi (Краків 1894). *Я. Грушкевич.* **VI.** 66—67. Бібл.

250. **Cyon** E. D., Sur les fonctions de l'hypophye cérébrale. (C. R. t. 126. 1898). *M.* IV/1. 3—4. Спр.

251. **Czajkowski** Karol, Zasady umiejętnego (szybkiego i dokładnego) rachowania. (Lwów-Warszawa, 1908). *B. Л.* XII. 5. Бібл.

252. **Чайковський** Микола, Розвій чисельних системів в історії людської культури. (Альм. »Січи«, Львів 1908). *B. Л.* XII. 4. Бібл.

*253—254. **Časopis** pro pěstování mathematiky a fysiky. (Річник XXIX). *C. M.* VI/1. 8—9. Бібл. — Річник 30, ч. 3. (1901). Річник 31, число 1—2 (1901). *(B. Л.)*. VIII/2. 9. Бібл.

*255. **Чебишевъ** П. Л., Сочиненія (изд. А. А. Маркова і Н. Я. Санина). Т. I. Спб.). *(B. Л.)*. VII/1. 8. Бібл.

Digitized by Google

256. **Чиколевъ** В. Н., Таблицы математическія... главнѣйшая по общей механикѣ і физикѣ (Спб. 1897). *В. Л.* VI/1. 18. Бібл.

257. **Czuber** Emanuel, Vorlesungen über Differential und Integralrechnung. T. I- II. (Lpz. Tb. 1898). *Л. В.* IV/2. 11. Бібл.

258. **Danne** I., Das Radium, seine Darstellung und seine Eigenschaften, з передм. Ch. Lauth'a (Lpz. Veit, 1904). (*В. Л.*). 26—27. Бібл.

Darboux, *vide* **Cours complét.**

259. **Darmstaedter** L. und **Du Bois Reymond** R., 4.000 Jahre Pionier-Arbeit in den exakten Wissenschaften. (Bln. Stargardt, 1904). *І. Б.* X. 31. Бібл.

260. **Deiss**, I., Über Bildung des Zuckers aus Fett im Thierkörper. (Ztsch. f. phys. Ch., XXIV. H. 5 6). *М.* III/1. 37. Спр.

261. **Delpino** F, Osservazione sopra i batteriocecidii e la sorgente d'azoto in una pianta di Galega officinalis. (Malpighia, 1888). *Ярослав Федюк*, XI. 26. Bact.

262. **Demicheri**, Actinomycose conjonctivale. (Arch. d'opth. 1899, Nr. 2). (*Др. Михайло Кос*). V/2. 35—36. Спр.

263. **Dentz**. Hutchinsonsche Zähne. (Ztsch. f. kl. Med. XXXVI). *Е. О.* V/2. 23. Спр.

264. **Depéne**. Experimentelle Untersuchungen über den Einfluss seitlicher Blendung auf die centrale Sehschärfe (Kl. Mbl. f. Aug. 1900). (*Др. Яр. Грушкевич*). VI/2. 43—44. Спр.

265. **Deutsch**, Zur Frage der Aglutininbildungen. Institut Prof. Pertik, Budapest. (Zbl. f. Bact. 1900, Nr. 2). *Д.* VI/2. 13. Спр.

266. **Doehlemann** K., Projektive Geometrie in synthetischer Behandlung (Lpz. Gösch. 1901). (*В. Л.*). X. 12. Бібл.

267. **Dolganoff**, доц., Über die Veränderungen des Auges nach Ligatur der Gallenblase (Arch. f. Aug. XXXIV. Bd. 1897). (*Я. Грушкевич.*) III/1. 49—50. Спр.

*268. **Domin** Karel, Arithmetika v úlohach pro ústavy učitelské. (Kutna Hora, K. Šolc, 1899) *В. Л.* VI/1. 19. Бібл.

269. **Donath** B., Radium (Bln. Paetel. 1904). (*В. Л.*). X. 26. Бібл.

*270. **Dörrie** H., Das quadratische Reciprocitätsgesetz im quadratischen Zahlkörper mit der Klassenzahl 1. (Göttingen). (*В. Л.*). VII/1. 6. Бібл.

271. **Drews**, Weitere Erfahrungen über den Einfluss der Somatose auf die Sekretion der Brustdrüsen bei stillenden Frauen. (Zbl. f. inn. Med. 1898, Nr. 3). *Е. О.* IV/1. 9—10. Спр.

Du Bois-Reymond, *vide* **Darmstaedter** und **Du Bois-Reymond**.

272. **Dufour** et **Raband**, Tuberculose pulmonaire chez les aliénés mélancoliques. (Gaz. hebd. de méd. et de chir. 1898, Nr. 28). *О. Л.* V/1. 27. Спр.

273—274. **Dziwiński** Placyd, dr., Wykłady matematyki. Kurs I. Zasady geometryi analitycznej i analizy wyższej. Lwów, Tom I. (1902). *В. Л.* IX. 20. Бібл. — Tom II. (1908). *В. Л.* XIII. 4—5. Бібл.

275. **Ebert** H., Magnetische Kraftfelder. (2 части, Lpz., Barth. 1896—7). *В. Л.* IV/2. 5. Бібл.

276. **Edel**, Über den Einfluss des künstlichen Schwitzens auf die Magensekretion. (Ztsch. f. kl.

Digitized by Google

Med. Bd 42) *M.* VIII/1. 2. Звіти.

277. **Edlefsen.** Über Ichtyolvasogen bei Gelenkaffektionen. (Ther. Mh. 1900, Nr. 1) *E. O.* VI/2 31—32 Спр.

278. **Ekstein,** Phosphortherapie und Kastration bei Osteomalakie. (Prag. med. Wschr., 1899, Nr. 33). *E. O.* V/2 39—40. Спр.

279 **Elbs Karl,** Die Akkumulatoren. (Lpz. Barth, 1896) *B. Л.* IV/2 3. Бібл.

280 **Ellis,** Unregelmässiger Astigmatismus durch Mikroskopieren. (Arch. f Aug. XXXIV. 1897) *(Я. Грушкевич).* III/1. 51—55. Спр.

El progresso matématico, *vide* **Progresso.**

281. **Elschnig,** Drüsenbildung an der Bonman'schen Membran. (Wiener Med. Wschr. 1900. Nr. 20). *(Др. Михайло Кос).* VI/2. 36. Спр.

282. **Emmerich** und **Saida,** Über die morphologischen Veränderungen der Milzbrandbacillen bei ihrer Auflösung durch Pyocyanase. (Zbl. f. Bakt. 1900. Nr. 22/23). *Д.* VI/2. 16—17. Спр.

*283—286. **Encyklopädie** der mathematischen Wissenschaften mit Einschluss ihrer Anwendungen. (Lpz. Tb.). *B. Л.* IV/2. 11—12. Бібл. *B. Л.* VI/1. 4. Бібл. — *(B. Л.).* IX. 19—20. Бібл. — *(B. Л.).* XII. 15. Бібл.

287. **Engel,** Über die Prognose bei Typhus abdominalis. (Wiener med. Wschr., 1898. Nr. 15—18). *E. O.* V/2. 26—27. Спр.

288. **Engelmann,** Über eine sehr seltene Form von Darmruptur. (Zbl. f. Gyn. 1900. Nr. 46). *M.* VIII/1. 65—66. Звіти.

289. **Engler** Wilhelm, Über den Einfluss der Temperatur auf radioaktive Umwandlungen. (Ann. der Phys. 1908, Bd. 26). *Ю. Гірняк.* XIII. 34. Бібл.

290. **Enlenbung.** Zur Therapie der Ischias. (Ther. d. Geg. 1899. N. 10). *E. O.* VI/2. 24. Спр.

291. **Enriques** F., Vorlesungen über projektive Geometrie. (Lpz. Tb. 1903). *B. Л.* X. 9—12. Бібл.

292. **Erikson** Jakob, Studier öfver Leguminosernas röfknölar. (Lund 1874, докт. дісс.; Bot. Ztg. 1874; Acta Univ. Lundensis). *Ярослав Федюк,* XI. 1—2. Bact.

*293. **Ермаковъ** В. П., Теорія абелевихъ функцій (Кіевъ, 1897). *B. Л.* VI/1. 18. Бібл.

294. **Ernst** Marcin, Kosmografia. (Warsz., Wende, 1908). *B. Л.* XII. 11—12. Бібл.

295. **Eschle,** Die Behandlung des Ehysipelas mit Ichtyolpinselungen. (Heilkunde, 1901. Nr. 6). *E. O.* VIII/1. 48. Звіти.

*296. **Euler,** Drei Abhandlungen über Kartenprojektion. (Ostwald's Klass., Bd. 93). *(B. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

297. **Ewald,** Arsen und Thyreoideapräparate (Jodothyrin). (Th. d. Geg. 1899. 9. Heft). *B. Г.* V/2. 29—30. Спр.

298. —, Über Ernährungsclystiere. (Arch. f. Anat. u. Physiol. 1899. Suppl.) *M.* V/2. 7. Спр.

299. **Fehling** H., Die Physiologie und Pathologie des Wochenbetts. (Stuttgart, Enke 1898). *C. H.* V/2. 40—41. Спр.

*300. **Fehr** A., Application de la méthode vectorielle de Grassmann à la géometrie infinitésimale (Paris, Carré et Naud, 1899). *(B. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

301. **Ferrán,** Über einige neue Entdeckungen bezüglich des Bacillus der Tuberculose und der Frage der Prophylaxis und

Digitized by Google

Heilung dieser Krankheit. (Wiener kl. Wschr. IV. 28. 1898). *О. Л.* IV/1. 17. Спр.

302. **Fessler**, Über paraxysmale Hämoglobinurie. (Wiener Med. Wschr. 1898, Nr. 31). *О. Грабовський.* IV/1. 19—20. Спр.

303. **Festchrift** Ludwig Boltzmann gewidmet, zum sechzigsten Geburtstage, 20. Februar 1904. (Lpz. Barth, 1904). *І. Б.* X. 31—32. Бібл.

*304. Физико-математическія науки въ ходѣ ихъ развитія (журналъ исторіи, философіи і библіографіи физ.-мат. наукъ, Т. І. Nr. 1—4. *В. Л.* VII/1. 4—5. Бібл.

305. **Finger**, Die Vererbung der Syphilis. (Wiener kl. Wochr. 1899. Nr. 4—5). *Е. О.* VI/2. 30—31. Спр.

306. **Floret**, Weiteres über Heroin. (Ther. Mh. 1899. Nr. 6). *Е. О.* V/2. 30—31. Спр.

307. **Folkierski** W, Zasady rachunku różniczkowego i całkowego. (Warsz. 1904). (*В. Л.*). X. 17—18. Бібл.

308. **Fontan**, Blessure de la vessie consécutive à une plaie de la fesse (La sém. méd., 1899, Nr. 49. — Soc. de chir. 1899). *Е. Е.* V/2. 33—34. Спр.

309. **Föppl** A, Die Geometrie der Wirbelfelder. (Lpz. Tb. 1897). *В. Л.* IV/2. 4. Бібл.

*310. —, Vorlesungen über technische Mechanik. Том I. (Einführung in die M). (Lpz. Tb 1897). *В. Л.* IV/2. 8. Бібл.

311. —, dto. Том III. (Festigkeitslehre). (Lpz. Tb. 1897). Том IV. (Dynamik). (і від. 1899). *В. Л.* VI/1. 3. Бібл.

312. **Forbes-Leslie**, Malarial fever; some suggestions in its pathology and treatment. (Lancet 1898). *Е. О.* V/2. 19. Спр.

313. **Ферстер** В., [Förster], Сумніви про стійність космогонії Канта-Ляпляса. (Пер. Др. В. Левицкий, Л. Н. Вісг. XXI. 1903). (*В. Л.*). X. 33. Бібл.

314. **Frank** B., Die Assimilation des freien Stickstoffs bei den Pflanzen in ihrer Abhängigkeit von Spezies, von Ernährungsverhältnissen und von Bodenarten. (Landw. Jahrb. 1892, Bd. 21). *Ярослав Федюк.* XI. 32. Bact.

315. —, Die Assimilation des freien Stickstoffs durch die Pflanzenwelt. (Bot. Ztg. 1893. Heft IX). *Ярослав Федюк.* XI. 33. Bact.

316. —, Die Krankheiten der Pflanzen. Ein Handbuch für Landleute und Fortswirte, Gärtner u. s. w. (Breslau, Trewendt, 1880) *Ярослав Федюк.* XI. 10. Bact.

317. —, Die Pflanzenkrankheiten. Encykl. des Naturw. I. відділ. I. ч. Handbuch der Bot. von **Schenk**. (Breslau 1879). *Ярослав Федюк.* XI. 10. Bact.

318. —, Über den Einfluss, welchen das Sterilisieren ausübt. (Ber. d. D. B. G. 1888). *Ярослав Федюк.* XI 26—27 Bact

319. —, Über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse der Assimilation elementaren Stickstoffs durch die Pflanzen (Ber d. D. B. G. 1889) *Ярослав Федюк,* XI. 27—28 Bact.

320—321. —, Über die Parasiten in den Wurzelanschwellungen der Papilionaceen. (Bot. Ztg. 1879. Nr. 24—25) *Ярослав Федюк.* XI 6; 7—8. Bact.

322 —, Über die Pilzsymbiose der Leguminosen. (B. d. D. B. G. 1889) *Ярослав Федюк.* XI. 28—29. Bact.

Digitized by Google

323. —, Über die Quellen der Stickstoffnahrung der Pflanzen. (B. d. D. B. G. 1886). *Ярослав Федюк.* XI. 14. Bact.

324—325. —, Über die Mikroorganismen des Erdbodens. (B. d. D. G. 1886). *Ярослав Федюк.* XI. 13—14. Bact. — (Agr. Forsch. X. зош. 1—2. 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 14—15. Bact.

326. —, Über Ursprung und Schicksal der Salpetersäure in den Pflanzen. (B. d. D. B. G. 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 19. Bact.

327. —, und **Otto**. Untersuchungen über die Stickstoffassimilation der Pflanzen. (B. d. D. B. G. 1890). *Ярослав Федюк.* XI. 31. Bact.

328. **Franke**. Eine neue Methode der operativen Behandlung des Plattfusses nebst einem Beitrag zur Cocainisirung des Rückenmarks. (Ther. Mh. 1901, Nr. 4). *О. Г.* VIII/1. 59. Звіти.

—, *vide* **Pfeiffer** und **Franke**.

329. **Fraenkel** C., Untersuchungen über das Vorkommen von Mikroorganismen in verschiedenen Bodenschichten. (Hygiene, 1887, т. 2). *Ярослав Федюк.* XI. 19. Bact.

330. **Fränkel**, Über Radicaloperation der Leistenbrüche von Säuglingen. (Zbl. f. Chir. 1899. Nr. 47). *В. Г.* V/2. 35. Спр.

331. —, Zur pathologischen Anatomie des Bronchialasthmas. (Ztsch. f. kl. Med. XXV). *Г.* V/1. 19—20. Спр.

Frésales. *vide* **Ulry** et **Frésales**.

332. **Fricke**, R., Hauptsätze der Differential — und Integralrechnung. (Brschg. Vw. 1902). *(В. Л.).* X. 6—7. Бібл.

333. —, Kurzgefasste Vorlesungen über verschiedene Gebiete der höheren Mathematik; analytisch-funktionentheoretischer Teil (Lpz. Tb. 1900). *В. Л.* VII/2. 2—3. Бібл.

334. —, und **Klein** F, Vorlesungen über die Theorie der automorphen Funktionen. Bd. I. Gruppentheor. Grundlagen. (Lpz. Tb. 1897). *(В. Л.).* VII/2. 10—12. Бібл.

335. **Fröhlich**, Über den Nachweis von Traubenzucker im Harn mittels Methylenblau. (Zbl. f. inn. Med. 1899. N. 4). *Е. О.* IV/1. 29. Спр.

336. **Frommel** Wilhelm, Radioactivität. (Lpz. Sml. Gösch. 1907). *В. Л.* XII. 8. Бібл.

*337. **Fuchs**, L., Bemerkungen zur Theorie der associirten Differentialgleichungen. (Bln. Reimer). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

338. **Gain** Ed., Influence de l'humidité sur le developpement des nodesités des Legumineuses. (C. R. t. 116. 1894). *Ярослав Федюк.* XI. 34—35. Bact.

339. **Galippe**, Note sur la présence de microorganismes dans les tissus végétaux. (C. R. 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 15—16. Bact.

340. **Galli-Valerio**, Contribution à l'étude de la morphologie du bacillus mallei. (Zbl. f. Bakt. 1899). *О. Д.* V/2. 12—13. Спр.

341. —, Les puces des rats et des souris jouent-elles un rôle important dans la transmission de la peste bubonique à l'homme? (Zbl. f. Bakt. 1900). *Е. О.* V/2. 18. Спр.

342. **Galois** Evariste, Oeuvres mathématiques, avec une introduction par É. Picard. (Paris, G. V. 1897). *В. Л.* IV/2. 4. Бібл.

343. **Gans** Richard. Einführung in die Theorie des Magnetismus. (Lpz.

Digitized by Google

Tb. 1908). *B. K.* XIII. 13—14. Бібл.

344. —, Einführung in (die) Vectoranalysis mit Anwendungen auf die mathematische Physik. (Lpz. Tb. 1909). *B. K.* XIII. 6. Бібл.

345. **Gautier**, La médication cacodylique. (Bull. de l'ac. de méd. 1901. N. 26—27). *E. O.* VIII/1. 49—50. Звітн.

346. —, L'iode existe-t-il dans l'air? (Séance de l'ac. de Sc. 1899). *O. Д.* V/1. 28—29. Спр.

347. **Geelmnyden**, Über Acetonurie bei Phloridrinvergiftung. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 24). *M.* V/1. 8. Спр.

348. **Geitel** H., Über die Anwendung der Lehre von den Gasionen auf die Erscheinungen der athmosphärichen Elektricität. (Brschg. Vw. 1901). *(B. Л.).* VIII/2. 33. Бібл.

349. **Gellhorn**, Zur Frage der Eisentherapie. (Ther. Mh. 1897). *E. O.* III/1. 54—55. Спр.

*350. **Gérard** E., Leçons sur l'electricité (Paris, G. V. t. I. 1899, t. II. 1900). *(B. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

*351. —, Traction éléctrique. (Paris, G. V. 1900). *(B. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

352. **Gerber**, Maassregeln zur Verhütung der Ohreiterungen. Zur Vertheilung in Familien, Schulen, Fabriken etc. durch Ärzte, Lehrer, Aufsichtsbeamten u. A. *(E. O.).* VIII/1. 62—64. Звітн.

353. **Gerhard**, Über Eheschliessung Tuberculöser. (Ztsch. f. Tub. u. Heilstättenwesen. B. I.). *E. O.* VIII/1. 27—29. Звітн.

354. **Gersuny**, Parafineinspritzung bei Incontinentia urinae. (Zbl. f. Gyn. 1900, Nr. 48). *M.* VIII/1. 65—66. Звітн.

355. —, Über partielle Exstirpation des Ovariums. *C. П.* V/2. 41—42. Спр.

356. **Ghon** und **Schlagenhaufer**. Ein weiterer Beitrag zur Biologie des Gonococcus und zur pathologischen Anatomie des gonorrhoischen Processes. (Wiener kl. Wschr. 1898. Nr. 24). *O. Д.* IV/1. 15—16. Спр.

357. **Giflord**, Der Fraenkel'sche Diplococcus als häufiger Erreger des acuten Bindehautcatarrhs. (Arch. f. Aug. XXXIV. 1897). *(Я. Грушкевич).* III/1. 48. Спр.

358. **Gleichen** A., Lehrbuch der geometrischen Optik (Lpz. Tb.). *B. Л.* IX. 23—24. Бібл.

Gmeiner A., *vide* **Stolz** O. u. **Gmeiner** A.

*359. **Gockel** A., Die Luftelektrizität. Methoden und Resultate der neuen Forschung. (Lpz. Hirzel 1908). *B. K.* XIII. 21. Бібл.

360. **Goldschmid** Hans, Über die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit von der Temperatur in homogenen gastörmigen Systemen. (Phys. Ztsch. 1909). *Ю. Гірняк.* XIII. 30—31. Бібл.

361. **Gottschalk**, Zur Behandlung der ulcerirenden, inoperablen Cervixcarcinoms. *C. П.* V/2. 41. Спр.

*362. **Graetz** L., Das Licht und die Farben. (Lpz. Tb.) *(B. Л.).* X. 29. Бібл.

363. —, Die Elektrizität und ihre Anwendungen. (Stuttgart, Engelhorn, 1903). *(B. Л.).* X. 22. Бібл.

364. **Gray** Andrew, Lehrbuch der Physik (autor. deutsche Ausg. Dr. Auerbach). I. Bd. Allg. u. spez. Mechanik (Brschg. Vw. 1904). *I. E.* X. 20—21. Бібл.

Digitized by Google

365. **Greeff**, Ücer Zwillings-Ganglienzellen in der menschlichen Retina. (Arch. f. Aug. XXXV. 1897). (*Яр. Грушкевич.*). IV/1. 25—26. Спр.

366. **Greinacher** H., Die neuen Fortschritte auf dem Gebriete der Radioaktivität. (Brschg. Vw. 1908). *В. К.* XIII. 19. Бібл.

367. —, Radium (Lpz. Veit, 1907). *В. Л.* XII. 8. Бібл.

368. **Griffon**, Volumineux anéorysme aortique thoroco-abdominal,sans hypertrophie du ventricule gauche. Séance de Soc. anat. 1899). *О. Д.* V/1. 27—28. Спр.

369. **Grüneisen** E., Über die thermische Ausdehnung u. die spezielle Wärme der Metalle. (Ann. der Physik, 1908. Bd. 26). *Ю. Гірняк.* XIII. 27. Бібл.

370. —, Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle. (Ann. der Physik, 1908. Bd. 25). *Ю. Гірняк.* XIII. 28—30. Бібл.

*371. **Grujitsch** S., Radium (Bln., Kühn, 1904). *(В. Л.).* 26. Бібл.

372. **Gruber**, Max, Zur Theorie der Aglutination. (Münch. med. Wschr. 1899. Bd. 44, Nr. 41). *М.* V/2. 7—8. Спр.

373. **Gruner** Paul. Dr., Die radioactiven Substanzen und die Theorie des Atomzerfalles. (Bern, Francke, 1906.). *(В. Л.).* XII. 8. Бібл.

374. **Grunert**, Der Dilatator pupillae des Menschen, ein Beitrag zur Anatomie und Physiologie der Irismuskulatur. (Arch. f. Aug. XXXVI. 1898). *Я. Грушкевич.* IV/1. 27—28. Спр.

Grunert's Archiv, *vide* **Archiv.**

375. **Gulewitsch**, Das Verhalten des Trypsin gegen einfache chemische Verbindungen. (Ztsth. f. phys. Ch. B. 27. H. 6). *М.* V/2. 6. Спр.

376. **Günther** Siegmund, Dr., Astronomische Geographie. (Lpz. Gösch. 1902). *С. Р.* IX. 21—22. Бібл.

377. —, Geschichte der Mathematik, I. Teil — von den ältesten Zeilen bis Cartesius. (Lpz. SS. XVIII. 1908). *М. Ч.* XIII. 10—11. Бібл.

378. **Guttmann**, Tabes dorsalis und Syphilis. (Ztsch. f. kl. Med. B. XXXV). *Е. О.* V/2. 27—28. Спр.

379. **Habel**, Ein Fall von chronischer fibrinöser Bronchitis. (Zbl. f. inn. Med. 1898, Nr. 1). *Е. О.* IV/1. 7. Спр.

380. **Hadamard** I., La série de Taylor et son prolongement analytique. (Paris, Naud, 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 17—18. Бібл.

381. **Haegler**, Steriles oder antiseptisches Nährmaterial? (Zbl. f. Chir. 1899, Nr. 5). *Г.* V/1. 30—31. Спр.

382. **Hamburger**, Über das Verhalten des Blasenepithels gegenüber Harnstoff. (Arch. f. An. u. Phys. 1900, Heft 1—2). *М.* VI/2. 5—6. Спр.

383. —, Über die Quellen des Kammerwassers. (Kl. Mbl. f. Aug. 1900. XII). *(Др. Я. Грушкевич).* VIII/1. 12—13. Звіти.

384. **Hamburger** M., Gedächtnisrede auf Immanuel Lazarus Fuchs. (Lpz. Tb. 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 25—26. Бібл.

*385. —, Uber die singulären Lösungen der algebraischen Differentialgleichungen höherer Ordnung. (Bln. Reimer). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

Digitized by Google

*386. **Hammer** W. I., Radium und andere radioaktive Substanzen (bearb. von E. Ruhmer, Bln.; Adm. der Fachzeitschrift „Der Mechaniker“. 1904). *(В. Л.)*. X. 26. Бібл.

Handwörterbuch der Astronomie, *vide* **Valentiner**.

387. **Harbitz**, Studien über Endocarditis. (D. med. Wschr. 1889. (?) N. 8). *Е. О.* V/2. 24—25. Спр.

388. **Harnach** Erik, das Jodospongin, die jodhaltige eiweiss artige Substanz aus dem Badeschwamm (Ztsch. f. phys. Ch. 1898. Bd. 24). *М.* III/1. 36—37. Спр.

389. **Hartig** R., Über die durch Pilze bedingten Pflanzenkrankheiten. (München 1880). *Ярослав Федюк.* XI. 10. Bact.

Haselhoff, *vide* **Koenig** und **Haselhoff**.

390. **Häusermann** Emil, Die Assimilation des Eisens. (Ztsch. f. phys. Ch. 1897. Bd. XXIII. Heft 6). *С. М.* III/1. 52—53. Спр.

391. **Hedlsom**, Einwirkung verschiedener Stoffe auf das isolierte Säugetierherz. (Skand. Arch. f. Phys. Bd. VIII). *М.* IV/1. 4—5. Спр.

392. **Heichelheim.** Klinische Erfahrungen über Hedonal. (D. med. Wschr. 1900. Nr. 49). *Е. О.* XIII/1. 25—26. Звіти.

393. **Heidenhein**, Ersetzung des Katgut durch Seide. Aus dem städt. Krankenhaus zu Worms. (Ztrbl. f. Chir. 1899. Nr. 8). *(Ал. Бач.)*. V/1. 31—32. Спр.

394. **Heim**, Die Behandlung der croupösen Pneumonie im Kindesalter. (Ther. Mh. 1904, Nr. 11). *Е. О.* VIII/1. 46—48. Звіти.

395. **Heinersdorff**, Ein Fall von doppelseitigem, nicht entzündlichem Glaucom in jugendlichem Lebensalter bei gleichzeitiger Retinitis pigmentosa und Myopie. (Arch. f. Aug. XXXIV. 1897). *(Я. Грушкевич)*. III/1. 50. Спр.

396. **Hellriegel** und **Willfahrt**, Erfolgt die Assimilation des freien Stickstoffs durch die Leguminosen unter Mitwirkung niederer Organismen? Mitteilung neuer Kulturversuche. (B. d. D. B. G. 1889). *Ярослав Федюк.* XI. 28. Bact.

397. —, Untersuchungen über die Stickstoffnahrung der Gramineen und Leguminosen. (Ztsch. des Ver. für Rübenindustrie. 1888. Beilageheft). *Ярослав Федюк.* XI. 23—25. Bact.

398. **Helmholtz** H. v., Vorlesungen über die elektomagnetische Theorie des Lichtes. (Hg. v. A. König u. C. Bunge, Hamburg, Voss, 1897). *В. Л.* IV 2. 6. Бібл.

399. **Hensel** Z u. **Landsberg** G., Theorie der algebraischen Functionen einer Variablen. (Lpz. Tb. 1902). *В. Л.* XI. 5—6. Бібл.

Herder's Jahrbücher. *vide* **Jahrbücher**.

400. **Herz** N., Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung. (Lpz. Sml. Schubert, XIX. 1900). *В. Л.* VII/2. 13. Бібл.

401. **Hess**, Über den gegenwärtigen Stand der Lehre von der Akkomodation. (Kl. Mbl. 1900). *(Др. Я. Грушкевич.)*. VI 2. 44—46. Спр.

Hessenland, *vide* **Takke. Immendorff, Hessenland, Schütte** und **Minssen.**

Digitized by Google

402. **Heubner,** Zur Kenntnis der Säuglingsatropie. (Jahrb. f. Kinderhlk. LIII. 1901). *В. Г.* VIII/1. 56. Звіти.

403—404. **Hilbert** D., Grundlagen der Geometrie. Zweite Auflage (Lpz. Tb. 1903). *В. Л.* X. 8—9. Бібл. — Dritte Auflage (ibid. 1908). *В. Л.* XIII. 3—4. Бібл.

(274). **Гильченко** Н. В., Антропольоґічний тип Українців. *О. Ч.* **IV.** 199.

405. **Hiltner** L., Bericht über die Ergebnisse der im Jahre 1903 in Bayern ausgeführten Impfversuche mit Reinkulturen von Leguminosen - Knöllchenbakterien (Nitragin). (Naturtr. Ztsch. f. Land u. Forstwirtsch. II. 1904). *Ярослав Федюк.* XI. 44. Bact

406. —, Die Impfung der Leguminosen mit Reinkulturen und ihre praktische Anwendung. (Tgbl. der V. inter. Kongr. f. angew. Ch. in Bln. 1903, Nr. 5). *Ярослав Федюк.* XI. 43—44. Bact.

407. —, Über die Bakteroiden der Leguminosenknöllchen und ihre willkürliche Erzeugung ausserhalb der Wirtspflanze. (Zbl. f. Bakt. 1904. VI. 2. Abt.) *Ярослав Федюк.* XI. 45. Bact.

408. —, Über die Ursachen, welche die Grösse, Zahl, Stellung und Wirkung der Wurzeknöllchen der Leguminosen bedingen. (Arbeiten a. d biolog. Abt. f. Land — u. Forstwirtsch. am kais. Gesundheitsamte, Bln. 1901, Heft 2). *Ярослав Федюк,* XI. 41—42. Bact.

409. —, Über Entstehung und physiologische Bedeutung der Wurzelknöllchen. (Forst - naturw. Ztsch. 1897). *Ярослав Федюк.* XI. 38. Bact.

410. —, Über neuere Erfahrungen und Probleme auf dem Gebiete der Bodenbakteriologie und unter besonderer Berüchsichtigung der Grunddüngung und Brache. (Arb. d. deutsch. Landwirtsch. Ges. 1904. Heft 98). *Ярослав Федюк.* XI. 44 Bact.

411. —, und **Störmer** K., Studien über die Bakterienflora des Ackerbodens, mit besonderer Berücksichtigung ihres Verhaltens nach einer Behandlung mit CS_2 und Brache. (Arb. a. d. biolog. Abt. f. Land — u. Forstwirtsch. am kais. Gesundheitsamte, Bln. 1904. Heft 3). *Ярослав Федюк.* XI. 44. Bact.

—, *vide* **Nobbe** F. und **Hiltner** L.

—, *vide* **Nobbe, Hietner** u. **Schmidt.**

412. **Гірняк** Ю., Ненастанна деґрадация енерґії — конечна проява і причина всякого руху і житя в природі. (Л. Н. В. XXI. 1903). *В. Л.* IX. 26—27. Бібл.

413. **Hirschkron,** Über Masturbation und ihre Behandlung. (Ther. Mh. 1901. Nr. 19. *Е. О.* VIII/1. 41—42. Звіти.

414. —, Zur Behandlung der Trigeminus-Neuralgie. (Zbl. f. d. ges. Ther. 1897). *Гарматій.* III/1. 57—58. Спр.

415. **Глїбовіцкий** К., Інтеґрали рівнань ріжничкових першого ряду в точках особливих »кратних. (Справ. дир. II. ґімн. Перемишль, 1898/9). *В. Л.* VI/1. 11—13. Бібл.

416. **Hoborski** Antoni, dr. i **Wilk** Antoni, dr. Zasadnicze pojęcia rachunku różniczkowego i cał-

Digitized by Google

kowego. (Kraków, 1910). *М. Ч.* XIII. 7—8. Бібл.

417. **Hofmann** A., Die Suggestionstherapie in der internen Medicin. (D. med. Wschr. 1899, Nr. 37—38). *Е. О.* V/2. 32. Спр.

418. **Hofmann** Karl, Dr., radioactiven Stoffe nach dem gegenwärtigen Stande der wissenschaftlichen Erkenntnis. (Lpz. Barth, 1903). *С. М.* IX. 25. Бібл.

419. **Hollemann** A. F., Lehrbuch der organischen Chemie. (7. Aufl. Lpz. Veit, 1909). *В. Л.* XIII. 26. Бібл.

420. —, Podręcznik chemii nieorganicznej. Z 3-niem wyd. przeł. K. Jabłczyński, Warszawa, Wende, 1907). *В. Л.* XII. 12—13. Бібл.

421. **Holzmüller** Gustav, Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung. (I. Tb. Lpz. Tb. 1897). *В. Л.* XII. 12—13. Бібл.

422. **Homburger**, Scrophulose, Tuberculose, hereditäre Syphilis. Звіт з праці: Die jüngsten Fortschritte und der heutige Stand der Kinderheilkunde. (Ther. Mh. 1901. Nr. 11). *Е. О.* VIII/1. 50—56. Звіти.

423. **Hopkins** F. G. and **Brook** Fr. W., On halogen derivates from proteids. (Journ. of Phys. 1898, XXII. вип. 3). *М.* III/1. 35—36. Спр.

424. **Horwat** und **Lewin**, Über die Immunität der Igel gegen die Canthariden. (D. Med. Wschr. 1898. N. 22, 24). *О. Д.* IV/1. 18—19. Спр.

*425. **Граве** П. П., О построеніи кривыхъ третьей степени. (Казань). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

426. **Hueppe**, Über Chlorophyllwirkung chlorophyllfreier Pflanzen. (Tgbl. der 60. Naturf. — Vers. zu Wiesbaden, 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 20. Bact.

*427. **Гуржеевъ** С., Прикладная механика. (Изд. 3. Спб.). *(В. Л.).* VII/1. 8. Бібл.

Immendorf, *vide* **Takke, Immendorf, Hessenland, Schütte** und **Minssen.**

428. **Index** du repertoire bibliographique des sciences mathématiques (Amsterdam, Delsmann, 1908. — додаток do **Revue** sémestrielle des publ. math.). *В. Л.* XII. 15. Бібл.

*429. **Ивановъ** А., Теорія прецессіи. (Спб. 1899). *(В. Л.).* VII/1. 8. Бібл.

430. **Извѣстія** императорскаго русскаго географическаго общества, (1897, т. XXXIII). *О. Ч.* III/2. 6—8. Огляд.

*431—433. —, Университетскія (Кіевъ, 1899). *О. Я.* VI/1. 9—10. Бібл. (Nr. 3—4, рік?) *В. Л.* VII/1. 4. Бібл. — (1909, Nr. 1—7). *М. Ч.* XIII. 34—35. Бібл.

*434—436 —, физико-математическаго Общества при имп. казанскомъ университетѣ. Вторая серія. (Т. IX. Казань 1899). *В. Л.* VI/1. Бібл. (Т. IX. вип. 3. Казань 1899. вип. 4. 1900. Т. X. вип. 1. 1900). *В. Л.* VII/1. 4. Бібл. — (Т. X. 1901. — Nr. 3—4). *(В. Л.).* VIII/2. 10. Бібл.

437. **Jacoby** M., Über die Beziehung der Leber und (der) Blutveränderungen bei Phosphorvergiftungen zur Autolyse. (Ztsch. f. phys. Ch. Bd. 30). *М.* VI/1. 10. Спр.

Digitized by Google

438. —, Über die fermentative Eiweissspaltung und Ammoniakbildung in der Leber. (Ztsch. f. phys. Ch. Bd. 30). *М.* VI/2. 9—10. Спр.

439. **Jäger** Gustav, Dr., Theoretische Physik, Bd. IV. (Lpz. Sml. Gösch. 1908). *В. Л.* XII. 8—9. Бібл.

*440. **Jahrbücher**, Herders (XXIII. т.) Jahrbuch der Naturwissenschaften (Freiburg in Breisgau, 1908). *В. Л.* XII. 14—15. Бібл.

*441. **Jahresbericht** des physikalischen Vereines zu Frankfurt a/M. für 1907/8. (Frkf. a/M. Natmann 1909). *М. Ч.* XIII. 37. Бібл.

442. **Jaks**, Der Gebärmantel. (Zbl. f. Gyn. 1900, Nr. 46). *М.* VIII/1. 65. Звіти.

443. **Jalaugier**, Le cacodylate de soude dans la tuberculose pulmonaire. (Gaz. des hôpitaux 1901, N. 90. — Zbl. f. inn. Med. 1902, N. 1). *Е. О.* VIII/1. 49—50. Звіти.

444. **Janlów** Józef, Dyfuzya gazów i par. (Spr. gimn. Jarosław, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 1—2. Бібл.

445. **Joachim**, Ein Beitrag zur Frage der Somatoseneinwirkung auf die Brustdrüsen stillender Frauen. (Zbl. f. inn. Med. 1898, Nr. 10.). *Е. О.* IV/1. 10—11. Спр.

446. **Joachimsthal**. Zur Behandlung des Schiefhalses. (D. med. Wschr. 1901. Nr. 8). *В. Г.* VIII/1. 58. Звіти.

447. **Johannenssen** A. und **Wang** E., Studien über die Ernährung des Säuglings. (Ztsch. f. phys. Ch. Bd. 24. Heft 5—6). *М.* III/1. 33—34. Спр.

448. **Johansson**, Über die Tagesschwankungen des Stoffwechsels in nüchterndem Zustande und vollständiger Muskelruhe. (Skand. Arch. f. Phys. 1898. Bd. VIII. 1—3). *М.* IV/1. 5. Спр.

449. **Jonnesko**, Die Resection des Halssympathicus in der Behandlung der Epilepsie, des Morbus Basedowii und des Glaucoms. (Zbl. f. Chir. 1899. Nr. 6.). *Ал. Бач.* V/1. 31. Спр.

450. **Jouffret** E., Traité élémentaire de géometrie à quatre dimensions. (Paris, G. V. 1903). *(В. Л.).* X. 13—16. Бібл.

451. **Jouléc**, Sur le dosage de l'alcalescense de l'urine normale. (C. R. t. 125. N. 25). *(Е. О.).* III/1. 41. Спр.

*452—454. **Journal** (american) of Mathematics. (Vol. 23. Nr. 1, 1901). *(В. Л.).* VII/2. 19—20. Бібл. — (Vol. 23. Nr. 2—4). *(В. Л.).* VIII/2. 7. Бібл. — (Vol. 24. зош. 1—4). *(В. Л.).* IX. 34—35. Бібл.

*455. —, de l'école normale supérieure (Paris, 1901, серія 3. т. 18). *(В. Л.).* VIII/2. 6. Бібл.

*456—458. —, de l'école politechnique. 2-а серія. (зош. 5. 1900). *(В. Л.).* VII/2. 19. Бібл. — (зош. 6. 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 6. Бібл. — (зош. 7. 1902). *(В. Л.).* IX. 33. Бібл.

*459—460. —, de Liouville. Серія 5. Paris. (Т. VII. зош. 1—2. 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 6. Бібл. — (Т. VII. зош. 2—3. 1901; т. VIII. зош. 1—3. 1902). *(В. Л.).* IX. 33—34. Бібл.

*461—463. —, für reine und angewandte Mathematik (Crelle). Berlin. (T. 123. зош. 1. 1901). *(В. Л.).* VII/2. 18. Бібл. —

Digitized by Google

(Т. 123. зош. 3—4. 1901; т. 124. зош. 1). *(В. Л.)*. VIII/2. 5. Бібл. — (Т. 124. зош. 2—4). *(Л. В.)*. IX. 32. Бібл.

464. —, de Sages Fem. Вимір голови дитини в лоні матери. *(Др. В. Сїменович)*. V/1. 44. Спр.

465. **Kaatzer**, Zur Kreosottherapie der Lungenphtise. (Ther. Mh. 1896). *Е. О.* III/1. 53. Спр.

466. **Kalähne**, Die neuereren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität und ihre Anwendungen. (Lpz. Quelle u. Meyer, 1908). *В. К.* XIII. 13. Бібл.

467. **Kantz** Das Formaldehyd und seine Anwendung in der Zahntherapie (Wiener med. Wsch. 1898. Nr. 32). *Гарматїй.* IV/1. 30—31. Спр.

468. **Karewski**, Zur Radicaloperation der Leistenbrüche bei Säuglingen. (Zbl. f. Chir. 1899. Nr. 51). *В. Г.* V/2. 35—36. Спр.

469. **Kayser** H., Die Elektronentheorie (Bonn. Röhrscheid, 1903). *В. Л.* IX. 24. Бібл.

*470. **Кайзер** Г., Теория електронів (пер. Др. В. Левицкий, Л. Н. В. XXII. 1903). *(В. Л.)*. X. 34. Бібл.

471. **Kehrer**, Ein eigenartiger Fall von Azoospermie. (Münch. med. Wschr. 1900. Nr. 36). *Г. Гр.* VI/2. 19—20. Спр.

471 bis. **Keller**, Über den Einfluss der Zufuhr von Kohlenhydraten auf den Eiweisszerfall im Organismus magendarmkranker Säuglinge. (Zbl. f. inn. Med. 1899. Nr. 2). *Ал. Бач.* V/1. 10—14. Спр.

472. **Kępiński** Stanisław, Podręcznik równań różnicznowych. (Lwów 1907, 2 части). *В. Л.* XII. 4—5. Бібл.

473. **Kernig**, Über Dämpfungen an den Lungenspitzen ohne pathologische Veränderungen in denselben. (Ztsch. f. kl. Med. XXXIV. H. 5—6). *Е. О.* IV/1. 9. Спр.

474. **Kessler** H., Eine neue Krankheit an den Kohlpflanzen. (Landw. Ztg. u. Anzeiger des landw. Ztrverb. für den Regierungsbez. Kassel 1879. Nr. 30). *Ярослав Федюк.* XI. 9. Bact.

475. **Kirmmisson**, Traitement de la coxalgie (La Sem. med. 1899. Nr. 52). *Е. К.* V/2. 33. Спр.

*476. **Киселевъ** А., Элементарная алгебра. (Москва, Думновъ, 1897). *В. Л.* VI/1. 18. Бібл.

*477. **Kistner** A., Deutsche Physiker und Chemiker. (Kempten u. München, Kösel, 1908). *В. Л.* XII. 12. Бібл.

*478. —, Geschichte der Physik (2. Bde, Lpz. Sml. Gösch. 1906). *В. Л.* XII. 12. Бібл.

479. **Klaatsch** H., Die Vererbung in der Pathologie. (Münch. med Wschr. 1898. Nr 14). *М.* III/1. 33. Спр.

480. **Klein**, Ein Beitrag zur Kenntnis der Verbreitung des Bacillus pseudotuberculosis (Zbl f. Bakt. 1899. Nr. 9). *О. Д.* V/2. 11—12. Спр.

481 —, Giebt es eine „Amblyopia ex anopsia"? (Wiener med. Wschr. 1900. Nr. 20). *(Др. Михайло Кос)*. VI/2. 35—36. Спр.

482. **Klein** E, (London). Zur Kenntnis des Bacillus tuberculosis und pseudotuberculosis in der Milch sowie die Biologie des Bacillus tuberculosis. (Zbl. f. Bakt. 1900, Nr. 4—5). *Д.* VI/2. 13—14. Спр.

Digitized by Google

*483. **Klein** F.. Anwendung der Differential - und Integralrechnung auf Geometrie. (Vorlesung gehalten während des Sommersemesters 1901, ausg. von C. Müller; Lpz. Tb. 1902). *(B. Л.)*. VIII/2. 25. Бібл.

484. —, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. (I. Tl. Arithmetik, Algebra, Analysis, Lpz. Tb. 1908; II. Tl. Geometrie, ibidem, 1909). *B. Л.* XIII. 2—3. Бібл.

485. —, Über eine zeitgemässe Umgestaltung des mathematischen Unterrichts an den höheren Schulen. (Lpz. Tb. 1904). *(B. Л.)*. X. 1—2. Бібл.

*486. **Клейнъ** Ф., Лекціи по избраннымъ вопросамъ элементарной геометріи. Пер. Н. Н. Парсантьева, подъ ред. Д. М. Синцова. (Казань, 1898). *(B. Л.)*. VI/1. 18. Бібл.

487. **Klein** F. und **Riecke** E., Über angewandte Mathematik und Physik in ihrer Bedeutung für den Unterricht an den höheren Schulen (Lpz. Tb. 1900). *(B. Л.)*. VII/2. 16—17. Бібл.

488. —, und **Sommerfeld** A., Über die Theorie des Kreisels (Lpz. Tb. I. зош. 1897, II. зош. 1898). *B. Л.* IV/2. 5. Бібл.

—, *vide* **Fricke** R. und **Klein** F.

489. **Kleine,** Über Entgiftung im Thierkörper. (Ztsch. f Hyg. B. 66. Heft 1). *M.* VIII/1. 6. Звіти.

490. **Klingmüller**, Der gegenwärtige Stand der Syphilis - Therapie. (Kl. Mh. für A. 1900. XII). *Др. Яр. Грушкевич.* VIII/1. 14—17. Звіти.

491. **Klinkerfues** W., Theoretische Astronomie. (2. Aufl. bearb. von Dr. H. Buchholz, Brschg. Vw. 1899). *B. Л.* VI/1. 3. Бібл.

492. **Klipstein,** Experimentelle Beiträge zur Frage der Beziehungen zwischen Bakterien und Erkrankungen der Athmungsorgane. (Ztsch. f. kl. Med. XXXIV. Heft 4). *Гармацій.* IV/1. 13—14. Спр.

493. **Kneser** A., Lehrbuch der Variationsrechnung. (Brschg. Vw. 1900). *B. Л.* IX. 1—5. Бібл.

494. **Knopf,** Dis Früherkennung der Tuberculose. (Ztsch. f. Tub. B. I. 3). *E. O.* VIII/1. 29—30. Звіти.

495. **Kny** L., Über die Wurzelanschwellungen der Leguminosen. (Verhdl. des bot. Ver. der Prov. Brandenburg 1878). *Ярослав Федюк.* XI. 4—5. Bact.

496. —, Zu dem Aufsatz des Herrn Prof. B. Frank: „Über die Parasiten in den Wurzelanschwellungen der Papilionaceen" (Brt Ztg. 1879. — Sitzber. des Bot. Ver. des Prov. Brandenburg 1879). *Ярослав Федюк.* XI. 8—9. Bact.

497. **Kobold** Herman, Dr., Der Bau des Fixsternsystems (Brschg. Vw. 1906). *B. Л.* XII. 11. Бібл.

498. **Koch** L., Über die direkte Ausnutzung vegetabilischer Reste durch bestimmte chlorophyllhaltige Pflanzen. (Ber. d. D. B. G. Bd. 5. 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 16—17. Bact.

499. —, Über die Entwickelung der Malariaparasiten. (Ztsch. f. Hyg. und Infektionskrankh. Bd. XXXII). *E. O.* VIII/1. 20. Звіти.

500. **Kohlrausch** F., Leitfaden der praktischen Physik (Lpz. Tb. 1896; 8. вид. з дод. „das absolute Maassystem"). *B. Л.* IV/2. 3. Бібл.

Digitized by Google

501. **Kohn**, Zum Thymustod. (D. med. Wschr. 1901, Nr. 2). *В. Г.* VIII/1. 57. Звіти.

502. **Koláček** Fr., Dr., Hydrodynamika (Sborn. Jedn. česk. math. č. II. Praha, 1899). *В. Л.* VI/1. 6—7. Бібл.

503. **Koloušek** I., Mathematická theorie důchodů jistých a půjček annuitních. (Praha, 1904). (*В. Л.*). X. 13. Бібл.

504. **Koenig** und **Haselhoff**, Die Aufnahme der Nährstoffe aus dem Boden durch Pflanzen. (Landw. Jahrb. Bd. 23. 1894). *Ярослав Федюк.* XI. 25. Вact.

505. **Koranyi**, Physiologische und klinische Untersuchungen über den osmotischen Druck thierischer Flüssigkeiten. (Ztsch. f. kl. Med. Bd. 33—34). *М.* V/1. 1—2. Спр.

506. —, und **Pel**, Die Behandlung der Pneumonie. (Звіт з дискусиї на XVIII-тім конґр. для внутр. мед. в Вісбаденї, 1900). *Е. О.* VIII/1. 17—19. Звіти.

507. **Korn**, Über acute Alkoholvergiftung im Kindesalter. (Ther. Mh. 1897). *Е. О.* III/1. 54. Спр.

*508. **Корольковъ** А. Л., Лекціи по электротехникѣ (Спб. (*В. Л.*). VII/1. 8. Бібл.

(458). **Kosmos**, 1895. p. XX. Львів. *I. P.* **XIV.** 35—36. Н. Хр.

*509. **Косоноговъ** I., Атмосферное электричество и земной магнетизмъ. (Кіевъ 1899). (*В. Л.*). VII/1. 8. Бібл.

*510. **Котельниковъ** А. П., Проективная теорія векторовъ. (Казань). (*В. Л.*). VII/1. 7. Бібл.

511. **Köthner** Paul, Dr., Aus der Chemie des Ungreifbaren. („Die Natur", Bd. II., Zickfeldt, Osterwieck). *В. Л.* XII. 9. Бібл.

512. **Kowalewski** G., Einführung in die Infitesimalrechnung mit einer historischen Übersicht. (Lpz. Tb. 1908). *В. Л.* XII. 6. Бібл.

*513. **Kranz** I., Zbiór zadań matematycznych. (Kraków, Krzyżanowski, 1902). (*В. Л.*). X. 17. Бібл.

514. **Krause**, Beitrag zur Kenntniss des Actinomyces. *О. Л.* V/2. 12. Спр.

515. —, Beiträge zur Kenntniss des Bacillus pyocyaneus (Einwirkung von Teslaströmen auf den Bacillus pyocyaneus). (Zbl. f. Bakt. 1900. XXVII). *Л.* VI/2. 15—16. Спр.

516. **Krepelin**, Neuere Untersuchungen über die psychischen Wirkungen des Alkohols. (D. med. Wschr. 1899, Nr. 42). *М.* V/2. 6—7. Спр.

517. **Kretz**, Heilserumtherapie und Dyphterietod. (Wiener Kl. Wschr. IV. 21. 1898). *О. Л.* IV/1. 16. Спр.

Kreuzhage C., *vide* **Wolff** E. u. **Kreuzhage** C.

518. **Kronecker** L., Vorlesungen über Mathematik. (II. Tl. II. Abschnitt, I. Bd. Lpz. Tb. 1903). (*В. Л.*). X. 16. Бібл.

519. —, Vorlesungen über Zahlentheorie. (I. Bd. hg. K. Hensel, Lpz. Tb. 1901). (*В. Л.*). VIII/2. 25. Бібл.

520. —, Werke. (Herausgeg. auf Veranlass. der k. preuss. Ak. der Wiss. von K. Hensel in 4. Bden. Bd. I. 1895, Bd. II. 1897). *В. Л.* IV/2. 4—5. Бібл.

521. **Krüger** F., Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes und der Reaktionsgeschwindigkeit. (Gött. Nachr. 1908). *Ю. Гірняк.* XIII. 31—33. Бібл.

Digitized by Google

522. **Kühn** I., Die Assimilation freien Stickstoffs durch Bodenbakterien ohne Symbiose, ohne Leguminosen. (Fühling's landw. Ztsch. 1901). *Ярослав Федюк.* XI. 39. Bact.

523. **Küster** F. W., Dr. Logarithmische Rechentafeln für Chemiker. (Lpz. Veit 1904). *І. Б.* X. 30. Бібл.

*524. **Курдюмовъ** В. И., Курсъ начертательной геометріи. Omg. I. II. (Спб.). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

525. **Laborde,** Traitement rationel de l'epilepsie fonctionelle. (Le Bull. méd. 1899. Nr. 96). *Е. К.* V/2. 29. Спр.

Lacour E., *vide* **Appel** P. et **Lacour** E.

*526. **Lagrange** J. L., Unbestimmte Analysis. (Ostwalds' Klass. Ч. 103). *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

*527. —, und **Cauchy,** Zwei Abhandlungen zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen 1. Ordnung. (Ostwald's Klass. Bd. 113). *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

528. **Landau,** Über den Nachweis von freier Bauchwassersucht. (Zbl. f. Gyn. 1900. Nr. 45). *М.* VIII/1. 64. Звіти.

Landsberg G., *vide* **Hensel** K. und **Landsberg** G.

529. **Lange.** Zur Anatomie des Ciliarmuskels der Neugeborenen. (Kl. Mbl. f. Aug. 1901). *(Др. Яр. Грушкевич).* VIII/1. 13. Звіти.

530. **Langendorff** Prof., Über die Beziehung des oberen sympatischen Halsganglions zum Auge und zu den Blutgefässen des Kopfes. (Kl. Mbl. f. Aug., 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 40—42. Спр.

531. **Lapersonne,** de, Des névrites optiques eiées aux sinusites sphénoidales et aux maladies de l'arrière - cavité des fosses nasales. (Arch. d'opht., 1899, Nr. 9). *Др. Мих. Кос.* V/2. 38. Спр.

532. **Laplace,** Oeuvres complètes. T. XII. (Paris, G. V. 1898). *В. Л.* VI/1. 1. Бібл.

533. **Laska** Wacław, dr., Astronomia sferyczna. (Lwów, 1901). *С. Р.* IX. 22. Бібл.

534. **Laurent** E., Observations sur le développement des nodositét radicules chez les légumineuses. (C. R. t. 133, 1901). *Ярослав Федюк.* XI. 39—40. Bact.

—, *vide* **Schloesing** Th. fils et **Laurent.**

535. **Laves,** Über das Eiweissnährmittel „Roborat" und sein Verhalten im Organismus, verglichen mit ähnlichen Präparaten. (Münch. med. Wschr., Nr. 39, рік?) *Г. Гр.* VI/2. 21—22. Спр.

536. **Läwit,** Protozoennachweis im Blut und in den Organen leukämischer Individuen. (Zbl. f. Bakt. B. XXIII. Heft 5—6). *Е. О.* V/2. 18—19. Спр.

537. —, Weitere Mittheilung über Sporozoennachweis bei Leukämie (Wiener kl. Wschr. 1899, Nr. 20). *Е. О.* V/2. 18—19. Спр.

538. **Lebon** E., Krótki zarys dziejów astronomii. (przekł. Bouffałła z przedm. Dicksteina, Warszawa, Wende, 1903). *(В. Л.).* X. 27. Бібл.

*539. **Lejeune-Dirichlet,** Die Darstellung ganz willkürlicher Funktionen durch Sinus — und Cosinus-Reihen. (Ostwald's Klass. Bd. 116). — з додатком ч. 812. *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

Digitized by Google

540. **Levin**, Untersuchungen über den Begriff der cumulativen Wirkung. (D. med. Wschr. 1899. Nr. 43). *Д.* VI/2. 10—11. Спр.

541. **Levinsohn**, Über den Einfluss der Lähmung eines Irismuskels auf seinen Antagonisten. (Kl. Mbl. f. Aug. 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 49—50. Спр.

542. **Levy** I., Beiträge zur Lehre von der Stickstoffaufnahme der Pflanzen. (Dissert. Halle 1889). *Ярослав Федюк.* XI. 28. Bact.

*543. **Lévy** L., Précis élémentaire de la théorie des fonctions elliptiques (Paris, G. V. 1898). *(В. Л).* VII/1. 7. Бібл.

—, *vide* **Rouché**. E. et **Lévy** L.

Lewandowsky Max, *vide* **Munkx** Immanuel und **Lewandowsky** Max.

Lewin, *vide* **Horwaht** und **Lewin.**

544. **Lewy**, Über die Adhäsion des Blutes an der Wandung der Blutgefässe. (Arch. f. An. u. Phys. — Phys. Abt. 1899). *М.* V/2. 1. Спр.

545. **Левицкий** В., др., Деякі інтересні числа. (Учитель, 1904): *Я. М.* X. 35. Бібл.

546. —, Деякі практичні правила подільности чисел. (Учитель, 1903). *Я. М.* IX. 27. Бібл.

547. —, Етер космічний. (»Учитель«, 1903). *Я. М.* X. 34. Бібл.

*548. —, Машини електростатичні. (Відбитка з »Учителя«, Львів 1906). *В. Л* XII. 11. Бібл.

549. —, Основні одиниці в фізиці. (»Учитель« 1904). *Я. М.* X. 35. Бібл.

550. —, Проба девяткова. (»Учитель« 1903). *Я. М.* IX. 2. Бібл.

551. —, Про поступи фізики в послідних часах. (Учитель«, 1904). *Я. М.* X. 34. Бібл.

552. —, і **Огоновский** Петро, Альгебра для висших кляс шкіл середних. (Львів, ч. I. на V. кл. 1906, ч. II. на VI—VII кл. 1908). *С. Матвіяс.* XII. 1—2. Бібл.

553. **Libański** E., Perpetuum mobile. (Lwów, 1904). *(В. Л).* X. 32. Бібл.

554. **Lichtenstein**, Diagnostische Irrthümer. (Zbl. f. Gyn. 1900. Nr. 48). *М.* VIII/1. 66. Звіти.

*555. **Lie** Sophus u. **Scheffers** G., Geometrie der Berührungstransformationen. (Lpz. Tb., 2 части, 1896—7). *В. Л.* IV/2. 3. Бібл.[1]).

556. **Liebrecht**, Über physiologisches und hysterisches Doppelsehen. (Arch. f. Aug. XXXIV., Wiesbaden, 1897). *(Я. Грушкевич).* III/1. 46—47. Спр.

557. **Liebreich**, Die Vichyquellen. (Ther. Mh., 1901, Nr. 7). *Е. О.* VIII/1. 42—44. Звіти.

558. **Liebscher**, Beitrag zur Stickstoff-Frage. Journ. f. Landw. 1893. Bd. 41). *Ярослав Федюк.* XI. 34. Bact.

559. —, Der Verlauf der Nährstoffaufnahme und seine Bedeutung für die Düngerlehre. Journ. f. Landw. 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 17. Bact.

560. **Liegel**, Meine Therapie bei crupöser Pneumonie. (Wiener med. Wschr. 1899, Nr. 19). *Е. О.* V/2. 28—29. Спр.

561. **Limbeck**, Säuerung des Organismus. (Ztsch. f. kl. Med. 1898. Bd. 34). *М.* V/1. 6—7. Спр.

562. **Linde**, Wurzelparasiten und angebliche Bodenerschöpfung in Bezug auf die Kleemüdigkeit und analoge Erscheinungen bei ungenügendem Pflanzenwechsel.

---

[1]) Обширнійша згадка в ч. 996.

Digitized by Google

(Lpz. Inaug. - Diss., Freiburg 1881). *Ярослав Федюк.* XI. 11. Bact.

*563. **Лобачевскій** Н. И., Біографическій очеркъ. (Спб.). *(В. Л.).* VII/1. 8. Бібл.

564. **Lommel** E.. Lehrbuch der Experimentalphysik (15. вид., Lpz. Barth, 1908). *В. К.* XIII. 12. Бібл.

(539). **Łomnicki** A. M., Pleistoceńskie owady z Borysławia. (Muzeum im. Dzieduszyckich) — Fauna pleistocenica insectorum Boryslaviensium (Musaeum Dzieduszyckianum), (Львів, 1894). *І. В.* **V.** 86—87. Бібл.

565. **Łopuszański** I., Z podstaw teoryi funkcyi (Kraków, sp. wyd. 1903). *(В. Л.).* X. 16. Бібл.

566. **Lorentz** H. A., Lehrbuch der Differential — und Integralrechnung und der Anfangsgründe der analyt. Geometrie. (übers. von Dr. Schmidt, Lpz. Barth, 1900). *В. Л.* VII/1. 3. Бібл.

567. —, Sichtbare und unsichtbare Bewegungen, (übers. von G. Siebert, Brschg. Vw. 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 30—31. Бібл.

568. —, The Theory of Electrons and its Applications to the phenomena of light and radiant heat. A course of lectures delivered in Columbia University, New-York, 1906. (Lpz. Tb. 1909). *В. К.* XIII. 17—18. Бібл.

—, *vide* **Recueil.**

*569. **Лоренцъ** Г., Элементы высшей математики, перев. В. И. Шемеретевскаго. III. I. Москва). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

570. **Lorenz**, Über das Redressement der spondylitischen Wirbelsäure durch totale Lordosierung in horizontaler Suspension. (Wiener med. Wschr. 1898, Nr. 24—27). *О. Грабовський.* IV/1. 21—25. Спр.

571. —, Zur Behandlung der Epilepsie mit Bromipin. (Wiener med. Wschr. 1901, Nr. 44). *Е. О.* VIII/1. 26. Звіти.

572. **Loria** G.. Spezielle algebraische und transcendente ebene Kurven, übers. v. F. Schütte. (Lpz. Tb. 1902). *В. Л.* IX. 7—8. Бібл.

573. **Löwenfeld** L., Über Epilepsiebehandlung. (Zbl. f. ges. Ther. 1897. H. XI—XII). *Гарматій.* III/1. 56—57. Спр.

574. **Lublinski**, Über die Wirksamkeit des Pyramidon bei dem Fieber der Phtisiker. (Ther. Mh. 1901, Nr. 10). *Е. О.* VIII/1. 45—46. Звіти.

575. **Luborski**, Befund von Schweinrothlaufbacillen im Stuhle eines icterischen Kindes. (D. med. Wschr. рік?) *В. Г.* VIII/1. 57. Звіти.

576. **Lunstroem** A. N., Über Mykodomatien in der Wurzeln der Papilionaceen (Bot. Zbl. XXXIII. 1888). *Ярослав Федюк.* XI. 25. Bact.

577. —, Über symbiotische Bildungen bei den Pflanzen. (Bot. Sekt. af Naturvetenskapliga Students ällkapet i Upsala 1886. Реферат в Just's Jahresberichte, 1886. II. 2). *Ярослав Федюк.* XI. 13. Bact.

578. **Maas**, Radicaloperation kindlicher Hernien. (D. med. Wschr. 1901. Nr. 10). *В. Г.* VIII/1. 56—57. Звіти.

579. **Maassen** Friedrich, Zur Charakteristik der Somatose. (Wiener med. Wschr. 1898. Nr. 1.) *Гарматій.* III/1. 55—56. Спр.

Digitized by Google

580. **Mach** E., Die Mechanik in ihrer Entwickelung, historisch-kritisch dargestellt. (4. Aufl. Lpz. Brockhaus, 1901). *(B. J.)*. VIII/2. 31—32. Бібл.

581. **Mache** H. und **Schweidler** E., Die atmosphärische Elektrizität. (Brschg. Vw. 1909). *B. K.* XIII. 19—22. Бібл.

582. **Maguenne** L., Sur les poids moléculaires moyen de la partie soluble dans les graines en germination. (C. R., t. 125. 1897). *(M.)*. III/1. 38. Спр.

583. **Maklakoff,** Les résultats définitifs de mes recherches sur l'influence de la lumière voltaique sur la peau. (Arch. d'opht. 1901, Nr. 5). *M. K.* VIII/1. 9. Звіти.

Mandl, *vide* **Stutzer, Burr** und **Mandl.**

584. **Mankowski,** Ein neues Nährsubstrat zur Isolirung von Typhusbacillen und des Bacterium colli communalis. (Zbl. f. Bakt. 1900). *O. J.* V/2. 16—17. Спр.

585. —, Ein Verfahren zum schnellen und leichten Unterscheiden von Kulturen des Typhusbacillus von Bacterium colli. (Zbl. f. Bakt. 1900, N. 1.) *O. J.* V/2. 16. Спр.

586. **Mannaberg,** Über Phlebitis und Thrombose in klinischer Beziehung. (Wiener med. Wschr. 1899, Nr. 10—12). *E. O.* V/2. 25—26. Спр.

587. **Marandon** de Montyel, Des troubles et des déformations pupillaires chez les vésaniques (La presse méd. 1901, Nr. 75). *M. K.* VIII/1. 9. Звіти.

Marcano, *vide* **Munz** et **Marcano.**

588. **Marchoux,** Rôle du pneumocaque dans la pathologie et dans la pathogénie de la maladie du sommeil. (Ann. de l'inst. Pasteur, t. 13. 1899). *O. J.* VI. 26—27. Спр.

589. **Marcinowski,** Zur Atropinbehandlung des Ileus. (Münch. med. Wschr. Nr. 43. рік?) *Г. Гр.* VI/2. 23. Спр.

590. **Marcus.** Über in Wasser lösliches Serumglobin. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 28. H. 5/6). *M.* VI/2. 2. Спр.

591. **Marege.** Du role de l'arthritisme dans la pharyngite granuleuse. (Le Bull. méd. Nr. 96). *E. K.* V/2. 27. Спр.

592. **Marischler,** O wpływie na organizm powolnego sączenia się płynu surowicznego z jamy brzusznej kanałem pozostałym po nakłuciu trójgrańcem. (Przeg. lek. 1899, Nr. 12). *E. O.* V/1. 10. Спр.

Marseau Th., *vide* **Salamson** C. J. et **Marseau** Th.

593. **Marzinowsky,** Über einige in den Krypten der Gaumenmandeln gefundenen Bacillenarten. (Zbl. f. Bakt. 1900). *J.* VI/2. 12.—13. Спр.

Математическій сборникъ, *vide* **Сборникъ,** математическій.

Mathematische Annalen, *vide* **Annalen,** mathematische.

594. **Mathews** A., Zur Chemie der Spermatozoen. (Ztsch. f. phys. Ch. Bd. XXIII. H. 4—5). *M.* III/1. 36. Спр.

595. **Matschinsky** (du laboratoire de prof. Metschnikoff), De l'atrophie des ovules dans les ovaires des mammifères. (Ann. de l'Inst. Pasteur (1900). *J.* VI/2. 18—19. Спр.

596. **Mattirolo** O., Sulla influenza che l'estirpazione dei fiori esercita sui tubercoli radicali delle

Digitized by Google

piante leguminose. (Malpighia, XIII, також Arch. ital. de Biol. t. XXXIV. 1906). *Ярослав Федюк.* XI. 40—41. Bact.

597. **Mayer**, Zur Kenntnis der säurefesten Bacterien aus der Tuberculosegruppe. (Zbl. f. Bact. 1899, Nr. 12). *О. Л.* V/2. 9—10. Спр.

Mayer Hans. *vide* **Nowicki** R. und **Mayer** Hans.

598. **Mayers**, Über Immunität gegen Proteide. (Zbl. f. Bact. A. 1900, Nr. 8—9). *М.* VIII/1. 7—8. Звіти.

599. **Mazé**, Les microbes des nodosités des Légumineuses. (Ann. de l' Inst. Pasteur, 1897, XIII). *Ярослав Федюк.* XI. 37—38. Bact.

600. **Messerschmitt** I. B., Die Schwerbestimmung an der Erdoberfläche. (Brschg. Vw. 1909). *В. К.* XIII. 12—13. Бібл.

*601. **Mewes** Rudolf, Die elementare Physik des Äthers. (Kraft und Masse). 2. Tb. (Bln., Fischer). *(В. Л.).* VII/1. 5. Бібл.

602. —, Licht, Elektrizitäts-und X.—Strahlen. (2. Aufl. Bln., Fischer). *(В. Л.).* VII/1. Бібл.

603. **Meyer** M. W., Der Mond. (Stuttgart. Franckl. 1909). *В. Л.* XIII. 25—26. Бібл.

604. —, Wie kann die Welt eimal untergehen? (Stuttgart, Kosmos). *(В. Л.).* X. 28—29. Бібл.

605. **Meyer** W. Fr., O stanie obecnym teoryi niezmienników. (Przeł. S. Dickstein, 1899). *В. Л.* VI/1. 4. Бібл.

606. **Meyer**, Die Behandlung des Peritonitis und ähnlicher Krankheiten durch Alkoholumschläge. (Ther. Mh. 1901, I). *О. Г.* VIII/1. 60. Звіти.

607. —, Über das Fieber bei der Lungentuberkulose und seine Behandlung. (Ther. Mh. 1901, Nr. 10). *Е. О.* VIII/1. 44—45. Звіти.

608. **Michaelis**, Über Diazorearation bei Phtisikern und ihre prognostiche Bedeutung. (Zbl. f. inn. Med. 1899, Nr. 48). *Е. О.* V/2. 21. Спр.

*609. **Michel** F., Recueil de problèmes de géometrie analytique. (Paris, G. V. 1900). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

610. **Middeldorff**, Ein Fall von Ileus, mit Atropin behandelt. (Münch. med. Wschr. 1901, Nr. 17). *Е. О.* VIII/1. 22. Звіти.

611. **Mie**, Moleküle, Atome, Weltäther. (Lpz. Tb. 1904). *(В. Л.).* X. 29. Бібл.

612. **Miles** Manly, Die nitrificierenden Mikroben. (Biederm. Zbl. 1887. VIII., також Agricultural Science, 1887, vol. 1). *Ярослав Федюк.* XI. 15. Bact.

*613. **Мининъ** А. П., Сборникъ задачъ по аналитической геометріи. (Москва, 1897). *В. Л.* VI/1. 18. Бібл.

614. **Minkowski** Herman, Raum und Zeit (вид. A. Gutzmer, Lpz. Tb. 1900). *В. К.* XIII. 22—23. Бібл.

Minssen, *vide* **Takke**, **Immendorf**, **Hessenland**, **Schütte** und **Minssen**.

615. **Mitteilungen** der Erdbeben-Kommission der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien 1909. Nr. XXXV. Hölder). *М. Ч.* XIII. 37. Бібл.

616. **Mohr**, Beitrag zur Exstirpation des Ganglion cervicale supremum nervi sympathici bei Glaucom. (Kl. Mh. f. Aug. Stuttgart, 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 42. Спр.

Digitized by Google

617. **Möller** H., Plasmodiophora Alni. (D. bot. Ges. 1885, III. 3). *Ярослав Федюк.* XI. 12. Bact.

*618—619. **Monatshefte** für Mathematik und Physik, Wien. (T. XII. квартал 1—4, 1902). *(В. Л.).* IX. 32—33. Бібл.

620. **Morax**, Chancre syphilitique de la conjonctive bulbaire. Infection par un nourrisson hérédosyphilitique. (La presse méd. 1900, Nr. 31). *(Др. Михайло Кос).* VI/2. 35. Спр.

621. **Morsani**, Über einen neuen operativen Invaginationsprocess bei geradlinigen Darmanastomosen. (Zbl. f. Chir. 1899, Nr. 32). *В. Г.* V/2. 34. Спр.

622. **Müller** F., Vocabulaire mathématique—Mathematisches Vokabularium. (Lpz. Tb., Paris, G. V. — Часть I. 1900, часть II. 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 33. Бібл.

623. **Müller** G., Zur Behandlung des chronischen Hydrops genu. (Zbl. f. Chir. 1898, Nr. 52). *В. Г.* V/2. 36. Спр.

624. **Müller** J., Über die Ausscheidungsstellen des Acetons und die Bestimmung in der Athemluft und in den Hautasdünstungen des Menschen. (Arch. f. exper. Pathol. u. Pharm. Bd. XL). *Е. О.* V/2. 21—22. Спр.

625. **Müller**. Zur Trennung der Albumosen von den Peptonen. (Ztsch. f. phys. Ch. Bd. 26. H. 1—2). *М.* V/1. 1—3. Спр.

626. **Munkx** Immanuel und **Lewandowsky** Max, Über die Schicksale der Eiweissstoffe nach Einführung in die Blutbahn. (Arch. f. Anat. u. Phys. — Phys. Abt. 1899. Suppl.) *М.* V/2. 1—3. Спр.

627. **Munro** E. A., miss, Nitrification (Pharm. Journ. and Transact. 1887. vol. XVII). *Ярослав Федюк.* XI. 13. Bact.

628. **Munz** A., De quelques faits d'oxydation et de réduction produite par les organismes microscopiques. (C. R. t. 101, 1885. II). *Ярослав Федюк.* XI. 13. Bact.

629. —, et **Marcano**, Sur la formation des terres nitrées dans les regions tropicales. (C. R. t. 101, 1885. II). *Ярослав Федюк.* XI. 13. Bact.

630. **Миколаєвич** Я., Про падучі зьвізди. (Передрук з »Учителя«, 1904). *(В. Л.).* X. 35. Бібл.

631. **Natanson** Władysław, Odczyty i szkice. (Warszawa. Wende 1908). *В. Л.* XII. 12. Бібл.

(629). **Научное Обозрѣніе.** *О. Ч.* **VIII.** 4. Н. Хр.

(628). **Наука и Жизнь** (1894). *О. Ч.* **VIII.** 4. Н. Хр.

632. **Naunyn**, Zur Digitalistherapie bei Herzkrankheiten. (Ther. d. Geg. 1899, Nr. 5). *Е. О.* VI/2. 25—26. Спр.

633. **Nedden**, Ein Fall von Blenorrhoea neonatorum, hervorgerufen durch den Pseudoinfluenzbacillus. (Kl. Mbl. f. Aug. Stuttgart, 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 42—43. Спр.

634. **Neisser** u. **Wechsberg**, Über eine neue einfache Methode, zur Beobachtung von Schädigungen lebender Zellen und Organismen. (Münch. méd. Wschr. Nr. 37. рік?) *Г. Гр.* VI/2. 20—21. Спр.

635. **Nencki** und **Zalewski**, Über das Verhalten des Benzoyl- und des Calciumsyperoxyds im Verdauungskanal des Menschen und des Hundes. Ztsch. f. phys

Digitized by Google

Ch. Bd. 27. H. 6). *М.* V/2. 6. Спр.

636. **Nernst** Walter, Dr., Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadro'schen Regel und der Thermodynamik. (6. Aufl. Stuttgart 1909). *Ю. Гірняк.* XIII. 26. Бібл.

637. **Netto** Eugen, Prof. Dr., Gruppen- und Substitutionentheorie. (Lpz. Sml. Schub. LV, 1908). *М. Ч.* XIII. 9. Бібл.

638. **Neubauer**, Ein Fall von acuter Dermatomyositis. (Zbl. f. inn. Med. 1899, N. 12). *М. Вахнянин.* V/1. 23—24. Спр.

639. **Neugebauer**, Automatische Tätigkeit des Embryonalherzens bis 3 Stunden über den Tod hinaus. (Zbl. f. Gyn. 1898). *П.* IV/1. 28—30. Спр.

640. **Neumann**, Der Einfluss grosser Wassermengen auf die Stickstoffausscheidungen beim Menschen. (Arch. f. Hyg. B. 36. Heft 3). *М.* VI/24. Спр.

641. **Neuschuller**, La perception de la couleur et l'acuité visuelle pour les caractères sur fond gris variable. (Arch. d'opht. 1899, Nr. 9). *Др. Михайло Кос.* V/2. 36—37. Спр.

642. **Neusser** E., Maltafieber. (3 XVIII зїзду для внутр. мед. в Вісбаденї, 1900). *Е. О.* VIII/1. 19—20. Звіти.

643. **Nicolai** K. H., Bakteriologische Untersuchungen über Wurzeln und Samen von Hedysarum coroniarum. (Diss. Erlangen, 1900). *Ярослав Федюк.* XI. 38. Bact.

644. **Nielsen** N., Handbuch der Theorie der Cylinderfunktionen, (Lpz. Tb. 1904). *(В. Л.).* X. 7—8. Бібл.

645. **Nimführ** R., Die Luftschiffahrt, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und technische Entwickelung. (Lpz. Tb., 1909). *В. Л.* XIII. 23. Бібл.

646. —, Leitfaden der Luftschiffahrt und Flugtechnik. (Wien, Hartleben, 1909). *В. Л.* XII. 9—10. Бібл.

647. **Nippoldt** A. junior, Erdmagnetismus, Erdstrom und Polarlicht. (Lpz. Göschen, 1903). *(В. Л.).* X. 27. Бібл.

648. **Nobbe**, Über die Stickstoff-Ernährung der Leguminosen. (Verh. d. Ges. deut. Naturf. u. Ärzte. Vers. zu Bremen 1890. II). *Ярослав Федюк.* XI. 29. Bact.

649. —, Über einige neuere Beobachtungen, betreffend die Bodenimpfung mit reinkultivierten Knöllchenbakterien für die Leguminosen-Kultur. (Bot. Zbl. 1896, LXVIII). *Ярослав Федюк.* XI. 36—37. Bact.

650. —, und **Hiltner**, Eine aus der ungleichen Wirkungskraft der Knöllchenbakterien sich ergebende praktische Schlussfolgerung. (Magdeburger Ztg. 1894, Nr. 68). *Ярослав Федюк.* XI. 34. Bact.

651. —, Künstliche Überführung der Knöllchenbaktierien von Erbsen in solche von Bohnen (Phaseolus). (Zbl. f. Bakt. 1900. 2. Abt. VI). *Ярослав Федюк.* XI. 39. Bact.

652. —, Über den Einfluss verschiedener Impfstoffmengen auf die Knöllchenbildung und den Ertrag der Leguminosen. (Landw. Versuchsstationen, LV. 1900). *Ярослав Федюк.* XI. 38. Bact.

653. —, Über die Anpassungsfähigkeit der Knöllchenbakterien ungleichen Ursprungs an verschiedene Leguminosengattun-

Digitized by Google

gen. (Landw. Versuchsstationen XLVII. 1896). *Ярослав Федюк.* XI. 37. Bact.

654. — , Über die Dauer der Anpassungsfähigkeit der Knöllchenbakterien an bestimmte Leguminosengattungen. (Landw. Versuchsstation. XLIX. 1898). *Ярослав Федюк.* XI. 38. Bact.

655. — und **Richter,** Über den Einfluss des im Kulturboden vorhandenen assimilierbaren Stickstoffs auf die Aktion der Knöllchenbakterien. (Landw. Versuchsstation LIX. 1904). *Ярослав Федюк.* XI. 44. Bact.

656. — , Über die Nachwirkung einer Bodenimpfung zu Schmetterlingsblütlern auf andere Kulturgewächse. (Landw. Versuchsstation. LIV. 1904). *Ярослав Федюк.* XI. 44. Bact.

657. — , **Hiltner** u. **Schmid,** Versuche über die Knöllchenbakterien der Leguminosen, insbesondere über die Frage der Arteinheit derselben. (Landw. Versuchsstation. XLV. 1894). *Ярослав Федюк.* XI. 38. Bact.

658. **Nolda,** Zur Tannoformbehandlung der Nachtschweisse der Phtisiker. (Bln. kl. Wschr. 1901, Nr. 26). *Е. О.* VIII/1. Звіти.

659. **Nothnagel,** Pseudoperityphlitis. (Wiener kl. Wschr. 1899, Nr. 15). *Е. О.* VI/2. 26. Спр.

660. **Notthaft,** Ein Fall von artificiellem acutem thyreogenem Morbus Basedow. Zugleich ein Beitrag zur Frage der Schilddrüsenfunktion und zur Frage der Actiologie des Morbus Basedow. (Zbl. f. inn. Med. 1898, Nr. 15). *Е. О.* IV/1. 6—7. Спр.

661. **Nowicki** R. und **Meyer** Hans, Flüssige Luft (M. Ostrau, Papauschek, 1906). *В. Л.* XII. 8. Бібл.

662. **Nuel,** Étiologie et pathogénie des cataractes polaires anterieures. (*Др. Михайло Кос.* V 1. 36—37. Спр.

663. — , et **Benoit,** Voies d'élimination des liquides intra-oculaires hors de la chambre antérieure et au fond de l'oeil (nerf optique, etc.). (Arch. d'opht., 1900, Nr. 4). (*Др. Михайло Кос*). VI/2. 34—35. Спр.

*664. **d'Ocagne** M., Traité de Nomographie; théorie des Abaques. (Paris, G. V. 1899). (*В. Л.*) VII/1. 7. Бібл.

665. **Oderfeld,** Zur Technik der Darminvagination. (Zbl. f. Chir. 1899, Nr. 10). *Г.* V/1. 30. Спр.

666. **Огоновский** Петро, Учебник аритметики для низших кляс шкіл середних. Часть I на I і II клясу. (Друге зовсім перероблене видане. Львів 1900. Накладом автора. *С. М.* VI 1. 13. Бібл.

667. — , Учебник аритметики для низших кляс шкіл середних. Часть II на III і IV клясу. (Львів 1898. Накладом автора). *С. М.* VI/1. 14. Бібл.

668. — , Учебник фізики для низших кляс шкіл середних (Львів 1897). *В. Л.* VI/1. 10—11. Бібл.

— , *vide* **Левицкий** Володимир. др. і **Огоновский** Петро.

669. **Olshausen,** Über den Begriff des Puerperalfiebers und die praktische Bedeutung der Definition der Krankheit. *С. П.* V/2. 42. Спр.

670. **Ostwalt,** Mittel zur Bekämpfung der Infektion nach intraokularen Operationen. (Arch. f. Augenheilk. 1897. XXXV). (*Я. Грушкевич*). IV/1. 26—27. Спр.

Digitized by Google

Otto, *vide* **Frank** und **Otto.**

671. **Paltauf,** Über die Reaktionen der Organismen gegen Infektionen (Vortrag gehalten in der Festversammlung der k. k. Gesellschaft der Ärzte in Wien, 18. März 1898). *О. Д.* IV/1. 15. Спр.

(675). **Pamiętnik** fizyograficzny, wyd. A. Slusarski i Br. Znatowicz. T. XIII. Варш. 1895. Dział I. Meteorologia i Hydrografia. Zestawienie roczne spostrzeżeń dokonywanych na stacyach meteorologicznych w ciągu r. 1892. *І. Раковський.* **Зап. XII.** 51. Бібл. Dział II. Geologia z chemią. 1. Objaśnienia do mapy geologicznej gubernii Lubelskiej przez D-ra Jana Trejdosiewicza. *І. Раковський.* **Зап. XII.** 51—52. Бібл. Dział III. Botanika i zoologia. 1. Przyczynki do znajomości flory krajowej przez Józefa Paczowskiego. *Ів. Раковський.* **Зап. XII.** 52—53. Бібл.

672. **Paratore** E., Ricerche istologiche sui tubercoli radicali delle leguminose. Genova 1900. *Ярослав Федюк.* XI. 39. Bact

673. **Pascal** E., Die Variationsrechnung (übersetzt von A. Schepp. Lpz. Tb. 1899). *В. Л.* VII/2. 12. Бібл.

*674. —, Rachunek nieskończonościowy (перекл. S. Dickstein, T. I. 1896; T. II. 1896; T. III). *В. Л.* IV/2. 9. Бібл.

675. —, Repertorium der höheren Mathematik (übers. von A. Schepp). I. Theil, Analysis (Lpz. Tb. 1900). *В. Л.* VII/2. 12—13. Бібл.

676. —, Repertorium der höheren Mathematik (übers. von A. Schepp). II. Theil, Geometrie (Lpz. Tb. 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 1. Бібл.

677. **Passerini** N., Sui tubercoli radicali della Medicago sativa L. Bollet. Societ. Botan. Ital. 1901. p. 365—370. *Ярослав Федюк.* XI. 40. Bact.

678. **Peano** G., Zarys rachunku geometrycznego (з італійского перекл. S. Dickstein, Варшава р. 1897). *В. Л.* IV/2. 9. Бібл.

679. **Péchin,** De l'acuité visuelle au point de vue médicolegal. (Arch. d'opht. 1901. Nr. 3). *М. К.* VIII/1. 10. Звіти.

Pel, *vide* **Koranyi** i **Pel.**

680. **Pergens,** Argyrosis der Conjunctiva bei Protargolgebrauch (Kl. Mbl. f. Aug. 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 43. Спр.

681. **Pernter** I. M., Die tägliche telegraphische Wetterdiagnose in Österreich (Wien, W. Braumüller, 1904). *(В. Л.).* X. 28. Бібл.

682. **Perry** I., Drehkreisel (übers. von A. Walzel, Lpz. Tb., 1904). *(В. Л.).* X. 22—23. Бібл.

683. **Peter** B., Die Planeten. (Lpz. Tb. 1909). *В. Л.* XIII. 25. Бібл.

684. **Petermann** A., Contribution à la question de l'azote. (Mem. cour. et austr. Mem. publ. par l'Acad. royale de Belgique, vol. 47. 1892). *Ярослав Федюк.* XI. 32. Bact.

685. —, Contribution à la question de l'azote. (Bruxelles 1893). *Ярослав Федюк.* XI. 33—34. Bact.

686. **Petry,** Über die Ausscheidung des leichtabspaltbaren Schwefel[s] durch den Harn. (Ztsch. f. physiol. Ch. B. 30. p. 45). *М.* VI/2. 7—8. Спр.

Digitized by Google

(685). **Petryk** J., Krytyczny przegląd prac dokonanych dotychczas nad falami elektrycznemi. (Kosmos, XX. 1895, стор. 369—386). *В. Л.* **Зап. IX.** 55—56. Бібл.

687. **Pfaundler,** Über ein Verfahren zur Bestimmung des Amidosauerenstickstoffes im Harne. (Ztschr. f. physiol. Ch. B. 30. pag. 75). *М.* VI/2. 8—9. Спр.

688. **Pfeifer** Th., Stickstoffsammelnde Bakterien, Brache und Raubbau). Berlin 1904. (Paul Parey) 55. pp. (відбитка із: Mitt. d. landwirtsch. Inst. d. kgl. Univers. Breslau, III. Heft 1). *Ярослав Федюк,* XI. 46. Bact.

689. **Pfeiffer,** Über den Faserstoffgehalt des leukaemischen Blutes. (Zbl. f. inn. Med. 1898. N. 1). *Е. О.* IV/1. 7—8. Спр.

690. —, und **Franke,** Beitrag zur Frage der Verwertung elementaren Stickstoffs durch den Senf. (Landw. Versuchsstation 1897. Bd. 48. p. 455). *Ярослав Федюк.* XI. 38. Bact.

691. **Pfuhl,** Untersuchungen über die Entwickelungsfähigkeit der Typhusbacillen auf gekochten Kartoffeln bei gleichzeitigem Vorhandensein von Collibacillen und Bacterien der Gartenerde. (Zbl. f. Bact. 1899, Juli). *О. Д.* V/2. 14—15. Спр.

692. **Picard** Emile, Traité d'Analyse (Paris, G. V., том I, 1891; том II, 1893; том III, 1896; том IV в друку). *В. Л.* IV/2. 1—3. Бібл.

693. —, et **Simbart** G., Théorie des fonctions algébriques de deux variables independantes. (Paris, G. V., 1897. T. I). *В. Л.* IV/2. 8. Бібл.

694. **Pickardt,** Über die rationelle Verwendung des Papain bei Erkrankungen des Magens. (Ther. d. Geg. 1900, Nr. 5). *Е. О.* VI/2 32. Спр.

695. **Piorkowski,** Ein einfacher Verfahren zur Sicherstellung der Typhusdiagnose. *О. Д.* V/1. 17—18. Спр.

696. **Piove,** Untersuchungen über den Stickstoff-Gehalt der Böden nach dem Anbau verschiedener landwirtschaftlicher Kulturgewächse. (Ztsch. des landw. Ver. in Bayern. 1893, p. 59. u. 101). *Ярослав Федюк.* XI. 33. Bact.

697. **Planck** Max, Das Prinzip der Erhaltung der Energie (2. Auflage, Leipzig und Berlin, 1908). *В. Л.* XIII. 12.

*698. **Poincaré** H., Cinématique et mécanismes. (Paris, Carre et Naud, 1889 (?)). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

699. —, Der Wert der Wissenschaft (übersetzt von E. Weber und H. Weber, Lpz. Tb. 1906). *В. Л.* XII. 13—14. Бібл.

700. —, Wissenschaft und Hypothese (übers. von F. u. L. Lindemann, Lpz. Tb. 1904). *(В. Л.).* X. 2—4. Бібл.

701. —, *(В. Л.).* XII. 13—14. Бібл. [реценз. разом з: Der Wert der Wissenschaft].

702. **Poincaré** L., Die moderne Physik (übertragen von Dr. M. und Dr. W. Brahm, Leipzig, Quelle und Mayer, 1908). *В. Л.* XIII. 13. Бібл.

Постниковъ, *vide* **Слетовъ и Постниковъ.**

703. **Potherat,** Deux cas de consolidation incompléte des tractures traitées et gueries par la méthode thyroidienne. (Soc. de chir., séance du 29. nov. 1899). *Е. К.* V/2. 33. Спр.

Digitized by Google

*704. **Prace** matematyczno-fizyczne (pod redakcyą S. Dicksteina, W. Gosiewskiego, E. i W. Natansonów, A. Witkowskiego i K. Żorawskiego, Warszawa). Том. X. за рік 1899—1910 *В. Л.* VI/1. 5. Бібл.

*705. —, Том XII. 1901. *(В. Л.)*. VIII/2. 9. Бібл.

*706. —, Том XIII. 1902. *(В. Л.)*. IX. 37. Бібл.

707. **Prażmowski** A., Brodawki korzeniowe grochu. (Rozpr. Wydz. matem.-przyrodn. Akad. Umiejęt. w Krakowie. T. XXI. також осібний відбиток. 1890). *Ярослав Федюк.* XI. 29—31. Bact.

708 —, Über die Wurzelknöllchen der Leguminosen. Bot. Zeitung. 36. 1888. *Ярослав Федюк.* XI. 27. Bact.

709. **Prillieux,** Sur la nature et sur la cause de la formation des tubercules qui naissent sur les racines des Legumineuses. (Bull. de la Soc. bot. de France II. ser. Tome 1. No. 1. 1879, p. 98.) *Ярослав Федюк.* XI. 5—6. Bact.

*710. **Пржевальскій** Е., Аналитическая геометрія и собраніе задачъ изъ анал. геометріи. Изд. 4. *(В. Л.)*. VII/1. 8. Бібл.

711. **Procopovici,** Über angeborene beiderseitige Abducens- und Facialis-Lähmung. (Arch. f. Aug. XXXIV. 1897). *(Я. Грушкевич)*. III/1. 45—46. Спр.

*712. **Progresso** matematico, el, (журнал іспаньский; Zaragossa); падолист та грудень 1900. *(В. Л.)*. VII/2. 20. Бібл.

*713. **Publikationen** des astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. Photographische Himmelskarte. Zone + 31° bis + 40° Deklination. I. Bd. Leipzig, Engelmann. *(В. Л.)*. VII/1. 6. Бібл.

*714. **Puluj** J., Anwendung des Kreisdiagrammes auf Wechselstromgeneratoren (Prag, 1900). *(В. Л.)*. X. 32. Бібл.

715. **Пулюй** Іван, др., Непропаща сила. (У Львові, літер. наукової бібліотеки ч. 5. 1901). *В. Л.* IX. 26. Бібл.

716. **Puzyna** J., Teorya funkcyi analitycznych. (Lwów, Altenberg). T. I. 1898. *В. Л.* IV/2. 9—11. Бібл.

717. —, T. II. 1900. *(В. Л.)*. VII/1. 1—3. Бібл.

Raband, *vide* **Dufour** et **Raband.**

718. **Раковський** Іван, др., Про землю, сонце і звізди. (Популярна астрономія). Видавництво Товариства »Просьвіта« ч. 350. У Львові, 1909. *М. Ч.* XIII. 24. Бібл.

719. **Ramsay** W., Die edlen und radioaktiven Gase (Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1908). *В. Л.* XIII. 23. Бібл.

720. **Rauch,** Über Naftalan bei Hämorrhoiden. (D. med. Wschr. 1900, N. 39). *Е. О.* VIII/1. 26. Звіти.

Raviart, *vide* **Ausset** et **Raviart.**

721. **Raymond,** La paralysie faciale périphérique avec paralysie associée de la VI-e partie. (La presse méd. 1902. N-ro 1). *М. К.* VIII/1. 61—62. Звіти.

722. **Reber,** Isolierte Ruptur der Iris ohne Verletzung der Augenhäute. (Arch. f. Aug. XXXIV. 1897). *(Яр. Грушкевич.* III/1. 51. Спр.

723. **Recs,** Malaria, its parasitology. (Practitioner 1901. Март). Zbl. f. inn. Med., Nr. 25, 1901). *Е. О.* VIII/1. 21—22. Звіти.

Digitized by Google

*724. **Récueil** de travaux offerts par les auteurs de H. A. Lorentz. (Haye, Martinus Nijkoff, 1900). *(В. Л.)*. VII/2. 16. Бібл.

725. **Rehman** Antoni, dr., Ziemie dawnej Polski i sąsiednich krajów słowiańskich, opisane pod względem fizyczno-geograficznym. Część druga. Niżowa Polska. Львів, 1904. *Др. Стефан Рудницкий*. X. 1—5. Л. Н.

726. **Reiche,** Die Bedeutung der erblichen Belastung bei der Lungenschwindsucht. (Ztsch. f. Tuberkulose und Heilstättewesen. Bd. I. H. 4). *Е. О.* VIII/1. 30—31. Звіти.

727. —, Zur Verbreitung des Carcinoms. Münch. med. Wschr., N. 39. 1900. *Г. Гр.* VI/2. 21. Спр.

*728. **Рейнгардтъ** Н. В., Неэвклидова геометрія и позитивизмъ. (Казань, 1898). *В. Л.* VI/1. 18. Бібл.

Remlinger, *vide* **Cuénot** et **Remlinger.**

*729. **Rendiconti** del circolo matematico di Palermo. Том XV. зош. 1—6. 1901. *(В. Л.)*. VIII/2. 8. Бібл.

*730. —, Том XVI. зош. 1—5. (1902). *(В. Л.)*. IX. 37. Бібл.

731. **Revue** de therap. med. chirurg. (Blondel). *Е. О.* III/1. 42. Спр.

*732. **Revue** semestrielle des publications mathématiques (під ред. P. H. Schoute, Korteweg etc., Amsterdam, Delsman et Nolthenius), том VIII, часть I. 1900. *(В. Л.)*. VI/1. 18. Бібл.

*733. —, том VIII, часть II. 1900. *(В. Л.)*. VII/1. 8. Бібл.

*734. —, том IX. часть I. 1901 *(В. Л.)*. VII/2. 16. Бібл.

*735. — том IX. часть II. 1901. том X. часть I. 1902. *(В. Л.)*. VIII/2. 16. Бібл.

*736. —, том X. часть 1. і 2. р. 1902, і том XI. часть 1. 1903 + показчик до пятьох томів (за час 1898—1902). *(В. Л.)*. IX. 38. Бібл.

*737. —, том XII. *(В. Л.)*. X. 20. Бібл.

738. **Ribbert** H., Über Parasitismus. D. med. Wschr. 1898. N. 11. p. 167). *(Е. О.)*. III/1. 40. Спр.

*739. **Richarz** F., Neue Fortschritte auf dem Gebiet der Elektrizität. (Lpz. Tb.). *(В. Л.)*. VII/1. 6. Бібл.

740. —, (2. Auflage 1902). *(В. Л.)*. VIII/2. 29. Бібл.

741. —, Anfangsgründe der Maxwell'schen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie (Lpz. Tb. 1909). *В. К.* XIII. 15—16. Бібл.

742. **Richet,** Du serum musculaire, (C. R. T. 131. p. 1314. Nr. 87). *М.* VIII/1. 5—6. Звіти.

Richter L., *vide* **Nobbe** F. und **Richter** L.,

743. **Riecke** Eduard, Lehrbuch der Physik, 4. Auflage. (Lpz. Veit, 1908). *В. К.* XIII. 12. Бібл.

—, *vide* **Klein** F. und **Riecke** E.

744. **Riegler** G., Der Amateurastronom. (Wien u. Lpz., Hartleben 1909). *В. Л.* XIII. 25. Бібл.

745. **Riemann** B., Gesammelte mathematische Werke. Nachträge herausg. von M. Noether u. W. Wirtinger. (Lpz. Tb. 1902). *В. Л.* IX. 51. Бібл.

*746. **Righi** A.. Die Optik der elektrischen Schwingungen. (übers. von B. Dessau. Lpz. *(В. Л.)* VII/1. 5. Бібл.

747. —, Neuere Anschauungen über die Struktur der Materie, (übers. von Dr. Fraenckel, Lpz. J. A. Barth, 1908). *В. Л.* XII. 10. Бібл.

Digitized by Google

748. **Rochon-Duvigneand,** Dilatation des voies lacrymales chez les foetus et le nouveau né consecutive à l'imperforation de leur orifice intérieur. Conditions anatomiques qui favorisent la dacryocystité congénitale.(Arch. d'opht. 1898. Nr. 2). *(Др. Михайло Кос).* V/1. 37—38. Спр.

749. **Roger** et **Weil,** La gangrène bénigne des paupiéres. (La presse méd. 1901. Nr. 76). *М. К.* VIII/1. 10—11. Звіти.

750. **Rohleder,** Die Anwendung des Naftalan in der allgemeinen ärztlichen Praxis. (Ther. Monh. 1899. N. 7). *Е. О.* VI/2. 28. Спр.

751. **Rolly,** Zur Frühdiagnose der Masern. (Aus der Heidelberger Poliklinik Prof. Vierodt).(Münch. med. Wschr. 1899. N. 38). *Е. О.* VI/2. 31. Спр.

752. **Rosenblatt,** Zum Nachweis der Tuberkelbacillen in den Faeces. (Zbl. f. inn. Med. N. 29. 1899). *Е. О.* V/2. 23—24. Спр.

753. **Rosenfeld,** Klinische Diagnostik der Grösse, Form und Lage des Magens. (Zbl. f. inn. Med. Nr. 1. 1899). *Гр. Гарматій.* V/1. 24—26. Спр.

754. **Rosin,** Erfahrungen mit Heroin. (Ther. d. Geg. Nr. 6. 1899). *Е. О.* V/2. 30. Спр.

755. **Ross,** Zur Behandlung der Obstipation. (Münch. med. Wschr. N. 43. рік?) *Г. Гр.* VI/2. 22—23. Спр.

756. **Rossmässler** F. A., Toxikologie oder die Lehre von den Giften. (Hartleben, Wien, 1908). *В. Л.* XII. 13. Бібл.

757. **Rotter,** Über die Radicaloperation freier Hernien. (Ther. Mh. 1901. I). *О. Г.* VIII/1. 59—60. Звіти.

*758. **Rouché** E. et **Comberousse** Ch. de, Traité de Géometrie (I. partie — Géometrie plane, II. partie — Géometrie dans l'éspace, Paris, G. V. 1900). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

*759. — et **Lévy** L., Analyse infinitésimale à l'usage des ingénieurs. (Tome I. 1900, Tome II. sous presse. Paris. G.-V). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

760. **Routier(i),** Grossesse extra uterine. (La Semaine médicale, N. 49. 1899. Soc. de Chir, Séance du 8. nov. 1899. *Е. К.* V/2. 40. Спр.

761. —, Hysterotomie an cour d'une grossesse méconue. (La Semaine médicale, Nr. 50. 1899). Soc. de Chir., Séance du 15. nov. 1899). *Е. К.* V/2. 40. Спр.

762. **Rudeaux,** Deux observations d'opération de Parro. (Société de obstétrique de gynécologie et de pédiatrie de Paris. Séance du 1. déc. 1899). *Е. К.* V/2. 39. Спр.

(756). **Rozprawy** Akademii Umiejętności w Krakowie. Wydział matem.-przyrodniczy, s. II. t. VII—IX, ogólnego zbioru tom 27—29. Крак. 1895. *І. Раковський.* **Записки XIV.** 51—52. Бібл.

763. **Рудницкий** Стефан, Про звязь періодичної діяльности сонця з температурою земскої атмосфери. (звіт дир. ц. к. академ. ґімназиї у Львові р. 1902. ст. 37). *(В. Л.).* VIII/2. 2. Бібл.

764. **Rudolph** H., Luftelektrizität und Sonnenstrahlung. (Lpz. J. A. Barth, 1903). *(В. Л.).* X. 32—33. Бібл.

765. **Rudzki** M. P., Odkształcenie się ziemi pod ciężarem wielkich lodowców. (Kraków, nakładem

Digitized by Google

Akad. Umiej. 1900). *В. Л.* VI/1. 6. Бібл.

766. —, Teorya fizycznego stanu kuli ziemskiej. (Kraków, nakładem Akad. Umiej. 1900). *В. Л.* VI/1. 6. Бібл.

767. **Rumpel,** Vorläufige Mittheilung über eine Methode zur Erzeugung von Krystallen aus schwer krystallisierenden Stoffen. (Berichte d. deutsch. chem. Gesell. B. 33. Nr. 19. p. 3474). *М.* VIII/1. 4. Звіти.

768. **Ruppel,** Zur Chemie der Tuberkelbacillen. (Ztsch. f. physiol. Ch. B. 24. Heft 1—3). *М.* V/1. 5—6. Спр.

(759). **Русская Медицина.** 1894. *Сп.* **VIII.** 6—7. Н. Хр.

769. **Rutherford** E., Die Radioactivität, autorisierte deutsche Überzetzung von Dr. E. Aschkinass. (Bln., J. Springer, 1907). *В. Л.* XII. 7—8. Бібл.

*770. **Рибачек** Михайло, Льоґічна будова математичних доказів. (Звіт II. ґімназиї в Коломиї, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 11. Бібл.

771. —, dto. *Я. М.* IX. 26. Бібл.

772. **Rydygier,** O przeszczepianiu uszypułowanych płatów mięśniowych. (По викладу виголошеним на XII. міжнароднім з'їзді лікарів у Москві в році 1897). *Ал. Бач.* III/1. 42—43. Спр.

Saida, *vide* **Emmerich** und **Saida.**

773. **Saint-Hilaire Constantin,** Über einige mikrochemische Reactionen. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 26. p. 102). *М.* V/1. 3. Спр.

774. **Salamson** C. I. et, **Marseau** Th., Influance de quelques poisons sur la force antitoxique du sang. (C. R. 126. p. 1229. N. 17. 25. Avril 1898). *М.* IV/1. 5. Спр.

775. **Salaskin,** Über die Bildung von Harnstoff in der Leber der Säugethiere aus Amidosäuren der Fettreihe. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 25. Heft 1—2. p. 128). *М.* IV/1. 3. Спр.

776. **Salkowski,** Über das Vorkommen von Pentosen im Harne. (Ztsch. f. phys. Ch., B. 27. H. 6. p. 507). *М.* V/2. 5—6. Спр.

777. —, Über die quantitative Bestimmung der Alloxurbasen im Harn mittelst des Silberverfahrens. (Pflüger's Arch. f. d. ges. Phys. d. Mensch. u. Thiere. Bd. 69. Heft. 5. und 6. p. 268). *М.* IV/1. 1—3. Спр.

778. **Sänger,** Subjective Diagnose bei Trockenheit der Nasenschleimhaut, so wie der Rachen- und Kehlkopfschleimhaut. (Münch. med. Wschr. N. 15, 1898). *Е. О.* V/2. 24. Спр.

779. **Sarason,** Apparate zur Behandlung des Schnupfens. (Ther. Mh. 1889 (?) N. 3). *Е. О.* VI/2. 26. Спр.

780. **Савицкий** Е. М. др., Ґеометрия для висших кляс ґімназияльних (Львів 1908). *С. Матвіяс.* XII. 3—4. Бібл.

781. **Сборникъ,** математическій. Москва 1900. Том XXI. 1. зошит, том XXII. 2. зошит). *(В. Л.* VII/2. 20. Бібл.

782. **Schaefer** Clemens, Einführung in die Maxwell'sche Theorie der Elektrizität und Magnetismus. З портретом Maxwell'a. (Leipzig, 1908. Tb.) *В. Б.* XIII. 14. Бібл.

783. **Scheffers** G., Einführung in die Theorie der Flächen. (Lpz. Veit, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 22—24. Бібл.

Digitized by Google

— , *vide* **Lie** Sophus und **Scheffers** G.

784. **Scheiber,** Über Pellagra. (Wien. med. Wschr. Nr. 9—11. 1899). *Е. О.* V/2. 20—21. Спр.

*785. **Scheid** K., Die Metalle. (ANuG). *(В. Л.).* X. 20. Бібл.

786. **Scheiner** J., Der Bau des Weltalls (Lpz. Tb. 1904). *(В. Л.).* X. 28. Бібл.

787. —, Populäre Astrophysik (Lpz. Tb. 1908). *В. Л.* XIII. 25. Бібл.

Schenk, *vide* **Frank.**

*788. **Шиффъ** В., Сборникъ упражненій и задачъ по дифференціальному и интегральному исчисленіямъ. (Ч. I. Спб). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

789. **Schilling** F., Morbus Addisonii und Organotherapie. (Münch. med. Wschr. 1897, N. 7). *Е. О.* III/1. 55. Спр.

790. **Schilling,** Über die Nomographie von D' Ocagne (Lpz. Tb. 1900). *(В. Л.).* VII/2. 17. Бібл.

*791. —, Über neue kinematische Modelle sowie neue Einführung in die Theorie der cyclischen Kurven. (Halle). *(В. Л.).* VII/1. 66. Бібл.

792. **Schindler** F., Zur Kenntnis der Wurzelknöllchen der Papilionaceen. (Bot. Zbl. 1884. Bd. XVIII. pag. 84). *Ярослав Федюк.* XI. 11—12. Bact.

Schlagenhaufer *vide* **Ghon** und **Schlagenhaufer.**

793. **Schlatter,** Totale Exstirpation des Magens. (Mitt. aus den Grenzgebieten der Med. u. Chir. B. III. 1898). *Др. В. Сїменович.* V/1. 32—33. Спр.

794. **Schlesinger,** Herman, Die spezifischen Wärmen von Lösungen. I. (Physik. Ztsch., Jg. 10. p. 210. 1909). *Ю. Гірняк.* XIII. 27. Бібл.

795. **Schloesing** Th. fils et **Laurent,** Sur la fixature de l'azote gazeux par les Légumineuses. (C. R de l'Ar. Paris, t. 111. 1890. p. 750—753). *Ярослав Федюк.* XI. 31—32. Bact.

796. —, Sur la fixation de l' azote libre par les plantes. (C. R. de l'Ac. Paris, t. 115. No. 18. p. 659—661. 1892). *Ярослав Федюк.* XI. 32—33. Bact.

797. **Schmeichler,** Über Protrusion des Augapfels. (Wiener med. Wschr. 1899. Nr. 8—9). *(Др. Михайло Кос).* V/1. 41—42. Спр.

Schmid, *vide* **Nobbe, Hiltner** u. **Schmid.**

798. **Schmidt,** Über Alloxurkörper und neutralen Schwefel bei Krankheiten. (Ztsch. f. klin. Med. B. 34. 1898). *М.* V/1. 4. Спр.

799. —, Über einen Fall von Papilo-Retinitis bei Chlorose (Arch. f. Aug. XXXIV. Bd. Wiesbaden 1897). *(Яр. Грушкевич).* III/1. 48—49. Спр.

800. **Schmid** G. C., Die Kathodenstrahlen. (Die Wissenschaft, т. II). *І. Б.* X. 25. Бібл.

801. **Schneider** A., Beiträge zur Kenntnis der Rhizolien. Vorläufige Mitteilung. (Ber. d. Deut. Bot. Ges. Bd. XII. 1894. p. 11). *Ярослав Федюк.* XI. 35. Bact.

802. **Schönfliess** A., Die Entwickelung der Lehre von den Punktmannigfaltigkeiten. (Lpz. Tb. 1900). *В. Л.* VII/2. 14. Бібл.

803. **Schott,** G., Physische Meereskunde. (Lpz. Göschen, 1903). *(В. Л.).* X. 29—30. Бібл.

804. **Schrötter,** Zur Heilbarkeit der Tuberculose. (Ztsch. f. Tub. u.

Digitized by Google

Heilst. B. I). *Е. О.* VIII/1. 26—27. Звіти.

*805. **Шульгинъ** Г., Мореходная астрономія. (Спб). *(В. Л.).* VII/1. 8. Бібл.

*806. **Schultz** C., Die Ursache der Wettervorgänge (Wien, Hartleben), *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

807. **Schulz** Fr. W., Eiweisskörper des Haemoglobin's. (Ztsch. f. phys. Ch. 24. p. 449). *(М).* III/1. 33. Спр.

Schütte, *vide* **Takke, Immendorf, Hessenland, Schütte** und **Minssen.**

808. **Schütze,** Über den Nachweis von Typhusbacillen in den Fäces und in der Milz nach dem Verfahren von Piorkowski. (Ztsch. f. kl. Med. B. XXXVIII. i p 39). *Е. О.* VI/2. 23. Спр.

Schwarz, *vide* **Benedikt** und **Schwarz.**

Schweidler E., *vide* **Mache** H. und **Schweidler** E.

809 **Scrini,** Recherches cliniques sur le strabisme des nouveanés. Le strabisme fonctionnel congénital existe-t-il? (Arch. d'opht. 1901, Nr. 5). *М. К.* VIII/1. 9. Звіти.

810. —, et **Artault,** La nirvanine en ophtalmologie. (Arch d'opht. 1889 (?) N. 12). *(Др. Михайло Кос).* VI/2. 37. Спр.

811. **Seggel,** Über die Anforderungen an das Auge und die Sehstörungen beim Schiessen der Infanterie. (Deut. militärärztl. Ztsch. 1898. Heft 8. u. 9). *(Др. Михайло Кос).* V/1. 33—35. Спр.

*812. **Seidel.** Note über eine Eigenschaft der Reihen, welche diskontinuirliche Functionen darstellen. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften, Bd. 116), як додаток до ч. 539. *(В. Л.).* VII/2. 16. Бібл.

813. **Seliwanoff,** Lehrbuch der Differenzenrechnung. (Lpz. Tb. 1902). *(В. Л.).* X. 7. Бібл.

*814. **Servant** M., Essai sur les séries divergentes (Paris, Gauthier-Villars). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

815. **Sieber** Über die Umihoff'sche Reaction in der Frauenmilch. (Ztsch. f. phys. Ch., B. 30. p. 101). *М.* VI/2. 9. Спр.

816. **Siegheim,** Über Endocarditis gonorrhoica. (Ztsch. f. kl. Med. Heft 5—6. 1908). *Е. О.* III/1. 58—59. Спр.

817. **Silberstein,** Unguentum hydrargyri cinereum gegen Syphilis. (Ther. Mh. Juli 1898). *В. Г.* IV/1. 11—12. Спр.

818 **Silex** Доц., Über progressive Levatorlähmung. (Arch. f. Aug. XXXIV. Bd. Wiesbaden, 1897). *(Я. Грушкевич).* III/1. 44—45. Спр.

Simbart G., *vide* **Picard** E. et **Simbart** G.

819. **Simon** M., Analytische Geometrie des Raumes. (Samml. Schubert, Göschen, Lpz. Ч. I. 1900. ч. II. 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 28—29. Бібл.

820. —, Euklid und die sechs planimetrischen Bücher. (Lpz. Tb. 1901). *(В. Л.).* VII/2. 1. Бібл.

821. **Sitsen,** Uber den Einfluss des Trocknens auf die Widerstandsfähigkeit der Mikroben Desinfectionsmitteln gegenüber. (Zbl. f. Bakt. N. 2—3, 1899). *О. Л.* V/2. 15—16. Спр.

*822. **Sitzungsberichte** der Kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. (CXVII. Band, Jahrgang 1908, Heft VIII—XII. Abteilung II. a, CXVIII. Band,

Digitized by Google

Jahrgang 1909. Heft I—IV, Abteilung II a. — Hölder). *М. Ч.* XIII. 35—37. Бібл.

823. **Sivén**, Über das Stickstoffgleichgewicht beim erwachsenen Menschen. (Scand. Arch. f. Phys. B. X. Heft 1, 2. p. 91). *М.* VI/2. 2—4. Спр.

824. **Слетовъ и Постниковъ**, Електролизъ при рубцевомъ съуженіи пищевода. (Врачъ, 1901, ч. 1, стр. 14). *М.* VIII/1. 4. Звіти.

825. **Smith**, Croupous-lobar Pneumonie. (Twentieth Century Practica of Medicin). *Др. В. Сїменович.* V/1. 14—16.

(800). **Сочинскій**, Земська медицина в Катеринославській ґуб. (Р. Медицина 1894). (рос.). *С-а.* **VIII.** 6—7. Н. Хр.

(799). —, Медично-санїтарні замітки з Катеринославщини. (рос). *О. Ч.* **IV.** 199—200. Бібл.

*826. **Соколовъ** П. К., Метода аритметики. (Спб). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

827. **Solomon** Vera, Experimentelle Untersuchungen über Rabies. Institut Prof. Galli-Valerio-Lausanne. (Zbl. f. Bakt, 1900, N. 3). *Д.* VI/2. 14—15. Спр.

Sommerfeld A, *vide* **Klein Felix** und **Sommerfeld** A.,

828. **Sorel**, Arthrite suppurée de l'épaule an cours d'une pleuropneumonie. Considérations cliniques et bactérioligiques. (Le Bulletin Médical, N. 28, 5. Avril 1899). *О. Л.* V/1. 29—30. Спр.

829. **Sourdille**, Chancre syphilitic de la conjonctive bulbaire. (Arch. d'opht. 1900. N. 4). *Др. Михайло Кос.* VI/2. 39—40. Спр.

*830. **Spée** E., Région b-f du spectre solaire. (Paris, Gauthier-Villars). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

831. **Spiro** et **Remsel**, Über Basen und Säurecapacität des Blutes und der Eiweisskörper. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 26. p. 233). *М.* V/1. 4—5. Спр.

(802). **Sprawozdanie** komisyi fizyograficznej Akademii Umiejętności w Krakowie. (T. XXIX., 1894). *Я. Грушкевич і І. Раковський.* **VII.** 53—57. Бібл. (T. XXX., 1895. Część I. Materyały zebrane przez sekcyę meteorologiczną). *І. Раковський.* XI. 63—64. Бібл.

832. **Stapler**, Zur Aetologie des gelben Fiebers. (Wiener med. Wschr. Nr. 17. 1899). *Е. О.* V/2. 29—20. Спр.

833. **Stark**, Rozkład i zmienność atomów chemicznych (przełożył L. Bruner, Warszawa, Wende, 1904). *(В. Л.)* X. 25—26. Бібл.

834. **Stern**, Über Sichtbarkeit der Magen- und Darmkontouren bei der Athmung. (Zbl. f. inn. Med. Nr. 43, 1898). *Е. О.* V/1. 9. Спр.

835. **Stolz** Otto, Grundzüge der Differential- und Integralrechnung. (Lpz. Tb. ч. I, 1893; ч. II, 1896; ч. III, 1898). *В. Л.* IV/2. 3. Бібл.

836. —, u. **Gmeiner** A., Theoretische Arithmetik; I. Abth. Allgemeines, die Lehre von rationalen Zahlen (Lpz. Tb. 1900). *(В. Л.).* VII/2. 1. Бібл.

837. —; I. Theil 1900, II. Theil 1902. (Lpz. Tb.). *(В. Л.).* VIII/2. 17. Бібл.

Störmer K., *vide* **Hiltner** L. und **Störmer** K.

838. **Strassmann**, Durchgang des Sublimats durch den Placentarkreislauf. (Arch. f. Anat. u. Phys. — Physiol. Abt. Supple-

Digitized by Google

mentband, I. Hälfte, p. 95). *М.* V/2. 3. Спр.

839. **Strauss**, Über die Verwendbarkeit eines neuen Eiweisspräparates Tropon für die Krankenernährung. (Therap. Mh. — N. V. 1898). *В. Г.* IV/1. 12. Спр.

840. **Strouhal** Č. Dr.. Akustika (v Praze, 1902). *(В. Л.).* X. 24. Бібл.

841. —, Mechanika (v Praze, 1901). (*В. Л.*). X. 23. Бібл.

842. **Studnička** E. J., Uvod do analytické geometrie v rovině (v Praze, 1902). *(В. Л.).* X. 12—13. Бібл.

843. —. Uvod do nauky o determinantech (Sbornik jednoty českých mathematiků v Praze, č. III, 1899). *В. Л.* VI/1. 7—8. Бібл.

*844. —, Výklady o funkcich monoperiodických. (V Praze 1897, nákladem Jednoty českých mathematiků). *В. Л.* VI/1. 19. Бібл.

845. **Sturm** A., Geschichte der Mathematik (Lpz. 1904. Sammlung Göschen), *Р. Г.* X. 18—19. Бібл.

846. **Sturm** Ch., Lehrbuch der Analysis, übersetzt von Dr. T. Gross (Berlin, Fischer: 2 томи, зі вступом про житє і діла Sturm'a). *В. Л.* VII/1. 3. Бібл.

847. **Stutzer** A., Die Nutzbarmachung des Stickstoffs der Luft für die Pflanzen. (Deut. landw. Presse, 1904. Nr. 10, 11, 12, 17, 19). *Ярослав Федюк.* XI. 44. Bact.

*848. —, Neue Arbeiten über die Knöllchenbakterien und die Fixierung des freien Stickstoffs durch Organismen. (Zbl. f. Bakt. u. Par. 2. Abt. I. 1895, p. 68. Abt. II, 1896 p. 650. *Ярослав Федюк.* XI. 36—37. Bact.

849. **Stutzer, Burr** nnd **Mandl**, Untersuchungen über das Anpassungsvermögen von Bacterium radicicola an einem fremden Nährboden. (Zbl. f. Bact. u. Par. 2. Abt. II. 1896. p. 665). *Ярослав Федюк.* XI. 37. Bact.

850. **Suchanek**, Erfahrungen mit Vasogenpräparaten. (Ther. Mh. 1899, N. 7). *Е. О.* VI/2. 27. Спр.

851. **Süchting** H., Kritische Studien über die Knöllchenbakterien. (Zbl. f. Bakt. II. Abt. XI. 1904. pp. 377—387, 417—441, 496—520. *Ярослав Федюк.* XI. 47—48. Bact.

852. **Suppau**, Über den therapeutischen Werth des Urotropin. (Wiener med. Blätter, 1900. N. 28). *Е. О.* VI/2. 32—33. Спр.

853. **Süsskind**, Klinischer und anatomischer Beitrag zur Tuberkulose der Thränendrüse. (Arch. f. Aug. XXXIV. Bd., Wiesbaden 1897). *(Я. Грушкевич).* III/1. 50. Спр.

*854. **Тафтлъ** Ем., Др., Аглебра за горнитѣ класове на гимназиалнитѣ училища. Съставилъ..., прѣведъ отъ чехски А. В. Шоурек. (Пловдивъ 1899). (по болгарски). *В. Л.* VI/1. 19. Бібл.

855. **Takke, Immendorf, Hessenland, Schütte** und **Minssen**, Über das Verhältniss der Bakterien der Leguminosen - Knöllchen gegen Ätzkalk. (Mitteil. des Ver. zur Förder. d. Moorkultur i D. Reich. XIII. 1895. p. 389). *Ярослав Федюк.* XI. 36. Bact.

856. **Talma**, Von der Gährung der Kohlenhydrate im Magen. (Ztsch. f. klin. Med. XXV. Bd). *Г.* V/1. 18—19. Спр.

Digitized by Google

857. —, Zur Ernährung der Diabetiker. Ther. d. Geg. 1901. N. 9. *Е. О.* VIII/1. 40—41. Звіти.

858. **Tannery** J., Elemente der Mathematik; autor. deutsche Ausgabe von P. Klaess (Tb. Lpz. 1909). *В. Л.* XIII. 4. Бібл.

859. **Teichmüller,** Das Vorkommen und die Bedeutung der eosinophilen Zellen im tuberkulösen Sputum. (Zbl. f. inn. Med. N. 13. 1898). *Е. О.* VI/1. 11. Спр.

860. **Terrien,** Dystophie marginale symétrique des deux cornées avec astigmatisme regulier consécutiv et guérison par la cautérisation ignée. (Arch. d'opht. N. 1, 1900) *(Др. Михайло Кос.).* VI/2. 38—39. Спр.

(836). **Тезяковъ,** Фізичний розвій учнів земських шкіл Елісавет — гр. пов. (рос.) (Врачъ. 1894). *С-а.* **VIII.** 5—6. Н. Хр.

861. **Thèse** de Paris 1898. Дім вільний від всяких мікробів. *(Др. В. Сїменович).* V/1. 44—45. Спр.

862. —, Як означити вагу дитини в разї породу ніжками? *Др. В. Сїменович.* V/I. 45. Спр.

863. **Thier,** Auge und Erysipel. (Klin. Monatsblätter, Stuttgart 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 50. Спр.

864. **Thomas,** Über die Wirkung einiger narkotischen Stoffe auf die Blutgase, die Blutalkalescenz und die rothen Blutkörperchen. (Arch. f. exper. Pathol. u. Pharmakol. Bd. 41. N. 1). *Ал. Бач.* IV/1. 14—15. Спр.

865. **Thompson** Silvanus, Elementare Vorlesungen über Electricität und Magnetismus. (übers. von A. Himstedt, 2. Aufl. Tübingen, H. Laupp. 1897). *В. Л.* IV/2. 8. Бібл.

866. **Thompson,** Die physiologische Wirkung der Protamine und ihrer Spaltungsprodukte. (Ztsch. f. phys. Ch. B. 29. H. 1. p. 1). *М.* VI/2. 1—2. Спр.

*867. **Thomson** J. J., Les décharges électriques dans le gaz (traduit par L. Barbillon, Paris, Gauthier-Villars, 1900). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

868. **Thurnwald,** Über die Heilwirkung des Xeroforms. (Wiener Med. Wochenschr. Nr. 44, 1898). *Гарматтй.* IV/1. 30. Спр.

*869. **Tisserand** F., Traité de Mécanique céleste (4 volumes. Tome I., 1889, Tome II., 1891, Tome III., 1894, Tome IV, 1896. Paris, Gauthier-Villars). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

*870. **Transactions** of the American Mathematical Society (volume 2. Nr. 1. 1901). *(В. Л.).* VI/2. 19. Бібл.

*871. —; (vol. 2. Nr. 2 і 3. 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 7—8. Бібл.

*872. —; Том II, зош. 4. 1901. Том III, зош. 1—3, 1902). *(В. Л.).* IX. 35—36. Бібл.

873. **Trousseau,** Traitement opératoire de la myopie par l'extraction du crystallin transparent. (La presse méd. 1899. Nr. 27). *Др. Михайло Кос.* V/I. 39—41. Спр.

(850). **Труды** общества испитателей природы при Импер. Харьковскомъ университетѣ, (т. XXVII, 1892—3, Харків 1894). *Z.* **IV.** 193—194.

874. —, (1897, т. XXXI). *О. Ч.* III/1. 2—5. Огляд.

875. **Труды** С-Петерсбурскаго общества естествоиспитателей (т. XXVII, 1897). *О. Ч.* III/2. 5—6 Огляд.

876. **Tschirch** A., Beiträge zur Kenntnis der Wurzelknöllchen der

Digitized by Google

Leguminosen. (Ber. d. D. B. G. Bd. I. 1887. p. 58). *Ярослав Федюк.* XI. 17—18. Bact.

877. —, Über die Wurzellknöllchen der Leguminosen. (Ges. Naturf. Freunde. 19. April 1887. p. 53). *Ярослав Федюк.* XI. 21. Bact.

878. **Tswett,** Sur la liquefaction reversible des albuminoides. (C. R. T. 129. N. 15. p. 551). *М.* V/2. 4. Спр.

879. **Turati** Emilio, conte, Alcune nuove forme di lepidotteri (Estr. dal Naturalista Siciliano, Anno XVIII, N-o 2—3, 1903). *Іван Верхратський.* XI. 6—8. Бібл.

880. **Turban,** Die Vererbung des Locus minoris resistentiae bei der Lungentuberculose. (Ztsch. f. Tub. u. Heilst. B. I. Heft I. 2). *Е. О.* VIII/1. 31—32. Звіти.

*881. **Turpain** A., Récherches expérimentales sur les oscillations électriques. (Paris, Hermann). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

(852). **Тутковскій** П., Замітки про Трахтемирівські гори (рос.). (Наука и Жизнь, 1894). *О. Ч.* **IV.** 199. Бібл.

(855). —, Про трус на півдні Росиї (рос.). (Н. і Ж. 1894). *О. Ч.* **VIII.** 4—5. (Н. Хр.).

(854). —, Про западный край, популярные естественно-историческіе и геогр. очерки. (Вип. I. к. 1893). *О. Ч.* **IV.** 192. Бібл.

882. **Uhlig** Victor Dr., Bau und Bild der Karpathen. (Sonderabdruck aus Bau und Bild Österreichs von Carl Diener, Rudolf Hoernes, Franz E. Suess und Victor Uhlig. Wien-Leipzig, 1903, Tempsky-Freitag). *Др. Стефан Рудницький.* X. 5—17. Л. Н.

883. **Uhthoff,** Die toxische Neuritis optica (Klin. Monatsbl., Stuttgart. 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VI/2. 46—48. Спр.

884. **Ulry** et **Frérals**, Des collyres aqueux de salicylate de sourde. (Arch. d'opht. 1899, Nr. 2). *(Др. Михайло Кос.).* V/1. 42. Спр.

885. —, Recherches expérimentales sur la pénétration dans l'oeil de collyres aqueux d'oiodure de potassium. (Arch. d'opht. 1899, Nr. 1). *(Др. Михайло Кос).* V/1. 42. Спр.

886. —, Rôle de la cornée dans l'absorption des collyres. (Arch. d'opht. 1899. N. 3). *(Др. Михайло Кос).* V/1. 42—43. Спр.

Университетскія извѣстія. *vide* **Извѣстія.**

(859). **Устименко** Т. М., Рождаїмость, смертність та шлюби в м. Полтаві 1893. (рос.). (Земскій Врачъ, 1894). *О. Ч.* **VIII.** 7—8. Н. Хр.

887. **Valentiner** Siegfried, dr., Vectoranalysis (Lpz. Samml. Göschen). *В. Л.* XII. 5—6. Бібл.

*888. (**Valentiner** W.,) Handwörterbuch der Astronomie. (Breslau, Trewendt). *(В. Л.).* VII/1. 6. Бібл.

*889. —; (vierter Band, Lpz. Barth, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 32 Бібл.

890. **van 't Hoff** I. H., Acht Vorlesungen über physikalische Chemie. (Braunschweig, Vieweg, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 29—30. Бібл.

891. **ван 'т Гофф** І., Розвій природничих наук в XIX віці (перекл. Др. В. Левицкий, Л. Н. Вістник. 1903. т. XXII, ст. 114—127). *(В. Л.).* X. 33—34. Бібл.

*892. **Vater** R., Einführung in die Theorie und den Bau der neueren Wärmekraftmaschinen.

Digitized by Google

(Aus Natur und Geisteswelt). *(В. Л.)*. X. 29. Бібл.

893. **Vertun,** Über Validol, ein neues Mentholpräparat. (Berl. klin. Wochschr., 1899. N. 33). *Е. О.* VI/2. 27. Спр.

894. **Vibrans,** Wie tief soll man pflügen, um sich die Tätigkeit der Bodenbakterien nutzbar zu machen? (Mitteil. d. Deutsch. Landw. Ges. 1904. 17). *Ярослав Федюк.* XI. 45. Bact.

895. **Vinay**, Cordiopathies et mariage. (Deutsche med. Wochschr., Nr. 2. 1898). *Е. О.* V/2. 39. Спр.

896. **Viquerat**, Beitrag zur Tuberculinfrage. (Zbl. f. Bakt. 1899, September). *О. Д.* V/2. 10—11. Спр.

897. **Voigt** M., Elementare Mechanik (II. Auflage. Lpz. Veit, 1901). *В. Л.* VII/2. 14—15. Бібл.

898. **Voigt** Waldemar, Magneto- und Elektrooptik (Lpz. Tb.) *В. К.* XIII. 16—17. Бібл.

899. **Voit,** Über den Wert der Albumosen und Peptone für die Ernährung. (Münch. med. Wochschr. 1899, Nr. 6. pag. 142). *М.* V/1. 2—3. Спр.

900. **Volland,** Meine Behandlung der Lungenschwindsucht. (Ther. Monh. 1901. Nr. 7). *Е. О.* VIII/1. 22—24. Звіти.

901. **Voller** A., Elektrische Wellentelegraphie. (Hamburg, Voss 1903). *В. Л.* IX. 24. Бібл.

902. **Voss** A., Über das Wesen der Mathematik (Lpz. Tb. 1908). *В. Л.* XIII. 1—2. Бібл.

903. **Vuillemin** P., Les tubercules radicaux des Légumineuses. Nancy 1888). *Ярослав Федюк.* XI. 25—26. Bact.

904. **Wagner,** Über die Diagraphie von Nierensteinen (aus der Breslauer chirurgischen Klinik. — Zbl. f. Chir. 1899, Nr. 8). *А. Б.* V/1. 32. Спр.

905. **Walden** P., Wilhelm Ostwald (mit zwei Heliograwüren und einer Bibliographie. Lpz. Engelmann, 1904). *І. Б.* X. 30—31. Бібл.

906. **Waldvogel,** Warum und wo entsteht das Aceton? (Zbl. f. inn. Med., Nr. 28 1899). *Гр. Гр.* V/2. 22—23. Спр.

907. **Waller,** Le dernier signe de vie. (Compt. Rend. T. 131, p. 485. i p. 1173). *М.* VIII/1. 6. Звіти.

908. **Walther,** Augenuntersuchungen an 2500 Arbeitern verschiedener industrieller Betriebe. (Arch. f. Augenheilk. XLII. Band, 1900). *(Др. Яр. Грушкевич).* VIII/1. 13—14. Звіти.

909. **Wang,** Fütterungsversuche mit Indol. (D. med. Wochensch. N. 42. 1899, 46. B., p. 1365). *М.* V/2. 4. Спр.

—, *vide* **Johannenssen** und **Wang,** E.

910. **Warburg** E., Lehrbuch der Experimentalphysik (6. Aufl. Tübingen u. Lpz. 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 31. Бібл.

911. **Ward,** Marshall, On the tubercular swellings on the roots of Vicia Faba. (Phil. Trans. Roy. Soc. London 1887. vol. 178. p. 539—562). *Ярослав Федюк,* XI. 21. Bact.

912. —, The Tubercular Swellings on the roots of the Leguminosae. Communicated by Prof. Forster. (Procedings of the Royal Society, vol. 42. April 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 22. Bact.

913. **Warming Eugen,** Smaa biologiske og morfologiske Bidrag. 1). Denstaria bulbifera L. 2). Sauromatum guttatum (Woll.)

Digitized by Google

Schott. 3). Om Skormplanternes Skorm. 4). Scheuchzeria palustris L. 5). Sium angustifolium og latifolium. 6). Hippophaë rhammoïdes L. — (Botanisk Tidskrift. 3. R. I. 1876. pag. 84—110). *Ярослав Федюк.* XI. 3. Bact.

914. **Weber** E., Vorlesungen über das Pfaff'sche Problem und Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung. (Lpz. Tb. 1900). *(B. .I.).* VII/2. 4—10. Бібл.

915. **Weber** H., Die partiellen Differentialgleichungen der mathematischen Physik, bearbeitet nach Riemam's Vorlesungen. (Vieweg, Braunschweig. I. Bd. 1900, II. Bd. 1901). *(B. .I.).* VIII/2. 26—28. Бібл.

916. —, Lehrbuch der Algebra. (2. Auflage, I. Band 1897, II. Band 1899. Vieweg, Braunschweig). *B. .I.* VI/1. 4. Бібл.

*917. — u. **Weilstein** I., Encyklopädie der Elementarmathematik (Lpz. Tb. I. том 1903). *(B. .I.).* X. 19. Бібл.

918. **Weber** L., Wind und Wetter. (Lpz. Tb. 1904). *(B. .I.).* X. 28. Бібл.

Wechsberg, *vide* **Neisser** und **Wechsberg.**

919. **Weierstrass** K, Vorlesungen über die Theorie der Abel'schen Transcendenten. (Mathem. Werke von Weierstrass, Bd. IV. bearb. von G. Hettner u. I. Knoblauch, Berlin, Meyer u. Müller, 1902). *B. .I.* IX. 20—21. Бібл.

Weil, *vide* **Roger** et **Weil.**

*920. **Weiler** W., Wörterbuch der Elektrizität und des Magnetismus (Lpz.) *(B. .I.).* VII/1. 5. Бібл.

921. **Weiss,** Zur Behandlung der Fettleibigkeit mit Schilddrüsenpräparaten. (Wiener med. Wochenschr. Nr. 41. 1898). *Гармаш.* IV/1. 31. Спр.

922. **Weitbrecht** W., Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate (Lpz. Göschen, 1906). *B. .I.* XII. 6. Бібл.

Wellstein J., *vide* **Weber** H. u. **Wellstein** J.

923 **Werner,** Therapeutische Versuche über Eisensomatose bei Chlorose. (Wiener med. Presse, Nr. 50. 1898). *E. O.* V/2. 30. Спр.

924. **Wertheim** G., Anfangsgründe der Zahlenlehre. (Braunschweig, Viewed, 1902). *(B. .I.).* X. 4—5. Бібл.

*925. **Весоловскій** Н. Н., Элементарная теорія ошибокъ наблюденій и способъ найменшихъ квадратовъ съ приложеніями ихъ къ вопросамъ Низшей Геодезіи. (Москва, 1897). *B. .I.* VI.1. 18. Бібл.

926. **Wexford** H., Clubbing in Cabages. (The Gardeners chroniche, 1879. II. рад. 442). *Ярослав Федюк.* XI. 7. Bact.

927. **Weygand** W. Dr., Über die psychischen Wirkungen der Hungers. (Med. Wochenschr. 1898, N. 13. p. 386). *M.* III 1. 32—33. Спр.

928. **Weyr** Eduard, Počet differenciálný (v Praze 1902). *(B. .I.).* X. 12. Бібл.

*929. —, Projektivná geometrie základnich útvarů prvniho řádu (Číslo I. Sborniku Jednoty českých mathematiků). *B. .I.* VI 1. 19. Бібл.

930. —; (v Praze 1898). *B. .I.* VII 1. 5. Бібл.

Digitized by Google

931. **Wiadomości** matematyczne (видає Дікштайн, Варшава. Том III, 1899 р). *В. Л.* VI/1. 5. Бібл.

*932. — ; (Том IV, 1900). *(В. Л.).* VII/1. 3. Бібл.

*933. — ; (Том V, 1901. Том VI, зош. 1—3, 4—5, 1902). *(В. Л.).* VIII/2. 9—10. Бібл.

*934. — ; (Том IV, зошит 6, 1902) *(В. Л.).* IX. 38. Бібл.

935 **Wien** W., Über Elektronen (друге видане; Tb., Lpz. 1909). *В. К.* XIII. 21—12. Бібл.

*936. **Wienecke** E., Der geometrische Vorkursus in schulgemässer Darstellung. (Lpz. Tb. 1904). *(В. Л.)* X. 17. Бібл.

937. **Wigand** A., Bakterien innerhalb der Anschwellungen der Papilionaceen-Wurzeln. (Bot. Hefte, Forschungen aus dem bot. Garten zu Marburg. Heft 2, 1887, p. 88—97). *Ярослав Федюк.* XI. 19. Bact.

938. —, Das Vorkommen von Bacterien innerhalb des geschlossenen Gewebes der knollenartigen Anschwellungen der Leguminosenwurzeln. (Bot. Hefte, Mrburg 1887/88). *Ярослав Федюк.* XI. 22. Bact.

Wilk Antoni dr., *vide* **Hoborski** Antoni dr. i **Wilk** Antoni dr.

939. **Willfahrt**, Über Stickstoffaufnahme der Pflanzen. (Tagebl. 60. Naturfor.-Vers. zu Wiesbaden, p. 362, 1887). *Ярослав Федюк.* XI. 18. Bact.

—, *vide* **Hellriegel** und **Willfahrt.**

940. **Wilson** St., The club-root fungus. (The Gardener's chronicle, 1879, II. pag. 392—394). *Ярослав Федюк.* XI. 6—7. Bact.

941. **Winckler**, Zur operativen Behandlung der hyperplastischen Zungentonxille. (Wiener med. Wochenschr. Nr. 31. 1898). *Ол. Грабовський.* IV/1. 20—21. Спр.

942. —, Über Massage des Kehlkopfs. (Wiener med. Wochenschr. Nr. 14. 1898). *Е. О.* V/2. 24. Спр.

943. **Winkelmann** A., Handbuch der Physik. (Zweite Auflage. VI. Band, Erste Hälfte: Optik I, Lpz. Barth, 1904). *І. Б.* X. 21. Бібл.

944. **Winterberg**, Zur Theorie der Säurevergiftung. (Ztsch. f. phys. Ch. Bd. 25, Heft 3—4, pag. 202). *М.* V/1. 7—8. Спр.

945. **Winternitz**, Die Hydrotherapie des Ulcus rotundum ventriculi. (Wiener med. Wochensch. N. 21. 1898). *Вахнянин.* IV/1. 31—33. Спр.

946. **Witkowski** A., Zasady fizyki (Варшава, т. І. 1892, том II, перший зошит р. 1897). *В. Л.* IV/2. 6—8. Бібл.

947. —; (tom II. zeszyt II. 1904). *(В. Л.).* X. 21—22. Бібл.

948. **Witthauer**, Die Behandlung der Gallensteinkollik mit Olivenöl. (Münch. med. Wochensch. 1900. Nr. 43). *Е. О.* VIII/1. 25. Звіти.

949. **Wittmarck** L., Bemerkungen über kropfkranke Kohlpflanzen. (Monatschr. des Ver. zur Beförd. d. Gartenbaues in den kön. preuss. Staaten, XXII, 1879, p 444—445) *Ярослав Федюк.* XI. 9. Bact.

*950. **Witz** A., Thermodynamique, à l'usage des ingénieurs. (Paris, Gauthier-Villars). *(В. Л.).* VII/1. 7. Бібл.

951. **Wohltmann**, Die Knöllchenbakterien in ihrer Abhängigkeit von Boden und Düngung. Journ. f. Landw. 1901, Heft 4). *Ярослав Федюк.* XI. 43. Bact.

Digitized by Google

*952. **Войнаровскій** П. Д., Основныя свѣдѣнія изъ висшей математики, необходимыя электротехнику. Ч. I-я, теорет. и практ. курса электротехники. (Изд. Риккера, Спб. 1897). *В. Л.* VI/1. 18. Бібл.

953. **Woker** Gertrud, Dr., Probleme der katalytischen Forschung. (Lpz. Veit, 1907). *В. Л.* XII. 14. Бібл.

954. **Wolf,** Zur Reactionsfähigkeit der Bacterien. Aus dem Institut Prof. v. Baumgarten. (Zbl. f. Bakt. 1900, N. 25). *Д.* VI/2. 11—12. Спр.

*955. **Wölffing** E., Mathematischer Bücherschatz. (Lpz. Tb., перша часть, Reine Mathematik 1903). *(В. Л.).* X. 19—20. Бібл.

956. **Wollff** E. u. **Kreuzhage** C., Vegetationsversuche in Landkultur über das Verhalten verschiedener Pflanzen gegen die Zufuhr von Salpeterstickstoff. (Landw. Jahrb. 1887, XVI. p. 659—698). *Ярослав Федюк.* XI. 19. Bact.

957. **Wollny,** E., Über Beziehungen der Mikroorganismen zur Agricultur. (Zbl. f. Bakt., vol. 1., 1887, Nr. 15—16, p. 441—448, 467—474). *Ярослав Федюк.* XI. 19—20. Bact.

958. **Wolpert.** Über Ausnutzung der körperlichen Arbeitskraft in hochwarmer Luft. (Arch. f. Hyg., 36. B., Heft 3, p. 294). *М.* VI/2. 5. Спр.

959. **Woronin** M., Bemerkungen zu dem Aufsatz von Herrn H. Möller über Plasmodiophora alni. (D. Bot. Ges. III. 5, p. 177—178. 1885. *Ярослав Федюк.* XI. 12. Bact.

960. —, Nachträgliche Notiz zur Frage der Kohlpflanzenherniae. (Bot. Ztg., 1880, стр. 54—57). *Ярослав Федюк.* XI. 10—11. Bact.

961. —, Plasmodiophora Brassicae, Urheber der Kohlpflanzenherniae. (Jahrb. f. wissensch. Bot. XI, 1878, pag. 548—574). *Ярослав Федюк.* XI. 3—4. Bact.

(251). **Врачъ,** 1894. *С-а.* **VIII.** 5—6. Н. Хр.

962. —, 1897. Засіданє Антропольоґічного Товариства при медичній Академії в Петербурзї. *О. Ч.* III/2. 1—2. Огляд.

963. **Wróblewski,** Ein neuer eiwessartiger Bestandtheil der Milch. (Ztsch. f. phys. Ch., B. 24. H. 3—4. p. 308). *М.* V/1. 3. Спр.

Zalewski, *vide* **Nencki** und **Zalewski.**

964. **Записки** императорскаго общества сельскаго хозяйства южной Россіи. (Одесса, 1897 г., 12 книжок). *О. Ч.* III/2. 5. Огляд.

965. —, императорскаго русскаго общества (1897). *О. Ч.* III/2. 6. Огляд.

*966. —, императорскаго харьковскаго Университета (за р. 1899). *О. Я.* VI/1. 10. Бібл.

*967. —; (Рік 1900. книга 2, книга 3). *В. Л.* VII/1. 4. Бібл.

*968. —; (рік 1901. книжка 3). *(В. Л.).* VIII/2. 10. Бібл.

969. — кавказскаго отдѣла императорскаго русскаго географическаго общества, (т. XIX. 1897). *О. Ч.* III/2. 6. Огляд.

(352—352). — кіевскаго Общ. Естествоиспитателей (т. XIII. вип. 1 і 2, 1894). 3. **IV.** 192—193. Бібл. (т. XIV. 1895). *Д. З.* **XIV.** 50—51. Бібл.

970. —; (Т. XIV. 1897). *О. Ч.* III/2. 5. Огляд.

Digitized by Google

971. —, новороссійскаго общества естествоиспитателей (т. XXI., вип. I, 1897). *О. Ч.* III/2. 5. Огляд.

*972. **Zeitschrift** für Mathematik und Physik (давнійше під ред. Schlömilch'a, тепер під ред. R. Mehmke і C. Runge в Липску; журнал зреформований тепер в напрямі математики приміненої. Том 46. зошит подвійний 1—2. 1901; зошит 3. 1901). *(В. Л.).* VIII/2. 4—5. Бібл.

*973. —; (зошит 4, 1901. Том 47, зошит 1—4. Том 48. зошит 1). *(В. Л.)* IX. 31. Бібл.

974. **Zeitner**, Über die Wirkung des Diatoxinum crystallisatum (Merck) im Vergleich zu der der Digitalisblätter. (Münch. med. Wochensch., 1900. N. 26). *Е. О.* VI/2. 33—34. Спр.

(361). **Земскій Врачъ**. (1894). *О. Ч.* **VIII.** 7—8. Н. Хр.

975. **Zenetz**, Zur Diagnose des Krebses der Verdauungsorgane. (Wiener med. Wochensch. 1899, N. 21). *Е. О.* VI/2. 24—25. Спр.

976. **Zeppelin** Ferdinand, Graf v. u. a., Die Luftschiffahrt, dem heutigen Stande der Wissenschaft entsprechend dargestellt. (Stuttgart, Franckh, 1908). *В. Л.* XII. 10. Бібл.

977. **Zeuthen** H. G., Geschichte der Mathematik im XVI. und XVII. Jahrhundert, (deutsch v. R. Meyer, Lpz. Tb. 1903). *(В. Л.).* X. 17. Бібл.

978. **Zinssen** O., Über das Verhalten von Bakterien insbesondere von Knöllchenbakterien in lebenden Pflanzen - Geweben. (Pringsheim's Jahrb., XXX. 1897. p. 423). *Ярослав Федюк.* XI. 37. Bact.

979. **Zopf**, Oxalsäurebildung durch Bacterien. (Ber. d. d. Bot. Ges., 18. Jahrg., Heft 1. p. 32). *М.* VIII/1. 3—4. Звіти.

980. **Звіт** зі зїзду для туберкульози в Льондоні, відбувшого ся дня 22, і 23. липня 1901. (British Med. Journ. з 27. липня 1901). *Е. О.* VIII/1. 32—39. Звіти.

IV. Хроніка.

1. PERSONALIA.

981. **Becquerel** Henri, некрольоґ, XII. 40. Бібл.

982. **Beltrami** Евген, некрольоґ, VI/1. 18. Бібл.

983. **Berthelot** Маркил, некрольоґ, XII. 40. Бібл.

984. **Бредіхін** Теодор Александрович др., некрольоґ, X. 59—60. Бібл.

985. **Brioschi** Francesco, некрольоґ, IV/2. 5 (згадки посмертні).

986. **Faye**, некрольоґ, VIII/2. 16. Бібл.

987. **Фукс** Імануїл Лазар, некрольоґ, VIII/2. 16. Бібл.

988. **Gould** Венямин, некрольоґ, IV/2. 2—3. (згадки посмертні).

989. **Gyldén** Гуґо, некрольоґ, IV/2. 2. (згадки посмертні).

990. **Hall** Asaph, некрольоґ, XII. 41. Бібл.

Digitized by Google

991. **Hermite** Шарль, некрольоґ, VII/1. 29. Бібл.

992. **Janssen** Pierre, некрольоґ, XII. 41. Бібл.

993. **Кантор** Моріц, ювилей, VII/1. 8. Бібл.

994. **Kelvin** Льорд, (Sir William Thomson), некрольоґ, XII. 38—39. Бібл.

995. **Ляндау** Едмунд і єго досліди, XII. 15—17. Бібл.

996. **Lie** Sophus, некрольоґ, IV/2. 5—7. (згадки посмертні).

997. **Менделєєв** Дмитро, некрольоґ, XII. 39—40. Бібл.

998. **Moissan** Henri, некрольоґ, XII. 40. Бібл.

999. **Сатке** Володислав, некрольоґ. X. 60—61. Бібл.

1000. **Шмальгавзен** I., проф., некрольоґ, **IV.** 200. *(Др. О. Ч.).*

1001. **Стокс** Жорж, ювилей, VII/1 8. Бібл.

1002. **Sylvester** Яков Йосиф, некрольоґ, IV/2. 4—5. (згадки посмертні).

1003. **Tisserand** Франц Щасний, некрольоґ, IV/2. 1—2. (згадки посмертні).

1004. **Фоґель** Герман, некрольоґ, XII. 40. Бібл.

1005. **Weierstrass** Карль Теодор. IV/2. 3—4. (згадки посмертні).

2. МАТЕМАТИКА.

1006. **Архімеда** незнаний твір, XII. 18—19. Бібл.

1007. **Висліди** в книжці староегипетського математика Агмеса, VIII/2. 43—44. Бібл.

1008. **Ґеометриї** Bolyai - Лобачевського нове уґрунтоване, VIII/2. 38—43 + таблиця. Бібл.

1009. **Моделї** до науки математики, VI/1. 15—16. Бібл.

1010. **Picard'a** твердженя узагальнене (Landau), X. 39. Бібл.

1011. **Планет** рухи в неевклїдовім просторі, XI. 55—56. Бібл.

1012. **Проблєми** математики, будучі, VII/2. 21—24. Бібл.

1013. **Простір** наш, чи є евклїдовий чи нї? VIII/2. 45—48. Бібл.

1014. **Теорем**, новий загальний, з теорії аналїтичних функцій Mittag - Leffler), X. 35—38. Бібл.

1015. **Теореми**, деякі, з теорії аналїтичних функцій, подав проф. Пузина), X. 38—39. Бібл.

1016. **Тяглости** поняте, VII/2. 30—34. Бібл.

1017. **Фермата** твердженє, XII. 19. Бібл.

3. ФІЗИКА І ХЕМІЯ.

1018. **Абсолютна** міра часу, VII/1. 9—10. Бібл.

Акумулятори, *vide* **Нові**.

Алїяж, *vide* **Терміт**.

Апарат, *vide* **Новий**.

1019. **Арґон** і його товариші, VII/2. 25. Бібл. *vide* **Одержуванє**.

Атмосфера, *vide* **Скількість**.

Атоми, *vide* **Означуванє**.

Brown, *vide* **Молєкулярні**.

Digitized by Google

Буря, *vide* **Вплив.**
Van der Waals, *vide* **Рівнанє.**
Видержність, *vide* **Вплив.**
Вираженє, *vide* **Математичне.**

1020. **Відношенє** між сочинником заломаня а густотою ґазу, X. 54—55. Бібл.

Вода, *vide* **Розходженє.**
Воздух, *vide* **Одержуванє**; *vide* **Скількість**; *vide* **Теплий.**
Вольт, *vide* **300.000.**

1021. **Вплив** бурі на нервну систему, IX. 51. Бібл.

1022. —, температури на видержність зелїза і стали, XII. 31—32. Бібл.

Герц, *vide* **Розходженє.**
Hewitt, *vide* **Ртутна.**
Голос, *vide* **Скорість.**

1023. **Густота** електричности на елїпсоїдї, VII/1. 26. Бібл.; *vide* **Відношенє.**

Ґаз, *vide* **Відношенє**; *vide* **Скількість**; *vide* **Скорість.**
Ґравітація, *vide* **Скорість**; *vide* **Стала.**
Діелєктрики, *vide* **Елєктричні.**
Діямант, *vide* **Елєктричні.**

1024. **Діланє** зимна на орґанїзм, XII. 28. Бібл.; *vide* **Охоронне.**

Дроганя, *vide* **Розходженє.**
Едізон, *vide* **Нові.**

1025. **Елєктричний** опір діяманту, IX. 50 Бібл.

1026. — опори деяких діелєктриків, IX. 50. Бібл.

1027. —, прикмети селену, IX. 49—50. Бібл.

—, *vide* **Нові**; *vide* **Охоронне.**

Елєктричність, *vide* **Густота.**
Елєктростатична, *vide* **Нова**
Елєменти, *vide* **Математичне.**
Елїпсоїд, *vide* **Густота.**
Етер, *vide* **Погляди.**

1028. **Завданя** технїки 20. столїтя, VIII/2. 49. Бібл.

Закон. *vide* **Математичне.**
Заломанє, *vide* **Відношенє**

1029. **Заміна** фосфору в цїпке тїло, VIII/2. 45. Бібл.

Запах, *vide* **Скорість.**

1030. **Звідки** взяв ся термометер Фаренгайта? IX. 60—61. Бібл.

Зелїзо, *vide* **Вплив.**

1031. **Зимне** світло, VII/2. 39—40. Бібл.

Зимно *vide* **Діланє.**
Золото, *vide* **Температура.**
Інфлюенція, *vide* **Нова.**
Кадм, *vide* **Температура.**

1032. **Кататипія**, IX. 52. Бібл.

Кипінє, *vide* **Температура.**
Кисень *vide* **Плинний**; *vide* **Температура**
Космічний, *vide* **Погляди**
Краски, *vide* **Метода.**
Криштали, *vide* **Плинні.**
Lummier, *vide* **Метода.**
Lutecium, *vide* **Новий.**
Лямпа, *vide* **Ртутна.**
Лямпи, *vide* **Нові.**
Маґнезія, *vide* **Начиня.**

1032. **Математичне** вираженє періодичного закона елєментів, VIII/2. 14. Бібл.

Матерія, *vide* **Періодичні.**
Машина, *vide* **Нова.**
Менделєєв, *vide* **Погляди.**
Металї, *vide* **Переміна**; *vide* **Т. зв.**

1033. **Метода** Lummier'а фотоґрафованя красок, XII. 27—28. Бібл.

1034. **Механїчний** рівноважник темпа, VIII/2. 46. Бібл.

Мінерали, *vide* **Температура.**
Міра, *vide* **Абсолютна.**

1035. **Молєкулярні** рухи Brown'а, XII. 19. Бібл.

1036. **Найвисше** тисненє, VIII/2. 13. Бібл.

Digitized by Google

1037. **Начиня** з маґнезії. XII. 30—31. Бібл.

Неорґанічна, *vide* **Періодичні.**
Нерви, *vide* **Вплив.**

1038. **Низькі** температури. VIII/2. 12. Бібл.

1039. **Нова** теорія електростатичних інфлюенційних маших, X. 46—47. Бібл.

1040. **Новий** первень: lutecium, XII. 30. Бібл.

1041. — проекційний апарат, IX. 60. Бібл.

1042. **Нові** акумулятори Едізона, VII/2. 37. Бібл.

1043. — електричні лямпи, VII/2. 27—28. Бібл.

1044. — поміри температури топленя первнів, XII. 29. Бібл.

Нововідкриті, *vide* **Скількість**

1045. **Одержанє** арґону з воздуха, XII. 32—33. Бібл.

1046. **Означуванє** атомових тягарів, VII/2. 35—36. Бібл.

Опір, (опори), *vide* **Електричний, (—і).**
Орґанізм, *vide* **Діланє.**

1047. **Охоронне** убранє проти діланя електр. токів о високім потенціялї.

Пара, (—и), *vide* **Переміна**; *vide* **Скорість**
Первень, (первні) *vide* **Новий (—і)**

1048. **Переміна** металів в пару, XII. 29. Бібл.

Періодичний, *vide* **Математичне.**

1049. **Періодичні** прояви в неорґанічній матерії, IX. 59. Бібл.

1050. **Плинні** кришталі, VII/2. 24—25. Бібл.

Плинний *vide* **Переміна.**

1051. **Погляд** Менделєєва на космічний етер, X. 42—45. Бібл.

Полумінь, *vide* **Температура.**

Поміри *vide* **Нові**
Поступ, *vide* **Скорість.**

1052. **Поступи** фізики і хемії в 1902 р., VIII/2. 44—45. Бібл.

Потенціял, *vide* **Охоронне.**
Прикмети, *vide* **Електричні.**
Проєкційний, *vide* **Новий.**
Прояви, *vide* **Періодичні.**

1053. **Рівнанє** Van der Waals'a, VIII/2. 45—46. Бібл.

Рівноважник, *vide* **Механічний.**

1054. **Розходженє** дрогань Герца в воді, VII/2. 36. Бібл.

1055. **Ртутна** лямпа Hewitt'a, IX. 50—51. Бібл.

Рухи, *vide* **Молєкулярні.**

1056. **Свійства** танталю. XII. 29—30. Бібл.

Світло, *vide* **Зимне**; *vide* **Скорість.**
Селєн, *vide* **Електричні.**
— **овий**, *vide* **Фотометр**
Система, *vide* **Вплив.**
Скали, *vide* **Температура.**

1057. **Скількість** нововідкритих ґазів в воздусї. VIII/2. 12. Бібл.

1058. — шляхотних ґазів в атмосфері, XII. 32. Бібл.

1059. **Скорість** голосу в ріжних парах і ґазах, VIII/2. 13. Бібл.

1060. — поступу ґравітації, IX. 52—53. Бібл.

1061. —, поступу запаху, X. 59. Бібл.

1062. — світла, VII/2. 36. Бібл.

Сочинники, *vide* **Відношенє.**

1063. **Стала** ґравітації, VIII/2. 43. Бібл.

Сталь, *vide* **Вплив.**
Танталь, *vide* **Свійства.**

1064. **Теплий** воздух, VIII/2. 33—34. Бібл.

1065. **Температура** кипіня плинного кисня, VII/2. 39. Бібл.

1066. —, кипіня цинку і кадму, VII/1. 10. Бібл.

Digitized by Google

1067. — полуміний, XII. 28—29. Бібл.

1068. — топленя золота, VII/2. 39. Бібл.

1069. — топленя ріжних мінералів і скал; *vide* **Вплив**; *vide* **Низькі**, *vide* **Нові**.
Теорія, *vide* **Нова**.
Тепло, *vide* **Механічний**.

1070. **Терміт**, алїяж Al і окису зелїза, XII. 32. Бібл.
Термометр, *vide* **Звідки**.
Технїка, *vide* **Завданя**.

1071. **Т. зв.** рідкі металї, XII. 30. Бібл.
Тиснене, *vide* **Найвисше**.
Тїло, *vide* **Флюор**.
Товариші. *vide* **Арґон**.
Топлене, *vide* **Нові**; *vide* **Температура**.
Тягарі *vide* **Означене**.
Убране, *vide* **Охоронне**.
Фаренгайт, *vide* **Звідки?**
Фізика, *vide* **Поступи**.
Флюор, *vide* **Заміна**.
Фотоґрафія, *vide* **Метода**.

1072. **Фотометр** селеновий, XII. 27. Бібл.
Хемія, *vide* **Поступи**.
Час, *vide* **Абсолютна**.
Цинк, *vide* **Температура**.
Цїпкий, *vide* **Флюор**.
Шляхотний, *vide* **Скількість**.

1073. **3000** волтів, XII. 35—36. Бібл.

4. ЕЛЄКТРОНЇКА Й РАДІОАКТИВНІСТЬ[1]).

1074. **Абсорпція** ґравітаційної енерґії лучистими тїлами, VIII/2. 47. Бібл.
Азотан, *vide* **Свічене**.

1075. **Актин** XII. 25. Бібл.
α, *vide* **Лучі**; *vide* **Скорість**.
Атмосферний, *vide* **Лучистість**.
Атом, *vide* **Відріжнюване**, *vide* **Як довго**.

1076. **Атомовий** тягар раду, VIII/2. 35. Бібл.
Bath (місто), *vide* **Гель**.
Бекерель, *vide* **Дальші**; *vide* **Дїлане**; *vide* **Дослїди**: *vide* **Енерґія**.
Bordas, *vide* **Дальші**.
Бромак, *vide* **Дальші**.

1077. **Відріжнюване** йонів від атомів, VIII/2. 12—13. Бібл.

1078. **Вплив** катодних лучів на кришталі кам. соли і флюориту, VIII/2. 15. Бібл.

1079. —, світла на електромаґнетні филї, VIII/2. 39. Бібл.
Воздух. *vide* **Йонїзація**; *vide* **Лучі**, *vide* **Свічене**.
Втрата, *vide* **Лучі**.

1080. **Гель** в горячих жерелах міста Bath, X. 53. Бібл.

1081. **Годинник** з ряду, XII. 23. Бібл.
Горячий, *vide* **Гель**.
Ґравітаційний, *vide* **Абсорпція**.

1082. **Дальші** дослїди Bordas'а над дїланем бромаку раду, XII. 22. Бібл.

1083. —, дослїди над лучистими тїлами, X. 50—52. Бібл.

1084. —, прикмети лучів Бекереля, VII/2. 34—35. Бібл.

1085. —, прикмети лучів Рентґена, VIII/2. 36—38. Бібл.

1086. **Дїлане**, електричних филь на людський та звірячий мозок. VIII/2. 42. Бібл.

---

[1]) Давнїйший термін д. *В. Л.* »лучивочинний« заступлено пізнїйшим »лучистий«.

Digitized by Google

1087. — лучів Бекереля на око, VII/2. 35. Бібл.

1088. — раду на корунд, XII. 22. Бібл.

— ; *vide* **Дальші**

1089. **Досліди** Бекереля над польоном, VIII/2. 48—49. Бібл.

— , *vide* **Дальші**; *vide* **Нові**.

Доплєр, *vide* **Прінціп**.

Елєктричний, *vide* **Діланє**.

Елєктромаґнетний, *vide* **Вплив**.

Елєктрон, *vide* **Маса**.

1090. **Еманація** раду, XII. 25. Бібл. (2 ноти).

1091. — фосфору, VIII/2. 49. Бібл.

1092. **Енерґія** йонів, VII/2. 27. Бібл.

1093. — лучів Рентґена та Бекереля, VII/2. 26. Бібл.

—, *vide* **Абсорпція**; *vide* **Скорість**; *vide* **Тепляна**.

Жерела, *vide* **Гель**.

Звірячий, *vide* **Діланє**.

1094. **Зміна** тягару лучистих матерій, VIII/2. 48. Бібл.

Йон, *vide* **Відріжнюванє**; *vide* **Енерґія**.

1095. **Йонізація** воздуха понад океаном, XII. 22. Бібл.

1096. **Індукована** лучистість, VIII/2. 34—35. Бібл.

„Ionium“, *vide* **Нове**.

Істнованє, *vide* **Як довго**.

Камяна сіль, *vide* **Вплив**

Катодний, *vide* **Вплив**.

1097. **Клясифікація** лучів, XII. 20. Бібл.

Корунд, *vide* **Діланє**.

Криштали, *vide* **Вплив**.

X, *vide* **Поляризація**.

1098. **Лучисте олово**, VII/2. 36. Бібл.

1099. **Лучистість** атмосферних опадів, XII. 24. Бібл.

1100. — олова, XII. 24. Бібл.

1101. — снігу VIII/2. 42. Бібл.

— ; *vide* **Індукована**.

Лучистий, *vide* **Абсорпція**; *vide* **Дальші**, *vide* **Зміна**; *vide* **Натура**; *vide* **Нове**.

1102. **Лучі** *α*, VIII/2. 48. Бібл.

1103. — *α* тратять у воздусі прикмети, XII. 24. Бібл.

—, *vide* **Вплив**; *vide* **Дальші**; *vide* **Діланє**; *vide* **Енерґія**; *vide* **Клясифікация**; *vide* **Нові**; *vide* **Поляризація**; *vide* **Прінціп**; *vide* **Скорість**; *vide* **Угинанє**; *vide* **Хемічні**.

Людський, *vide* **Діланє**.

Малий, *vide* **Радіометер**.

1104. **Маса** елєктрона, VIII/2. 15. Бібл.

Матерія, *vide* **Зміна**.

Мозок, *vide* **Діланє**.

N, *vide* **Нові**.

1105. **Натура**, лучистих тіл, VIII/2. 35—36. Бібл.

1106. **Нове** лучисте тіло („ionium“). XII. 25. Бібл.

1107. **Новий** погляд на лучі Рентґена, XII. 25. Бібл.

1108. — рід лучів, VIII/2. 34. Бібл.

1109. **Нові** досліди над лучами N, X. 47—50. Бібл.

Океан, *vide* **Йонізація**.

Око, *vide* **Діланє**.

Олово, *vide* **Лучисте**; *vide* **Лучистість**.

Опади, *vide* **Лучистість**.

1110. **Переміна** первнів, XII. 21—22. Бібл. (з ноти).

Первні, *vide* **Переміна**.

Плинний, *vide* **Свіченє**.

Погляд, *vide* **Новий**.

Польон, *vide* **Досліди**.

1111. **Поляризація** лучів X, VIII/2. 47—48. Бібл.

Прикмети, *vide* **Дальші**; *vide* **Лучі**; *vide* **Хемічні**.

1112. **Прінціп** Доплєра а ситові лучі, XII. 26. Бібл. (2 ноти).

Рад, *vide* **Атомовий**; *vide* **Годинник**; *vide* **Дальші**; *vide*

Digitized by Google

Діланє; *vide* **Еманація**; *vide* **Тепляна**; *vide* **Як довго.**

1113. **Радіометер**, чуткий для дуже малих теплот, VIII/2. 43. Бібл.

Рентґен, *vide* **Дальші**, *vide* **Енерґія**, *vide* **Новий**, *vide* **Скорість**, *vide* **Угинанє.**

Рід, *vide* **Новий.**

Світло, *vide* **Вплив.**

1114. **Свіченє** уранового азотану в плиннім воздусї, VIII/2. 38. Бібл.

1115. **Ситові** лучі, VIII/2. 39—41. Бібл.; *vide* **Прінціп**; *vide* **Хемічні.**

1116. **Скорість** і енерґія частинок α, XII. 23. Бібл.

1117. — лучів Рентґена, VIII/2. 38. Бібл.

Сніг, *vide* **Лучистість.**

Теплота, *vide* **Радіометер.**

1118. **Тепляна** енерґія раду, XII. 23—24. Бібл.

Тіло, *vide* **Абсорпція**; *vide* **Дальші**; *vide* **Натура**, *vide* **Нове.**

Тягар *vide* **Атомовий**; *vide* **Зміна.**

1119. **Угинанє** лучів Рентґена, VIII/2. 47. Бібл.

Урановий, *vide* **Свіченє.**

1120. **Хемічні** прикмети ситових лучів, VIII/2. 41. Бібл.

Филї, *vide* **Вплив**; *vide* **Діланє.**

Флюорит, *vide* **Вплив.**

Фосфор, *vide* **Еманація.**

Частинки, *vide* **Скорість.**

Чуткий, *vide* **Радіометер.**

1121. **Як довго** може істнувати один атом раду? X. 52—53. Бібл.

5. АСТРОНОМІЯ.

α **Aurigae**, *vide* **Звізди.**

Auriga *vide* **Дуговина**; *vide* **Звізда.**

β **Aurigae**, *vide* **Дуговина.**

Borelly, *vide* **Нова.**

Величина, *vide* **Напрям.**

Венера, *vide* **Фотоґрафія.**

Відносини, *vide* **Клїматичні.**

Внїшнї планети, *vide* **Час.**

Вселенна *vide* **Погляди.**

1122. **Гелїоцентричні** сорядні планет в 1903 р., IX. 56. Бібл.

Головні звізди, *vide* **Радіяльні.**

1123. **Девятий** місяць Сатурна, X. 58. Бібл.

1124. **Дороги** планетоідів, X. 56—57. Бібл.

1125. **Дуговина** подвійної звізди β Aurigae, X. 56. Бібл.; *vide* **Знимка.**

Ерос, *vide* **Планета.**

1126 **Звізда** α Aurigae, Capella, VII/1. 8—9. Бібл.

1127. — 85 Pegasi, IX. 55. Бібл.

—, *vide* **Дуговина**; *vide* **Змінна**; *vide* **Нова**; *vide* **Полярна**, *vide* **Система.** — **Звізди**, *vide* **Нові**; *vide* **Означенє**; *vide* **Радіяльні**; *vide* **Сила**; *vide* **Скількість**; *vide* **Тепляне.**

1128. **Зміни** в перстенях Сатурна, XII. 35. Бібл.

1129. **Змінна** звізда в Персею, VIII/2. 42. Бібл.

1130. **Знимка** дуговини Урана, VIII/2. 42. Бібл.

1131. **Інтересний** планетоід (1902. KX), IX. 58. Бібл.

Capella, *vide* **Звізда.**

1132. **Клїматичні** відносини Марса, XII. 34. Бібл.

Комета, *vide* **Нова.**

Digitized by Google

1133. **Комети** в найблизших роках, VII/2. 29. Бібл.
—, *vide* **Повставанє**.
Лебедев, *vide* **Повставанє**
Марс, *vide* **Кліматичні**; *vide* **Червона**.
Малі планети, *vide* **Проміри**.
Місцевости, *vide* **Сорядні**
Місяць, *vide* **Девятий**.
1134. **Мраковини** в окруженю Нової Persei, IX. 57—58. Бібл.
Найблизші роки *vide* **Комети**.
1135. **Найменша** скількість сонічних плям, X. 56. Бібл.
Найправдоподібнійша вартість, *vide* **Паралякса**.
1136. **Напрям** і величина питомого руху сонця, X. 57. Бібл.
Newcomb. *vide* **Погляди**.
1137. **Нова** звізда, IX. 54. Бібл.
1138. — комета Borelly, VII/1. 9. Бібл.
1139—40. — планетоіда, VIII/2. 15. Бібл.: „TG“, XII. 35. Бібл.
— Persei, *vide* **Мраковини**.
1141. **Нові** звізди за остатніх 14 літ, VII/2. 40—41. Бібл.
1142. — подвійні звізди, IX. 54. Бібл.
Оборот, *vide* **Час**.
1143. **Означенє** температури звізд, VIII/2. 43—44. Бібл.
1144. **Паралякса** сонця, VII/1. 9. Бібл.
1145. —, найправдоподібнійша вартість, IX. 55. Бібл.
—, *vide* **Сонішня**.
Pegasus, *vide* **Звізда**.
Перстень, *vide* **Зміни**; *vide* **Темний**.
Персей, *vide* **Змінна**; *vide* **Мраковина**.
Питомий рух, *vide* **Напрям**.
1146—8. **Планета** Ерос, VI/1. 15. Бібл.; VII/2. 29. Бібл.; VIII/2. 14. Бібл.
1149. —, Юпітер, VII/2. 40. Бібл.
Планети, *vide* **Геліоцентричні**; *vide* **Проміри**; *vide* **Час**.
Планетоіди, *vide* **Дороги**; *vide* **Інтересний**; *vide* **Нова**;
Плєяди, *vide* **Радіяльні**.
Пляма, *vide* **Червона**; **плями**, *vide* **Найменша**.
1150. **Повставанє** хвостів комет від тиску світла, IX. 54. Бібл.
1151. —, (теорія Лебедева), IX. 53. Бібл.
1152. **Погляди** проф. Newcomb'a на вселенну, IX. 60. Бібл.
Подвійні звізди, *vide* **Дуговина**; *vide* **Нові**.
1153. **Полярна** звізда, XII. 35. Бібл.
Проміньованє, *vide* **Тепляне**.
1154. **Проміри** малих планет, VIII/2. 42. Бібл.
1155. **Протуберанція** *vide* **Сонішня**.
1156. **Радіяльні** скорости головних звізд в Плєядах, X. 58. Бібл.
Рух, *vide* **Напрям**.
Сатурн, *vide* **Девятий**; *vide* **Зміни**; *vide* **Темний**.
Світло, *vide* **Фотоґрафія**; *vide* **Повставанє**; *vide* **Сила**.
1157. **Сила** світла деяких звізд, VII/2. 26—27. Бібл.
1158. **Система** звізди Сіріюс, VII/1. 9. Бібл.
Сіріюс *vide* **Система**; *vide* **Товариші**.
1159. **Скількість** звізд при фотоґрафії. VIII/2. 43. Бібл.
—, *vide* **Найменша**.
Скорости *vide* **Радіяльні**.
Сонішні плями, *vide* **Найменша**.
1160. **Сонішня** паралякса, X. 59. Бібл.
1161. — протуберанція 1908, XII. 38. Бібл.
Сонце *vide* **Напрям**; *vide* **Паралякса**; *vide* **Температура**.

Digitized by Google

1162. **Сорядні** місцевостий на землї на 1903 р., VIII/2. 49—51. Бібл.
—, *vide* **Геліоцентричні.**
1163. **Темний** перстень Сатурна, XII. 35. Бібл.
1164. **Температура** сонця, VIII/2. 15. Бібл.
—, *vide* **Означенє.**
1165. **Тепляне** проміньованє деяких звізд, VII/2. 41. Бібл.
Тиск світла, *vide* **Повставанє.**
1166. **Товариш** Сірія, X. 58. Бібл.
Уран. *vide* **Знимка.**
1167. **Фотоґрафія** при помочи світла Венери, VII/2 40. Бібл.
—, *vide* **Скількість.**
Хвіст, *vide* **Повставанє.**
1168. **Час** обороту внїшних планет, IX. 54—55. Бібл.
1169. **Червона** пляма на Юпітері, XII. 34. Бібл.
Юпітер, *vide* **Планета**; *vide* **Червона.**

6. КОСМІЧНА ФІЗИКА Й МЕТЕОРОЛЬОҐІЯ.

Атмосфера, *vide* **Брак**, *vide* **Склад.**
Атмосферний, *vide* **Натуга.**
1170. **Барометричне** maximum в 1907 р., XII. 33—34. Бібл.
Bishop, *vide* **Перстень.**
1171. **Брак** метану в атмосфері, VII/2. 38. Бібл.
1172 **Величезний** метеорит, IX. 59. Бібл.
1173. **Величина** морських филь, XII. 36. Бібл.
1174. **Висота** а температура, XII. 33. Бібл.
1175. — хмар, VII/2. 40.
1176. **Вікове** пересуненє маґнетної земської оси, VII/2. 26. Бібл.
Вісь землї, *vide* **Вікове**
Вулькани. *vide* **Ґази.**
1177. **Ґази** з вулькану Mont-Pelée, IX. 59. Бібл.
Еквадор, *vide* **Помір.**
1178. **Екстреми** температур в XIX. ст., VII/2. 39. Бібл.
Електричний, *vide* **Натуга.**
1179. **Зависимість** між опадом а скількістю води в ріках, X. 54. Бібл.
Землетрясенє, *vide* **Скорість.**
Земля, *vide* **Ядро.**
Земський, *vide* **Пересуненє**; *vide* **Поміри.**
Індійський Океан, *vide* **Струї.**
Маґнетний, *vide* **Пересуненє.**
Maximum *vide* **Барометричне,**
Метан, *vide* **Брак.**
Метеорит, *vide* **Величезний.**
Mont Pelée, *vide* **Ґази.**
Морські филї, *vide* **Величина.**
1180. **Натуга** атмосферної електричности, VIII/2. 39. Бібл.
1181. **Наукова** проґноза погоди. (J. M. Pentner), X. 53—54. Бібл.
1182. **Нова** теорія полярного світла, XII. 26—27. Бібл.
Океан. *vide* **Струї.**
Опад, *vide* **Зависимість.**
Пересуненє, *vide* **Вікова.**
Perntner *vide* **Наукова.**
1183. **Перстень** Bishop'а в лїтах 1902—1904 X. 55—56. Бібл.
Погода, *vide* **Наукове**
Полуденник, *vide* **Помір.**
1184. **Полярне** світло, VII/2. 27. Бібл.
1185. —, нові теорії, VII/2. 37. Бібл.
—, *vide* **Нова.**
1186. **Поміри** полуденника в Еквадорі, X. 55. Бібл.

Digitized by Google

1187. **Поміри** земського прискореня, VII/2. 40. Бібл.

Прискоренє, *vide* **Поміри**.

Проґноза, *vide* **Наукова**.

Прямовісний, *vide* **Склад**.

Ріки, *vide* **Зависимість**.

Світло, *vide* **Полярне**.

Скількість води, *vide* **Зависимість**.

1188. **Склад** атмосфери в прямовіснім напрямі, VII/1. 10—11. Бібл.

1189. **Скорість** филь при землетрясеню, XII. 36. Бібл.

1190. — **хмар**, VIII/2. 44—45. Бібл.

1191. **Струї** в Індійськім Океані. XII. 38. Бібл.

Температура, *vide* **Висота**; *vide* **Екстреми**.

Теорія, *vide* **Нова**; *vide* **Полярне**.

Филї, *vide* **Величина**. *vide* **Скорість**.

Хмари *vide* **Висота**; *vide* **Скорість**.

1192. **Ядро** землї, XII. 36—37. Бібл.

7. РІЖНІ НОТАТКИ.

Академія, *vide* **Конкурси**.

Алюмінїй, *vide* **Продукція**.

1193. **Аналїза** староегипетських золотих виробів, VII/1. 10. Бібл.

1194. **Анґлїйська** виправа до антарктичного бігуна, VI/1. 17—18. Бібл.

Антарктичний, *vide* **Анґлїйська**.

Астрофізичний, *vide* **Нова**.

Берлїн, *vide* **Конкурси**.

Бігун, *vide* **Анґлїйська**; *vide* **Поступи**.

1195 **Введенє** метричної системи, VIII/2. 42. Бібл.

Векторіяльні методи, *vide* **Міжнароднє**.

Виправа, *vide* **Анґлїйська**.

Вироби, *vide* **Аналїза**.

Гайдельберґ, *vide* **Зїзди**.

Гонґ-Конґ, *vide* **Найважнїйший**.

1196. **Ґеофізична** обсерваторія на горі Monte Rosa, X. 37—58. Бібл.

Ґетінґен, *vide* **Конкурси**.

Електричний, *vide* **Сила**.

Еллер, *vide* **Конкурси**.

Еспанія, *vide* **Нова**.

Здобутє бігуна, *vide* **Поступи**.

Зелїзо, *vide* **Продукція**.

Золоті вироби, *vide* **Аналїза**.

1197—1200. **Зїзди**: IX. зїзд польських лїкарів і природників в Кракові 1900, VI/1. 14. Бібл. — Міжнароднїй зїзд математиків в Парижі 1900, VI/1. 14. Бібл. — Третїй міжнароднїй математичний конґрес в Гайдельберзї, X. 39—42. Бібл. — Четвертий міжнароднїй математичний конґрес в Римі 1908, XII. 17—18. Бібл.

Золото, *vide* **Продукція**.

Квас, *vide* **Річна**.

Кватернїони, *vide* **Міжнароднє**.

Конґрес, *vide* **Зїзди**.

Краків *vide* **Зїзди**; *vide* **Конкурси**.

1201—1212. **Конкурси**: Академія наук в Берлїнї на 1902 р. VI/1. 16. Бібл. — dto, з леґату Еллера, VI/1. 16—17. Бібл. — Берлїнської академії (ім. Штайнера), VIII/2. 12. Бібл. — Краківської академії (ім. Маєра) VII/2. 11. Бібл. — dto, X. 61. Бібл. — Неаполїтанської академії на 1901 р. VII/2. 29. Бібл. — Па-

Digitized by Google

риської академії на 1902 р. VII/2. 29. Бібл. — dto, на 1903 і 1904 р., VIII/2. 11. Бібл. — Академії в Тулюзї на 1901 р., VI/1. 15. Бібл. — Тов. ім. кн. Яблоновського в Липську на 1902 р.. VI/1. 16. Бібл. — dto, на 1903 р. VIII/2. 11. Бібл. — Тов. наук в Ґетінґен на 1901 р. VI/1. 17. Бібл.

1213. **Кошт** ріжних родів світла, VIII/2. 15—16. Бібл.

Липськ, *vide* **Конкурси.**

Lick, *vide* **Філїя.**

Маєр, *vide* **Конкурси.**

Метеорольоґічна обсерваторія *vide* **Найвисша.**

Метода, *vide* **Міжнароднє.**

Метрична система, *vide* **Всденє.**

1214. **Міжнароднє** товариство до розширеня методи кватерніонів і векторіяльних метод, VI/1. 14—15. Бібл.

Monte-Rosa, *vide* **Ґеофізична.**

Мотор, *vide* **Ніяґара**

1215. **Найважнїйший** порт на світї, (Гонґ-конґ), XII. 38. Бібл.

1216. **Найвисше** положена метеорольоґічна обсерваторія, X. 57. Бібл.

Нафта, *vide* **Скількість.**

Неаполь, *vide* **Конкурси.**

1217. **Ніяґара** як мотор, IX. 51. Бібл. *vide* **Турбіни.**

1218. **Нова** астрофізична обсерваторія в Еспанії коло Тортози, X. 58. Бібл.

Обсерваторія, *vide* **Ґеофізична**; *vide* **Найвисше**; *vide* **Нова**; *vide* **Філїя.**

Париж, *vide* **Зїзди**; *vide* **Конкурси.**

Північний бігун, *vide* **Поступи.**

Піч, *vide* **Сила.**

Плятина, *vide* **Продукція**; *vide* **Цїна.**

Положенє, *vide* **Найвисше.**

Порт, *vide* **Найважнїйший.**

1219. **Поступи** в здобутю північного бігуна, XII. 37. Бібл.

1220. **Продукція** алюмінія, VII/2. 38. Бібл.

1221. — золота в Сполучених Державах, VIII/2. 14. Бібл.

1222. — плятини на Уралю, VII/2. 38. Бібл.

1223. — сирого зелїза, XII. 31. Бібл.

—, *vide* **Річна.**

Рим, *vide* **Зїзди.**

Ріжні роди, *vide* **Кошт.**

1224. **Річна** продукція сїрчаного квасу, XII. 30. Бібл.

Роди, *vide* **Кошт.**

Світло *vide* **Кошт.**

1225. **Сила** в електричних печах. VII/2. 37. Бібл.

Сире зелїзо, *vide* **Продукція.**

Система, *vide* **Введенє.**

Сїрчаний квас, *vide* **Річна.**

1226. **Скількість** нафти видобутої в 1901 р., VIII/2. 48—49. Бібл.

Сполучені Держави, *vide* **Продукція.**

Староегипетські вироби, *vide* **Аналїза.**

Товариство, *vide* **Міжнароднє.**

Тортоза, *vide* **Нова**

Тулюза, *vide* **Конкурси.**

1227. **Турбіни** при Ніяґарі, XII. 36. Бібл.

Ураль, *vide* **Продукція.**

1228. **Філїя** обсерваторії Lick'a, X. 57. Бібл.

Штайнер, *vide* **Конкурси.**

Digitized by Google

1229. **Ціна** плятини в 1906 р., XII. 31. Бібл.

Яблоновський (князь) *vide* **Конкурси.**

1230. **Дещо** з военно-лікарської статистики за рік 1897. *Е. О.* V/I. 47. Спр.

8. З ТОВАРИСТВА.

1231—3. Від Товариства I (вступ, без паґ.). Від Редакції I. (без паґ.). — Переднє слово (до збірника медичної секції). *Е. О.* III/1. (на вступі, без паґ.).

Спис імен[1]).

Abadie, 113.
Abderhalden, 114.
Abel Niels (Абель), 17, *115, 919.
Abraham Max, 116.
Adámek A. *120.
Addison, 789.
Adler A. 121.
Ahmes, 1007.
Ahrens W. Dr., 122.
Aldor, 123.
Alexandroff I., 124.
Alving E. 125.
Ambronn L. 126.
Andogsky, 127.
Andoyer H. 128.
Anjeszky, 129.
Appel P. 140, *141, 142.
Арбузовъ, *143.
Архімед, 1006.
Arldt C. 146.
Arndt, 147.
Artault, 810.
Aschkinass E. Dr. 769.
Atwater W. 148.
Auerbach F. (Авербах Ф.). *149, 150, 151, 153.
Ausset X. 152.
Babeau I. 154.
Babes V. 155.
Bachmann Paul, 156.
Bäck, 157.
Бачинський Олександер (Бач. Ал. або Ол.), 226, 393, 449, 471 bis, 772, 869, 904.
Badal 158.
Bahrdt Wilhelm, 159.
Barbarin P. 160.
Barbillon, *867.
Barret, 161.
Basedow, 449, 660.
Bauer Hugo, Dr. *162.
Baum, 163.
Baumgarten, v. Prof. 954.
Beck T. 164.
Beco de Liège, 165.
Becquerel Henri, 981, 1084, 1089. 1093.
Behring E. 166.
Beijerinck, 167.
Bein W. Dr. 168.
Beltrami Eugenio, 982.
Bendix, 169.
Benecke F. 170.
Benedikt, 171.
Benoit, 663.
Bernoulli Jakob, *172.
Bernstein Dr. 173.
Berger, 174.

---

[1]) Імена подавані в оріґінальній правописи; українська транскрипція подана лиш тоді, коли вона була ужита в »Збірнику«.

Digitized by Google

Bernhaimer, 175.
Berthelot M. 176, 983.
Besredka, 177.
Beutel, 178.
Beyerinck M. W. 178. bis.
Bezold W. 179.
Biegański Władysław, 183.
Biernacki E. Dr. 184.
Billwiller, 185.
Бѣлый, (194).
Білик Іван (Biłyk Jan) 186, *187, 188.
Bishop, 1183.
Bloch, 189.
Blochman R. *190.
Blum, 191.
Blumenthal, 192.
Boos, 193.
Бобяк Гринько, 1, 2, 3.
Богдановичъ, (166).
Bohland, 194.
Боднар Іван, (Б. І.), 248, 259, 303, 364, 523, 800, 905, 943.
Boltzmann *195, 303.
Bolyai, 1008.
Bondi, 196, 197.
Bönniger, 198.
Bonola Roberto, 199.
Bordet, 2000.
Bordas, 1082.
Borel Émile, 201, 202, 203, 204, 205.
Borelly, 1138.
Bouchand, 206.
Bouffaß 538.
Bourget, 207.
Bouty E. 208.
Brahm M. Dr. 702.
Brahm W. Dr. 702.
Breál, 209, 210.
Бредіхін Теодор Александрович др. 984.
Bremer, 217.
Brioschi Fromcesco 985.
Brook Fr. W. 423.
Brown, 1035.
Bruhns H. 212.
Brunchorst H. I. 213, 214.
Bruner Ludwik, 215, 833.
Bucherer H. A. 216.
Buchholz H. Dr. 491.
Buchner, 217.
Buhlert, *218—219, 220.
Bumm E. 226.
Bunge, 398.
Burkhardt H. *227.
Burr, 849.
Camus, 228.
Cantor Moritz, 229, 230, 993.
Caselli, 231.
Caspary 232, 233.
Cauchy A. *234, *527.
Цегельський Роман, 235.
Chabry, 236.
Chauveau A. 237, 238, 239.
Хвольсонъ О. Д. *240.
Cohn, 241, 242, 243.
Comberousse Ch. de, *758.
Cordier L. 244.
Coupin, 245.
Crelle, *461—463.
Cuénot 247.
Curie S. Mme, 248.
Curschmann 249.
Cybulski (901).
Cyon E. D. 250.
Czajkowski Karol, 251.
Чайковський Микола, (Ч. М.), 121, 156, 178, 235, 252, 377, 416, *441, 615, 637, 718, *822.
Чебишевъ П. А. *255.
Черняхівський Олександер (Ч. О.), (111.), (112.), (113.), (166.), (194.), (274.), (361.), (628.), (629.), (852.), (853.), (854.), (859.), 92, 93, 94, 430, 874, 875, 962, 964, 965, 969, 970, 971, 1000.
Czuber Emanuel, 257.
Чиконевъ В. П. 256.
Чижевич А. пр. 89.
Дакура Осип, др. (Д. О., або Д). 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 129, 165, 166, 177, 200, 231, 265, 272, 282, 301, 340, 346, 356, 368, 424, 480, 482, 514, 515, 517, 540, 584, 585, 588, 593, 595, 597, 671, 691, 693, 695, 821, 827, 828, 896, 954.
Danne I. 258.
Darboux, 246.
Darmstaedter L. 259.
Deiss I. 260.

Digitized by Google

Delpino F. 261.
Demicheri, 262.
Dentz, 263.
Depène, 264.
Dessau B. *746.
Deutsch, 265.
Dickstein, 538, 605, *674, 678, *704—706, 931.
Diener Carl, 882.
d'Ocagne, 790.
Doehlemann K. 266.
Dolganoff 267.
Долинський Маріян др. 36, 37.
Domin, *268.
Donath B. 269.
Doppler (Доплєр) 1112.
Dörrie H. *270.
Drews 271.
Du Bois-Reymond, 259.
Dufour, 272.
Dzieduszycki, (539).
Dziwiński Placyd, 273, 274.
Ebert H. 275.
Edel, 276.
Edison, (Едізон) 1042.
Edlefsen, 277.
Ekstein, 278.
Elbs Karl, 279.
Eller (Еллєр), 1202.
Ellis, 280.
Elschnig, 281.
Emmerich, 282.
Engel, 287.
Engelmann, 288.
Engler Wilhelm, 289.
Enlenbung, 290.
Enriques F. 291.
Erikson Jakob, 292.
Ерлїх, 33.
Ермаковъ В. П. *293.
Ernst Marcin, 294.
Eschle, 295.
Евклїд, 1011, 1013.
Euler, *296.
Ewald, 297, 298.
Fahrenheit (Фаренгайт), 1030.
Faye, 986.
Федюк Ярослав, 91, 148, 167, 170, 176, 178 bis, 185, 209, 210, 213, 214, *218—219, 220, 232, 233, 242, 261, 292, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320—321, 322, 323, 324—325, 326, 327, 329, 338, 339, 339, 389, 396, 397, 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 426, 474, 495, 496, 498, 504, 522, 534, 542, 558, 559, 562, 576, 577, 596, 599, 612, 617, 627, 628, 629, 643, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657, 672, 677, 684, 685, 688, 690, 696, 707, 708, 709, 792, 795, 796, 801, 847, 848, 849, 851, 855, 876, 877, 894, 903, 911, 912, 913, 926, 937, 938, 939, 940, 949, 951, 956, 957, 959, 960, 961, 978.
Fehling H. 299.
Fehr A. *300.
Fermat (Фермат), 1017.
Ferrán, 301.
Fessler, 302.
Finger, 305.
Floret, 306.
Folkierski W. 307.
Fontan, 308.
Föppl A. 309. *310, 311.
Forbes-Leslie, 312.
Förster W. (Ферстер В.), 313, 912.
Frank B. 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320—321, 322, 323, 324—325, 826, 327.
Franke, 328, 690.
Fraenckel Dr. 747.
Fraenkel C. 329.
Fränkel, 330, 331.
Frésales, 884, 885, 886.
Fricke R. 332, 333, 334.
Fröhlich 335.
Frommel Wilhelm, 336.
Fuchs (Lazar Immanuel), *337, 384, 987.
Gain Ed. 338.
Galippe, 339.
Galli-Valerio, Prof. 340, 341, 827.
Galois, Evariste 342.
Gans Richard, 343, 344
Gautier, 345, 346.
Geelmnyden, 347.
Geitel H. 348.
Gellhorn, 349.

Digitized by Google

Gedlsom, 391.
Gérard F. *350, *351.
Gerber, 352.
Gerhard, 353.
Gersuny, 354, 355.
Ghon, 356.
Gifford, 357.
Gleichen A. 358.
Ґлюзїнський Антін проф. 71.
Gmeiner A. v., 835, 836, 837.
Gockel A. *359.
Goldschmidt Haus, 360.
Gosiewski W. *704—706.
Gottschalk, 361.
Gould Benjamin, 988.
Graetz L. *362, 363.
Grossman, 300.
Gray Andrew, 364.
Граве П. П. *425.
Greeff, 365.
Greinacher H. 366, 367.
Griffon, 368.
Gross T. Dr. 846.
Grüneisen E. 369, 370.
Grujitsch S. *371.
Gruber Max, 372.
Gruner Paul, 373.
Grunert, *144—145.
Grunert, 374.
Gulewitsch, 375.
Günther Siegmund, 376, 377.
Guttmann, 378.
Gutzmer A. 614.
Gyldén Hugo, 989.
Habel, 379.
Hadamard I. 380.
Haegler, 381.
Hall Asaph, 990.
Hamburger, 382, 383.
Hamburger M. 384, *385.
Hammer W. I. *386.
Harbitz, 387.
Гарматій Гриць др. (Гр. Г.), 414, 467, 471, 492, 535, 573, 579, 589, 634, 727, 753, 755, 868, 906, 921.
Harnack Erik, 388.
Hartig A. 389.
Haseldoff, 504.
Häusermann Emil, 390.
Heichelheim, 392.
Heidenshein, 393.
Heim, 394.
Heinersdorff, 395.
Hellriegel, 396, 397.
Helmholtz H. v. 398.
Hensel K. 399, 519, 520.
Herder, *440.
Hermite Charles, 991.
Herz Norbert, 400.
Hertz Heinrich (Герц), 1054.
Hess, 401.
Hessenland, 572.
Hettner G. 919.
Heubner, 402.
Hewitt, 1055.
Hilbert David, Dr. (Гільберт). 45, 403—404.
Гильченко Н. В. (274).
Hiltner L. 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 648, 649, 657.
Himstedt A. 865.
Гірняк Юлїян, др. 11, 12, 13, 14, 15, 16, 289, 360, 369, 370, 412, 521, 636, 794.
Hirschkron, 413, 414.
Глїбовицький Клим, 17, 18, 19, 51, 415.
Hoborski Antoni dr. 416.
Hoernes Rudolf, 882.
Hofmann A. 417.
Hofmann Karl dr. 418.
Hollemann A. F. 419, 420.
Holzmüller Gustav, 421.
Homburger, 422.
Hopkins F. G. 423.
Горбачевський Іван проф. др. 20, 21, 22, 22a, 23, 24, 98.
Гординський Роман (Г. Р.), 845.
Горницький Зенон Евген, 25.
Horwat, 424.
Грабовський О. (Г. О. або Г.), 99, 207, 302, 328, 331, 381, 570, 606, 665, 757, 856, 941, 945.
Грушкевич Я. др. (Гр. Яр. або Г. Я.), (802), (901), 100, 101, 127, 157, 161, 175, 183, 264,

Digitized by Google

267, 280, 357, 365, 374, 383, 395, 401, 490, 529, 530, 541, 556, 616, 633, 670, 680, 711, 722, 799, 818, 853, 863, 883, 908.
Hueppe, 426.
Гуржеевъ С. *427.
Hutchinson, 263.
Г. В. 147, 169, 211, 249, 297, 330, 402, 446, 468, 501, 575, 578, 621, 623, 817, 839.
Гвоздецький Теофіль др. 10.
Immendorf, 855.
Ивановъ А. *429.
Jabłczyński 420.
Яблоновський, князь 1210, 1211.
Яхно Іван, др. 4.
Jacoby M. 437, 438.
Jäger Gustav dr. 439.
Jaks, 442.
Jalaugier, 443.
Янів Осип (Janiów Józef, Я. О.), *431—433, 444, *966.
Янович Володимир др. 95.
Janssen Pierre, 992.
Joachim, 445.
Joachimsthal, 446.
Johannenssen A. 447.
Johansson, 446.
Jonnesco, 449.
Jouffret E. 450.
Jouléc, 451.
Kaatzer, 465.
Kalähne, 466.
Kantz, 467.
Karewski, 468.
Kayser H. (Кайзер), 469, *470.
Kehrer, 471.
Keller 471 bis.
Kelvin Lord, (Sir William Thomson), 994.
Kępiński Stanisław, 472.
Kernig, 473.
Kessler H. 474.
Kirmmisson, 475.
Киселевъ А. *476.
Kistner A. *477, *478.
Klaatsch H. 479.
Klaess 858.
Klein, 480, 481.
Klein E. (London), *482.
Klein Felix, 44, 45, 434, *483, 484, 485, *486, 487, 488.
Kleine, 489.
Klingmüller, 490.
Klinkerfues W. 491.
Klipstein, 492.
Kneser A. 493.
Knoblauch I. 919.
Knopf, 494.
Kny L. 495, 496.
Kobold Herman, 497.
Кобринський Евген др. (К. Е.), 38, 174, 224—225, 308, 475, 525, 591, 703, 760, 761, 762.
Koch L. 498, 499.
Koch Robert, 27.
Kohlrausch F. 500.
Kohn, 501.
Koláček Fr. 502.
Kolousek I. 503.
König A. 398.
Koenig, 504.
Koplik, 241.
Koranyi, 505, 506.
Korn, 507.
Korteweg, *732.
Корольковъ А. А. *508.
Кос Михайло др. (К. М.), 39, 40, 41, 113, 152, 158, 196, 197, 247, 262, 281, 481, 513, 531, 587, 620, 641, 662, 663, 679, 721, 748, 749, 797, 809, 810, 811, 829, 860, 873, 884, 885, 886.
Косоноговъ І. *509.
Котельниковъ А. П. *510.
Köthner Paul Dr. 511.
Kowalewski G. 512.
Kranz *513.
Krause, 514, 515.
Krepelin, 516.
Kretz, 517.
Kreuzhage C. 956.
Kronecker L. 518, 519, 520.
Krüger F. 521.
Kühn I. 522.
Кучер Володимир (К. В.), 42, 116, 343, 344, *359, 366, 466, 564, 568, 581, 600, 614, 741, 743, 898, 935.

Digitized by Google

Küster F. W. 523.
Курдюмовъ В. И. *524.
Labbé, 231.
Laborde, 525.
Lacour E. 140, *141, 142.
Lagrange J. L. 50, *526, *527.
Landau Edmund (Ляндау), 995, 1010.
Landau, 528.
Landsberg G. 399, 519, 520.
Lange, 529.
Langendorff Prof. 530.
Lapersonne, 531.
Laplace, 532.
Láska Wacław dr. 533.
Laurent E. 534, 795, 796.
Lauth, 258.
Laves, 535.
Läwit, 536, 537.
Лебедевъ, 1151.
Lebon E. 538.
Lejeune-Dirichlet *539.
Levin, 540.
Levinsohn 541.
Levy I. 542.
Lévy L. *543, *759.
Lewandowsky Max, 626.
Lewin, 424.
Lewy, 544.
Левицький Володимир (В. Л.), (105), (105a), (106), (107), (685), 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 49a, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 59, 60, 61, 62, 102, 103—104, 105, *115, *117—119, *120, 122, 124. 126, *130—132, *133, *134, *135—136, *137—139, 140, *141, 142, *143, *144—145, 146, *149, 150, 151, 153, 159, 160, *162, 164, 168, *172, 179, *180—181, *182, 186, *187, *190, *195, 199, 201, 202, 204, 205, 208, 212, 215, 216, *221—223, 227, 229, 230, *234, *240, 246, 251, 252, *254, *255, 256, 257, 258, 266, 268, 269, *270, 273—274, 275, 279, *283—286, 291, 293, 294, 296, *300, *304, 307, 309, *310, 311, 313, 332, 333, 334, 336, *337, 342, 348, *350, *351, 358, 362, 363, 367, *371, 373, 380, 384, *385, *386, 398, 399, 400, 403—404, 415, 419, 420, 421, *425, 427, 428, *429, *434—436, 439, *440, 444, 450, *452—454, *455, *456—458, *459—460, *461—463, 469, *470, 472, *476, *477, *478, *483, 484, 485, *486, 487, 488, 491, 493, 497, 500, 502, 503, *508, 509, 510, 511, 712, *513, 518, 519, 420, 523, *524, *526, *527, 532, 538, *539, 543, 545, 546, 547, *548, 549, 550, 551, 552, 553, *555, *563, 566, 567, 569, 572, 580, 601, 602, 603, 604, 605, *609, 611, *613, *618—619, 622, 630, 631, 644, 645, 646, 647, 661, 664, 668, 673, *674, 675, 676, 678, 681, 682, 683, 692, 693, 697, *698, 699, 700, 701, 702, *704—706, *710, *712, *713, *714, 715, 716, 717, 719, *724, *728, *729, *730, *732—737, *739, 740, 744, 745, *746, 756, *758, *759, 763, 764, 765, 766, 769, *770, 781, 782, 783, *785, 786, 787, *788, 790, *791, 801, 802, 803, *805, *806, 812, 813, *814, 819, 820, 826, *830, 833, 835, 836, 837, 840, 841, 842, 843, *844, 846, *854, 858, 865, *867, *869, *870—872, *881, 887, *888, *889, 890, 891, *892, 897, 901, 902, 910, 914, 915, 916, *917, 918, 919, *920, 922, 924, *925, 928, *929, 930, 931, *932—934, 936, 946, 947, *950, *952, 953, *955, *967, *968, 972, *973, 976, 977, 981—1229.
Libański E. 553.
Lichtenstein, 554.
Lie Sophus, *555, 996.
Liebrecht, 556.
Liebreich, 557.
Liebscher, 558, 559.
Liegel, 560.
Limbeck, 561.

Digitized by Google

Linde, 562.
Lindemann F. 700.
Lindemann L. 700.
Liouville, *459—460.
Лобачевскій Н. И. *563, 1008.
Lommel E. 564.
Łomnicki A. M. (539).
Łopuszański I. 565.
Lorentz H. A. 566, 567, 568, *569, *724.
Lorenz, 570, 571.
Loria G. 572.
Löwenfeld L. 573.
Lubliński, 574.
Luborski, 575.
Lummier, 1033.
Lundstroem A. N. 576, 577.
M. 114, 125, 154, 171, 173, 184, 191, 198, 206, 217, 228, 238, 239, 243, 245, 250, 260, 266, 288, 298, 347, 354, 372, 375, 382, 388, 391, 423, 437, 438, 442, 447, 448, 479, 489, 505, 515, 516, 528, 544, 554, 561, 582, 590, 594, 598, 625, 626, 635, 640, 686, 687, 742, 767, 768, 773, 774, 775, 776, 777, 798, 807, 815, 823, 824, 831, 838, 866, 878, 899, 907, 927, 944, 958, 963, 979.
Maas, 578.
Maassen Friedrich, 579.
Mach, E. 580.
Mache H. 581.
Maguenne L. 582.
Маєр, 1204—5.
Maklakoff, 583.
Mandl, 849.
Mankowski, 584, 585.
Mannaberg, 586.
Marandon de Montyel, 587.
Marcano, 629.
Marchoux, 588.
Marcinowski, 589.
Marcus, 590.
Marège, 591.
Маріштлєр Юлїян др. (Marischler), 71, 592.
Марковъ А. А. *255.
Marseau, Th. 774.
Marzinowsky, 593.
Mathews, A. 594.
Matschinsky, 595.
Mattirolo O. 596.
Матвіяс Софрон, (М. С.), 63, 64, 188, *253, 390, 418, 552, 666, 667, 780.
Mayer, 597.
Mayer Hans, 661.
Mayers, 598.
Maxwell C. 782.
Mazé, 599.
Mehmke R. *972.
Менделєєв Дмитро, 997, 1051.
Merck, 974.
Messerschmitt, 600.
Мечниковъ, 177, 595.
Meyer M. W. 603, 604.
Meyer R. 977.
Meyer W. Fr. 605.
Meyer, 606, 607.
Mewes, *601, 602.
Michaelis, 608.
Michel F. 609.
Middeldorff, 616.
Mie, 611.
Miles Manly, 612.
Мининъ А. П. *613.
Minkowski Herman, 614.
Minssen, 855.
Mittag-Leffler, 1014.
Mohr, 616.
Moissan Henri, 998.
Möller H. 617, 959.
Морачевська, 65.
Морачевський Вачеслав др. 66, 67.
Morax, 620.
Morsani, 621.
Müller C. *483.
Müller F. 622.
Müller G. 623.
Müller J. 624.
Müller 625.
Munkx Immanuel, 626.
Munro F. A.
Munz A. 628, 629.
Миколаєвич Яків (М. Я.), 153,

Digitized by Google

545, 546, 547, 549, 550, 551, 630, 771.
Natanson E. *704—706.
Natanson Władysław, *704—706, 731.
Naunyn, 632.
Nedden, 633.
Neiser, 72, 634.
Nencki, 635.
Nernst Walter Dr. 636.
Netto Eugen, 637.
Neubauer, 638.
Neugebauer, 639.
Neumann, 640.
Neuschuller, 641.
Neusser E. 642.
Newcomb, 1162.
Невестюк Яків др. 106.
Nicolai K. H. 643.
Nielsen N. 644.
Nimführ R. 645, 646.
Nippoldt A. 647.
Nobbe, 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657.
Noether M. 745.
Nolda, 658.
Nothnagel, 659.
Notthaft, 660.
Nowicki R. 661.
Nuel, 662, 663.
d'Ocagne M. *664.
Oderfeld, 665.
Огоновский Петро, 552, 666, 667, 668.
Олїйник Михайло др. 72.
Olshausen, 669.
Ostwald Wilhelm, 905.
Ostwalt, 670.
Otto, 314, 315, 316, 317, 316, 319, 320—321, 322, 323, 324—325, 326, 327.
Озаркевич Евген др. (О. Е). 68, 69, 70, 71, 107—111, 123, 155, 163, 189, 192, 193, 237, 241, 244, 263, 271, 277, 278, 287, 290, 295, 305, 306, 312, 335, 341, 345, 349, 352, 353, 378, 379, 387, 392, 394, 413, 417, 422, 443, 445, 451, 465, 473, 494, 499, 506, 507, 536, 537, 557, 560, 571, 574, 586, 592, 607, 608, 610, 624, 932, 642, 658, 659, 660, 689, 694, 720, 723, 726, 731, 738, 750, 751, 752, 754, 778, 779, 784, 789, 804, 808, 816, 832, 834, 850, 852, 857, 859, 880, 893, 895, 900, 923, 948, 974, 975, 980, 1233.
Окуневський Ярослав (О. Я). 1230.
П. 639.
Paczowski Józef, (675).
Paltauf, 671.
Paratore E. 672.
Parro, 762.
Парсантьевъ Н. Н. *486.
Pascal E. 673, *674, 675, 676.
Passerini N. 677.
Peano G. 678.
Péchin, 679.
Pel, 505, 506.
Pergens, 680.
Pernter I. M. 681, 1181.
Perry J. 682.
Pertik, 265.
Peter B. 683.
Petermann A. 684, 685.
Petry, 686.
Петрик Осафат (Petryk J.).(685), 57.
Pfaff, 914.
Pfaundler, 687.
Pfeifer Th. 688.
Pfeiffer, 689, 690.
Pfuhl, 691.
Picard Emile, 342, 692, 693, 1010.
Pickardt, 694.
Piorkowski, 695, 808.
Piove, 696.
Planck Max, 697.
Poincaré H. *698, 699, 700, 701.
Poincaré L. 702.
Полянський Михайло, 6.
Постниковъ, 824.
Potherat, 703.
Pozzi Dr. 236.
Prażmowski A. 707, 708.
Prillieux, 709.
Procopovici, 711.
Примак Федір, 73, 74.

Digitized by Google

Пржевальскій Е. *710.
Пулюй Іван, проф. др. (Puluj J.) (108), (108a), 75, 75a, 76, 77, *714, 715.
Puzyna J. 716, 717, 1015.
Raband, 272.
Раковський Іван (P. I.), (109), (458), (675), (765), (802), 78, 79, 718.
Ramsay W. 719.
Rauch, 720.
Raviart, 152.
Reymond, 721.
Reber, 722.
Recs, 723.
Rehman Antoni dr. 725.
Reiche, 726, 727.
Рейнгардтъ Н. В. *728.
Reitenbach, 232.
Remlinger, 247.
Remsel, 831.
Ribbert H. 738.
Richarz F. *739, 740, 741.
Richet, 742.
Richter L. 648, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 665, 656, 657.
Riecke Eduard, *483, 484, 485, *486, 487, 488, 743.
Riegler G. 744.
Riemann B. 745, 915.
Righi A. *746, 747.
Rochon-Duvigneaud, 748.
Roger, 749.
Rohleder, 750.
Rolly, 751.
Röntgen, (Рентґен), 1085, 1093, 1107, 1117.
Rosenblatt, 752.
Rosenfeld, 753.
Rosin, 754.
Ross, 755.
Rossmässler F. A. 756.
Rotter, 757.
Rouché E. *758, *759.
Routier(i), 760, 761.
Rudeaux, 762.
Рудницький Стефан др. (P. C.), 80—81, 82—83, 84, 112, 128, 376, 533, 725, 763, 882.
Rudolph H. 764.
Rudzki M. P. 765, 766.
Rumpel, 767.
Runge C. *972.
Ruppel, 768.
Rutherford E. 769.
Рибачек Михайло, *770, 771.
Rydygier, 772.
C-a. (251), (759), (799), (836).
Saida, 282.
Saint-Hilaire Constantin, 773.
Salamson C. I. 774.
Salaskin, 755.
Salkowski, 776, 777.
Salzer Fritz, 211.
Sänger, 778.
Санинъ Н. К. *255.
Sarason, 779.
Савицький Е. М. др. 780.
Satke Władysław (Сатке), 52, 999.
Schaefer Clemens, 782.
Scheffers G. 783, 996, *555.
Scheiber, 784.
Scheid K. *785.
Scheiner J. 786, 787.
Schenk, 314, 315, 316, 317, 318, 319, 320—321, 322, 323, 324—325, 326, 327.
Schepp A. 673, 675, 676.
Шереметевскій, *569.
Шиффъ В. *788.
Schilling F. 789.
Schilling, *790, 791.
Schindler F. 792.
Schlagenhaufer, 356.
Schlatter, 793.
Schlesinger Hermann, 794.
Schlömilch O. *972.
Schoesing Th. 795, 796,
Шмальгавзен І. проф. 1000.
Schmeichler, 797.
Schmid, 948, 649, 650, 651, 652, 653, 654, 655, 656, 657.
Schmidt Dr. 566.
Schmidt, 798, 799.
Schmidt G. C. 800.
Schneider A. 801.
Schönfliess A. 802.
Schott G. 803.

Digitized by Google

Schoute P. H., *732.
Schrötter, 804.
Шоурек А. В. *854.
Шульгинъ Г. *805.
Schultz C. *806.
Schulz Fr. W. 807.
Schütte F. 572.
Schütte, 855.
Schütze, 808.
Schwarz, 171.
Schweidler E. 581.
Scrini, 809, 810.
Seggel 811.
Seidel, *812.
Seliwanoff, 813.
Сельський Щасний др. 85, 86.
Servant M. *814.
Sieber, 815.
Siebert G. 567.
Siegheim, 816.
Silberstein, 817.
Silex Доц. 818.
Simbart G. 692, 693.
Сїменович В. др. 464, 793, 825, 861, 862.
Simon M. 819, 820.
Синцовъ, *180—181, *487.
Sitsen, 821.
Sivén, 823.
Слетовъ, 824.
Slusarski A. (675).
Smith, 825.
Сочинскій, (799), (800).
Соколовъ П. К. *826.
Solomon Vera, 827.
Соловій Адам др. 89.
Sommerfeld A. 488.
Sorel, 828.
Sourdille, 829.
С. П. 236, 299, 355. 361, 669.
Spée E. *830.
Spiro H. (Спіро), 76.
Spiro, 831.
Stapler, 832.
Stark, 833.
Стефанович Емілїян, 90.
Steiner Jakob (Штайнер), 1203.
Stern, 834.
Stockes George (Стокс Жорж), 1001.
Stolz Otto, 835, 836, 837.
Störmer K. 405, 406, 407, 408, 409, 410, 411, 648, 649, 657.
Strassmann, 838.
Strauss, 839.
Strouhal Č. dr. 840, 841.
Studnička F. J. 842, 843, *844.
Sturm, A. 845.
Sturm, Ch. 846.
Stutzer, A. 847, *848, 849.
Suchanek, 850.
Süchting H. 851.
Suppau, 852.
Suess Franz E. 882.
Süsskind, 853.
Сидоряк Семен, 87, 88.
Sylvester Jakob Josef, 1002.
Тафтлъ Ем. др. *854.
Takke, 855.
Talma, 856, 857.
Tannery J. 858.
Taylor, 380.
Teichmüller J. 859.
Telg Dr. (Тельґ др.), 27, 29, 30, 31, 32, 34.
Terrien, 860.
Тезяковъ, (836).
Thier, 863.
Thomas, 864.
Thompson Silvanus, 865.
Thompson, 866.
Thompson, J. J. *867.
Thurnwald, 868.
Tisserand Fr. *869, 1003.
Trejdosiewicz Jan, Dr. (675).
Trousseau, 873.
Tschirch A. 876, 877.
Tswett, 878.
Turati Emilio, 879.
Turban 880.
Turpain A. *881.
Тутковскій П. (852), (853), (854).
Uhlig Victor Dr. 882.
Uhthoff 883.
Ulry et Frézales, 884, 885, 886.
Unihoff, 815.
Устименко Т. М. (859).
van der Waals, 1053.

Digitized by Google

Valentiner Siegfried Dr. 887.
Valentiner W. *888, *887.
van't Hoff I. H. 890, 891.
Vater R. *892.
Vertun, 893.
Vibrans, 894.
Vierodt Prof. 751.
Vinay, 895.
Viquerat, 896.
Voigt M. 897.
Voigt Waldemar, 898.
Voit, 899.
Volland, 900.
Voller A. 901.
Voss A. 902.
Vuillemin P. 903.
B. I. (539).
Вахнянин М. 194, 638, 945.
Wagner, 904.
Walden P. 905.
Waldvogel, 906.
Walther, 908.
Walzel, A. 682.
Wang, 447, 909.
Warburg E. 910.
Ward Marshall, 911, 912.
Warming Eugen, 913.
Weber E. 699, 914.
Weber H. 699, 915, 916, *917.
Weber L. 918.
Wechsberg, 634.
Weierstrass Karl Theodor, 919, 1005.
Weil, 749.
Weiler W. *920.
Weiss, 921.
Weitbrecht W. 922.
Weller, 907.
Wellstein J. 699, 915, 916, *917.
Верхратський Іван 4, 5, 6, 7, 8, 9, 85, 96, 97, 879.
Werner, 923.
Wertheim G. 924.
Весоловскій Н. Н. *925.
Wexford H. 926.
Weygand W. Dr. 927.
Weyr Edvard, 928, *929, 930.
Відаль, 33.
Wien W. 935.
Wienecke E. *936.
Wigand A. 937, 938.
Wilk Antoni, 416.
Willfahrt, 396, 397, 939.
Wilson St. 940.
Winckler 941, 942.
Winkelmann A. 943.
Winterberg, 944.
Winternitz, 945.
Wirtinger W. 745.
Witkowski A. *704—706, 946, 947.
Witthauer, 948.
Wittmarck L. 949.
Witz A. *950.
Wohltmann, 951.
Войнаровскій П. Д. *952.
Woker Gertrud Dr. 953.
Wolf, 954.
Wölffing E. *955.
Wollff E. 956.
Wollny E. 987.
Wolpert, 958.
Woronin M. 959, 960, 961.
Wróblewski, 963.
Z. (850).
Zalewski, 635.
Zeltner, 974.
Zenetz, 975.
Zeppelin Ferdinand Graf v. 976.
Zeuthen H. G. 977.
Zinssen O. 978.
Znatowicz Fr. (675).
Zopf, 979.
Żorawski K. *704—706.
* * * (114).

Digitized by Google

Anhang.

Der vorliegende Anhang enthält die deutschen Titel aller originellen Arbeiten aus den Gebieten der mathematischen Wissenschaften, der Naturwissenschaften und der Medizin, die in den 13 ersten Bänden des „Sbirnyk“ (Sammelschrift der mathematisch-naturwissenschaftlich-medizinischen Sektion der Ševčenko-Gesellschaft der Wissenschaften in Lemberg), sowie in den 13 ersten Bänden der „Sapiski“ (Denkschrift) derselben Gesellschaft veröffentlicht worden sind. Die römischen Ziffern bedeuten den Band des „Sbirnyk“ (die Bände der „Sapiski“ sind durch ein vorgesetztes „Sap.“ gekennzeichnet), die arabischen Ziffern die Seiten.

I. Originelle Arbeiten.

Bobjak Gregor, Beiträge zur Lichenologie Ostgaliziens. Lichenes agri Peremysliensis et Pidhajcensis. VIII/2. 1—8.

—, Beiträge zur Mycologie Ostgaliziens. Fungi agri Bereżanensis. XI. 1—41.

—, Über unsere Pilze. VIII/2. 1—22.

Černjachivśkyj Alexander, Dr., Apparat zur Messung der Verkürzungen des Uterus. **Sap.** II. 114—118 + 1 Tafel.

Č. O., Dr., Der Neovitalismus und seine Schattenseiten. **Sap.** IX. 1—20.

—, Ein Fall der Vesania melancholica, rasche und vollkommene Genesung nach der Selbsterhängung, **Sap.** XIII. 1—12.

—, Kongress der Britischen Assoziation der Wissenschaften. II. 1—4.

—, VI. Pirogow'scher Kongress der Ärzte in Kiew. I. 1—38.

—, VII. Internationaler Geologen-Kongress in Petersburg. II. 1—4.

Dakura Josef, Dr. Aus der Spitalkasuistik für das Jahr 1899. — Vom Wilhelminen-Krankenhaus in Wien-Ottakring, Dir. Dr. Telg. (I. Embolia arteriae pulmanalis, II. Pyaemia, III. Tumor cerebri, IV. Einige Fälle von Erysipelas). VI/2. 1—9.

—, Beitrag zur klinischen Diagnostik des Typhus abdominalis. (Diasoreaktion von Ehrlich und Serodiagnostik von Vidal). I. 1—20.

—, Beiträge zur Sicherstellung der klinischen Diagnose des Typhus auf Grund bakteriologischer Untersuchungen. — Vom Wilhelminen-Krankenhaus in Wien-Ottakring, Direktor Dr. J. Telg. VIII/1. 1—10 + 1 Tafel.

—, Die Heilanstalt für Lungensüchtige in Alland. II. 1—8.

—, Ein interessanter Fall eines Tumors im vorderen Mediastinalraum. — Vom Wilhelminen-Krankenhaus in Wien-Ottakring, Dir. Dr. Telg. V/1. 1—9.

—, Klinische Beobachtungen über das Uroferin. — Vom Wilhelminen-Krankenhaus in Wien-Ottakring, Direktor Dr. Telg. V/2. 1—8.

—, Postmortale bakteriologische Forschungen und die klinische Diagnose der Infektionskrank-

Digitized by Google

heiten. (Vorläufige Mitteilung). II. 1—14.

—, Über die Bedeutung der postmortalen bakteriologischen Untersuchungen. — (Ergänzung zur Arbeit im II. Bde). Vom Wilhelminen-Krankenhaus in Wien-Ottakring, Direktor Dr. Telg. III/1. 1—14.

—, Versuche mit dem neuen Tuberculin (TR) Robert Koch's. — Vom Wilhelminen-Krankenhaus Wien-Ottakring, Dir. Dr. Telg. III/1, 1—9 + Literatur, S. 10.

—, Ziele und Erfolge der heutigen Therapie. III/1. 1—24. Literatur 25—26. (Artikel: Referate).

Dołynśkyj Marian, Dr., Aus der geburtshilflichen Kasuistik. V/1. 1—6.

—, Über die Behandlung des Uteruscarcinom mit Ext. chelidonii majoris. — Von der Klinik Prof. Jordan in Krakau. IV/1. 1—3.

Fedjuk Jaroslav, Bacteroidae. I. Literaturübersicht. XI. 1—48.

Hirnjak Julian, Dr., Bemerkungen zu den Gleichungen der mono- und bimolekularen chemischen Kinetik. XIII. 1—29.

—, Die Bedeutung der festen, flüssigen und gasartigen Phase im chemischen Gleichgewichte. IX. 1—42.

—, Einfluss der Temperatur auf die Geschwindigkeit einiger chemischen Reaktionen. XIII. 1—19.

—, Über den Einfluss des synchronischen Konzentrationswechsels auf den Verlauf der monomolekularen Reaktion. XII. 1—14.

—, Über periodische chemische Reaktionen. XII. 1—8.

—, Wärmeleitung in der Zuckerlösung. XI. 1—11.

Hlibowyćkyj Klemens, Gesetze der Pendelbewegung. (Auf Grund der Theorie der ellipt. Funktionen) III/2. 1—14.

—, Gleichung fünften Grades. II. 1—36.

—, Niels Heinrich Abel und seine Bedeutung in der Mathematik. (Zum hundertsten Geburtstage Abel's). (Mit Porträt Abel's). XI. 1—88.

Horbačevśkyj Johann, Prof. Dr. Hofrat, Eine allgemeine Methode der Darstellung von Nukleinsäure aus Organen. (Vorläufige Mitteilung). III/1. 1—4.

—, Forschungen über die Ernährung der Landbevölkerung Galiziens. V/2. 1—16.

—, Über die Bestimmung des Blutfarbstoffes. VIII/1. 1—4.

—, Über die Entstehung des Fettes im Tierkörper. VIII/1. 1—4.

—, Über krystallisiertes Xanthin und Guanin. I. 1—4.

Hornyćkyj Zeno Eugen, Modell eines Ellipsenzirkels. X. 1—4 + 1 Tafel.

Hwosdećkyj Theophil, Dr., Neue Richtungen in der Behandlung der Hypertrophia prostatae. III/1. 27—30. (Artikel: Referate).

Janowyč Vladimir, Dr., Gänzliche Heilung eines Lupusfalles mittelst Kalium hypermanganicum. V/2. 1—2.

Kobryńśkyj Eugen, Dr., Über die Heilung der Ectopia vesicae. — Von der tschechischen chirurgischen Klinik Prof. Meidl in Prag. V/1. 1—10.

Kos Michael, Dr., Augengebrechen der Wehrpflichtigen, (Vortrag, gehalten am 3. April 1902. im

Digitized by Google

Verein der Militärärzte in Peremyschl). IX. 1—10.
—, Behandlung des Trachoms und anderer Bindehautentzündungen mit Ichthargan. IX. 1—4.
—, Über die Skiaskopie. (Vortrag, gehalten am 10. November 1902. im Verein der Militärärzte in Peremyschl). V/2. 1—9. (mit einer lith. Tafel).

Kučer Vladimir, Grundlagen der Elektronik. XIII. 1—68.

Lewyćkyj Vladimir, Dr., Beitrag zur Klassifikation der Gleichungen zweiten Grades. II. 1—6. (mit einer Tafel).
—, Beitrag zur Theorie der Kettenbrüche und der Modulgruppe. IV/2. 1—8.
—, dto (zweite Note). VII/2. 1—8.
—, Beziehung zwischen der metrischen und der projektiven Geometrie. IX. 1—11.
—, Dr. Hilbert's Grundlagen der Geometrie VIII/2. 1—7.
—, Einige Bemerkungen zur Lagrange'schen Interpolationsformel. IV/2. 1—8.
—, Elliptische Modulfunktionen. **Sap.** VII. 1—28 + Beitrag zur math. Terminologie + 2 Tafeln.
—, Elektromagnetische Lichttheorie und elektrische Wellen. Im Anhang: Beitrag zur Terminologie. II. 1—69, 70—72 (mit 1 Tafel).
—, Existenzbeweise für Integrale der Differentialgleichungen. I. 1—30.
—, Klassifikation der mathematischen Wissenschaften. VI/1. 1—16.
—, Klemens Hlibowyćkyj. (Nekrolog). XII. 1—6.
—, Klimatische Verhältnisse Tarnopols. (Auf Grund der Arbeiten von W. Satke). IV/2. 1—6.
—, Kurzer Abriss der Theorie der automorphen Funktionen. VII/1. 1—29 + 1 Tafel.
—, Neueste Arbeiten aus der Theorie der analytischen Funktionen. VII/2. 1—12.
—, Osafat Petryk. (Nekrolog). II. 2 Seiten.
—, Projektive Geometrie in der geometrischen Optik (nach der Theorie von F. Klein). VIII/2. 1—12. (Mit einer Tafel).
—, Theoretische und praktische Mathematik. (Ansichten von Prof. F. Klein). VIII/2. 1—14.
—, Theorie der Saturnringe. VII/2. 1—46. (Mit 1 Tafel).
—, Über Nullstellen der Funktion ζ *(s)*. X. 1—3.
—, Über symmetrische Ausdrücke aus den Werten der Funktion mod. *m*. **Sap.** IV. 124—139.
—, Über Transzendenz der Zahlen e und π. I. 1—28.
—, Zur Theorie der Potenzreihen. VII/1. 1—10.

Marischler Julius, Dr., *vide* **Osarkevyč Eugen**, Dr., und **Marischler Julius**, Dr.

Matwijas Sophron, Einiges über Becquerelstrahlen. VII/1. 1—8. Mit 1 Tafel.
—, Neuere Untersuchungen über Becquerelstrahlen. VIII/2. 1—6.

Moračevśka-Okunevśka Sophie, Dr., Einfluss der Temperatur auf den osmotischen Druck der Erythrocyten. — Aus dem physiologischen Laboratorium Prof. Dr. Beck in Lemberg. III/1. 1—10.

Moračevśkyj Wenzel, Dr., Neue Methoden zur Untersuchung des

Digitized by Google

Eiweisses. VI/2. 1—11.

—, Stoffwechselversuch bei Acromegalie. IX. 1—6.

Olijnyk Michael, Dr., Über die paroxysmale Haemoglobinurie. — Aus der Klinik Prof. Dr. Neusser in Wien. V/2 1—4.

Osarkevyč Eugen, Dr., Über die Stoffwechselversuche und die dabei angewendeten Methoden. III. 1—12.

—, Über Urobilinicterus. VI/2. 1—10.

—, Untersuchungen über die Malaria. IV/1. 1—17.

Osarkevyč Eugen, Dr., und **Marischler Julius**, Dr., Stoffwechsel bei abnehmendem und zunehmendem Ascites. — Aus der internen Klinik Prof. Anton Glusiński in Lemberg. V/1. 1—15.

Prymak Theodor, Beiträge zur Geschichte der Entwickelung und Involution der Thymusdrüse bei den Knochenfischen. (Institut der vergleichenden Anatomie der k. k. Universität in Lemberg). VII/2. 1—26. Mit 1 Tafel.

—. Ein Beitrag zur Kenntnis der Thymusdrüse bei den Knochenfischen mit Berücksichtigung der Ganoiden und Cyclostomen. — (Institut der vergleichenden Anatomie der k. k. Universität in Lemberg). VIII/2. 1—11.

Puluj Johann Prof. Dr., Apparat zur Messung der Phasendifferenz bei Wechselströmen und einige mit seiner Hilfe durchgeführte Messungen. **Sap.** III. 1—23.

—, Eine gefahrlose Telephonstation (mit terminologischem Anhang). VI/1. 1—7. (Mit 2 Tafeln).

—, Elektrizitätswerk Hohenfurth der Firma Ignaz Spiro u. Söhne in Krummau. X. 1—35. (Mit 16 Tafeln).

—, Kreisdiagramm für Wechselstromgeneratoren. X. 1—24.

Rakovśkyj Johann, Dr., Beitrag zur Kenntnis des Baues des Darmkanals bei der Blutegel **Sap.** IX. 1—6 (mit einer Tafel).

—, Beitrag zur vergleichenden Anatomie der Blutgefässe der Würmer. I. 1—14. (Mit 1 Tafel).

—, Bronislavia Radziszewskii Neue Gattung und neue Art aus der Familie der Gammariden. VIII/2. 1—14. (Mit 4 Tafeln).

Rudnyćkyj Stefan, Dr., Beiträge zur Morphologie des karpatischen Dniestergebietes. (Mit einem deutschen Résumé). X. 1—83. (Résumé 84—85); XI. 1—77, 80. (Résumé 78—79).

—, Die physische Geographie am Ende des XIX. Jahrhunderts. (Wissenschaftliche Chronik für die Jahre 1898, 1899, 1900). IX. 1—116.

—, Neueste Erscheinungen zur Geographie der Ukraine. X. 1—17.

—, Über Sonnenflecken. Erster Teil, VII/1. 1—27. Zweiter Teil, VII/2. 1—90.

Selśkyj Felix, Dr., Streitfragen über die Retroflexio uteri. IV/1. 1—16.

—, Zur Mechanik der normalen und pathologichen Lageveränderung der Gebärmutter. I. 1—14.

Sołowij Adam, Dr., Ein Beitrag zur Uterusruptur. Aus der geburtshilflichen Klinik Prof Čyževič in Lemberg IV/1. 1—7.

Digitized by Google

Stefanovyč Emilian, Reduktion der elliptischen Integrale. XI. 1—14.

Sydorjak Simeon, Über das anatomische Verhältniss zwischen dem Gehörapparate und der Schwimmblase bei den Cypriniden und bei den Cobitiden. VI/1. 1—50. (Mit 4 lithogr. Tafeln).

—, Über die in Galizien im Jahre 1897 gesammelten Myriopoda. III/2. 1—14.

Werchratśkyj Johann, Arctia Caja L. in zwei Generationen. XI. 3—5.

—, Coturnix communis als Winterschläfer. XI. 1—2.

—, Dr. Johann Jachno. (Nekrolog). XI. 1—5.

—, Michael Polanśkyj. (Nekrolog). X. 1—6.

—, Nachtfang der Schmetterlinge auf den Blüten der Salix caprea. III/2. 1—10.

—, Über die zur völligen Flügelentwickelung frischgeschlüpfter Lepidopteren nötige Zeitdauer. I. 1—4.

* * *, Pathologische Hodenänderungen bei einigen Infektionskrankheiten. **Sap.** VI. 1—4.

II. Materiale zur ukrainischen wissenschaftlichen Terminologie.

Horbačevśkyj Johann, Dr., Bemerkungen über die chemische Terminologie. X. 1—7.

—, Terminologischer Anhang zur Arbeit: „Zur Kenntnis der Ernährung etc.“ V/2. 5. (Terminologischer Teil).

Hrabovśkyj Alexander, Aus der medizinischen Volksterminologie. III/1. 7. (Terminologischer Teil).

H. J. Einiges über die (medizinische) Terminologie. III/1. 1—2. (Terminologischer Teil).

Hr. Jar. Terminologischer Auszug aus Bd. III. Heft 1. 7—13. (Terminologischer Teil).

Lewyćkyj Vladimir, Dr., Beiträge zur elektrischen und optischen Terminologie. (Postscriptum zur Arbeit „Elektromagn. Lichttheorie etc.“). II. 70—72.

—, Beiträge zur mathematischen Terminologie (postscriptum zur Arbeit: „Elliptische Mudelfunktionen). **Sap.** VII. 29—30.

—, Grundriss der chemischen Terminologie. IX. 1—12.

—, Grundriss der mathematischen Terminologie. (Elementare u. höhere Mathematik). VIII/2. 1—33.

—, Grundriss der physikalischen Terminologie. Erster Teil: Mechanik, **Sap.** XI. 1—12. — Zweiter Teil: Mechanik der Flüssigkeiten und der Gase, Wärmelehre, Meteorologie. Dritter Teil: Magnetismus, Elektrizitätslehre und Elektrotechnik, III/2. 1—13. — Vierter Teil: Akustik und Optik, Astronomie und Kosmographie. VIII/2. 1—12.

Nevestjuk Jakob, Dr., Terminologisches Material, (Buchstaben: A, B, C). III/1. 3—7. (Terminologischer Teil).

O. E., Dr., Terminologischer Auszug aus dem ganzen Heft. IV/1. 35—40. (Referate); V/1. 48—51. (Referate); V/2. 1—4. (Ter-

Digitized by Google

minologischer Teil); VI/1. 51—53. (Referate); VIII/1. 67—69. (Referate).

Puluj Johann, Dr., Ein Beitrag zur Terminologie. (Postscriptum zur Arbeit: „Eine gefahrlose Telephonstation"). VI/1. 7.

Rudnyćkyj Stefan, Dr., Grundriss der geographischen Terminologie. XII. 1—151.

Werchratśkyj Johann, Mineralogische Terminologie. XIII. 1—64.

—. Neue Materialien zur volkstümlichen naturwissenschaftlichen Nomenklatur und Terminologie. XII. 1—84.

Kryptonymen-Verzeichnis.

Č. O. = *Černjachiwśkyj Alexander.*
H. J. und *Hr. Jar.* = *Hruškeryč Jaroslaus*, Dr.
O. E. = *Osarkeryč Eugen*, Dr.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Lemberg. Naukove tovarystvo imeni Shevchenka. v.12-14 L4
Matematichno-prirodopisno-likars'ka sektsiia.
Zbirnik.

PHOTOCOPY JUL 18 '89

Naukove
232157
V60
L4
v.12-14

UNIVERSITY LIBRARY

Digitized by Google

Digitized by Google